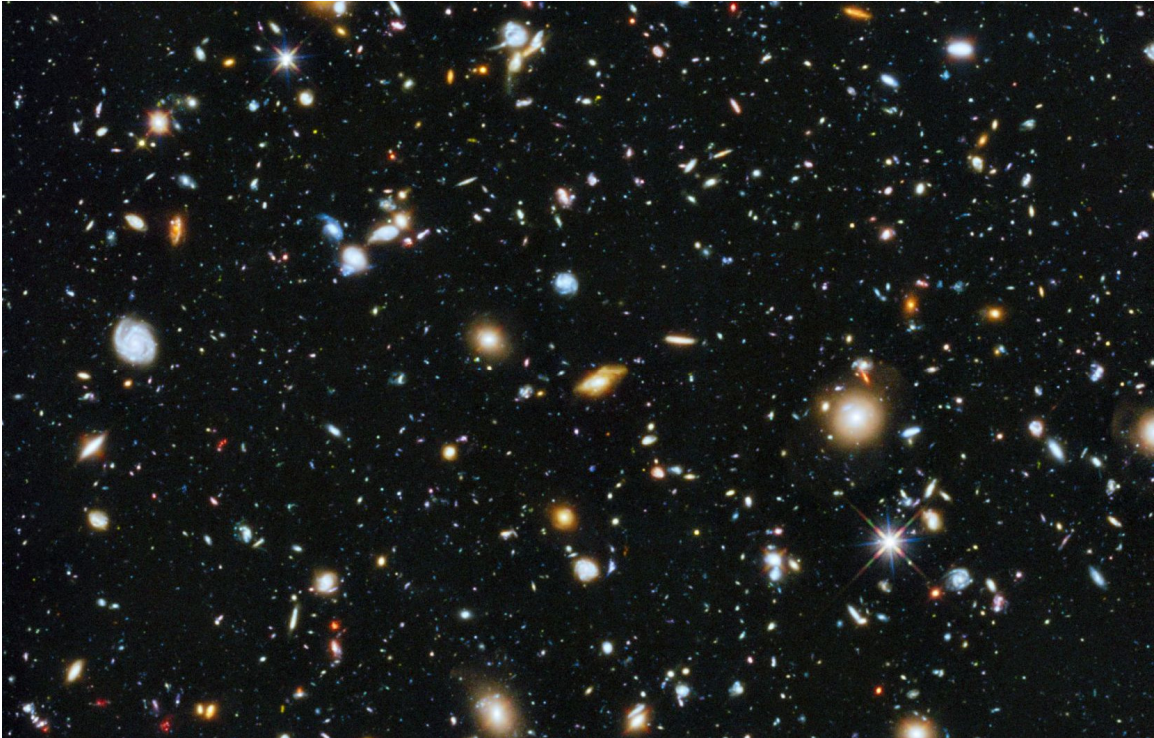


13 L'EXPANSION DE L'UNIVERS

Comment sait-on que l'univers est en expansion ?



www.ledevoir.com/societe/science/490324/l-expansion-de-l-univers-serait-plus-rapide-que-prevu

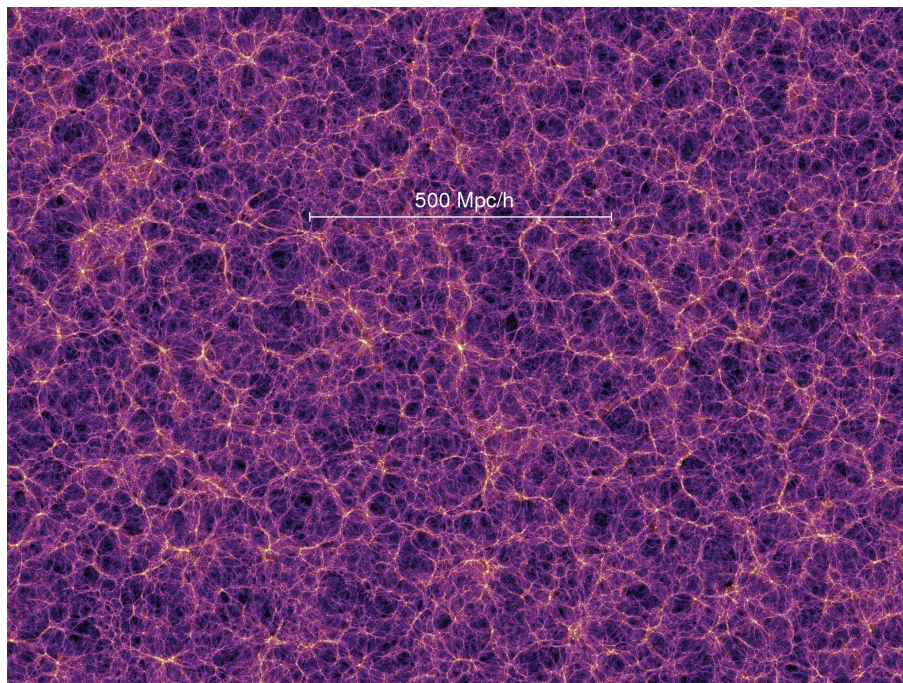
Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

13.1 DESCRIPTION DE L'EXPANSION

L'univers et la relativité générale

À partir de 1917, quelques rares physiciens tentent de déterminer l'évolution de l'univers à partir des équations de la relativité générale découverte par Einstein. Ce sont des cosmologistes.

Ça peut sembler difficile de calculer l'évolution de tout l'univers vu sa complexité, mais on fait quelques simplifications pour y arriver. Par exemple, on suppose que toute la matière est répartie uniformément dans l'univers, ce qui est assez correct quand on se rappelle l'image montrant la superstructure de l'univers.



www.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/millennium/

Il y a bien quelques grumeaux ici et là, mais c'est quand même assez uniforme.

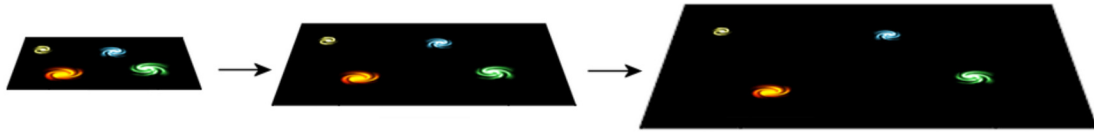
À partir d'un univers supposé uniforme, on peut obtenir plusieurs solutions selon ce qu'on choisit de mettre dans cet univers.

Un univers en expansion

Les cosmologistes se rendent vite compte que pratiquement tous les modèles obtenus avec la relativité sont des modèles où l'univers est en expansion (ou en contraction).

L'expansion de l'univers signifie que les galaxies s'éloignent toutes les unes des autres avec le temps. L'image suivante nous montre ce qui se passe sur une période de plusieurs

milliards d'années dans un univers en expansion ayant seulement deux dimensions (comme une feuille). L'univers garde exactement la même structure, mais les galaxies sont plus éloignées les unes des autres.

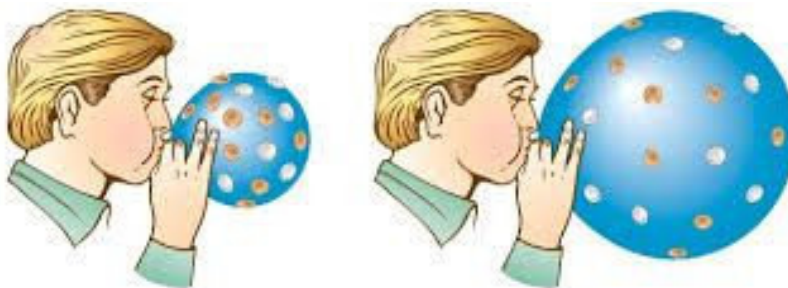


nothingnerdy.wikispaces.com/E6+GALAXIES+AND+THE+EXPANDING+UNIVERSE

Cette expansion change uniquement la distance entre les galaxies. La taille des galaxies reste la même, la taille du Système solaire reste la même et la taille de la Terre reste la même.

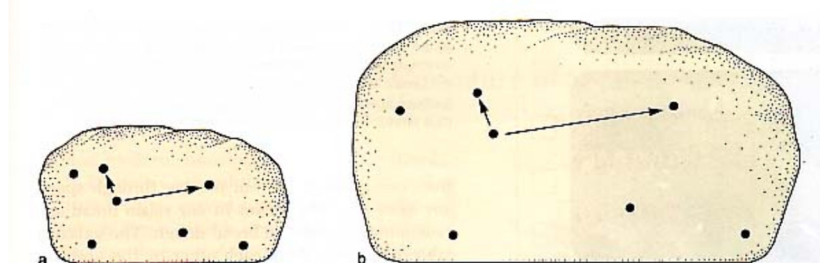
En relativité, l'espace entre les galaxies prend une importance capitale. Il y a une expansion parce que cet espace gonfle lentement. En gonflant ainsi, l'espace entraîne avec lui tout ce qu'il contient. Ainsi, selon la relativité, les galaxies ne se déplacent pas dans l'espace avec l'expansion. Les galaxies s'éloignent les unes des autres simplement parce que l'espace gonfle et les entraîne dans son gonflement.

Prenons une analogie pour un univers en deux dimensions. C'est comme si on collait des dessins de galaxies sur un ballon qu'on gonfle. En gonflant le ballon, les dessins de galaxie s'éloignent les unes des autres en étant entraînés par l'étirement de la surface du ballon. Ainsi, les galaxies s'éloignent les unes des autres, sans se déplacer par rapport à la surface du ballon, qui représente ici l'espace.



theeternaluniverse.blogspot.ca/2009/08/how-should-we-view-universes-expansion.html

On utilise aussi l'analogie du pain aux raisins pour illustrer l'expansion de l'univers. On imagine un pain aux raisins qui cuit. Pendant la cuisson, le pain gonfle, ce qui éloigne les raisins les uns des autres.



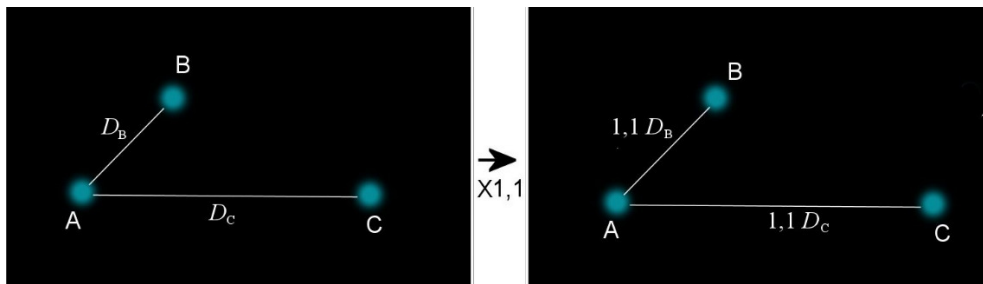
web.njit.edu/~gary/202/Lecture23.html

Le gonflement du pain pendant la cuisson est l'équivalent de l'expansion de l'univers. La mie du pain représente l'espace et les raisins représentent les galaxies. Pendant la cuisson du pain, la mie gonfle, ce qui éloigne les raisins les uns des autres. Les raisins ne se déplacent pas dans la mie pour s'éloigner les uns des autres, c'est la mie qui gonfle qui les éloigne sans qu'ils se déplacent dans la mie.

C'est exactement ce qui se passe dans l'univers. **L'espace entre les galaxies gonfle avec l'expansion, ce qui éloigne les galaxies les unes des autres sans que celles-ci se déplacent dans l'espace.**

La loi de Hubble-Lemaître

Avec l'expansion, les distances entre les galaxies augmentent toutes du même facteur durant le même temps. Par exemple, l'image suivante montre comment changent les distances quand l'expansion fait grandir l'univers de 10 % (1,1 fois plus grand que maintenant). On voit que les distances entre les galaxies sont alors 1,1 fois les distances actuelles.

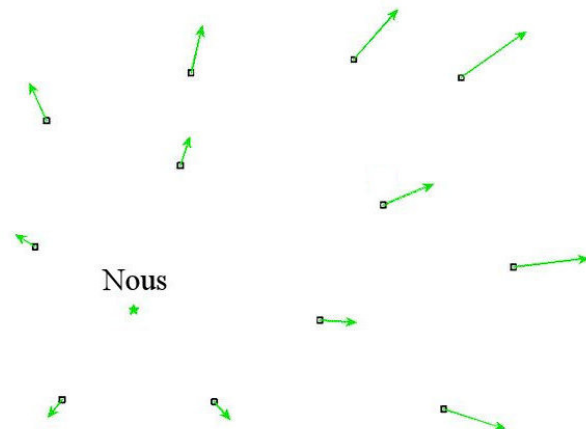


On peut montrer qu'une telle expansion signifie que les autres galaxies s'éloignent de la nôtre avec une vitesse proportionnelle à leur distance. C'est la loi de Hubble-Lemaître.

$$v = HD$$

H est souvent appelée *la constante de Hubble*, mais on va voir que sa valeur varie avec le temps et que ce n'est donc pas une constante. Il est donc préférable de l'appeler *le taux d'expansion de Hubble*.

La loi de Hubble-Lemaître signifie donc qu'on devrait voir toutes les galaxies s'éloigner de nous avec une vitesse proportionnelle à la distance. Ainsi, les galaxies loin de nous s'éloignent plus rapidement de nous.



www.astro.virginia.edu/class/whittle/ astr553/Topic16/t16_hubble.html

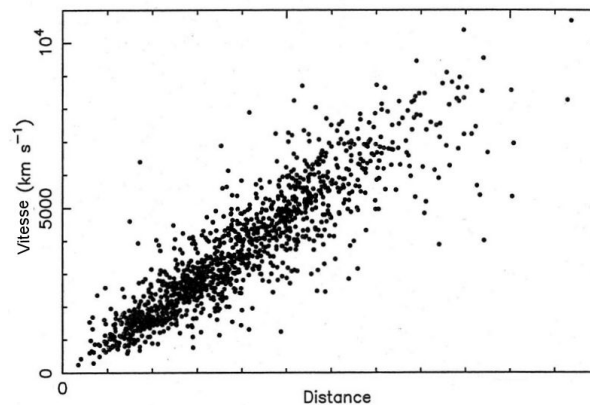
Par exemple, cette formule prévoit que la galaxie du Sombrero, située à une distance de 29,3 millions d'années-lumière de la Terre, devrait s'éloigner de nous à la vitesse de 605 km/s.

en.wikipedia.org/wiki/File:M104_ngc4594_sombrero_galaxy_high-res.jpg



La véritable vitesse d'une galaxie peut être un peu différente de ce que donne la loi de Hubble-Lemaître

En fait, la véritable vitesse des galaxies peut être un peu différente de celle donnée par la loi de Hubble-Lemaître. Par exemple, la vitesse d'éloignement de la galaxie du Sombrero est en fait de 1024 km/s, et non pas 605 km/s. Ce graphique montre la vitesse en fonction de la distance pour 1355 galaxies. On voit que les points ne forment pas une droite parfaite. Une partie de cette dispersion vient de l'incertitude sur la distance des galaxies, mais cela n'explique pas tout. Pourquoi les galaxies ne suivent-elles pas exactement la loi de Hubble-Lemaître ?



hendrix2.uoregon.edu/~imamura/123/lecture-1/expand.html

Pour nous aider à trouver la solution, améliorons un peu l'analogie du pain en remplaçant les raisins par des fourmis (qui ne meurent pas même si le pain est dans le four pendant la cuisson). Ces fourmis peuvent se déplacer dans la mie en la mangeant. Toutefois, il y a une certaine limite au rythme auquel une fourmi peut manger, ce qui veut dire qu'il y a une vitesse limite au déplacement des fourmis dans la mie. La vitesse de chaque fourmi selon les autres fourmis est donc une combinaison de deux vitesses : la vitesse due à l'expansion de la mie qui éloigne toutes les fourmis les unes des autres et la vitesse de la fourmi dans le pain, qui peut être dans n'importe quelle direction.

