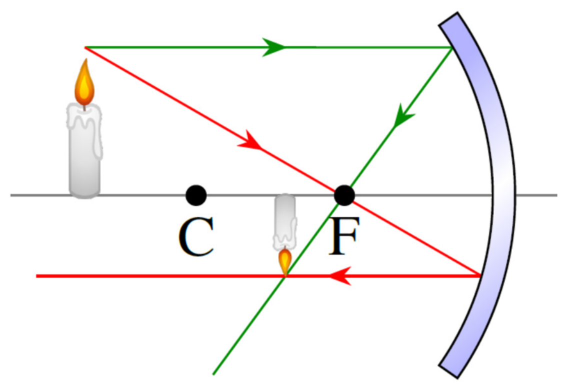
Solutionnaire du chapitre 5

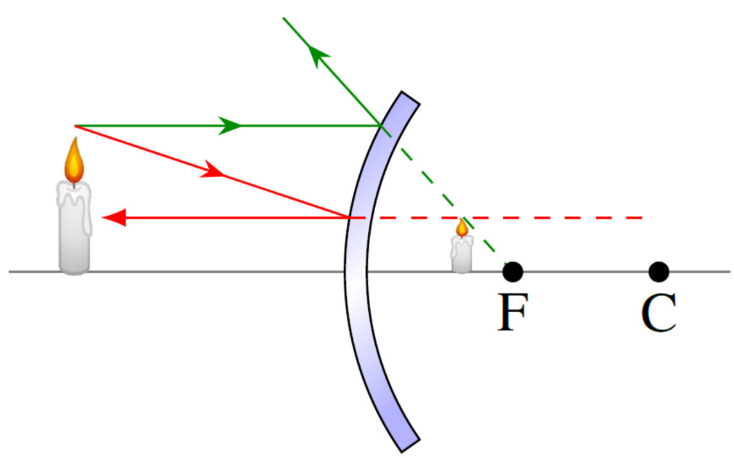
1. L'objet est à la même distance derrière le miroir, donc à 120 cm derrière le miroir. L'image a la même hauteur que l'objet et elle a donc une hauteur de 20 cm.

2. L'image de la chandelle est à 1 m derrière le miroir. Elle est donc à 4 m d'Anna.

3.



4.



5. a) La position se trouve avec

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

mais il nous manque la distance focale.

La distance focale du miroir est

$$f=\frac{R}{2}=20cm$$

La position de l'image est donc

$$\begin{gathered}\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}\\ \frac{1}{10cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{20cm}\\ q=-20cm\end{gathered}$$

L'image est donc à 20 cm derrière le miroir.

b) La position de l'image est

$$\begin{gathered}\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}\\ \frac{1}{50cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{20cm}\\ q=33,3cm\end{gathered}$$

L'image est donc à 33,3 cm devant le miroir.

6. a) La position se trouve avec

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

mais il nous manque la distance focale.

La distance focale du miroir est

$$f = \frac{R}{2} = \frac{-40cm}{2} = -20cm$$

La position de l'image est donc

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{10cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{-20cm}$$
$$q = -6,67cm$$

L'image est donc à 6,67 cm derrière le miroir.

b) La position de l'image est

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{50cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{-20cm}$$
$$q = -14,29cm$$

L'image est donc à 14,29 cm derrière le miroir.

7. La position se trouve avec

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

mais il nous manque la distance focale.

La distance focale du miroir est

$$f = \frac{R}{2} = \frac{28cm}{2} = 14cm$$

La position de l'image est donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{16cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{14cm}$$
$$q=112cm$$

L'image est donc à 112 cm devant le miroir.

Le grandissement est

$$\begin{aligned} m&=-\frac{q}{p} \\ &=-\frac{112cm}{16cm} \\ &=-7 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$m=\frac{y_i}{y_o}$$
$$-7=\frac{y_i}{3cm}$$
$$y_i=-21cm$$

L'image est donc inversée et a une hauteur de 21 cm.

8. On trouve la distance focale du miroir avec

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

On a *p* mais on n'a pas *q*.

