5 LES MIROIRS ET LES LENTILLES

Un objet de 2 cm de haut est à 12 cm d'un miroir sphérique. On obtient une image droite (donc qui n'est pas inversée) de 1,2 cm de haut. Quel est le type de miroir (concave, plan ou convexe) et quelle est sa distance focale ?

www.totalsafes.co.uk/interior-convex-mirror-900mm.html

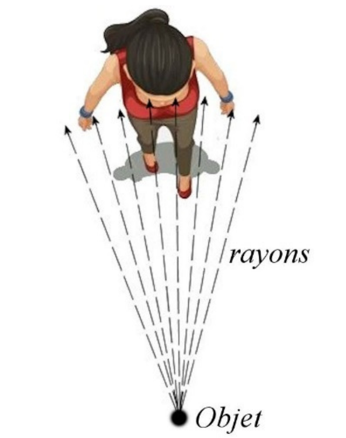
Découvrez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

Dans ce chapitre, on va constater qu'on peut générer des images d'objet avec la réflexion et de la réfaction en utilisant des miroirs et des lentilles. Ici, on suppose que les seules choses qui peuvent dévier un rayon de lumière sont la réflexion et la réfraction. Quand on suppose cela, on fait de l'***optique géométrique***.

5.1 POSITION D'UN OBJET

Comment connait-on la position d'un objet ?

Quand on regarde un objet, on trouve sa position à partir de la direction des rayons lumineux. L'objet est une source de lumière (elle émet directement la lumière ou réfléchit simplement la lumière provenant d'une source) qui envoie des rayons dans toutes les directions. Quand un de ces rayons arrive dans un œil, on sait de quelle direction arrive ce rayon. Or, les rayons qui arrivent dans chaque œil ne proviennent pas exactement de la même direction. On trouve la position de l'objet en déterminant où ces rayons se croisent pour ainsi savoir d'où ils sont partis. (On n'a pas vraiment conscience que c'est ça qu'on fait, mais on le fait.) En faisant ça, notre cerveau va toujours supposer que les rayons sont des lignes droites.



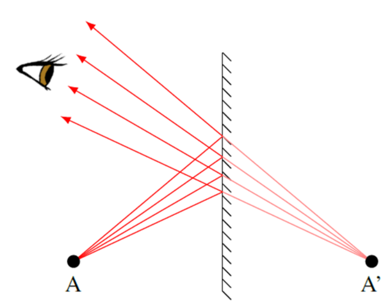
Point de croisement des rayons = position de l'objet

Si les rayons sont déviés (par un miroir ou une lentille par exemple), on va quand même penser qu'ils se sont propagés en lignes droites et on pourra ainsi croire qu'il y a un objet à un endroit où il n'y en a pas. Dans le vidéo suivant, il y a un petit cochon en plastique, qu'on voit au début, et il y a une image du cochon, qu'on voit à la fin. Ce dernier cochon n'existe pas du tout. Nos yeux reçoivent des rayons qui se croisent à cet endroit, mais c'est le résultat de réflexions avec des miroirs. C'est une image de l'objet.
http://www.youtube.com/watch?v=qNG-L_iWYZo

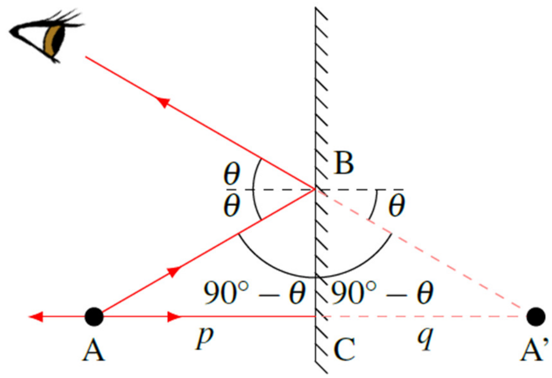
5.2 LES MIROIRS PLANS

L'image avec un miroir plan

Les rayons en provenance de l'objet A se reflète sur le miroir et sont captés par l'œil. On va interpréter ces rayons comme s'ils se propageaient en ligne droite à partir du point de croisement de ces rayons. On va donc penser qu'il y a quelque chose au point A′. On va donc voir une image de l'objet A à la position A′. Évidemment, on peut aussi voir l'objet A en le regardant directement. On peut donc voir l'objet et l'image de l'objet en même temps.