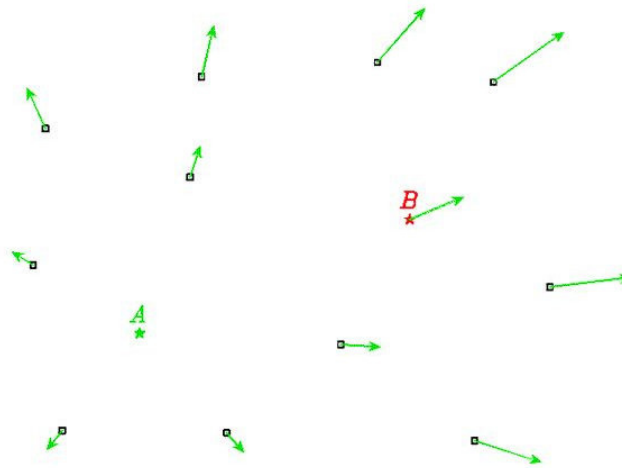
Cette analogie du pain aux fourmis (miam) illustre mieux ce qui se passe dans l'univers. La vitesse d'éloignement des galaxies vient de deux phénomènes bien différents. Chaque galaxie s'éloigne de nous à cause de l'expansion de l'univers (comme le pain qui gonfle). Cette vitesse d'éloignement est alors donnée exactement par la loi de Hubble-Lemaître. Dans ce mouvement, les galaxies sont immobiles dans l'espace, mais le gonflement de l'espace les entraîne et les éloigne les unes des autres. Il n'y a pas de limite à cette vitesse. Deux galaxies très éloignées peuvent s'éloigner l'une de l'autre avec une vitesse plus grande que la vitesse de la lumière. On ajoute ensuite à ce mouvement la vitesse de la galaxie dans l'espace (comme la vitesse des fourmis dans le pain). Cette vitesse ajoutée

fait que les galaxies ne suivent pas tout à fait la loi de Hubble-Lemaître et c'est pour ça qu'on n'a pas une belle droite sur le graphique de la vitesse d'éloignement en fonction de la distance. La vitesse de la galaxie dans l'espace ne peut toutefois pas dépasser la vitesse de la lumière, tout comme la fourmi ne pouvait pas dépasser une certaine vitesse dans la mie. Ce déplacement se fait à vitesse constante dans une direction et se fait sans aucune résistance (c'est là que l'analogie avec le pain aux fourmis ne fonctionne pas tout à fait parce que les fourmis rencontrent une certaine résistance en se déplaçant dans le pain et pourraient facilement changer de direction, contrairement à ce qui se passe pour les galaxies).

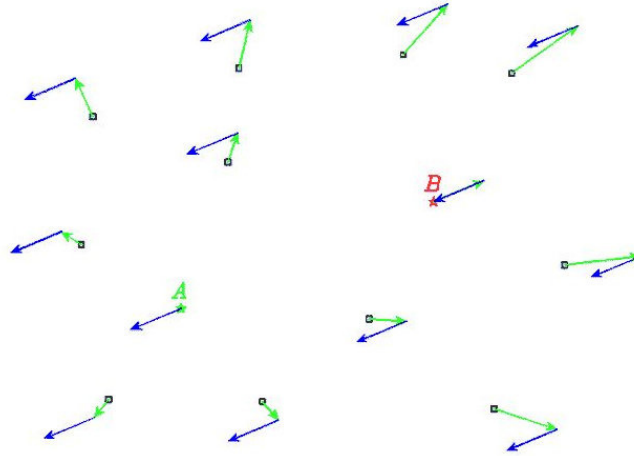
C'est pour cela que la galaxie d'Andromède s'approche de nous. Avec l'expansion de l'univers, elle devrait s'éloigner à 51 km/s, mais comme elle se déplace vers nous dans l'espace à 352 km/s, elle a une vitesse résultante de 301 km/s vers nous. C'est une des seules galaxies pour laquelle la vitesse dans l'espace vers nous est plus grande que la vitesse d'éloignement due à l'expansion de l'univers.

Puisque les galaxies s'éloignent de nous, est-on au centre de l'univers ?

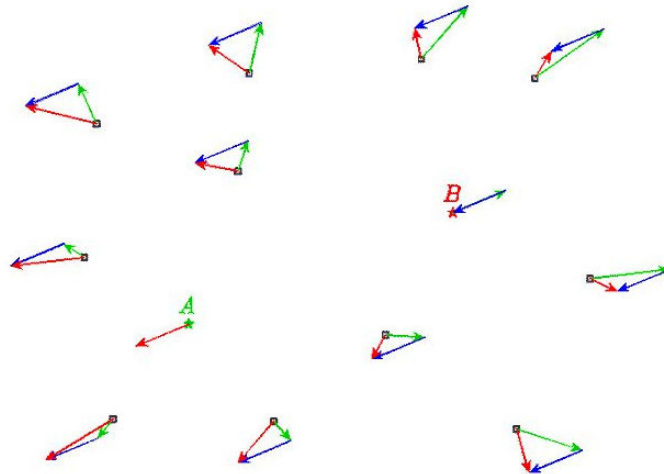
Les galaxies qui s'éloignent toutes de nous n'indiquent pas qu'on est immobile au centre de l'univers et que les galaxies s'éloignent de ce centre. Pour le montrer, examinons cette image de l'univers dans laquelle la Voie lactée est la galaxie A. Toutes les autres galaxies s'éloignent de nous avec une vitesse qui augmente avec la distance.



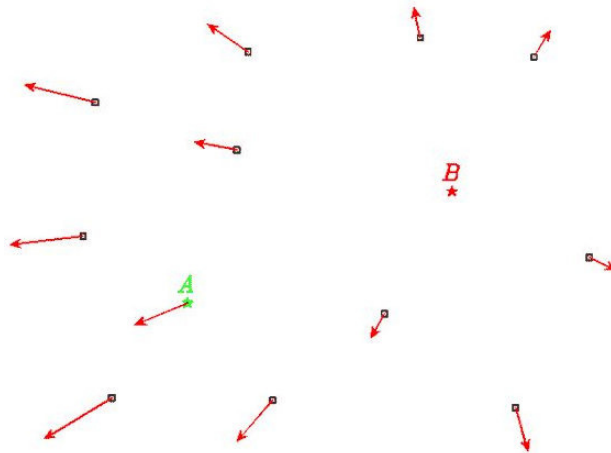
On va maintenant prendre le point de vue d'un observateur dans la galaxie B. Cet observateur peut considérer que sa galaxie est au repos, un point de vue tout aussi bon selon la relativité. Pour prendre ce point de vue, on doit donc se placer dans le référentiel de cette galaxie et lui donner une vitesse nulle. Pour y arriver, il faut faire une transformation de vitesse en ajoutant, à toutes les galaxies, l'inverse de la vitesse de la galaxie B. Cet inverse de la vitesse est représenté par un vecteur en bleu ici.



On va maintenant faire l'addition des vecteurs en bleu et en vert pour trouver la vitesse résultante de chaque galaxie selon l'observateur de la galaxie B. On va montrer cette somme par un vecteur en rouge.



Laissons maintenant uniquement la vitesse résultante pour bien voir le résultat.



Le résultat est assez frappant. L'observateur dans la galaxie B se considère au repos et voit aussi toutes les galaxies s'éloigner de lui avec une vitesse qui augmente avec la distance, ce qui est exactement la même chose que ce que voyait l'observateur dans la galaxie A. En fait, tous les observateurs de l'univers (s'il y en a d'autres) voient tous la même chose, peu importe dans quelle galaxie ils se trouvent. Ils se considèrent tous au repos et voient les autres galaxies s'éloigner d'eux avec une vitesse qui augmente avec la distance. Notre position n'a donc rien de particulier dans l'univers.

Dans l'analogie du pain, les observateurs sur chaque raisin voient la même chose, peu importe sur quel raisin ils sont placés. Ils peuvent se considérer au repos et voient tous les autres raisins s'éloigner avec une vitesse qui augmente avec la distance.

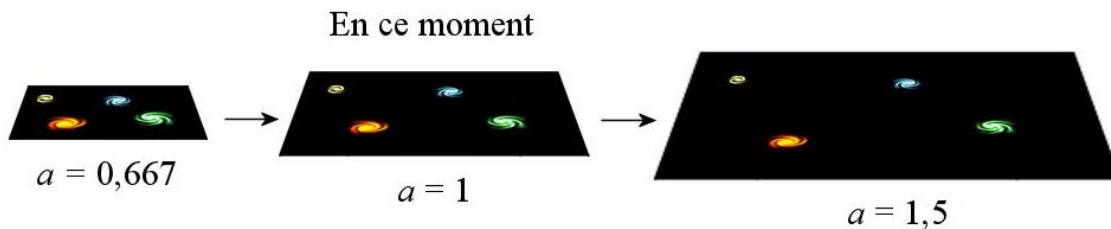
Le facteur d'échelle de l'univers (a)

On utilise le facteur d'échelle a pour décrire l'expansion de l'univers. Ce facteur permet de donner les distances entre les galaxies en fonction du temps.

Par définition, le facteur d'échelle est égal à 1 aujourd'hui. Si a est plus grand que 1, les galaxies sont plus loin les unes des autres qu'en ce moment. Si a est plus petit que 1, les galaxies sont plus près les unes des autres qu'en ce moment.

Comme les galaxies étaient plus près les unes des autres dans le passé, le facteur d'échelle était inférieur à 1 dans le passé. Comme les galaxies seront plus éloignées les unes des autres dans le futur, le facteur d'échelle sera supérieur à 1 dans le futur.

Il y a longtemps, le facteur d'échelle était de 0,667. Les distances étaient donc 0,667 fois celles qu'on a aujourd'hui. Dans le futur, le facteur d'échelle sera de 1,5. Les distances seront alors 1,5 fois plus grande que celles qu'on a aujourd'hui.

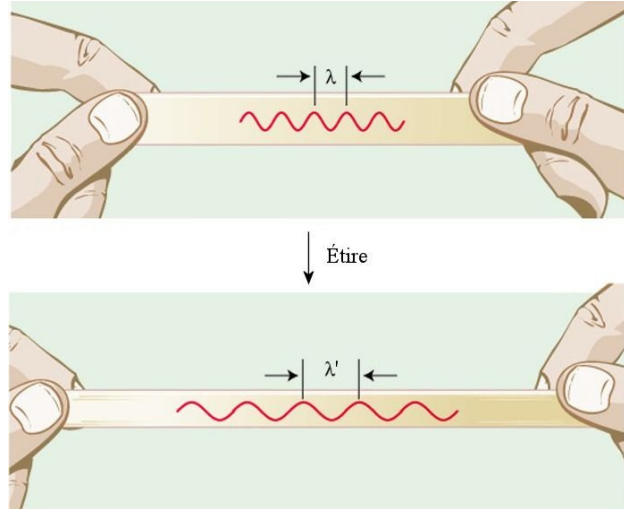


13.2 LE DÉCALAGE DES RAIES SPECTRALES

Étirement des ondes avec l'expansion

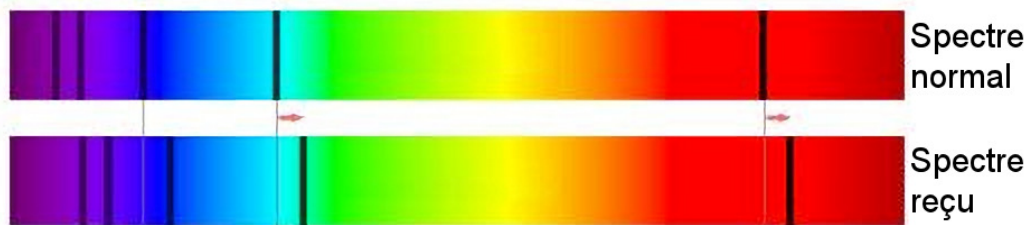
Le gonflement de l'univers n'augmente pas seulement les distances entre les galaxies, il étire également les ondes électromagnétiques qui voyagent dans l'espace, ce qui fait augmenter la longueur d'onde. C'est exactement la même chose que ce qui se passe si on dessine une onde sur une bande élastique et qu'on étire la bande. Ainsi, si le facteur

d'échelle double pendant que la lumière va de la source à la Terre, la longueur d'onde sera deux fois plus grande quand la lumière arrivera sur Terre.



www.ualberta.ca/~pogosyan/teaching/ASTRO_122/lect30/lecture30.html

Comme toutes les longueurs d'onde reçues seront plus grandes que celles originalement émises, tout le spectre de la lumière sera décalé vers le rouge (qui a une longueur d'onde plus grande).



Plus la source est loin, plus l'univers prend de l'expansion durant le voyage de la lumière et plus la longueur d'onde augmente. Ce décalage vers le rouge est donc plus important pour des sources très éloignées pour lesquelles la lumière voyage très longtemps avant d'arriver jusqu'à nous. L'expansion de l'univers selon la relativité prévoit donc qu'il y a un décalage des raies spectrales vers le rouge et que ce décalage augmente avec la distance de la source.



Erreur fréquente : Penser que le décalage du spectre dû à l'expansion de l'univers est le résultat de l'effet Doppler

Le décalage des raies des galaxies qui s'éloignent de nous à cause de l'expansion de l'univers provient de l'étirement de l'onde par l'expansion pendant qu'elle se déplace vers la Terre. Elle ne provient pas de l'effet Doppler.

Évidemment, la distance trouvée avec le décalage reste assez approximative. Par contre, c'est la seule façon qu'on a de connaître la distance des galaxies qui sont tellement éloignées qu'il est impossible d'y voir des céphéides ou même des supernovas.