On peut trouver *q* avec la formule du grandissement.

$$\frac{y_i}{y_o} = -\frac{q}{p}$$
$$-0,3 = -\frac{q}{p}$$
$$q = 0,3p$$
$$q = 0,3 \cdot 30cm$$
$$q = 9cm$$

On a donc

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{30cm} + \frac{1}{9cm} = \frac{1}{f}$$
$$f = 6,923cm$$

Comme la valeur est positive, il s'agit d'un miroir concave. Son rayon de courbure est

$$f = \frac{R}{2}$$
$$6,923cm = \frac{R}{2}$$
$$R = 13,85cm$$

9. On trouve la position de l'image avec

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

On a p mais on n'a pas f.

On peut trouver f puisqu'on sait que l'image est à q = 20 cm quand p = 60 cm. La distance focale du miroir est donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{60cm}+\frac{1}{20cm}=\frac{1}{f}$$
$$f=15cm$$

Maintenant, si l'objet est à 10 cm, on trouve la position de l'image est

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{10cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{15cm}$$
$$q=-30cm$$

L'image est donc à 30 cm derrière le miroir.

10. a) On trouve p avec

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

Mais on n'a ni f, ni q.

La distance focale est

$$\begin{aligned} f &= \frac{R}{2} \\ &= \frac{-40cm}{2} \\ &= -20cm \end{aligned}$$

On ne peut pas trouver q, mais on peut trouver le lien entre p et q avec la formule du grandissement.

$$\frac{y_i}{y_o}=-\frac{q}{p}$$
$$0,25=-\frac{q}{p}$$
$$q=-0,25p$$

On a alors 2 équations et 2 inconnues.

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{-20cm} \qquad \text{et} \qquad q=-0,25p$$

La solution de ces équations est

$$\begin{aligned}
\frac{1}{p}+\frac{1}{q}&=\frac{1}{-20cm}\\
\frac{1}{p}+\frac{1}{-0,25p}&=\frac{1}{-20cm}\\
\frac{1}{p}\cdot\left(1+\frac{1}{-0,25}\right)&=\frac{1}{-20cm}\\
\frac{1}{p}\cdot(-3)&=\frac{1}{-20cm}\\
p&=60cm
\end{aligned}$$

b) La position de l'image est donc

$$\begin{aligned}
q&=-0,25p\\
&=-0,25\cdot 60cm\\
&=-15cm
\end{aligned}$$

L'image est donc à 15 cm derrière le miroir.

11. On trouve la distance focale du miroir avec

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

On a $p = x$ et $q = x + 1$ m. L'équation des miroirs donne alors

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1m}=\frac{1}{1,2m}$$

Cette équation donne

$$\frac{x+1m}{x(x+1m)}+\frac{x}{x(x+1m)}=\frac{1}{1,2m}$$
$$\frac{2x+1m}{x(x+1m)}=\frac{1}{1,2m}$$
$$1,2m\cdot(2x+1m)=x(x+1m)$$
$$2,4m\cdot x+1,2m^2=x^2+1m\cdot x$$
$$x^2-1,4m\cdot x-1,2m^2=0$$

La solution de cette équation est

$$\begin{aligned}x&=\frac{1,4m\pm\sqrt{(1,4m)^2+4\cdot 1,2m^2}}{2}\\&=\frac{1,4m\pm 2,6m}{2}\end{aligned}$$

La seule réponse positive est x = 2 m.

12. On trouve la position de l'image avec

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$\frac{1,33}{10cm}+\frac{1}{q}=\frac{1-1,33}{-20cm}$$
$$q=-8,58cm$$

L'image du poisson est donc à 8,58 cm derrière la paroi de l'aquarium.

13. On trouve la position de l'image avec

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$\frac{1,33}{10cm}+\frac{1}{q}=\frac{1-1,33}{40cm}$$
$$q=-7,08cm$$

L'image du poisson est donc à 7,08 cm derrière la paroi de l'aquarium.