Calcul de la position de l'image



Trouvons maintenant la position du point A' en cherchant le point de croisement de deux rayons réfléchis. Pour commencer, on va prendre un rayon qui part de A et qui arrive avec un angle de 90° sur le miroir (point C). Ce rayon se reflète et revient directement sur son trajet pour repasser par le point A. Prenons ensuite un deuxième rayon qui arrive avec un angle θ avec la normale au point B. Si on utilise la loi de la réflexion, on peut montrer assez facilement que les trois angles θ indiqués sur la figure sont égaux. Cela veut dire que le triangle ABC est semblable au triangle $A'BC$ puisque tous les angles sont identiques et que le côté BC est commun aux deux triangles. Si le triangle ABC est semblable au triangle $A'BC$, cela veut dire que le point A' est à la même distance de la surface du miroir que le point A. Si p est la distance entre l'objet et le miroir et q est la distance entre l'image et le miroir, on a donc que

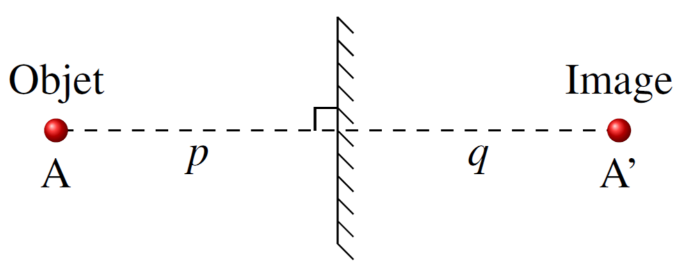
$$q = p$$

Ce n'est pas notre réponse finale puisqu'on va utiliser la convention de signes suivante : la distance entre le miroir et l'image est positive si elle est devant le miroir et la distance entre le miroir et l'image est négative si elle est derrière le miroir. On a donc

Loi des miroirs plans

$$q = -p$$

L'image est donc à même distance du miroir que l'objet, mais de l'autre côté du miroir. Une ligne reliant l'objet et l'image est perpendiculaire au miroir.



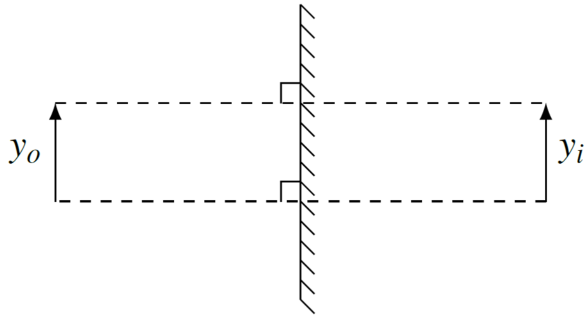
Grandissement

On va définir le grandissement (m) comme la hauteur de l'image (y_i) divisée par la hauteur de l'objet (y_o).

Définition du grandissement

$$m = \frac{y_i}{y_o}$$

Pour le miroir plan, on a la situation montrée à droite.



L'image du bas de l'objet doit être exactement en ligne avec le bas de l'objet et l'image du haut de l'objet doit être exactement en ligne avec le haut de l'objet. Il y a donc deux lignes parallèles qui relient les deux extrémités de l'objet et de l'image. Comme ces lignes sont parallèles, l'image doit avoir exactement la même taille que l'objet. On a donc

$$y_i = y_o$$

et ainsi

Grandissement avec un miroir plan

$$m = 1$$

En résumé, on peut dire que quand vous vous regardez dans un miroir plan, vous voyez votre image derrière le miroir. Si vous êtes à 1,5 m du miroir, votre image semblera 1,5 m derrière le miroir et elle aura les mêmes dimensions que vous.