C'est exactement ce genre de calcul qui laissait croire que les quasars étaient très éloignés de la Terre. Quand on a fait le spectre des premiers quasars au début des années 1960, on a obtenu des résultats surprenants. Personne ne reconnaissait les raies d'émission ou d'absorption du spectre ! En 1963, Maarten Schmidt se rend compte que ces spectres sont tout simplement très décalés vers le rouge. Par exemple, le spectre du quasar 3C 273 est décalé de 16 % (les longueurs d'onde sont 16 % plus grandes que les valeurs de longueurs d'onde normales). Avec un tel décalage, on trouve que la lumière a été émise quand le facteur d'échelle de l'univers était de 0,862 et que la distance de la galaxie est de 2,36 Gal.

La découverte de l'expansion par Hubble

Durant les années 20, l'étude de la relativité générale avait permis de déterminer qu'il devait y avoir un tel lien entre le décalage et la distance. Pour les galaxies pas trop loin de nous (environ 1 Gal...), le décalage devait être simplement proportionnel à la distance. Restait à voir si ce décalage existait vraiment.

On avait déjà un indice puisqu'on avait déjà commencé à mesurer le décalage spectral des nébuleuses spirales. En 1914, Vesto Slipher annonçait que les 12 nébuleuses spirales qu'il a examinées montrent presque toutes des spectres décalés vers le rouge. En 1925, il observait toujours la même tendance avec un échantillon comprenant maintenant 40 nébuleuses. Toutefois, il aurait été difficile de confirmer les prévisions de la relativité puisqu'on ne connaissait pas la distance de ces nébuleuses spirales et qu'on ne savait même pas que ces nébuleuses étaient en fait des galaxies. (En plus, pratiquement tous les astronomes ignoraient les prévisions de la relativité.)

C'est seulement en 1925 qu'on se rend compte que ces nébuleuses spirales sont en fait d'autres galaxies quand Edwin Hubble parvient à calculer la distance de certaines d'entre elles grâce aux céphéides. Désormais, on pouvait comparer la distance des galaxies et leur décalage spectral. C'est Hubble lui-même qui se lance dans l'étude de cette comparaison en 1928. Étant un des rares astronomes à connaître la cosmologie relativiste (du moins une partie), il veut vérifier si le décalage est effectivement proportionnel à la distance des galaxies.

En 1929, Hubble présente ce qu'il obtient avec 46 galaxies (dont 24 pour lesquelles il considère que la distance est assez certaine). Les données montrent que le décalage est bel et bien proportionnel à la distance. Hubble reste plutôt prudent et il n'interprète pas vraiment le résultat obtenu. En tout cas, il ne le présente pas comme une confirmation de la relativité, mais simplement comme une observation pouvant avoir plusieurs interprétations. La relativité n'est présentée que comme une possibilité parmi d'autres.

Durant la première moitié des années 1930, la grande majorité des astronomes arrivent à la conclusion qu'un univers en expansion est la seule hypothèse qui peut expliquer les résultats de Hubble. On venait de mettre en évidence que l'univers est en expansion.

13.3 LA COURBURE DE L'UNIVERS

En relativité, la densité d'énergie (ou de matière, il n'y a pas de différence en relativité générale entre les deux selon la formule $E = mc^2$) et la pression déterminent comment va évoluer l'univers. En partant des équations de densité et de pression de ce qu'il y a dans l'univers (on peut mettre n'importe quoi), on obtient la valeur des éléments suivants en fonction du temps :

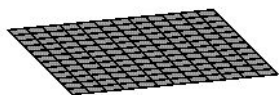
1. Le facteur d'échelle.
2. Le taux d'expansion de Hubble.
3. La courbure de l'univers.

On a déjà expliqué, ce que sont le taux d'expansion de Hubble et le facteur d'échelle, mais pas la courbure de l'univers.

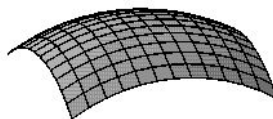
Il est assez difficile d'expliquer le concept de courbure directement pour un espace en trois dimensions. Pour nous simplifier la tâche, on va donc imaginer qu'on a affaire à un univers ayant uniquement deux dimensions. Dans cet univers, il y a des habitants bidimensionnels. Ces habitants perçoivent les deux dimensions de leur univers, mais ne peuvent percevoir la troisième dimension.

Cet espace en deux dimensions peut alors être représenté par une simple feuille. Nous montrerons ici des feuilles qui ont une certaine taille, donc un bord, ce qui pourrait laisser penser qu'il y a une fin à cet univers. Pour l'instant, voyez cette feuille comme simplement une partie d'un univers plus vaste. Nous reviendrons plus tard à la question de la taille de l'univers.

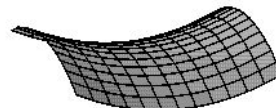
Il est possible que cette feuille soit courbée. Mathématiquement, il y a trois possibilités de courbure. On peut avoir une courbure négative, nulle ou positive.



Courbure nulle



Courbure positive



Courbure négative

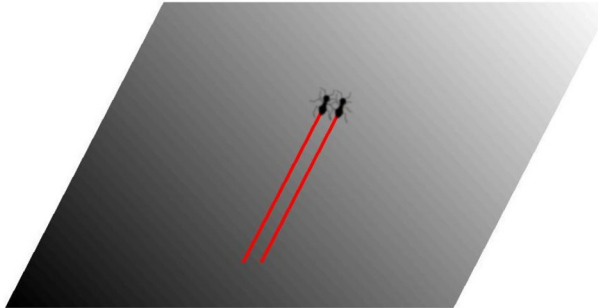
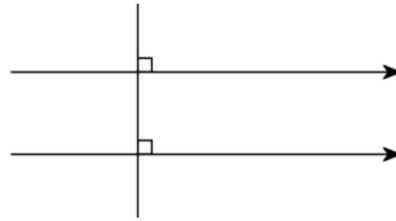
www.astro.ucla.edu/~wright/cosmo_03.htm

Un habitant de cet univers en deux dimensions ne peut percevoir la troisième dimension et il ne peut donc pas percevoir directement que son univers a une courbure dans la troisième dimension. Il existe cependant des façons pour que cet habitant puisse déterminer si la feuille de son univers a une courbure.

La courbure de l'univers doit être la même partout, car on suppose que l'univers est uniforme. On ne pourrait pas avoir une moitié de l'univers avec une courbure positive et une autre moitié avec une courbure négative.

Les lignes parallèles

Pour tracer des droites parallèles, on prolonge deux droites situées à une certaine distance l'une de l'autre et perpendiculaires à une autre droite.



astronomy.nmsu.edu/geas/lectures/lecture28/slide03.html

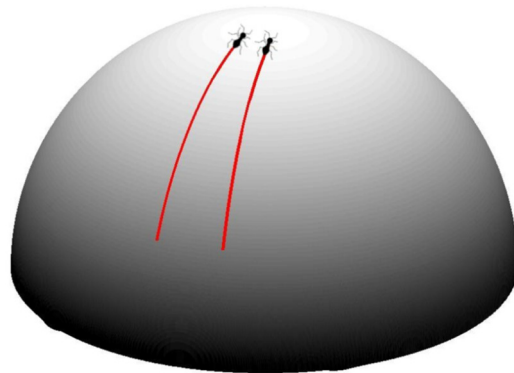
On sait, selon nos études de géométrie, que si on prolonge ces deux droites, elles resteront toujours à la même distance l'une de l'autre et ne se croiseront jamais. Autrement dit, si deux insectes marchent en lignes droites en partant perpendiculairement à une ligne droite, ils marcheront côte à côte en restant toujours à la même distance l'un de l'autre.

Ça, c'est ce qui se produit dans un univers plat.

Dans un univers plat (courbure nulle), les droites parallèles restent toujours à la même distance l'une de l'autre et ne se croisent pas.

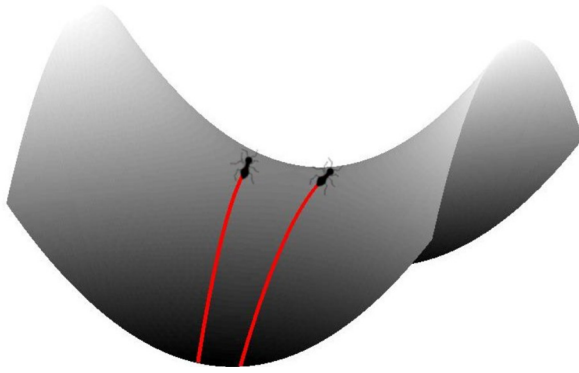
C'est ce que nous avons appris en géométrie, mais c'est vrai uniquement pour un univers plat. Dans un monde où l'espace est courbé, le résultat est différent.

L'univers en deux dimensions à courbure positif est une sphère. Regardons ce qui arrive dans ce cas si nos deux insectes partent perpendiculairement à une droite dans ce monde. Les insectes pourraient partir, par exemple d'une ligne identique à l'équateur à la surface de la Terre. En partant à 90° de cette ligne, les deux insectes se dirigent directement vers le pôle. Dans ce cas, les deux insectes s'approchent l'un de l'autre pendant leur déplacement pour finalement se rencontrer au pôle. On arrive donc à la conclusion suivante.



astronomy.nmsu.edu/geas/lectures/lecture28/slide03.html

Dans un univers à courbure positive, les droites parallèles s'approchent l'une de l'autre et finissent par se croiser.



astronomy.nmsu.edu/geas/lectures/lecture28/slide03.html

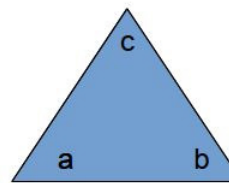
L'univers à deux dimensions à courbure négative ressemble à une selle de cheval ou à une croustille *Pringle*. Regardons ce qui arrive dans ce cas si nos deux insectes partent perpendiculairement à une droite dans ce monde. Dans ce cas, la forme de la surface amène les deux insectes à s'éloigner l'un de l'autre pendant qu'elles marchent sur la surface en partant à 90° d'une ligne droite.

Dans un univers à courbure négative, les droites parallèles s'éloignent l'une de l'autre.

L'habitant du monde à deux dimensions, qui ne peut pas percevoir directement la courbure de son monde, peut donc faire l'expérience suivante pour déterminer la courbure de son univers : il trace une ligne droite et trace deux autres lignes droites perpendiculaires à celle-ci. Il prolonge ces droites pour déterminer si elles s'approchent, restent à la même distance ou s'éloignent l'une de l'autre. Si elles s'approchent l'une de l'autre, il vit dans un monde à courbure positive, si elles restent à la même distance l'une de l'autre, il vit dans un monde plat et si elles s'éloignent l'une de l'autre, il vit dans un monde à courbure négative.

Les triangles

On sait tous que la somme des angles d'un triangle est de 180° .

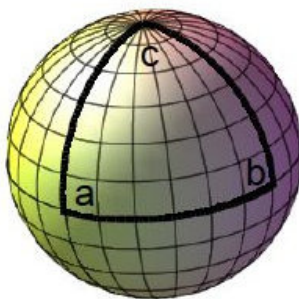


$$a + b + c = 180^\circ$$

Cependant, ce résultat n'est valide que dans un monde plat.

Dans un univers plat (courbure nulle), la somme des angles d'un triangle est de 180° .

La situation est bien différente dans un univers courbé. Regardons ce qui arrive si on trace un triangle sur une surface ayant une courbure positive.



Prenons un triangle un peu particulier. Le triangle de la figure a un côté correspondant à l'équateur de la sphère. Aux points a et b, distants d'un quart de la circonférence, deux lignes partent perpendiculairement à l'équateur pour aller se rencontrer au pôle. Puisque les lignes allant vers le pôle partent perpendiculairement à l'équateur, les angles a et b sont de 90° . Comme les points a et b sont distants d'une distance égale au quart de la circonférence, l'angle c au pôle est également égale à 90° . La somme des angles est donc de 270° . Ce n'est pas 180° .

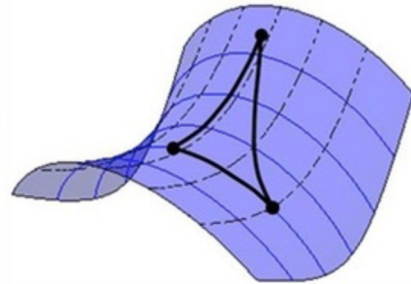
En fait, sur une surface à courbure positive, on a toujours la situation suivante :

Dans un univers à courbure positive, la somme des angles d'un triangle est supérieure à 180° .

On pourrait argumenter que cette forme n'est pas vraiment un triangle puisque les côtés sont courbés (ils suivent la courbure de la sphère). Cependant, il faut se rappeler que l'habitant d'un tel monde à deux dimensions ne perçoit pas la troisième dimension. Comme la ligne est courbée dans cette troisième dimension, l'habitant ne perçoit pas cette courbure. Pour lui, les trois côtés du triangle sont des lignes parfaitement droites. La somme des angles plus grande que 180° est l'indice lui permettant de se rendre compte qu'il vit dans un monde à courbure positive.

Dans un monde à courbure négative, c'est l'inverse qui se produit.

Dans un univers à courbure négative, la somme des angles d'un triangle est inférieure à 180° .



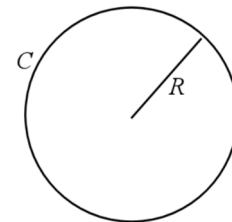
www.quora.com/Physics/What-does-it-mean-that-the-universe-does-not-have-positive-curvature-but-is-flat

Notre habitant peut donc déterminer la courbure de son univers ainsi : il trace un grand triangle dans son univers et mesure l'angle aux trois sommets, puis fait la somme de ces angles. Si la somme est de 180° , il vit dans un monde plat. Si la somme est supérieure à 180° , il vit dans un monde à courbure positive et si la somme est inférieure à 180° , il vit dans un monde à courbure négative.

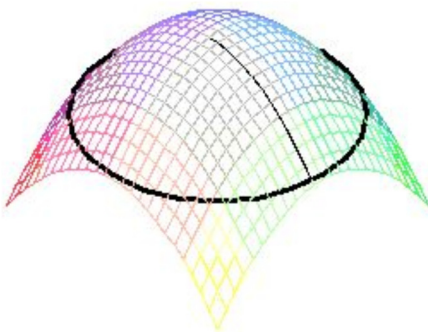
La circonférence d'un cercle

Dans un monde plat, la circonférence d'un cercle est égale à 2π fois le rayon.

$$C = 2\pi R$$



Toutefois, cela n'est vrai que pour un univers plat.