14. a) On trouve la position de l'image avec

$$\begin{aligned}\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}&=\frac{n_2-n_1}{R}\\ \frac{1,5}{25cm}+\frac{1}{q}&=\frac{1-1,5}{-40cm}\\ q&=-21,05cm\end{aligned}$$

L'image de la tache rouge est donc à 21,05 cm sous le dessus du dôme de verre. La distance entre l'image et l'observateur est donc de 45 cm + 21,05 cm = 66,05 cm.

b) Le grandissement est

$$\begin{aligned}m&=-\frac{n_1q}{n_2p}\\ &=-\frac{1,5\cdot(-21,05cm)}{1\cdot 25cm}\\ &=1,263\end{aligned}$$

Le rayon de l'image est donc 1,263 fois plus grand que celui de l'objet. Il vaut donc

$$\begin{aligned}r&=1,263\cdot 2cm\\ &=2,53cm\end{aligned}$$

15. Il y a deux surfaces.

Première surface (surface courbe)

La position de l'image se trouve avec

$$\begin{aligned}\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}&=\frac{n_2-n_1}{R}\\ \frac{1}{5cm}+\frac{1,5}{q}&=\frac{1,5-1}{4cm}\\ q&=-20cm\end{aligned}$$

Le grandissement est

$$\begin{aligned} m &= -\frac{n_1 q}{n_2 p} \\ &= -\frac{1 \cdot (-20cm)}{1,5 \cdot 5cm} \\ &= 2,667 \end{aligned}$$

<u>Deuxième surface (surface plane)</u>

On se sert de l'image de la première surface comme objet pour la deuxième surface. Comme l'image est à 20 cm à gauche de la surface courbe, elle est à 36 cm de la surface plane. On a donc p = 36 cm. La position de l'image finale est donc

$$\begin{aligned} \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\ \frac{1,5}{36cm} + \frac{1}{q} &= \frac{1-1,5}{\infty} \\ q &= -24cm \end{aligned}$$

L'image est donc à 24 cm à gauche de la surface plane. Pour l'observateur, l'image est donc à 24 cm derrière la surface plane.

Le grandissement sur cette surface plane est

$$\begin{aligned} m &= -\frac{n_1 q}{n_2 p} \\ &= -\frac{1,5 \cdot (-24cm)}{1 \cdot 36cm} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Le grandissement total est donc

$$m_{tot} = m_1 \cdot m_2 = 2,667 \cdot 1 = 2,667$$

L'image finale est donc 2,667 fois plus grande que l'objet. Son diamètre est donc

$$y_i = 2,667 \cdot 1 \text{ cm} = 2,667 \text{ cm}$$

16. Il y a deux surfaces.

<u>Première surface (interface eau-verre)</u>

La position de l'image se trouve avec

$$\begin{aligned}\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}&=\frac{n_2-n_1}{R}\\ \frac{1,33}{4m}+\frac{1,5}{q}&=\frac{1,5-1,33}{\infty}\\ q&=-4,511m\end{aligned}$$

<u>Deuxième surface (interface verre-air)</u>

On se sert de l'image de la première surface comme objet pour la deuxième surface. Comme l'image est à 4,511 m sous l'interface verre-eau, elle est à 7,511 m de l'interface verre-air. On a donc p = 7,511 m. La position de l'image finale est donc

$$\begin{aligned}\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}&=\frac{n_2-n_1}{R}\\ \frac{1,5}{7,511m}+\frac{1}{q}&=\frac{1-1,5}{\infty}\\ q&=-5,01m\end{aligned}$$

L'image est donc à 5,01 m sous l'interface verre-air. Pour l'observateur, l'image est donc à 5,01 m sous le dessus de la surface de verre.

17. a) On a

$$\begin{aligned}\frac{1}{p}+\frac{1}{q}&=\frac{1}{f}\\ \frac{1}{4m}+\frac{1}{q}&=\frac{1}{0,5m}\\ q&=57,1cm\end{aligned}$$

b) Le grandissement est

$$\begin{aligned}m&=\frac{-q}{p}\\ &=-\frac{0,571m}{4m}\\ &=-0,143\end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned} y_i &= m \cdot y_0 \\ &= -0,143 \cdot 1cm \\ &= -0,143cm \end{aligned}$$

Il s'agit donc d'une image inversée de 0,143 cm de haut.