Voici un bel effet obtenu avec des miroirs plans
http://www.youtube.com/watch?v=TZkdQeevJu0

en.wikipedia.org/wiki/Mirror

Erreur dans les films : les vitres miroirs

Il n'existe pas de vitres qui laissent passer la lumière dans un sens et qui sont des miroirs pour la lumière dans l'autre sens. On peut avoir un miroir qui laisse passer une partie de la lumière et qui réfléchit l'autre partie, mais le pourcentage de lumière réfléchie est le même dans les deux sens. On peut l'utiliser comme vitre miroir à condition d'avoir très peu de lumière dans une des pièces. Ainsi, du côté de la pièce éclairée, la lumière réfléchie par le miroir sera nettement plus intense que la lumière provenant de l'autre pièce et on ne pourra pas voir dans la pièce obscure. Du côté de la pièce obscure, il n'y a pas beaucoup de lumière réfléchie puisqu'il n'y a pas de lumière allumée dans cette pièce et il n'y aura que la lumière qui a traversé le miroir.

Si on cherche à garder l'anonymat derrière un tel miroir semi-réfléchissant, il ne faut surtout pas que quelqu'un allume la lumière dans la pièce obscure parce qu'alors, on pourra tout voir de l'autre côté.

S'il existait un miroir qui laisse passer la lumière seulement dans une direction, on pourrait obtenir de l'énergie gratuitement en construisant une boite qui laisse entrer la lumière, mais qui ne la laisse pas sortir. On accumulera sans cesse de la lumière, donc de l'énergie, sans faire aucun travail, ce qui n'est pas permis par les lois de la thermodynamique.

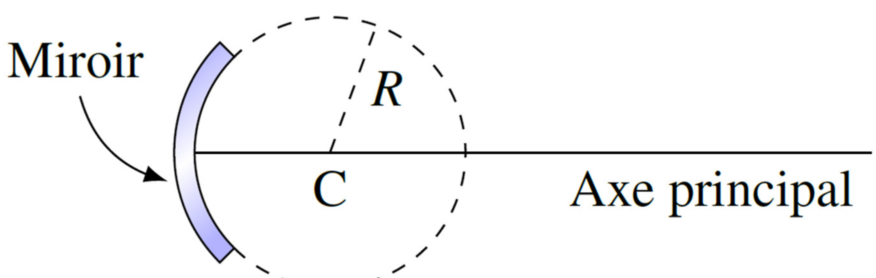
5.3 LES MIROIRS SPHÉRIQUES

On va maintenant examiner ce qui arrive si on forme une image avec un miroir courbé. Il pourrait y avoir plusieurs formes possibles pour ces miroirs courbés, mais nous allons uniquement étudier les miroirs sphériques. Ces miroirs sont formés en utilisant une portion ou la totalité d'une sphère réfléchissante.

La figure montre un miroir sphérique au Texas Tech University.

arkadiusz.jadczyk.salon24.pl/472422,spojrz-w-lustro-najlepiej-sferyczne

Si on utilise une portion de sphère, on aura la situation suivante.

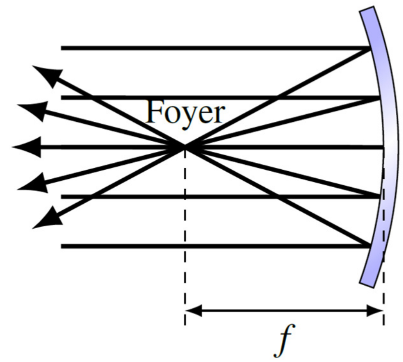


La ligne partant du centre du miroir et qui passe par le centre de la sphère est l'axe principal du miroir. Le rayon de courbure correspond au rayon de la sphère. Deux situations peuvent se présenter.