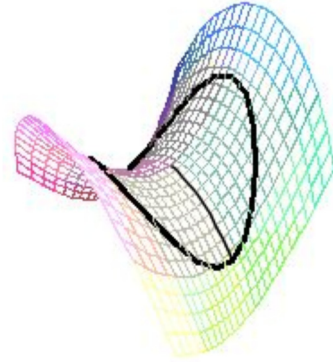


Dans un univers à courbure positive, on voit que la courbure allonge le rayon par rapport à la circonférence. Cela signifie donc que

$$C < 2\pi R$$

Dans un univers à courbure négative, on voit que la courbure allonge le rayon par rapport à l'univers plat, mais elle allonge encore plus la circonférence. Cela signifie donc que dans ce cas

$$C > 2\pi R$$



Notez encore une fois que notre habitant ne perçoit pas que la circonférence monte et descend dans l'univers à courbure négative. Ces oscillations se font dans la troisième dimension, qu'il ne perçoit pas. Pour lui, la circonférence du cercle reste toujours à la même hauteur (en fait, une hauteur nulle puisqu'il n'y a pas de hauteur dans ce monde).

Voici donc comment notre habitant de ce monde en deux dimensions pourrait déterminer la courbure de son espace. Il trace un immense cercle et mesure la circonférence et le rayon de ce cercle. Si la circonférence vaut exactement 2π fois le rayon, il vit dans un univers plat. Si la circonférence vaut moins que 2π fois le rayon, il vit dans un univers à courbure positive et si la circonférence vaut plus que 2π fois le rayon, il vit dans un univers à courbure négative.

Notre monde en trois dimensions

Pour nous, des habitants d'un monde en trois dimensions, nous ne pouvons percevoir directement la courbure de l'univers, tout comme l'habitant du monde en deux dimensions ne pouvait percevoir la courbure de son monde. Cette courbure pourrait être représentée dans une quatrième dimension que l'on ne perçoit pas, mais cela n'est pas obligatoire. D'ailleurs, on ne mentionne pas de telle 4^e dimension spatiale en relativité.

Par contre, nous pouvons faire certains tests qui vont nous permettre de déterminer la courbure de notre univers.

- On peut tracer des lignes parallèles. Si elles s'approchent l'une de l'autre, on vit dans un monde à courbure positive, si elles restent à la même distance l'une de l'autre, on vit dans un monde plat et si elles s'éloignent l'une de l'autre, on vit dans un monde à courbure négative.
- On peut tracer un grand triangle dans l'univers. Si la somme des angles du triangle est de 180° , on vit dans un monde plat. Si la somme est supérieure à 180° , on vit dans un monde à courbure positive et si la somme est inférieure à 180° , on vit dans un monde à courbure négative.
- On peut tracer un grand cercle et mesurer le rayon et la circonférence. Si la circonférence vaut exactement 2π fois le rayon, on vit dans un univers plat. Si la circonférence vaut moins que 2π fois le rayon, on vit dans un univers à courbure

positive et si la circonférence vaut plus que 2π fois le rayon, on vit dans un univers à courbure négative.

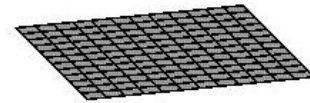
On dit que Gauss aurait tenté de faire le test du triangle en 1818. Des arpenteurs auraient été chargés de mesurer la distance exacte entre les sommets de 3 montagnes assez éloignées (la plus grande distance aurait été de 107 km). Avec ces mesures, Gauss aurait calculé que la somme des angles du triangle était de 180° et conclu qu'il vivait dans un univers plat. En fait, c'est un mythe et Gauss n'a jamais fait cela. Gauss a bien fait faire l'arpentage, mais tout ça n'avait rien à voir avec la mesure de la courbure de l'espace.

13.4 LE MODÈLE D'EINSTEIN-DE SITTER

Commençons par examiner le modèle le plus simple, c'est-à-dire un univers plat dominé par de la matière froide (donc qui ne fait pas de pression). Ce modèle fut développé en premier par Friedmann en 1922. Toutefois, il fut davantage exploré par Einstein et de Sitter en 1929. C'est pour cela qu'il est connu sous le nom de Einstein-de Sitter

La densité critique

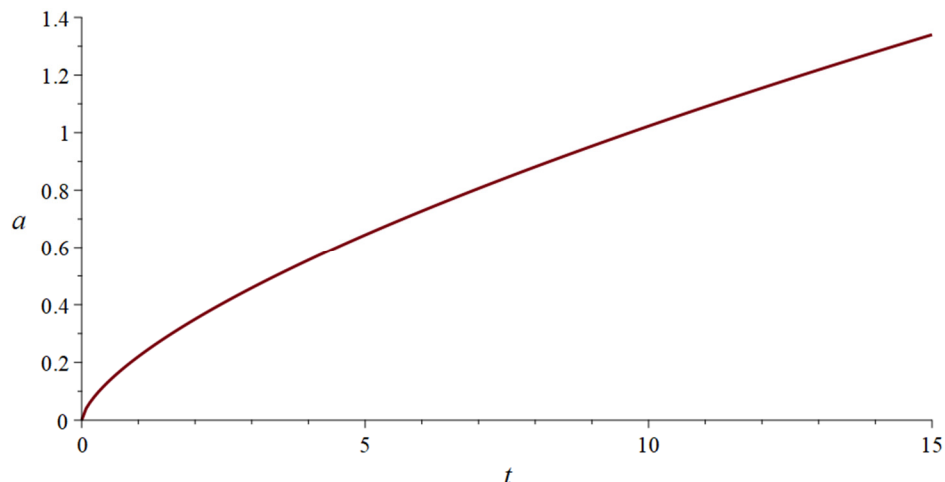
L'univers empli de matière froide a une courbure nulle uniquement si la densité moyenne de l'univers en ce moment est égale à une densité appelée la *densité critique*. Cette densité est $8,53 \times 10^{-27} \text{ kg/m}^3$. C'est une densité relativement faible qui est équivalente à un peu plus de 5 protons par mètre cube.



Courbure nulle

Le facteur d'échelle en fonction du temps

On peut ensuite trouver le facteur d'échelle en fonction du temps en faisant la solution des équations. Ce graphique montre ce qu'on obtient alors.



On voit très bien que le facteur d'échelle augmente continuellement, ce qui signifie que les galaxies vont toujours s'éloigner les unes des autres.

L'âge de l'univers

Le graphique permet de trouver l'âge de l'univers en ce moment. Puisque l'univers a maintenant un facteur d'échelle de 1, on peut lire sur le graphique que l'âge de l'univers est un peu inférieur à 10 Ga. Un calcul plus précis donne un âge de 9,67 Ga. L'univers aurait donc 9,67 milliards d'années si c'est le modèle d'Einstein-de Sitter qui le décrit correctement.

Notez qu'au départ, Hubble avait obtenu une valeur du taux d'expansion environ 7,5 fois plus grande que la véritable valeur parce qu'il avait confondu deux types d'étoiles variables. Avec une telle valeur, l'âge de l'univers est de seulement 1,3 milliard d'années. Il semblait y avoir un formidable désaccord avec l'âge de la Terre qui est de 4,5 milliards d'années (quoiqu'à cette époque, on l'estimait plutôt aux environs de 2 milliards d'années). Comme la Terre ne pouvait pas être plus vieille que l'univers, c'était un peu gênant.

L'erreur, qui venait d'erreurs de mesure de distance des galaxies, n'est corrigée qu'en 1952 par Walter Baade. Avec la nouvelle calibration des distances, Allan Sandage obtient, en 1958, une valeur du taux d'expansion de Hubble en accord avec la valeur actuelle (mais avec beaucoup d'incertitude). Avec cette valeur, on obtient un âge de l'univers se situant entre 6,5 et 13 milliards d'années (avec le modèle d'Einstein-de Sitter). On obtenait alors un âge de l'univers beaucoup plus plausible.

Cependant, le problème persistait. À la fin des années 1990, on obtenait un âge de l'univers d'environ 10 milliards d'années avec le modèle d'Einstein-de Sitter alors que les plus vieilles étoiles de l'univers semblaient avoir près de 12 milliards d'années. Toutefois, on ne s'en faisait pas tant que ça. La valeur du taux d'expansion de Hubble était encore plutôt imprécise et les modèles donnant l'évolution des étoiles, qui permettaient de déterminer l'âge des étoiles, n'étaient peut-être pas parfaits.

13.5 LES MODÈLES DE FRIEDMANN

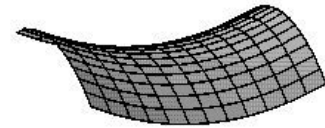
L'univers est décrit par le modèle d'Einstein-de Sitter uniquement si la densité de l'univers est exactement égale à la densité critique. Si la densité est différente (et qu'il ne contient rien d'autre que de la matière froide), il est décrit par un des deux modèles de Friedmann.

Pour indiquer la densité, on donne souvent le rapport entre la densité et la densité critique. Ce rapport est noté par le symbole Ω_m . Par exemple, si $\Omega_m = 2$, alors la densité de l'univers est égale à 2 fois la densité critique.

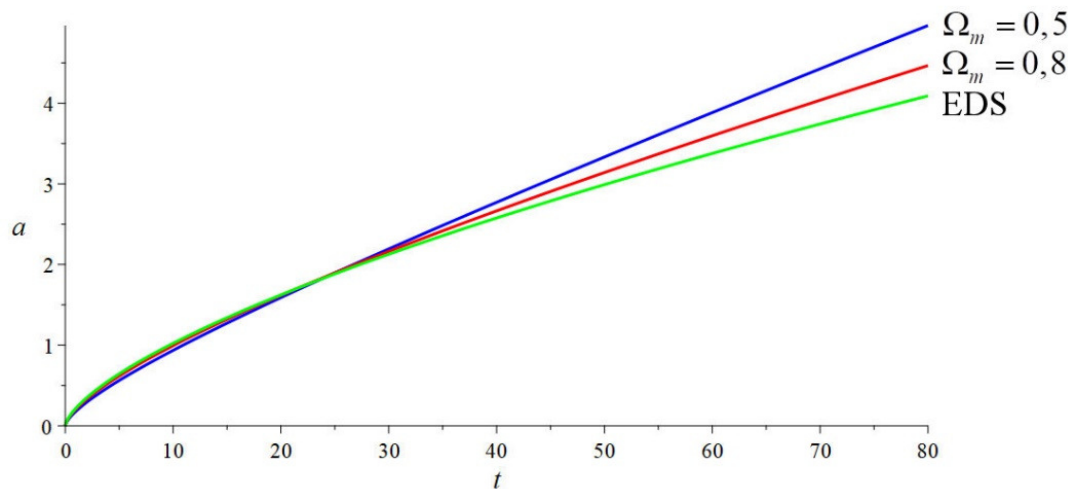
La densité est plus petite que la densité critique

Quand la densité est plus petite que la densité critique, on a un univers possédant une courbure négative.

Dans ce cas, l'univers grandit constamment, mais le graphique de a est un peu différent par rapport au graphique de a pour le modèle d'Einstein - de Sitter. Par exemple, voici le graphique du facteur d'échelle en fonction du temps pour le modèle de Friedmann avec $\Omega_m = 0,8$ et $\Omega_m = 0,5$.



Courbure négative



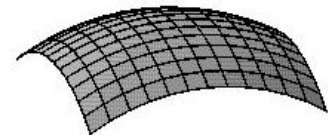
Dans ces modèles, l'univers prend continuellement de l'expansion comme dans le modèle d'Einstein-de Sitter, mais avec un rythme différent. Dans les modèles de Friedmann avec une densité inférieure à la densité critique, la courbe de a en fonction du temps devient pratiquement une droite pour des valeurs de t élevée.

Si la densité était de 0,8 fois la densité critique, l'univers aurait un âge de 10,10 milliards d'années, alors que son âge serait de 10,93 milliards d'années si la densité était la moitié de la densité critique.

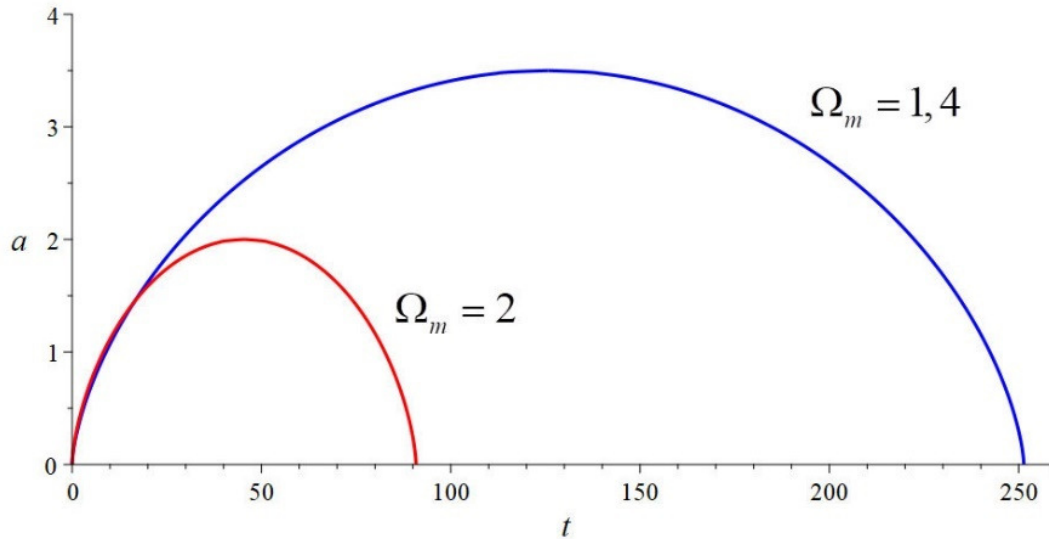
La densité est plus grande que la densité critique

Quand la densité est plus grande que la densité critique, on a un univers possédant une courbure positive.

Dans ce cas, le graphique du facteur d'échelle a est bien différent de ce qu'on avait avec le modèle d'Einstein-de-Sitter. Par exemple, voici le graphique du facteur d'échelle en fonction du temps pour le modèle de Friedmann avec $\Omega_m = 1,4$ et $\Omega_m = 2$.



Courbure positive



Si la densité est 1,4 fois plus grande que la densité critique, l'univers prend de l'expansion jusqu'à atteindre un facteur d'échelle de 3,5 quand l'âge de l'univers est de 125,5 milliards d'années. Puis le facteur d'échelle se met à diminuer et les galaxies commencent à se rapprocher les unes des autres. L'univers disparaît après une vie de 251 milliards d'années quand le facteur d'échelle redevient nul. Avec une telle densité, l'univers aurait un âge de 8,96 milliards d'années.

Si la densité est 2 fois plus grande que la densité critique, l'univers prend de l'expansion jusqu'à atteindre un facteur d'échelle de 2 quand l'âge de l'univers est de 45,35 milliards d'années. Puis le facteur d'échelle se met à diminuer et les galaxies commencent à se rapprocher les unes des autres. L'univers disparaît après une vie de 90,7 milliards d'années. Avec une telle densité, l'univers aurait un âge de 8,24 milliards d'années en ce moment.