18. a) On a

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_i}{y_o} \\ &= \frac{-0,5cm}{1cm} \\ &= -0,5 \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} m &= \frac{-q}{p} \\ -0,5 &= -\frac{q}{2m} \\ q &= 1m \end{aligned}$$

b) La distance focale est

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{2m} + \frac{1}{1m} &= \frac{1}{f} \\ f &= 66,6cm \end{aligned}$$

19. a)

Notons premièrement qu'on ne sait pas si l'image est virtuelle ou réelle. Il faudra essayer les deux possibilités. Puisque le grandissement est de +4, on a (avec une image réelle)

$$m = \frac{-q}{p}$$
$$4 = -\frac{20cm}{p}$$
$$p = -5cm$$

Cette réponse n'est pas possible puisque *p* ne peut pas être négatif dans cette situation. Avec une image virtuelle, on a

$$m = \frac{-q}{p}$$
$$4 = -\frac{-20cm}{p}$$
$$p = 5cm$$

Ce qui est une réponse acceptable. L'objet est donc à 5 cm de la lentille.

b) La distance focale est

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{5cm} + \frac{1}{-20cm} = \frac{1}{f}$$
$$f = 6,66cm$$

20. a) Avec un grandissement de -3, on a

$$m = \frac{-q}{p}$$
$$-3 = -\frac{q}{p}$$
$$q = 3p$$

On a donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{3p}=\frac{1}{25cm}$$
$$\frac{1}{p}\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{25cm}$$
$$p=33,3cm$$

b) Avec un grandissement de +3, on a

$$m=\frac{-q}{p}$$
$$3=-\frac{q}{p}$$
$$q=-3p$$

On a donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{-3p}=\frac{1}{25cm}$$
$$\frac{1}{p}\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{25cm}$$
$$p=16,7cm$$

21. a) Avec un grandissement de -0,4, on a

$$m=\frac{-q}{p}$$
$$-0,4=-\frac{q}{p}$$
$$q=0,4p$$

On a donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{0,4p}=\frac{1}{-25cm}$$
$$\frac{1}{p}\cdot\left(1+\frac{1}{0,4}\right)=\frac{1}{-25cm}$$
$$p=-87,5cm$$

C'est donc impossible.

b) Avec un grandissement de +0,4, on a

$$m=\frac{-q}{p}$$
$$0,4=-\frac{q}{p}$$
$$q=-0,4p$$

On a donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{-0,4p}=\frac{1}{-25cm}$$
$$\frac{1}{p}\cdot\left(1-\frac{1}{0,4}\right)=\frac{1}{-25cm}$$
$$p=37,5cm$$

22. On trouve la distance focale avec

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

Toutefois, on ne connait pas p et q.

On peut trouver p et q avec 2 équations.

On sait premièrement que

$$-2 = -\frac{q}{p}$$
$$2p = q$$

et on sait aussi que

$$p + q = 36cm$$

On a donc 2 équations et deux inconnues. La solution est

$$p + 2p = 36cm$$
$$3p = 36cm$$
$$p = 12cm$$

$$2p = q$$
$$2 \cdot 12cm = q$$
$$24cm = q$$

La distance focale est donc

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{12cm} + \frac{1}{24cm} = \frac{1}{f}$$
$$f = 8cm$$

23. L'équation des lentilles minces donne

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2m - x} = \frac{1}{0,4m}$$

La solution de cette équation est

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{2m-x}=\frac{1}{0,4m}$$
$$\frac{2m-x}{x(2m-x)}+\frac{x}{x(2m-x)}=\frac{1}{0,4m}$$
$$\frac{2m-x+x}{x(2m-x)}=\frac{1}{0,4m}$$
$$\frac{2m}{x(2m-x)}=\frac{1}{0,4m}$$
$$2m\cdot 0,4m=x(2m-x)$$
$$0,8m^2=2m\cdot x-x^2$$
$$x^2-2m\cdot x+0,8m^2=0$$

Les solutions de cette équation quadratique sont x = 1,4472 m et x = 0,5528 m.

24. On va traiter une lentille à la fois.

Première lentille

Position de l'image

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{10cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{12cm}$$
$$q=-60cm$$

Grandissement

$$\begin{aligned}m&=-\frac{q}{p}\\&=-\frac{-60cm}{10cm}\\&=6\end{aligned}$$

Deuxième lentille

On utilise l'image de la première lentille comme objet pour la deuxième lentille. Avec une image à 60 cm à gauche de la première lentille, la distance entre cette image et la deuxième lentille est de 90 cm. On a donc p = 90 cm.

Position de l'image

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{90cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{20cm}$$
$$q=25,7cm$$

L'image finale est donc à 25,7 cm à droite de la lentille de droite.