1) L'intérieur de la sphère est réfléchissant : nous avons alors un miroir concave.
2) L'extérieur de la sphère est réfléchissant : nous avons alors un miroir convexe.

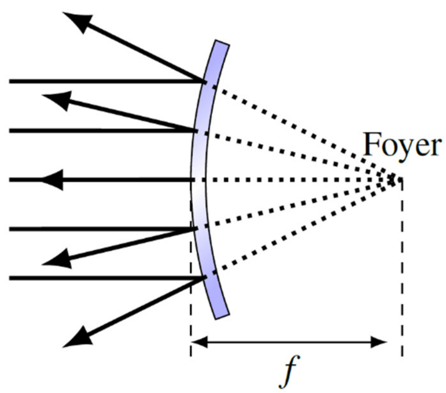
Le foyer

Les rayons parallèles arrivant sur un miroir concave se concentrent, après réflexion, en un point appelé *foyer*. La distance entre le miroir et le foyer, mesurée le long de l'axe principal, est la distance focale *f*.



Vous pouvez observer ce phénomène dans ce vidéo.
http://www.youtube.com/watch?v=kqxdWpMOF9c

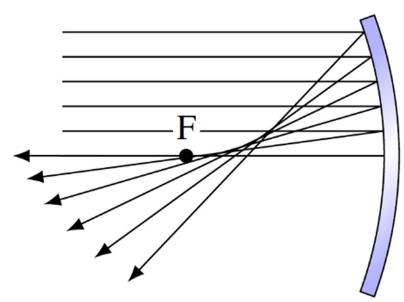
On peut d'ailleurs concentrer la lumière solaire au foyer d'un tel miroir. La quantité d'énergie qui arrive au foyer peut alors être assez grande pour enflammer un morceau de papier.
https://www.youtube.com/watch?v=btFei_I_R1s



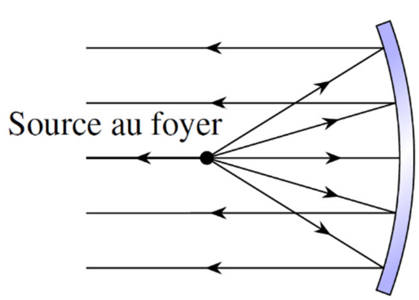
Pour un miroir convexe, les rayons parallèles semblent provenir, après la réflexion, d'un point derrière le miroir. Ce point est aussi le foyer et la distance focale est aussi la distance entre le miroir et le foyer.

Voyez ce phénomène en action.
http://www.youtube.com/watch?v=5zZNC2YzRDo

En réalité, les rayons n'arrivent pas exactement tous au même endroit avec un miroir sphérique. Les rayons qui frappent le miroir loin de l'axe principal vont arriver un peu plus près du miroir que le foyer. C'est l'aberration sphérique. On va négliger ici cette aberration.



Si on voulait que tous les rayons arrivent exactement au même endroit, il faudrait que le miroir soit de forme parabolique. Si cela vous intéresse, voici la preuve de cela.
http://physique.merici.ca/ondes/preuve-parabole-miroir.pdf