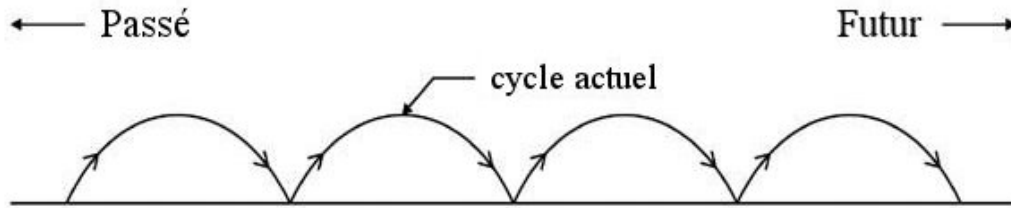
Chose certaine, on peut difficilement imaginer que notre univers puisse avoir une densité plus grande que 10 fois la densité critique. Avec une telle densité, l'âge de l'univers serait d'à peine 5 milliards d'années, ce qui ne laisserait pas assez de temps pour que le Soleil se forme et brûle de l'hydrogène pendant 4,5 milliards d'années.

Les univers qui reviennent ainsi à une valeur de $a = 0$ s'appellent des univers fermés. Ce modèle porte donc le nom de *modèle de Friedmann fermé*. La contraction de l'univers dans la deuxième moitié de sa vie amène toutes les galaxies à s'approcher les unes des autres jusqu'à ce que les distances entre les galaxies deviennent nulles. Cette mort de l'univers s'appelle le *Big Crunch*.

Les univers dans lesquels a augmente sans cesse s'appellent des univers ouverts. Le modèle de Friedmann où la densité de la matière est inférieure à la densité critique s'appelle donc le *modèle de Friedmann ouvert*.

L'univers cyclique

Un univers qui disparaît après une contraction pourrait très bien recommencer un autre cycle pour faire un autre univers. On pourrait alors obtenir une suite d'expansion et de contraction.



media.radiosai.org/journals/Vol_06/01MAR08/04-musings.htm

On obtient alors un univers cyclique, dont l'existence n'a pas de début et pas de fin. Les premiers à évoquer cette idée sont Friedmann (1922), Takeuchi (1930), Einstein (1931) et Tolman (1931).

13.6 LEQUEL DE CES MODÈLES REPRÉSENTE NOTRE UNIVERS ?

Pour déterminer lequel de ces modèles représente notre univers, on doit évidemment déterminer quelle est la densité moyenne de l'univers. Le rapport de cette densité par rapport à la densité critique nous indiquera lequel de ces trois modèles représente notre univers. Évidemment, il faudrait être pas mal chanceux pour tomber exactement sur la densité critique.

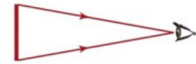
Mesure de la densité

On a vu toutes les techniques utilisées pour déterminer les masses dans l'univers. En utilisant ces données, on arrive à une densité moyenne de $1,61 m_p/m^3$, ce qui représente seulement 31,5 % de la densité critique ($\Omega_m = 0,315$) (valeur qui inclut toute la matière sombre qu'on découvre avec la gravitation). Avec une telle densité, l'univers serait décrit par le modèle de Friedmann ouvert, aurait un âge de 11,66 milliards d'années, aurait une courbure négative et grandirait sans cesse.

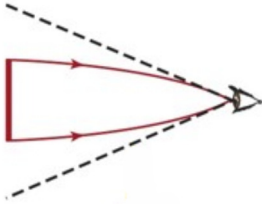
Pourtant, peu de personnes ont pensé que ce modèle était le bon. Pratiquement tous les astrophysiciens s'accordaient pour dire que le modèle d'Einstein-de Sitter devait être le bon. Pourtant, il faut être très chanceux pour que la densité de l'univers soit exactement égale à la densité critique. Pourquoi pensait-on cela alors ?

La largeur angulaire des galaxies

Dans un univers plat, les rayons lumineux voyagent en ligne droite.



Dans un univers ayant une courbure positive (donc un univers de Friedmann fermé), la lumière se déplace comme on le montre sur la figure de gauche. La largeur angulaire d'un objet lointain (comme une galaxie) semblerait alors plus grande qu'elle ne l'est en réalité, un peu comme s'il y avait une lentille convergente. Comme on ne voit pas telles galaxies qui ont une taille angulaire immense, on en conclut qu'on doit donc être assez près d'un univers plat.



Dans un univers ayant une courbure négative (donc un univers de Friedmann ouvert), la lumière se déplace comme on le montre sur la figure de droite. La largeur angulaire des objets lointains semblerait alors plus petite, un peu comme s'il y avait une lentille divergente. Comme on ne voit pas telles galaxies qui ont une taille angulaire anormalement petite, on en conclut encore une fois qu'on doit donc être assez près d'un univers plat.



medium.com/starts-with-a-bang/how-big-is-the-entire-universe-f3fdd468d3db

La densité initiale

On a dit qu'il fallait être assez chanceux pour tomber pile sur la densité critique. En fait, il faut être tout aussi chanceux pour avoir n'importe quel modèle de Friedmann ouvert ou fermé pouvant correspondre à un univers possible. Le tableau suivant montre comment évolue Ω_m entre le moment où l'univers a un facteur d'échelle de 0,001 et maintenant.

Ω_m à $a = 0,001$	Ω_m à $a = 1$
0,9	0,0089
0,9985	0,3996
0,9990	0,4997
0,9995	0,6666
1	1
1,0005	1,9990
1,0010	1001

On constate que la valeur de Ω_m diverge rapidement de 1 à mesure que l'univers prend de l'expansion. Si Ω_m est à peine plus petit que 1 à $a = 0,001$, alors Ω_m serait nettement inférieur à 1 aujourd'hui et l'univers serait pratiquement vide. Si Ω_m est à peine plus grand que 1 à $a = 0,001$, alors Ω_m serait nettement supérieur à 1 aujourd'hui (ou l'univers aurait fait un Big Crunch et n'aurait jamais atteint $a = 1$). C'est comme un crayon en équilibre sur sa pointe. Il reste en équilibre seulement s'il est parfaitement balancé. S'il y a le moindre écart au départ, le crayon tombe et s'écarte de l'équilibre. Pour l'univers, s'il y a le moindre écart avec une densité critique de 1 au départ, la valeur de la densité critique plus tard s'écarte de plus en plus de 1.

Avec un univers de Friedmann fermé qui aurait maintenant une valeur de $\Omega_m = 2$, on doit avoir $\Omega_m = 1,0005$ quand le facteur d'échelle était de 0,001. Comme on a dit que Ω_m ne peut pas vraiment être supérieur à 10 en ce moment, la valeur de Ω_m pourrait avoir, au maximum, une valeur de 1,0009 quand le facteur d'échelle était de 0,001. Avec un univers de Friedmann ouvert qui aurait maintenant une valeur de $\Omega_m = 0,3$, on obtient $\Omega_m = 0,99767$ quand le facteur d'échelle était de 0,001. On voit que n'importe quelle densité plausible de Ω_m nous amène à des valeurs de Ω_m très près de 1 à $a = 0,001$. Les valeurs plausibles de Ω_m seraient encore plus près de 1 si on prenait des valeurs de a encore plus petites.

Ainsi, tous les modèles (plat, ouvert ou fermé) impliquent que l'univers avait la densité critique quand il était très jeune. Ainsi, il faut être aussi chanceux pour avoir un univers plat avec $\Omega_m = 1$ que pour avoir un univers ouvert ou fermé avec n'importe quelle valeur de Ω_m puisqu'il faut toujours avoir la densité critique au départ.

Conclusion

Ainsi, tous les univers dont la densité actuelle semble raisonnable doivent avoir une densité initiale pratiquement égale à la densité critique. On pense donc qu'il y a un mécanisme quelconque qui a amené la densité de l'univers très jeune à une valeur extrêmement près de la densité critique (mécanisme qu'on verra au chapitre suivant). La densité initiale est si près de la densité critique qu'on en est venu à croire que ce mécanisme a nécessairement amené la densité de l'univers à la densité critique et que c'est donc le modèle d'Einstein-de Sitter qui devait être le bon. Ce fut le modèle privilégié jusqu'en 2000 environ.

Il y avait cependant deux problèmes importants avec le modèle d'Einstein-de Sitter.

1) Le problème de la masse manquante.

La densité critique est de $5,10 m_p/m^3$ alors que la densité observée, incluant la matière sombre, est de $1,61 m_p/m^3$. C'est seulement 31,5 % de la critique. Il y a donc un problème de masse manquante. Près du 2/3 de la masse de l'univers nous échapperait. On se demandait donc où se cachait ce 68,5 % de la matière qu'on ne parvenait pas à détecter, même pas avec la gravitation.

2) Le problème de l'âge de l'univers.

L'âge de l'univers dans le modèle d'Einstein-de Sitter est de 9,67 milliards d'années. Or, selon les modèles d'évolution des étoiles, certains amas globulaires auraient un âge de près de 12 milliards d'années. On se demandait donc comment certaines étoiles dans l'univers pouvaient être plus vieilles que l'univers.

Ces problèmes étaient toujours très présents vers l'an 2000, quand, soudainement, tout a changé.

13.7 LA CONSTANTE COSMOLOGIQUE

L'ajout de la constante

Quand Einstein arrive aux équations de la relativité générale, il en vient à utiliser ses équations pour décrire l'ensemble de l'univers (en 1917). Comme tout le monde pense que l'univers est statique (ni en contraction ni en expansion) à cette époque, Einstein cherche à obtenir un tel univers. Cependant, il constate qu'il est impossible d'obtenir un univers statique avec les équations de la relativité générale qu'il a obtenu.

C'est alors qu'Einstein se rend compte que son équation de la gravitation n'est pas l'équation la plus générale permise par la théorie. En effet, l'équation de la relativité générale est une équation qui doit obéir à plusieurs principes de symétrie et Einstein s'aperçoit que toutes les symétries sont encore respectées s'il ajoute une constante Λ à son équation. Cette constante est appelée la *constante cosmologique*. Son effet est opposé à celui de la matière. Alors que la présence de matière cherche à accélérer la contraction de l'univers ou à ralentir son expansion (comme une force d'attraction), la constante cosmologique tend à faire accélérer l'expansion de l'univers ou à ralentir sa contraction (comme une force de répulsion).

Le modèle d'Einstein

Voyons comment la constante cosmologique permet d'obtenir un univers statique. Comme la matière cherche à faire contracter l'univers alors que la constante cosmologique cherche à faire grandir l'univers, on peut avoir un équilibre entre les deux et obtenir un taux d'expansion nulle si on choisit bien la valeur de la constante Λ .

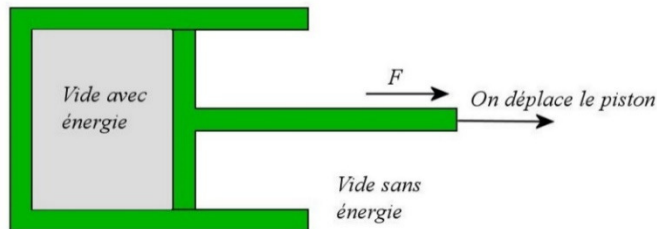
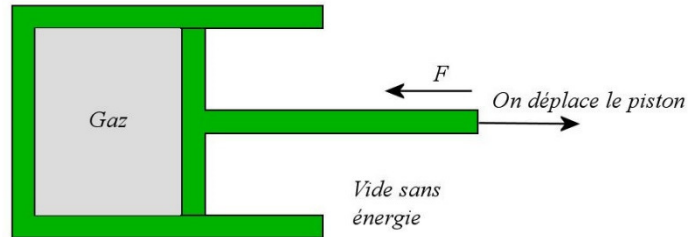
Par contre, le modèle statique d'Einstein est instable. La moindre petite perturbation vient briser le fragile équilibre entre contraction et expansion. Par exemple, si, pour une raison quelconque, l'univers d'Einstein prend un peu d'expansion, alors la densité de matière diminue pendant que Λ reste constante. Ainsi, l'expansion provoquée par Λ devient plus grande que la contraction provoquée par la matière et l'univers commence à prendre plus d'expansion, ce qui amplifie encore plus la domination de Λ et qui accélère encore plus l'expansion.

La constante cosmologique fait prendre de l'expansion à l'univers

La constante Λ fait en sorte que le vide agit exactement comme s'il avait une certaine densité d'énergie qui reste constante malgré l'expansion de l'univers. On parle donc souvent d'*énergie du vide*. (En anglais, on parle de *dark energy*, à ne pas confondre avec la *dark matter*, qui est la matière sombre.)

Mais pourquoi cette énergie du vide fait-elle grandir l'univers ? C'est que cette énergie du vide fait aussi une pression négative. Pour comprendre comment une pression négative est possible, imaginons qu'on a un piston. Pour commencer, imaginons qu'il y a du gaz dans un réservoir et du vide à l'extérieur. On déplace alors le piston pour augmenter le volume du réservoir.

Dans ce cas, le gaz pousse sur la paroi du piston et il faudrait forcer vers la gauche pour retenir le piston, même si on le déplace le piston vers la droite.



Imaginons maintenant qu'à l'intérieur du réservoir on a du vide contenant de l'énergie et qu'à l'extérieur du piston, on a du vide ne contenant pas d'énergie. On augmente ensuite le volume de la région contenant de l'énergie en déplaçant le piston.

www.astro.ucla.edu/~wright/cosmo_constant.html

Puisqu'on augmente la quantité d'énergie présente, il faut faire un travail positif, ce qui signifie qu'il faut tirer sur le piston pour le déplacer. C'est exactement le contraire de ce qu'il faut faire avec le gaz.

Comme le gaz a nécessairement une pression positive et que la force qu'on doit appliquer avec le vide est dans le sens contraire de celle qu'on doit appliquer avec le gaz, le vide contenant de l'énergie fait une pression négative.

Ce signe négatif est important parce que la pression a, tout comme la densité d'énergie, un rôle à jouer en relativité générale pour déterminer l'effet sur le taux d'expansion de l'univers. La matière, qui a une densité d'énergie positive et une pression positive, cherche à faire contracter l'univers (ce qui veut dire qu'elle s'oppose à l'expansion de l'univers). Pour le vide, la densité d'énergie positive cherche aussi à contracter l'univers, mais la pression négative fait le contraire : elle cherche à faire prendre de l'expansion à l'univers. Dans le cas du vide, l'effet de la pression négative est plus grand que celui de la densité d'énergie positive, ce qui fait que la constante cosmologique a pour effet d'introduire un vide qui cherche à faire prendre de l'expansion à l'espace. Alors que la matière cherche à contracter l'univers, l'énergie du vide cherche à dilater l'univers.