Grandissement

$$\begin{aligned}m&=-\frac{q}{p}\\&=-\frac{25,7cm}{90cm}\\&=-0,286\end{aligned}$$

Le grandissement total est donc

$$\begin{aligned}m_{tot}&=m_1\cdot m_2\\&=6\cdot(-0,286)\\&=-1,714\end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned}y_i&=my_0\\&=(-1,714)\cdot 1cm\\&=-1,714cm\end{aligned}$$

L'image finale est donc inversée et a une grandeur de 1,714 cm.

25. On va traiter une lentille à la fois.

Première lentille

Position de l'image

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{24cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{14cm}$$
$$q=33,6cm$$

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{-33,6cm}{24cm} \\ &= -1,4 \end{aligned}$$

Deuxième lentille

On utilise l'image de la première lentille comme objet pour la deuxième lentille. Avec une image à 33,6 cm à droite de la première lentille, la distance entre cette image et la deuxième lentille est de 8,6 cm. Comme l'objet est du côté où la lumière va, la valeur de p est négative. On a donc p = -8,6 cm.

Position de l'image

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{-8,6cm} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{-7cm} \\ q &= -37,625cm \end{aligned}$$

L'image finale est donc à 37,625 cm à gauche de la lentille de droite.

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{-37,625cm}{-8,6cm} \\ &= -4,375 \end{aligned}$$

Le grandissement total est donc

$$\begin{aligned} m_{tot} &= m_1 \cdot m_2 \\ &= (-1,4) \cdot (-4,375) \\ &= 6,125 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned} y_i &= m y_0 \\ &= 6{,}125 \cdot 2cm \\ &= 12{,}25cm \end{aligned}$$

L'image finale n'est donc pas inversée et a une grandeur de 12,25 cm.

26. On va traiter un élément (lentille ou un miroir) à la fois

Premier passage dans la lentille (lumière va vers la droite)

Position de l'image

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{20cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{15cm}$$

$$q = 60cm$$

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{60cm}{20cm} \\ &= -3 \end{aligned}$$

Miroir

On utilise l'image de la première lentille comme objet pour le miroir. Avec une image à 60 cm à droite de la lentille, la distance entre cette image et le miroir est de 15 cm. Comme l'objet se retrouve derrière le miroir, la valeur de p est négative. On a donc p = -15 cm.

Position de l'image

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{-15cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{10cm}$$

$$q = 6cm$$

L'image est donc à 6 cm devant le miroir.

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{6cm}{-15cm} \\ &= 0,4 \end{aligned}$$

<u>Deuxième passage dans la lentille (lumière va vers la gauche)</u>

On utilise l'image du miroir comme objet pour la lentille. Avec une image à 6 cm devant le miroir, la distance entre cette image et le miroir est de 39 cm. On a donc p = 39 cm

Position de l'image

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{39cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{15cm}$$

$$q = 24,375cm$$

L'image finale est donc à 24,375 cm à gauche de la lentille.

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{24,375cm}{39cm} \\ &= -0,625 \end{aligned}$$

Le grandissement total est donc

$$\begin{aligned} m_{tot} &= m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \\ &= (-3)\cdot 0,4 \cdot (-0,625) \\ &= 0,75 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned} y_i &= m y_0 \\ &= 0,75 \cdot 2cm \\ &= 1,5cm \end{aligned}$$

L'image finale n'est donc pas inversée et a une grandeur de 1,5 cm.

27. a)

La distance focale est (en supposant que la lumière passe de gauche à droite à travers la lentille)

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f}=\frac{1,6-1}{1}\cdot\left(\frac{1}{0,1m}-\frac{1}{-0,15m}\right)$$
$$f=10cm$$

C'est donc une lentille convergente ayant une distance focale de 10 cm.

b) La distance focale est (en supposant que la lumière passe de gauche à droite à travers la lentille)

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f}=\frac{1,6-1}{1}\cdot\left(\frac{1}{0,1m}-\frac{1}{\infty}\right)$$
$$f=16,7cm$$

C'est donc une lentille convergente ayant une distance focale de 16,7 cm.

c) La distance focale est (en supposant que la lumière passe de gauche à droite à travers la lentille)

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f}=\frac{1,6-1}{1}\cdot\left(\frac{1}{-0,1m}-\frac{1}{0,15m}\right)$$
$$f=-10cm$$

C'est donc une lentille divergente ayant une distance focale de 10 cm.

d) La distance focale est (en supposant que la lumière passe de gauche à droite à travers la lentille)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1,6-1}{1}\cdot\left(\frac{1}{-0,1m} - \frac{1}{-0,15m}\right)$$
$$f = -50cm$$

C'est donc une lentille divergente ayant une distance focale de 50 cm.