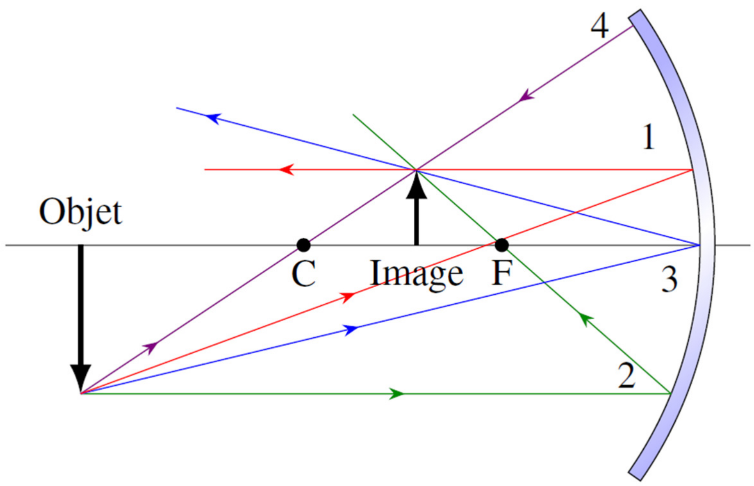
Si on change le sens des rayons, on obtient toujours un résultat correct (en accord avec les lois de la physique). Pour illustrer cela, inversons les rayons dans la situation où les rayons parallèles viennent se concentrer au foyer après une réflexion. On obtient alors une situation où les rayons provenant d'une source placée au foyer seront tous parallèles à l'axe principal après la réflexion sur le miroir. Cette situation est effectivement possible.

Cette idée est toujours valide en optique géométrique : si on inverse la direction des rayons, ce qu'on obtient est une situation tout à fait possible. C'est le ***principe de réciprocité***.

Méthode graphique pour trouver la position de l'image

Il y a quatre rayons qui partent de l'objet pour lesquels on peut prévoir la trajectoire assez facilement pour trouver la position de l'image d'un objet.

1) Un rayon passant par le foyer devient parallèle après la réflexion.
2) Un rayon qui est parallèle à l'axe principal passe par le foyer après la réflexion.
3) Un rayon passant par le centre du miroir est réfléchi avec le même angle par rapport à l'axe principal.
4) Un rayon passant par le centre de courbure (C) arrive sur le miroir avec un angle de 90° et revient donc passer par le centre de courbure après la réflexion.



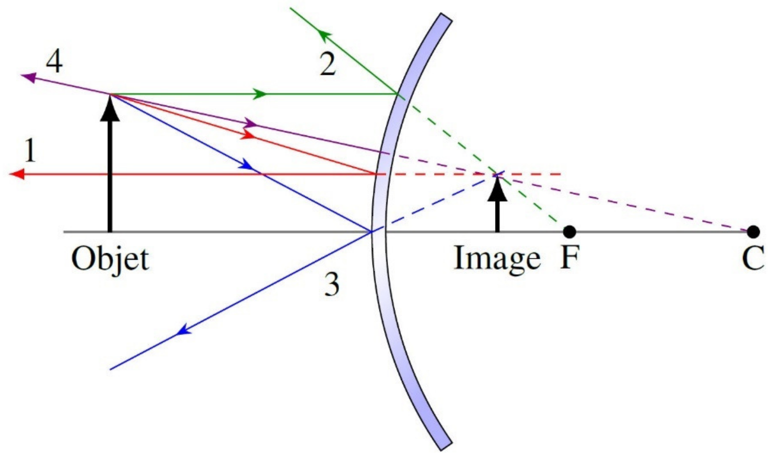
Tous ces rayons vont se rencontrer au même endroit : à la position de l'image. Sur la figure, on a trouvé la position de l'image du bout de la flèche. On voit que des rayons partent de la position de l'image. Si quelqu'un voit ces rayons, il pensera qu'il y a quelque chose à cet endroit, car c'est le point de croisement des rayons qu'il capte.

Il n'est pas nécessaire de tracer tous ces rayons. Avec simplement deux rayons, on trouve déjà le point de croisement des rayons, et donc la position de l'image.

On peut faire la même chose pour les miroirs convexes. L'idée est la même, mais il y a quelques différences, car le foyer est derrière le miroir. Les rayons sont

1) Un rayon se dirigeant vers le foyer devient parallèle après la réflexion.
2) Un rayon parallèle à l'axe principal semble provenir du foyer après la réflexion.
3) Un rayon passant par le centre du miroir est réfléchi avec le même angle par rapport à l'axe principal.