Interprétation de Λ

On a interprété Λ comme une énergie du vide ici, mais sachez que ce n'est pas la seule interprétation possible.

On peut simplement considérer que Λ est une constante de la nature et qu'elle ne nécessite pas d'explication, tout comme on ne cherche pas à expliquer la valeur de la constante de gravitation G . Si c'est le cas, la valeur de Λ serait définitivement une constante et ne pourrait pas changer en fonction du temps.

On peut aussi considérer que Λ vient de l'énergie du vide, comme on l'a fait précédemment. En physique des particules, il y a effectivement une énergie du vide qui vient de l'énergie minimum de tous les champs présents dans l'univers. Cette énergie minimum n'est pas nulle et on obtient même une densité d'énergie infinie quand on fait le calcul ! Les physiciens ont donc inventé une façon d'obtenir une densité d'énergie nulle avec la *supersymétrie* qui prévoit l'existence d'une particule supersymétrique pour chaque type de particule qui existe. Par exemple, il devrait y avoir une particule supersymétrique associée à l'électron qui s'appellerait le *sélectron* (on ajoute un s devant le nom de la particule). En brisant un peu cette supersymétrie, on pourrait obtenir une valeur d'énergie du vide raisonnable. Le problème, c'est que, pour l'instant, aucune particule supersymétrique n'a été observée. On peut aussi montrer qu'un certain type de particules, appelées les *particules scalaires*, peut imiter parfaitement l'énergie du vide. Il suffirait qu'il y ait un peu de ces particules dans l'univers pour faire le même effet que l'énergie du vide. Comme on n'a pas découvert de particules de ce genre (à part le boson de Higgs), cette idée reste hypothétique. Autrement dit, on n'a pour l'instant aucune idée de l'origine de cette énergie du vide, si c'est bien l'énergie du vide qui est à l'origine de Λ . Notez qu'en attribuant l'origine de Λ à l'énergie du vide, on peut faire des théories dans lesquelles la valeur de Λ peut changer en fonction du temps.

L'effet de Λ pourrait aussi s'expliquer avec une version modifiée de la gravitation. Plusieurs physiciens tentent donc de modifier la relativité générale pour obtenir le même effet, mais sans qu'il y ait de constante cosmologique. Pour l'instant, on a de la difficulté à formuler une telle théorie de la gravitation qui donne des résultats en accord avec ce qui se passe dans le Système solaire.

Vie et mort de Λ

Au début des années 20, tout va bien. L'ajout de la constante cosmologique permettait d'obtenir un univers statique tel que tous l'imaginaient à cette époque.

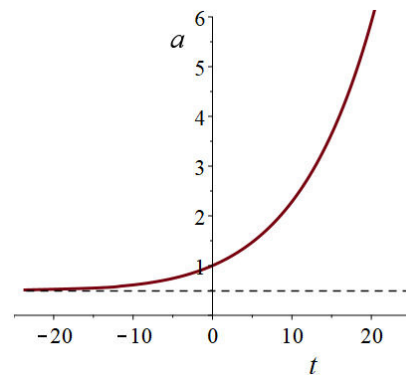
Puis, on voit apparaître les 3 modèles présentés précédemment (Einstein-de Sitter, Friedmann ouvert et Friedmann fermé), trouvés en 1922 par Friedmann et, indépendamment, en 1927 par George Lemaître. Ces modèles décrivent des univers en expansion ou en contraction, mais personne à l'époque ne pense que ces solutions décrivent véritablement notre univers. En 1927, Einstein, qui connaît les travaux de Friedmann et de Lemaître, trouve toujours « abominable » (selon les souvenirs de Lemaître) l'idée d'un univers en expansion.

Quand, au début des années 30, plusieurs arrivent à la conclusion que la découverte du lien entre le décalage des raies et la distance des galaxies par Hubble montre que l'univers est en expansion, tous les modèles prévoyant une expansion deviennent plausibles.

Comme la constante cosmologique avait spécifiquement été ajoutée pour obtenir un univers statique, plusieurs considèrent que cette constante devient complètement inutile. Einstein n'a jamais vraiment aimé la constante cosmologique. Il a dû l'ajouter à sa théorie pour obtenir un univers statique, mais il a toujours pensé que cette solution n'était pas très élégante. Il est bien content de se débarrasser de cette affreuse constante. (On donne souvent une citation d'Einstein disant que l'ajout de la constante cosmologique a été la plus grande erreur de sa vie. Il est fort probable qu'Einstein n'a jamais dit ça et que c'est George Gamow qui a inventé cette histoire.)

Ce dégoût de la constante cosmologique par Einstein et par plusieurs physiciens fait en sorte que beaucoup s'intéressent alors aux modèles où il n'y a pas de constante cosmologique. C'est ainsi qu'Einstein et de Sitter développent, à partir de 1931, le modèle de Friedmann ayant la densité critique, qui commence alors à porter le nom de modèle d'Einstein-de Sitter.

D'autres, au contraire, gardent la constante cosmologique et explorent des solutions des équations de la relativité contenant cette constante (l'univers statique n'est pas la seule solution possible avec une constante cosmologique). Parmi ces solutions, notons tout spécialement le modèle de Lemaître-Eddington. Dans ce modèle, l'univers est initialement un univers d'Einstein dans lequel il manque un peu de matière. Cet univers n'est donc pas en équilibre et prend lentement de l'expansion au départ. Plus la matière se dilue avec l'expansion, plus l'effet de l'énergie du vide domine et plus l'expansion s'accélère. Par exemple, voici le graphique du facteur d'échelle d'un univers de Lemaître ayant un facteur d'échelle initiale de 0,5. Dans ce graphique, on est présentement à $t = 0$ et on voit que $a = 1$ à ce moment. Dans ce modèle, il y a de l'expansion, mais pas de moment où $a = 0$. On voit que a tend plutôt vers $a = 0,5$ quand t tend vers $-\infty$. C'est donc un univers qui a un âge infini.



Lemaître avait proposé ce modèle dès 1927. Toutefois, il avait publié les résultats dans un obscur journal belge et il n'a pratiquement rien fait pour faire connaître ce modèle. Quand la cosmologie prend soudainement son envol en 1930, le modèle est proposé à nouveau par Eddington et devient le modèle d'Eddington-Lemaître. Reste que dans l'article de 1927, Lemaître a été le premier à suggérer que notre univers pourrait être en expansion (Friedmann n'a jamais proposé que les solutions qu'il avait obtenues puisse véritablement décrire notre univers).

Toutefois, il y a de moins en moins de cosmologistes qui pensent qu'il y a une constante cosmologique. Le modèle d'Einstein-de Sitter semble assez bien décrire notre univers sans

avoir à ajouter cette affreuse constante. Après 1940, il n'y a presque plus aucun cosmologiste qui utilise les équations qui contiennent la constante cosmologique.

Il semblerait que l'ajout de la constante cosmologique a été inutile. Mais l'avenir réservait une surprise.

13.8 LE MODÈLE ACTUEL (Λ_{cdm})

À la fin des années 1990, l'amélioration des instruments et les mesures faites par de nouveaux satellites font en sorte que la valeur mesurée de plusieurs paramètres devient de plus en plus précise. Il devient alors évident qu'il y a plusieurs éléments du modèle qui sont incompatibles avec d'autres éléments (comme l'âge des plus vieilles étoiles qui est plus grande que l'âge de l'univers par exemple). Plusieurs cosmologistes montrent alors (il y a eu environ une dizaine d'articles scientifiques entre 1985 et 1995) que les observations pourraient s'accorder si on ajoutait une constante cosmologique avec une valeur de $\Omega_v \approx 0,7$ (comme avec la matière, on peut donner la valeur de la constante cosmologique en donnant la valeur de Ω_v , qui est le rapport entre la densité d'énergie du vide et la densité critique. Par exemple, un Ω_v de 0,7 signifie que la densité d'énergie du vide correspond à 70 % de la densité critique).

La confirmation de l'existence de cette énergie du vide est arrivée en 1998 quand la mesure de la brillance et du décalage spectral des supernovas très éloignées donnaient des valeurs en désaccord avec le modèle d'Einstein-de Sitter. Les résultats étaient toutefois en accord avec ce que prévoit le modèle dans lequel la constante cosmologique n'est pas nulle.

La densité d'énergie

Il fallait donc ramener la fameuse constante cosmologique. Selon les observations actuelles, on règle tous les problèmes qu'on avait avec le modèle d'Einstein-de Sitter en prenant un modèle ayant les caractéristiques suivantes.

- 1) La densité totale de l'univers est égale à la densité critique (les observations donnent une valeur de $\Omega_{tot} = 1,0007 \pm 0,0019$). Cela signifie donc que l'univers a une courbure nulle.
- 2) La densité d'énergie de la matière représente $31,5 \pm 0,7$ % de la densité totale ($\Omega_m = 0,315$)
- 3) La densité d'énergie du vide représente $68,5 \pm 0,7$ % de la densité totale ($\Omega_v = 0,685$).

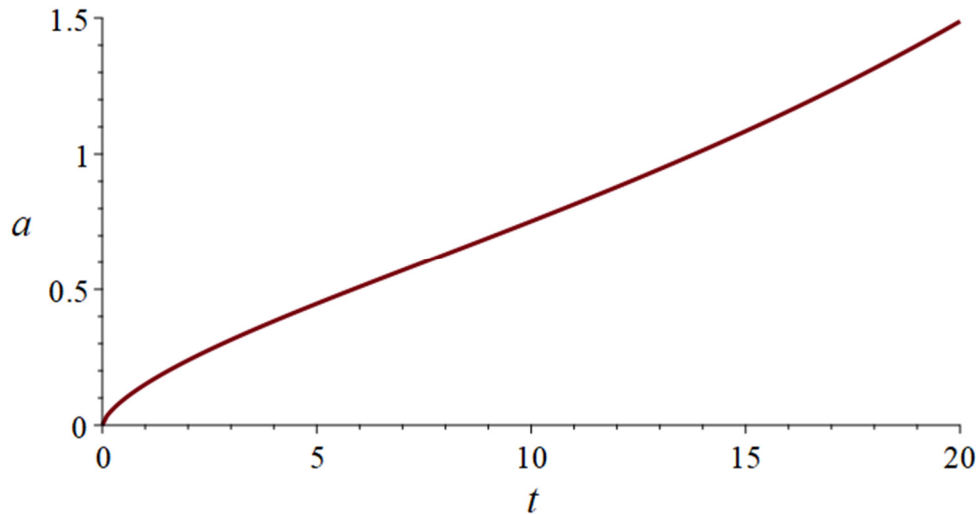
La densité d'énergie du vide est donc près de 3 fois plus grande que la densité d'énergie de la matière. Cette densité d'énergie du vide reste quand même assez faible puisqu'elle correspond à une densité de matière de seulement $5,83 \times 10^{-27}$ kg/m³. C'est très peu quand

on la compare à la densité de la matière sur Terre. Si on fait une sphère allant jusqu'à l'orbite de Neptune, l'énergie du vide dans ce volume correspond à l'énergie de masse d'un objet de 2×10^{12} kg, ce qui correspond à la masse d'une montagne. On en conclut que la constante cosmologique n'a pas beaucoup d'effet sur la gravitation dans le Système solaire. Mais dans tout l'univers, ça commence à représenter beaucoup d'énergie et l'effet est important pour l'évolution de l'univers.

Une bonne partie du 31,5 % de matière est composée de matière sombre froide (ce qui signifie que sa pression est faible). C'est pour cela que ce modèle s'appelle le modèle Λ_{cdm} (Λ pour la constante cosmologique et *cdm* pour *cold dark matter*).

Évolution du facteur d'échelle et l'âge de l'univers

Voici un graphique montrant la valeur du facteur d'échelle de l'univers en fonction du temps selon le modèle Λ_{cdm} .



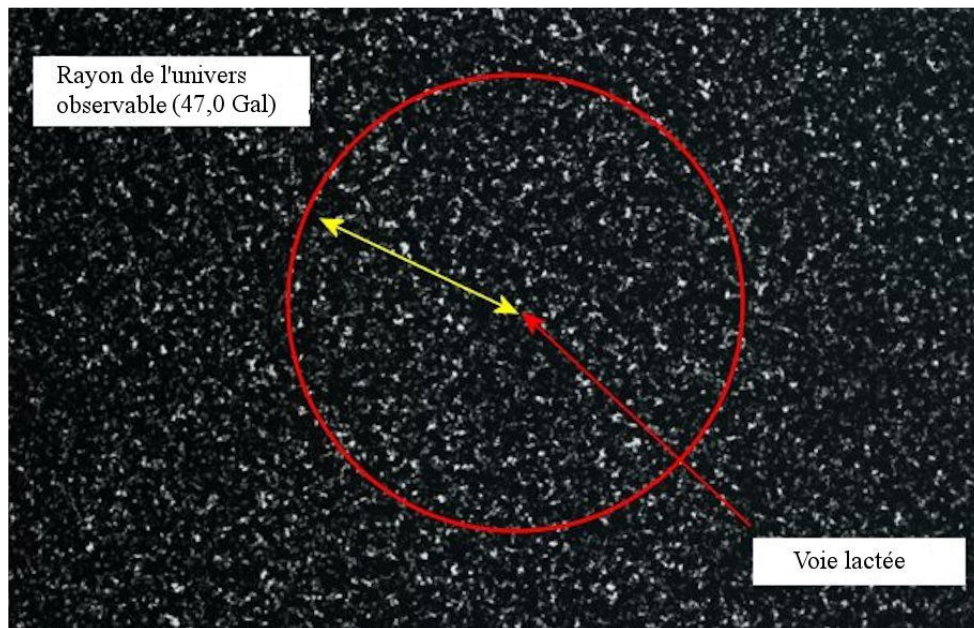
Au départ, la densité de matière est plus grande que la densité du vide, et on remarque que la pente du graphique diminue. La matière, qui domine, provoque alors un ralentissement de l'expansion. Toutefois, à mesure que l'univers grandit, la densité de matière diminue (la même matière est répartie dans un univers de plus en plus grand) alors que la densité du vide reste la même. Il arrivera donc un moment où la densité du vide deviendra plus grande que la densité de matière (cela s'est produit quand l'univers avait un peu moins de 8 milliards d'années). À partir de ce moment, l'énergie du vide domine et cause une augmentation du taux d'expansion de l'univers. La pente de la courbe augmente de plus en plus à partir de ce moment.

Le graphique montre également qu'il faut 13,80 milliards d'années pour arriver à $a = 1$ (qui est la valeur de a en ce moment). C'est donc l'âge de l'univers selon le modèle actuel.