28. On a (en supposant que la lumière passe de gauche à droite à travers la lentille)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{-30cm} = \frac{1,62-1,33}{1,33}\cdot\left(\frac{1}{-10cm} - \frac{1}{R}\right)$$
$$R = 18,9cm$$

29. Pour le rouge, on a (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1,62-1}{1}\cdot\left(\frac{1}{30cm} - \frac{1}{-20cm}\right)$$
$$f = 19,35cm$$

Pour le mauve, on a (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1,67-1}{1}\cdot\left(\frac{1}{30cm} - \frac{1}{-20cm}\right)$$
$$f = 17,91cm$$

La distance entre les foyers est donc de 1,44 cm.

30. Dans l'eau, la distance focale est

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f}=\frac{1,6-1,33}{1,33}\cdot\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

Il nous manque les rayons de courbure. On ne peut trouver la valeur de chacun des rayons de courbure, mais on peut trouver la valeur de toute la parenthèse avec ce qu'on sait de la lentille dans l'air.

Dans l'air, on a

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{15cm}=\frac{1,6-1}{1}\cdot\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{9}cm^{-1}$$

Dans l'eau, on a donc

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f}=\frac{1,6-1,33}{1,33}\cdot\frac{1}{9}cm^{-1}$$
$$f=44,33cm$$

31. On trouve la position de l'image avec

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

Toutefois, on n'a pas la distance focale de la lentille.

La distance focale de la lentille est

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1,5-1}{1}\cdot\left(\frac{1}{30cm} - \frac{1}{-25cm}\right)$$
$$f = 27,3cm$$

La position de l'image est donc

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{40cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{27,3cm}$$
$$q = 85,7cm$$

32. On trouve la position de l'image avec

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Toutefois, on n'a pas la distance focale de la lentille.

La distance focale équivalente des deux lentilles est

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$
$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{10cm} + \frac{1}{15cm}$$
$$f_{eq} = 6cm$$

La position de l'image est donc

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{40cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{6cm}$$
$$q = 7,06cm$$

Le grandissement est

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{7{,}06cm}{40cm} \\ &= -0{,}176 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned} y_i &= my_0 \\ &= (-0{,}176)\cdot 3cm \\ &= -0{,}529cm \end{aligned}$$

L'image est donc inversée et a une grandeur de 0,529 cm.

33. a) La distance est

$$\begin{aligned} p &= f \\ &= 3cm \end{aligned}$$

b) Le grossissement minimal est

$$\begin{aligned} G_{\min} &= \frac{d_{pp}}{f} \\ &= \frac{20cm}{3cm} \\ &= 6{,}67 \end{aligned}$$

c) La distance est

$$\begin{aligned} p &= \frac{d_{pp} f}{d_{pp} + f} \\ &= \frac{20cm \cdot 3cm}{20cm + 3cm} \\ &= 2{,}61cm \end{aligned}$$

d) Le grossissement maximal est

$$\begin{aligned} G_{\max} &= 1+\frac{d_{pp}}{f} \\ &= 1+\frac{20cm}{3cm} \\ &= 7,67 \end{aligned}$$

34. Le grossissement est

$$\begin{aligned} G &= \frac{d_{pp}}{p} \\ &= \frac{20cm}{1,9cm} \\ &= 10,53 \end{aligned}$$

35. a) Le d_{pp} est

$$\begin{aligned} G &= \frac{d_{pp}}{p} \\ 15 &= \frac{d_{pp}}{1,4cm} \\ d_{pp} &= 21cm \end{aligned}$$

b) La distance focale est

$$\begin{aligned} G_{\max} &= \frac{d_{pp}}{f}+1 \\ 15 &= \frac{21cm}{f}+1 \\ f &= 1,5cm \end{aligned}$$

c) Le grossissement est

$$\begin{aligned} G &= \frac{d_{pp}}{p} \\ &= \frac{21cm}{1,45cm} \\ &= 14,48 \end{aligned}$$