4) Un rayon se dirigeant vers le centre de courbure (C, maintenant derrière le miroir) arrive sur le miroir avec un angle de 90° et est réfléchi en suivant le même trajet après la réflexion qu'il avait avant la réflexion.

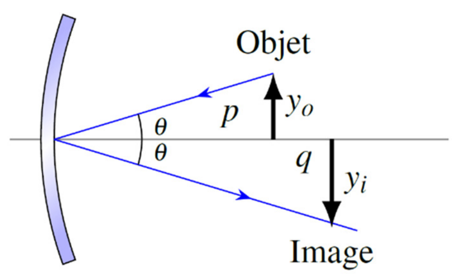


On voit que les 4 rayons, après réflexion, semblent tous provenir du même endroit. Le point de croisement de ces rayons est la position de l'image.

Évidemment, on pourra plus facilement trouver la position avec une formule, mais ces rayons seront parfois utiles pour visualiser la situation.

Le calcul de la position de l'image

Nous utiliserons encore la notation suivante : p est la distance entre le miroir et l'objet, q est la distance entre le miroir et l'image, y_o est la grandeur de l'objet et y_i est la grandeur de l'image.

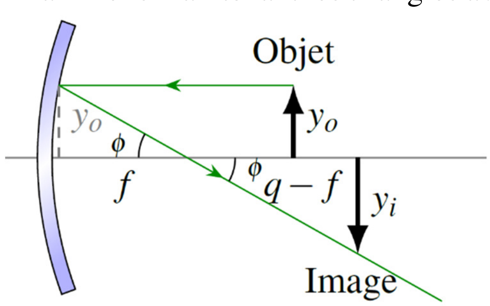


Examinons premièrement les triangles formés par le rayon qui se réfléchi au centre du miroir.

Nous avons alors deux triangles semblables. Ainsi

$$\frac{y_i}{y_o} = \frac{q}{p}$$

Examinons maintenant les triangles avec des angles ϕ formés par un rayon parallèle à l'axe principal qui va passer par le foyer après la réflexion.



Comme ce sont aussi des triangles semblables, on a

$$\frac{y_i}{y_o} = \frac{q - f}{f}$$

En prenant ces deux équations, on a

$$\frac{q}{p} = \frac{q-f}{f}$$
$$\frac{1}{p} = \frac{q-f}{qf}$$
$$\frac{1}{p} = \frac{q}{qf} - \frac{f}{qf}$$
$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{q}$$

Ce qui donne finalement

Équation des miroirs

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Bien qu'on ait fait la preuve avec un miroir concave, cette formule est valide pour tous les miroirs, à condition de respecter la convention de signe suivante.

Convention de signe pour les miroirs

Pour le miroir concave : *R* et *f* sont positifs.

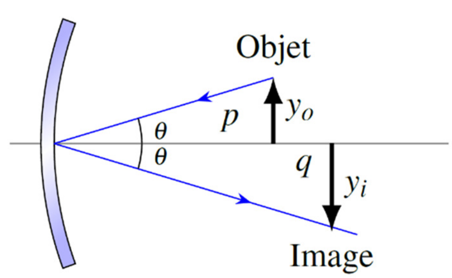
Pour le miroir convexe : *R* et *f* sont négatifs.

Si *q* est positif : l'image est devant le miroir.

Si *q* est négatif : l'image est derrière le miroir.

Remarquez que cette formule est aussi valide pour les miroirs plans. Avec un miroir plan, *R* est infini, ce qui nous donne $q = -p$. exactement ce qu'on avait pour ce type de miroir.

Le grandissement



Pour trouver le grandissement, examinons le rayon passant par le centre du miroir.

Avec ce rayon, on avait trouvé que

$$\frac{y_i}{y_0} = \frac{q}{p}$$

Ce rapport des grandeurs de l'objet et de l'image est le grandissement. Toutefois, pour tenir compte du fait que l'image est inversée, nous allons ajouter un signe négatif.