La limite de l'univers observable

Avec la relativité, on peut calculer le temps qu'il faut pour que la lumière passe d'une source éloignée jusqu'à la Terre. Toutefois, comme l'univers à un âge de 13,8 Ga, il y a une limite à la distance des sources qu'on peut voir. Si une galaxie est trop éloignée de nous, il se pourrait que le temps nécessaire pour que la lumière passe de la galaxie à nous soit plus grand que 13,8 Ga. Donc, même si la lumière était partie de cette galaxie dès la naissance de l'univers (en supposant que la galaxie existait déjà à ce moment), elle n'aurait pas le temps d'arriver jusqu'à nous. On ne peut donc pas voir toutes les galaxies de l'univers. On peut voir uniquement celles qui ne sont pas trop loin de nous. L'univers observable est donc limité.

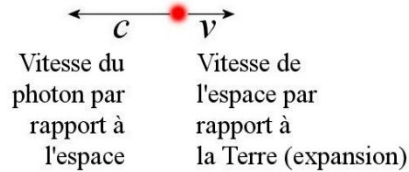
Les calculs montrent que cette limite est située à 47 Gal. En théorie, on peut voir tous les objets se situant à moins de 47 Gal de la Terre. Cette bulle représente notre univers observable.



On peut se demander pourquoi cette limite est si loin si l'âge de l'univers est de 13,8 Ga. En effet, comment la lumière pourrait-elle parcourir 47 Gal en 13,8 Ga si la lumière parcourt, par définition, 1 Gal en 1 Ga ? Pour expliquer cette différence, il faut se rappeler que l'univers est en expansion. Cela signifie qu'une galaxie qui est à 30 Gal aujourd'hui, par exemple, était beaucoup plus près de nous quand la lumière est partie vers la Terre. La lumière avait donc à parcourir une distance beaucoup plus petite que 30 Gal. On peut calculer que la lumière qu'on reçoit de cette galaxie à 30 Gal voyage depuis 13,2 milliards d'années. Or, il y a 13,2 milliards d'années, le facteur d'échelle était de 0,108, ce qui signifie que la distance de la galaxie était d'environ 3,24 Gal au moment où la lumière a commencé son voyage vers la Terre. La lumière a donc été émise à 3,24 Gal de nous.

Mais alors, on a le problème inverse. Si la lumière a été émise à 3,24 Gal de nous, pourquoi prend-elle 13,2 milliards d'années pour arriver jusqu'à nous et non pas 3,24 milliards

d'années ? C'est que la lumière est entraînée par l'expansion de l'univers. Pendant qu'elle se dirige vers nous à la vitesse de la lumière, elle est entraînée par l'expansion de l'espace qui cherche à éloigner la lumière de la Terre.



Source



C'est un peu comme si la lumière était un poisson nageant vers la Terre et que l'expansion faisait un courant qui s'oppose au mouvement du poisson. Ainsi, la vitesse nette de la lumière vers la Terre s'en trouve diminuer et il faut beaucoup plus de temps pour la lumière arrive sur Terre par rapport au temps qu'il aurait fallu s'il n'y avait pas d'expansion.

En fait, il se pourrait même que la lumière s'éloigne de la Terre. C'est comme si le courant qui s'oppose au mouvement du poisson avait une vitesse plus grande que le poisson. Ce dernier a beau nager vers la Terre, il s'éloigne quand même de la Terre, car il y a trop de courant. C'était assez commun d'avoir cette situation au début de la vie de l'univers, car l'expansion était très rapide à ce moment.

C'est donc l'expansion qui fait diminuer la vitesse nette de la lumière vers la Terre et qui fait en sorte qu'il a fallu 13,2 milliards d'années pour que lumière parcourt les 3,24 Gal entre la source et la Terre.

L'univers observable dans le futur

La taille de l'univers observable grandit sans cesse. Plus le temps passe, plus la lumière peut parcourir une grande distance et plus on peut voir loin dans l'univers. La limite de l'univers observable s'éloigne donc de la Terre.

Mais pendant que la taille de l'univers visible augmente sans cesse, les galaxies s'éloignent de nous. Ainsi, si une galaxie s'éloigne de nous plus vite que la limite de l'univers observable s'éloigne de la Terre, elle n'entrera jamais dans l'univers observable. C'est ce qui se produit pour certaines galaxies avec le modèle Λ_{cdm} . On peut calculer qu'on ne pourra jamais voir une galaxie qui est en ce moment à une distance supérieure à 63,7 milliards d'années-lumière. En fait, on ne verra jamais ce qui se passe dans tout l'univers situé actuellement à plus de 63,7 milliards d'années-lumière.

Dans le modèle Λ_{cdm} , l'expansion fait en sorte que l'espace s'éloignera de nous toujours plus vite que la lumière pour une distance supérieure à 17,53 Gal. Les galaxies vont donc s'éloigner de nous et aller traverser cette frontière et disparaître de l'univers observable. Une fois qu'elles auront traversé cette limite, on ne pourra plus jamais les voir, car l'expansion va éloigner la lumière de la Terre à une vitesse plus grande que la vitesse avec

laquelle elle se dirige vers nous. Tranquillement, les galaxies vont donc toutes disparaître de l'univers observable de sorte qu'il n'y aura plus d'autres galaxies visibles dans l'univers dans environ 100 milliards d'années, à l'exception de notre galaxie, qui sera le résultat de la fusion de la Voie lactée et de la galaxie d'Andromède.

Que voit-on exactement quand la galaxie traverse cette frontière ? Est-ce qu'elle disparaît subitement du ciel ? Non, voici plutôt ce qu'on va voir.

- 1) On va voir une galaxie pour laquelle le temps semble ralentir. En réalité, le temps s'écoule normalement dans cette galaxie, mais comme il faut de plus en plus de temps pour que l'image de la galaxie nous arrive, cela va donner l'impression que le temps s'écoule au ralenti dans la galaxie. Le temps va donc sembler ralentir jusqu'à se figer sur l'image de la galaxie au moment où elle traverse la limite de l'univers observable.
- 2) La luminosité de la galaxie diminuera à mesure que la galaxie va s'approcher de la limite de l'univers observable. Il y a bien sûr une diminution d'intensité parce que la galaxie est de plus en plus loin, mais il y en a une aussi parce que le temps semblera ralentir. Comme la lumière prend de plus en plus de temps pour arriver jusqu'à nous, le temps entre l'arrivée des photons augmente continuellement, ce qui veut dire que le nombre de photons reçu par seconde diminue sans cesse. Si on reçoit moins de photons par seconde, cela veut dire que la luminosité de la galaxie baisse. Elle baissera jusqu'à devenir nulle pour l'image de la galaxie qui traverse la limite de l'univers observable.
- 3) Le décalage des raies va fortement augmenter quand la galaxie va s'approcher de la limite. Puisque les photons prennent de plus en plus de temps à nous arriver, l'augmentation de la longueur d'onde par l'expansion de l'univers sera de plus en plus importante. Le décalage augmentera sans cesse ce qui fera passer le maximum d'émission de la lumière du visible, à l'infrarouge, aux microondes puis aux ondes radio. Quand la galaxie arrive à la limite de l'univers observable, le décalage devient infini et la lumière a une longueur d'onde infinie.

Curieusement, cela ressemble à ce qu'on observe quand de la matière traverse l'horizon d'un trou noir...

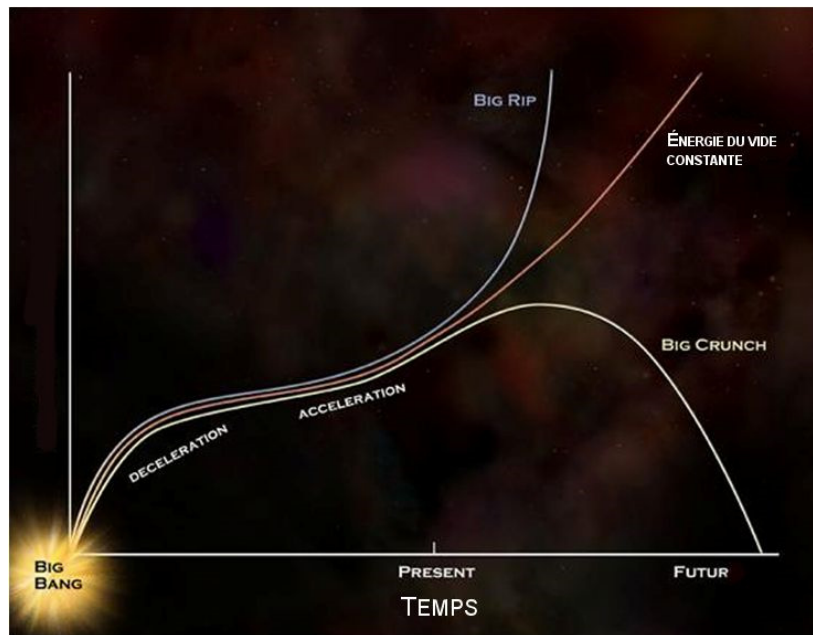
Et si la constante cosmologique n'était pas constante ?

Si on considère Λ comme une simple constante de la nature, elle aura toujours la même valeur. Cela signifie que l'univers prendra toujours de l'expansion et grandira sans cesse, comme on l'a vu sur le graphique du taux d'expansion en fonction du temps pour le modèle Λ_{cdm} . Au bout d'un temps assez long, on se retrouve avec un univers observable presque vide, avec seulement notre galaxie au centre. On appelle ce résultat le *Big Chill*.

Toutefois, si on suppose qu'une nouvelle particule imite l'effet de la constante cosmologique, alors l'effet de la particule pourrait changer en fonction du temps et de l'espace, ce qui signifie qu'on pourrait avoir un Λ variable. Voici quelques scénarios possibles si on peut avoir un tel Λ variable.

Si la constante diminue et devient même négative, l'expansion de l'univers va diminuer et pourrait même s'inverser pour devenir une contraction de l'univers qui se terminera quand le facteur d'échelle redeviendra nul et que la distance entre toutes les galaxies devient nulle. On a alors le Big Crunch, un destin déjà envisagé dans l'univers de Friedmann fermé.

Si la constante augmente, l'expansion se fera encore plus rapidement. Si elle augmente assez vite, on pourrait arriver à une situation où l'espace grandit tellement vite que la force de gravitation et les forces électromagnétiques ne pourraient plus garder ensemble les atomes formant les objets. Tous les objets de l'univers seraient déchirés par l'expansion de l'univers et même les électrons des atomes pourraient être arrachés par cette expansion trop rapide. C'est ce qu'on appelle le *Big Rip*.



www.speed-light.info/expanding_universe.htm

13.9 LA TAILLE DE L'UNIVERS

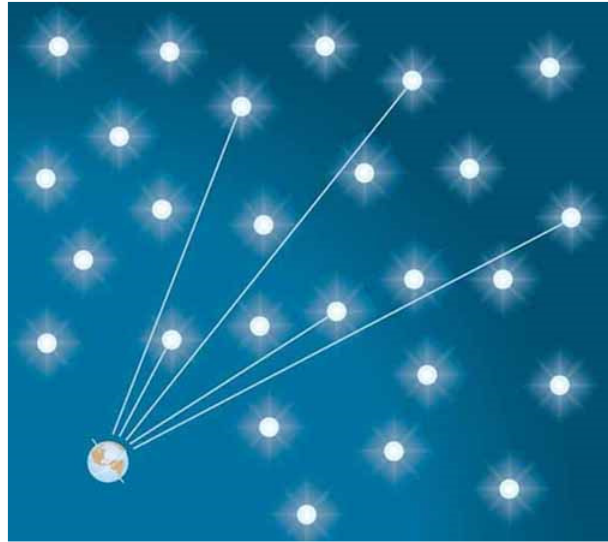
Que peut-on savoir sur la taille de tout l'univers, à part qu'il est certainement plus grand que l'univers observable ? Cette question est très ancienne. Déjà au 14^e siècle, Nicolas de Cues affirme que l'univers doit être infini puisque la puissance de Dieu est infinie. Quand on commence à imaginer au 16^e siècle que les étoiles sont comme des soleils très loin de la Terre, certains proposent à leur tour que l'univers est infini.

Voyons ce qu'on peut savoir à propos de la taille de l'univers.

Le paradoxe d'Olbers

On tombe assez vite sur un paradoxe si on pense que l'univers est infini. (Ce paradoxe est aujourd'hui appelé le paradoxe d'Olbers, du nom d'un astronome vivant au 19^e siècle. Le paradoxe était toutefois connu depuis la fin du 16^e siècle puisque Kepler en parla à cette époque.) Si l'univers était infini, le ciel nocturne ne devrait pas être noir, il devrait avoir une luminosité par unité de surface aussi grande que la surface du Soleil vue de la Terre.

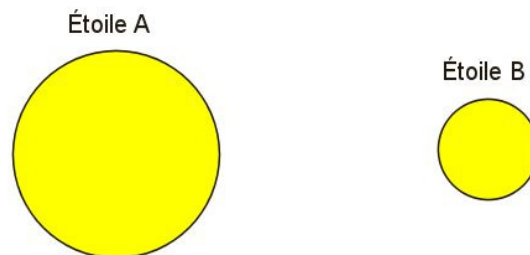
Il en est ainsi parce que dans un univers infini, on doit voir une étoile, peu importe dans quelle direction on regarde. Il est inévitable qu'il y ait une étoile dans une certaine direction si l'univers est infini. Dans l'image de droite, on montre qu'en regardant dans une certaine direction (on en montre trois ici), notre regard tombe sur une étoile. Sur cette image, on peut facilement tracer une ligne partant de la Terre qui n'arrive pas sur une étoile, mais il faut imaginer que cette image est infinie et parsemée d'étoiles. Il sera alors impossible de tracer une ligne qui partira de la Terre et qui n'arrivera jamais sur une étoile.



www.crystalinks.com/olber's_paradox.html

C'est une situation similaire à ce qui se passe si vous êtes dans une forêt. Si la forêt est petite, vous pouvez voir à l'extérieur de la forêt parce que vous pouvez voir entre les arbres. Mais si la forêt est très grande, vous ne pouvez pas voir à l'extérieur parce que votre regard arrive inévitablement sur un arbre, peu importe la direction de votre regard.

On pourrait penser que les étoiles très éloignées seront beaucoup moins lumineuses vu de la Terre. C'est vrai, mais l'intensité de lumière par unité de surface angulaire est similaire à celle du Soleil. L'étoile plus loin est moins brillante, mais sa surface apparente vue de la Terre est aussi plus petite. Prenons l'exemple montré sur la figure. Il s'agit de 2 étoiles identiques, mais l'étoile B est 2 fois plus loin de la Terre. L'étoile B est alors 4 fois moins brillante (puisque la brillance diminue avec le carré de la distance), mais la surface apparente (l'aire en jaune sur la figure) est aussi 4 fois plus petite. Ainsi, quand on calcule la brillance par unité de surface apparente, on obtient toujours le même résultat, peu importe la distance de l'étoile.