36. La puissance des lunettes est

$$\begin{aligned} P_{lun} &= -\frac{1}{d_{pr}} \\ &= -\frac{1}{5m} \\ &= -0,2D \end{aligned}$$

37. La puissance des lunettes est

$$\begin{aligned} P_{lun} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}} \\ &= \frac{1}{0,2m} - \frac{1}{0,45m} \\ &= 2,78D \end{aligned}$$

38. a) Cette personne étant myope, la puissance des lunettes est

$$\begin{aligned} P_{lun} &= -\frac{1}{d_{pr}} \\ &= -\frac{1}{2,4m} \\ &= -0,417D \end{aligned}$$

b) Sans lunettes, la puissance d'accommodation est

$$\begin{aligned} P_{acc} &= \frac{1}{d_{pp}} - \frac{1}{d_{pr}} \\ &= \frac{1}{0{,}18m} - \frac{1}{2{,}4m} \\ &= 5{,}139D \end{aligned}$$

Cette puissance reste la même avec des lunettes. On a donc

$$\begin{aligned} P_{acc} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d'_{pr}} \\ 5{,}139D &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{\infty} \\ d'_{pp} &= 0{,}1946m = 19{,}46cm \end{aligned}$$

Avec ses lunettes, cette personne voit donc bien de 19,46 cm jusqu'à l'infini.

39. a) Cette personne ne voyant pas de près, la puissance des lunettes est

$$\begin{aligned} P_{lun} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}} \\ &= \frac{1}{0{,}25m} - \frac{1}{0{,}5m} \\ &= 2D \end{aligned}$$

b) Comme la puissance d'accommodation est de 3 D, on a

$$\begin{aligned} P_{acc} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d'_{pr}} \\ 3D &= \frac{1}{0{,}25m} - \frac{1}{d'_{pr}} \\ d'_{pr} &= 1m \end{aligned}$$

Avec ses lunettes, cette personne voit donc bien de 25 cm jusqu'à 1 m.

40. Avec ses lunettes de 2 D, le punctum proximum est à 45 cm. Trouvons où est le punctum proximum sans lunettes.

$$P_{lun} = \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}}$$
$$2D = \frac{1}{0,45m} - \frac{1}{d_{pp}}$$
$$d_{pp} = 4,5m$$

Si on veut ramener le d_{pp} à 25 cm, on doit donc avoir

$$\begin{aligned} P_{lun} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}} \\ &= \frac{1}{0,25m} - \frac{1}{4,5m} \\ &= 3,78D \end{aligned}$$

41. La première distance de l'objet qui donne une image réelle est p_1 et la deuxième distance de l'objet qui donne une image virtuelle est p_2. On sait que

$$p_1 - p_2 = 1,2m$$

Si l'objet forme une image réelle 3 fois plus grande, on a

$$-3 = -\frac{q_1}{p_1}$$
$$q_1 = 3p_1$$

(Le grandissement est négatif pour une image réelle.) L'équation des lentilles donne alors

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{3p_1} = \frac{1}{f}$$

Si on isole p_1, on a

$$\frac{1}{p_1}\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p_1}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{f}$$
$$p_1=\frac{4f}{3}$$

Si l'objet forme une image virtuelle 3 fois plus grande, on a

$$3=-\frac{q_2}{p_2}$$
$$q_2=-3p_2$$

(Le grandissement est positif pour une image virtuelle.) L'équation des lentilles donne alors

$$\frac{1}{p_2}+\frac{1}{-3p_2}=\frac{1}{f}$$

Si on isole p_2, on a

$$\frac{1}{p_2}\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p_1}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{f}$$
$$p_1=\frac{2f}{3}$$

On a donc

$$p_1-p_2=1,2m$$
$$\frac{4f}{3}-\frac{2f}{3}=1,2m$$
$$\frac{2f}{3}=1,2m$$
$$f=1,8m$$

42. Quand p = 36,8 cm, l'image est à la distance q. On a alors

$$\frac{1}{36,8cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

Quand p = 36 cm, l'image est à la distance à q + 3 cm. On a alors

$$\frac{1}{36cm}+\frac{1}{q+3cm}=\frac{1}{f}$$

On a deux équations et deux inconnus. On trouve q avec

$$\frac{1}{36,8cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{36cm}+\frac{1}{q+3cm}$$