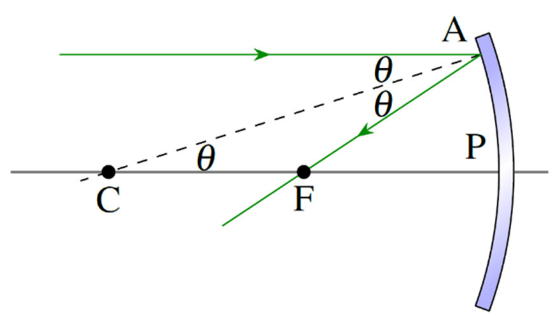
Grandissement avec un miroir

$$m = -\frac{q}{p}$$

Si le grandissement est positif, alors l'image est dans le même sens que l'objet (on dit parfois que c'est une image droite). Si le grandissement est négatif, alors l'image est inversée par rapport à l'objet.

Calcul de la distance focale

Pour trouver la distance focale du miroir, nous allons prendre un rayon parallèle à l'axe principal et déterminer où il croise l'axe principal après la réflexion.



Les deux angles au point A sont égaux à cause de la loi de la réflexion.

L'angle au point C est aussi égal à θ, car c'est un angle alterne-interne de l'angle du haut au point A.

Comme il y a deux angles semblables dans le triangle CFA, c'est un triangle isocèle et les deux côtés suivants sont égaux.

$$CF = FA$$

Si la distance entre le rayon parallèle et l'axe principal est petite, les deux côtés suivants sont presque égaux.

$$FA \approx FP$$

On a donc (puisque $CF = FA$)

$$CF \approx FP$$

Or, le rayon de courbure (R) est la distance entre les points C et P. On a donc

$$R = CP$$
$$R = CF + FP$$
$$R \approx FP + FP$$
$$R \approx 2FP$$

Comme FP est la distance entre le foyer et le miroir, c'est la distance focale f. On obtient ainsi

$$R \approx 2f$$

On va négliger l'approximation pour ainsi obtenir

Distance focale d'un miroir

$$f = \frac{R}{2}$$

Même si on ne va pas le démontrer, ce résultat est valide aussi pour le miroir convexe.

Exemple 5.3.1

Un objet de 1 cm de haut est à 6 cm d'un miroir concave ayant un rayon de courbure de 8 cm.

a) Où est l'image ?

On trouve la position de l'image avec

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Pour la trouver, il nous faut la distance focale du miroir. Si le rayon de courbure est de 8 cm, alors la distance focale est de 4 cm. On a alors

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{6cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{4cm}$$
$$q = 12cm$$

b) Quelle est la grandeur de l'image ?

On trouve la grandeur de l'image avec

$$m = \frac{y_i}{y_o}$$

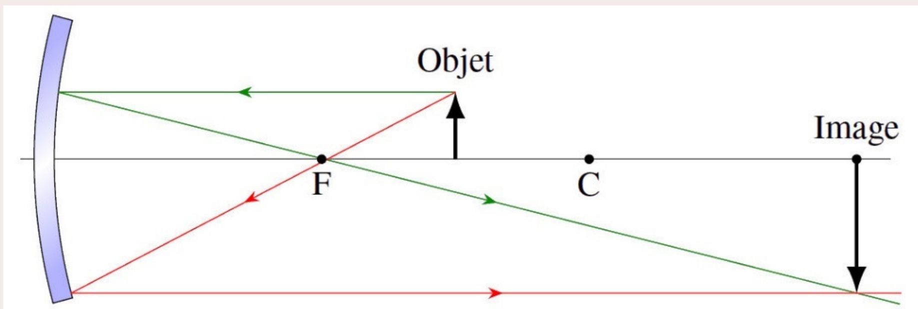
Pour trouver y_i, il nous faut le grandissement. Le grandissement est

$$m = -\frac{q}{p} = -\frac{12cm}{6cm} = -2$$

La grandeur de l'image est donc

$$m = \frac{y_i}{y_o}$$
$$y_i = my_o$$
$$y_i = -2 \cdot 1cm$$
$$y_i = -2cm$$

L'image est donc à 12 cm devant le miroir, est inversée et est deux fois plus grande que l'objet. On peut vérifier que cette réponse a bien de l'allure en traçant les rayons pour trouver l'image.