Cette brillance par unité de surface devrait en fait être assez similaire pour toutes les étoiles, incluant le Soleil, ce qui signifie que le ciel nocturne devrait avoir la même luminosité par unité de surface angulaire que la surface du Soleil vue de la Terre. De toute évidence, ce n'est pas ce qu'on voit. Le ciel nocturne est très noir. C'est le paradoxe d'Olbers : pourquoi le ciel est-il noir alors qu'il devrait être aussi lumineux par unité de surface que la surface du Soleil si l'univers est infini ?

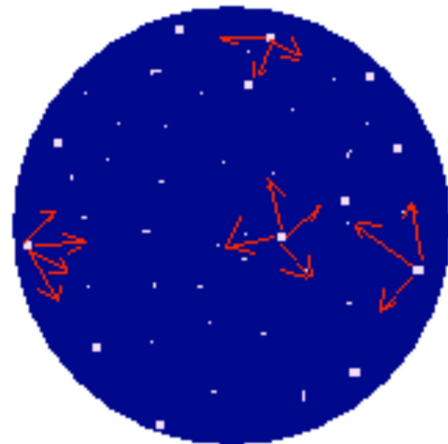
Il y a quelques solutions possibles à ce paradoxe.

- 1) La solution évidente est que l'univers n'est pas infini. Si notre regard n'arrive pas toujours sur une étoile, c'est que l'univers est limité. C'est exactement la conclusion qu'on tire si on voit à l'extérieur d'une forêt : la forêt n'est pas très grande. Si on voit entre les étoiles, c'est que l'univers n'est pas infini.
- 2) La poussière interstellaire diminue l'intensité par unité de surface pour les étoiles très éloignées et c'est pour ça que le ciel n'a pas toute la même intensité par unité de surface. Ça semble être une bonne solution, mais elle n'est pas bonne. La poussière qui absorbe l'énergie de la lumière doit, par la conservation de l'énergie, la réémettre un jour ou l'autre. À l'équilibre, la poussière doit émettre autant de rayonnement qu'elle en reçoit et l'intensité par unité de surface reste donc la même.
- 3) L'âge de l'univers est limité. Notre regard arrive effectivement toujours sur une étoile, peu importe la direction qu'on regarde, mais la lumière des étoiles très éloignées n'a pas encore eu le temps d'arriver jusqu'à nous et on ne les voit pas. Puisqu'on reçoit uniquement la lumière des étoiles qui sont seulement à moins d'une certaine distance, la situation est identique à celle qu'on a avec un univers limité. C'est une solution qui fut proposée, entre autres, par Edgar Allan Poe et Lord Kelvin.

Ainsi, si le ciel est noir, c'est donc que l'univers n'est pas infini, ou que son âge n'est pas infini.

La gravitation de Newton

Newton s'est également prononcé sur la question de la taille de l'univers. Newton ne croyait pas que l'univers pouvait être fini parce que si c'était le cas, il s'effondrerait sur lui-même par la force de gravitation. On comprend pourquoi si on examine les forces de gravitation qui s'exercent sur les objets dans un univers fini. Près des bords, il n'y a des forces que d'un seul côté de l'objet et la résultante est une force dirigée vers le centre de l'univers.



www.uni.edu/morgans/astro/course/Notes/section3/new14.html

Plus près du centre, il y a des forces d'attraction dans toutes les directions et la force résultante vers le centre est plus petite. Cette force résultante est nulle uniquement au centre de l'univers, où l'objet est attiré également dans toutes les directions. Ainsi, tous les objets seraient attirés vers le centre et cet univers s'effondrerait sur lui-même.

Un univers infini peut être à l'équilibre selon la gravitation de Newton. Dans un tel univers, tous les corps sont attirés également dans toutes les directions, comme l'objet situé au centre de l'univers fini, et la force résultante est toujours nulle. L'univers, selon Newton, est un univers statique et infini. Comme il est statique, il a un âge infini.

Cependant, Newton n'a pas envisagé que les galaxies puissent être en train de s'éloigner les unes des autres. Dans ce cas, l'univers pourrait être limité et la force nette sur les galaxies situées sur les bords de l'univers fera diminuer la vitesse d'éloignement des galaxies. Dans ce cas, l'univers pourrait ne pas être infini.

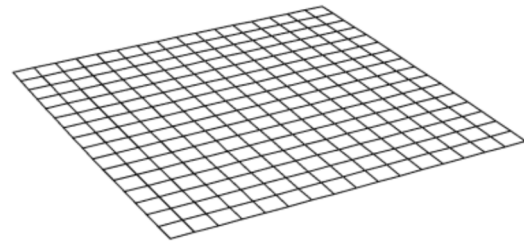
On semblait donc dans une impasse. Le paradoxe d'Olbers indiquait que l'univers n'était pas infini ou que son âge était limité et Newton affirmait que l'univers était infini et que son âge était aussi infini.

La relativité générale

La découverte de l'expansion de l'univers a tout changé. Elle détruit les arguments de Newton et résout le paradoxe d'Olbers (puisque presque tous les modèles obtenus avec la relativité montrés ici donnent un âge limité à l'univers). Puisque c'est l'âge de l'univers qui donne la solution du paradoxe d'Olbers et que les arguments de Newton ne sont plus valides, on ne sait toujours pas si l'univers est infini ou non.

On pourrait penser que la relativité générale va donner une réponse à cela. On utilise souvent la courbure pour montrer que la taille de l'univers doit être infinie pour un univers plat. Toutefois, on va voir que cette explication est fautive.

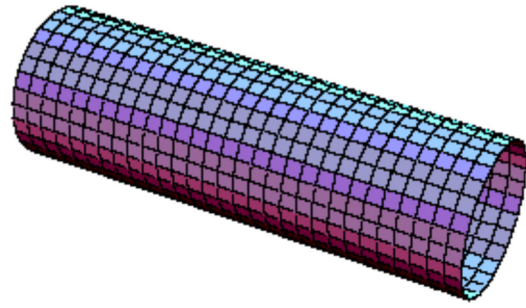
Pour illustrer la situation, on va reprendre notre monde en deux dimensions. Dans ce monde, l'univers est une feuille. La figure de droite montre ce monde si la courbure est nulle.



arachnoid.com/gravity/

La conclusion semble inévitable : dans un univers plat infini, il faut imaginer que cette feuille s'étend à l'infini dans toutes les directions, ce qui signifie que l'univers est infini. On ne voit pas comment on pourrait limiter la taille de l'univers avec un univers sans courbure.

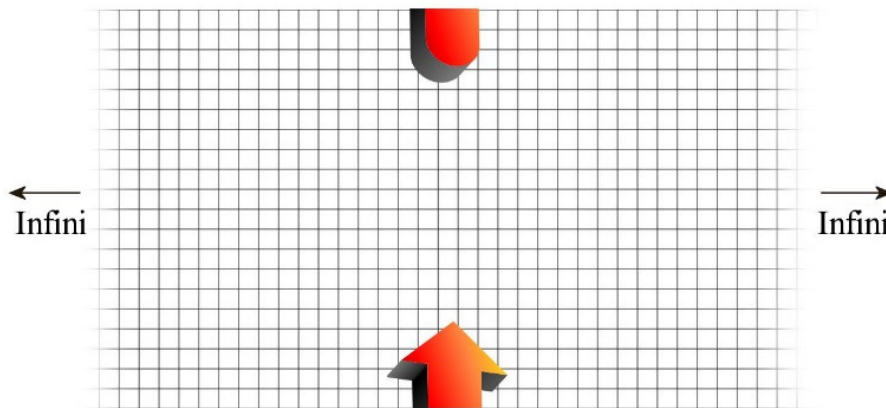
Toutefois, c'est possible de limiter la taille de l'univers en gardant une courbure nulle. Il suffit de former un cylindre avec la feuille. Cette surface vous semble peut-être courbée, mais mathématiquement, sa courbure est nulle. Les lignes parallèles ne se touchent pas, la somme des angles est 180° et la circonférence d'un cercle sur cette surface est π fois plus grande que le diamètre du cercle. La courbure change quand il faut étirer ou contracter une ou plusieurs parties de la surface. Pour plier ainsi la feuille plane pour faire un cylindre, il n'y a pas eu d'étirement ni de contraction nulle part sur cette surface.



www.maths.manchester.ac.uk/~kd/geomview/geometry.html

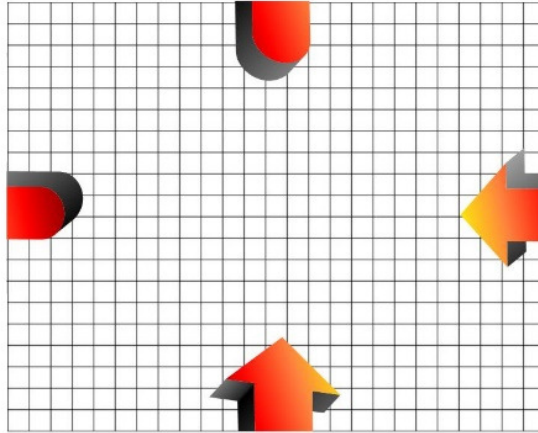
L'univers plat en deux dimensions pourrait donc avoir cette structure en forme de cylindre infini. Cela voudrait dire qu'il est infini dans une direction (qu'on va appeler x), mais limité dans une autre direction (qu'on va appeler y).

Voyons ce qui se passe dans un tel univers. Cet univers est équivalent à la situation suivante.



Cette image montre que l'univers est infini en x , mais limité en y . Dans cet univers, on revient au bas de la grille quand on sort en haut, comme le fait la flèche. Il en est ainsi parce qu'on revient à notre point de départ quand on fait le tour du cylindre. En se déplaçant dans cette direction des y , un habitant de cet univers reviendrait donc sans cesse au point de départ chaque fois qu'il fait le tour du cylindre.

En fait, on peut avoir une telle situation en x aussi. C'est impossible à représenter avec la feuille plane qu'on roule. Il faudrait alors connecter les deux bouts du cylindre pour former un genre de beigne, mais pour faire cela, il faut étirer une partie de la surface, signe qu'on change la courbure. Toutefois, on peut montrer mathématiquement qu'on peut connecter les 2 côtés de la feuille tout en gardant une courbure nulle. On a alors cet univers plat en deux dimensions.



Dans ce monde, on revient aussi continuellement à la même place quand on se déplace en x ou en y . La flèche nous montre qu'en sortant à gauche on revient à droite. La distance à parcourir pour revenir au même point en x n'est pas nécessairement la même que celle à parcourir en y .

Il y a d'ailleurs quelques jeux vidéos qui sont ainsi, quand on sort de l'écran en haut, on revient en bas et quand on sort à droite, on revient à gauche. Le célèbre Pac Man vivait dans un tel monde.

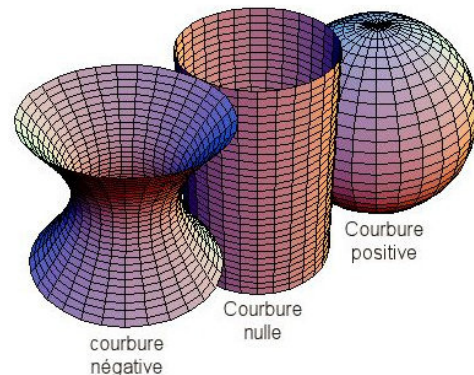
<http://www.youtube.com/watch?v=cVH1mCc5EvU>

Le petit vaisseau et les astéroïdes du jeu *asteroid* vivaient aussi dans un tel monde.

<http://www.youtube.com/watch?v=WYSupJ5r2zo>

Nous avons maintenant un univers plat à deux dimensions et qui n'est pas infini. Ce monde n'est pas infini, mais n'a pas de bord. On ne peut pas arriver au bout de l'univers.

On peut faire ce genre de connexion d'un côté à l'autre de l'univers, et ce même si la courbure de l'univers est négative, nulle ou positive, comme le montre cette figure.



www.storyofmathematics.com/19th_gauss.html

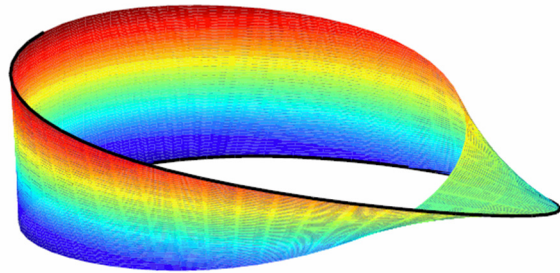
La situation est similaire en trois dimensions. Chacune des 3 dimensions peut être infinie ou se refermer sur elle-même. Si elle est infinie, on ne revient jamais au même point en se déplaçant dans cette direction. Si elle se referme, on revient continuellement au point de départ en se déplaçant dans cette direction. On pourrait donc quitter la Terre, aller toujours en ligne droite et revenir à la Terre. Avec un télescope assez puissant, on pourrait voir la Terre en regardant dans cette direction, à condition qu'elle se trouve dans l'univers observable bien sûr. Pour l'instant, aucun indice ne laisse croire que la distance à parcourir avant de revenir à la Terre est plus petite que la taille de l'univers observable. Si c'était le cas, on pourrait observer le même objet en regardant dans des directions diamétralement opposées.

La courbure de l'univers ne donne donc aucune information sur la taille de l'univers. Peu importe la courbure de l'univers, on peut replier l'espace sur lui-même ce qui nous fait revenir à notre point de départ si on se déplace toujours dans la même direction. Un univers plat n'est pas nécessairement infini.

Pour l'instant, on n'a aucune idée si l'univers se referme ainsi sur lui-même ou s'il est infini, la question reste ouverte.

Une autre possibilité selon la relativité générale

Il existe une autre façon de connecter les deux côtés de l'univers à deux dimensions. On inverse la feuille avant de la connecter à l'autre côté de la feuille. On obtient alors le résultat montré à droite.



www.mathworks.com/help/curvefit/multivariate-tensor-product-splines.html

On crée alors un univers possédant une torsion. Dans cet univers, on revient également à notre point de départ quand on se déplace en ligne droite dans la direction où on a fait la connexion, mais quand on revient à notre point de départ, on est maintenant inversé par rapport à ce qu'on était quand on a commencé notre voyage. Un astronaute allant en ligne droite dans un univers connecté avec une telle torsion reviendrait sur Terre, mais il serait alors à l'envers par rapport à ce qu'il était lors de son départ. Son cœur serait à droite, son foie à gauche. Remarquez que lui se trouverait normal et il penserait que ce sont tous les habitants de la Terre qui sont inversés...

Si ça semble bizarre, rassurez-vous puisque rien n'indique pour l'instant qu'il y ait de telles torsions dans notre univers.