Si on isole q, on a

$$\frac{1}{q}-\frac{1}{q+3cm}=\frac{1}{36cm}-\frac{1}{36,8cm}$$
$$\frac{1}{q}-\frac{1}{q+3cm}=\frac{1}{1656cm}$$
$$\frac{q+3cm}{q(q+3cm)}-\frac{q}{q(q+3cm)}=\frac{1}{1656cm}$$
$$\frac{3cm}{q(q+3cm)}=\frac{1}{1656cm}$$
$$4968cm^2=q(q+3cm)$$
$$4968cm^2=q^2+q\cdot 3cm$$
$$q^2+q\cdot 3cm-4968cm^2=0$$

Les solutions de cette équation sont

$$q=\frac{-3cm\pm\sqrt{(3cm)^2+4\cdot 4968cm^2}}{2}$$
$$q=\frac{-3cm\pm\sqrt{19\,881cm^2}}{2}$$
$$q=\frac{-3cm\pm 141cm}{2}$$

Puisque l'image est réelle, q doit être positif. La seule solution positive est

$$\begin{aligned} q &= \frac{-3cm + 141cm}{2} \\ &= 69cm \end{aligned}$$

Ainsi, la distance focale est

$$\begin{gathered} \frac{1}{36,8cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \\ \frac{1}{36,8cm} + \frac{1}{69cm} = \frac{1}{f} \\ f = 24cm \end{gathered}$$

43. Si x est la distance entre l'objet et le foyer, alors la distance entre l'objet et la lentille est

$$p = f + x$$

(Si l'objet est entre le foyer et la lentille, x est négatif.)

Si x' est la distance entre l'image et l'autre foyer, alors la distance entre la lentille et l'image est

$$q = f + x'$$

(Si l'objet est entre le foyer et la lentille, x' est négatif.) On a donc

$$\begin{gathered} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \\ \frac{1}{f+x} + \frac{1}{f+x'} = \frac{1}{f} \\ \frac{f+x'}{(f+x)(f+x')} + \frac{f+x}{(f+x)(f+x')} = \frac{1}{f} \\ \frac{2f+x+x'}{(f+x)(f+x')} = \frac{1}{f} \\ f(2f+x+x') = (f+x)(f+x') \\ 2f^2 + fx + fx' = f^2 + fx + fx' + x \cdot x' \\ 2f^2 = f^2 + x \cdot x' \\ f^2 = x \cdot x' \end{gathered}$$

Et voilà.

44. Quand les rayons sont parallèles dans le milieu 1, on a $p = \infty$ et $q = f_1$. On a alors

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$\frac{n_1}{\infty}+\frac{n_2}{f_1}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$f_1=\frac{n_2}{n_2-n_1}R$$

Quand les rayons sont parallèles dans le milieu 2, on a $q = \infty$ et $p = f_2$. On a alors

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$\frac{n_1}{f_2}+\frac{n_2}{\infty}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$f_2=\frac{n_1}{n_2-n_1}R$$

On a donc

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$\frac{n_1\frac{R}{n_2-n_1}}{p}+\frac{n_2\frac{R}{n_2-n_1}}{q}=1$$

En prenant les valeurs de foyers, on arrive à

$$\frac{f_2}{p}+\frac{f_1}{q}=1$$

Et voilà.

45. Si x est la distance entre l'objet et la lentille, alors la distance entre l'image et la lentille est

$$q=L-x$$

L'équation des lentilles est donc

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{L-x}=\frac{1}{f}$$

Trouvons la valeur de *x*.

$$\frac{L-x}{x(L-x)}+\frac{x}{x(L-x)}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{L}{x(L-x)}=\frac{1}{f}$$

$$Lf=x(L-x)$$

$$Lf=xL-x^2$$

$$x^2-xL+Lf=0$$

La solution de cette équation est

$$x=\frac{L\pm\sqrt{L^2-4Lf}}{2}$$

Pour qu'il y ait une solution, il faut que l'expression qu'il y a dans la racine soit positive. On doit donc avoir

$$L^2-4Lf\geq 0$$

$$L^2\geq 4Lf$$

$$L\geq 4f$$

Et voilà.