Exemple 5.3.2

Un objet de 1 cm de haut est à 2 cm d'un miroir concave ayant un rayon de courbure de 8 cm.

a) Où est l'image ?

On trouve la position de l'image avec

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Pour la trouver, il nous faut la distance focale du miroir. Si le rayon de courbure est de 8 cm, alors la distance focale est de 4 cm. On a alors

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{2cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{4cm}$$
$$q = -4cm$$

b) Quelle est la grandeur de l'image ?

On trouve la grandeur de l'image avec

$$m = \frac{y_i}{y_o}$$

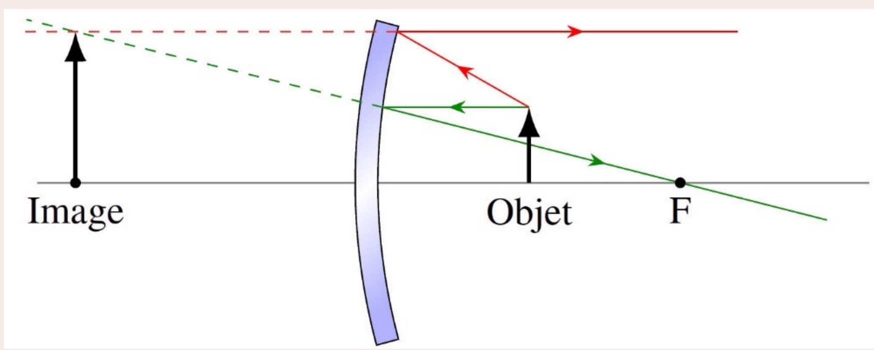
Pour trouver y_i, il nous faut le grandissement. Le grandissement est

$$m = -\frac{q}{p} = -\frac{-4cm}{2cm} = 2$$

La grandeur de l'image est

$$m = \frac{y_i}{y_o}$$
$$y_i = my_o$$
$$y_i = 2 \cdot 1cm$$
$$y_i = 2cm$$

L'image est donc 4 cm derrière le miroir, n'est pas inversée et est deux fois plus grande que l'objet. On peut vérifier que cette réponse a bien de l'allure en traçant les rayons pour trouver l'image.



Dans ces deux exemples, on a rencontré deux types d'images.

Types d'image

Image réelle : Les rayons sont passés par la position de l'image après réflexion. (Elle est donc devant le miroir et q est positif.)

Image virtuelle : Les rayons ne sont pas passés par la position de l'image après réflexion, ils semblent seulement provenir de l'image. (Elle est donc derrière le miroir et q est négatif.)

Presque tout le monde sait ce qu'est une image virtuelle parce que c'est ce qu'on voit quand on se regarde dans le miroir. Il est plus rare qu'on puisse voir une image réelle. Peut-être que ce vidéo vous aidera à visualiser ce concept.
http://www.youtube.com/watch?v=KVpSCICCD9A

(L'effet aurait été meilleur avec un miroir de meilleure qualité.)

Exemple 5.3.3

Un objet de 2 cm de haut est à 12 cm d'un miroir sphérique. On obtient une image droite (donc qui n'est pas inversée) de 1,2 cm de haut. Quel est le type de miroir (concave, plan ou convexe) et quelle est sa distance focale ?

On cherche la distance focale du miroir (le signe nous donnera le type de miroir). Comme on n'a pas le rayon de courbure, la distance focale doit se trouver avec

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

On sait la valeur de p, mais pas celle de q. Par contre, comme on sait la hauteur de l'image et de l'objet, on peut trouver q avec la formule du grandissement.

$$m=\frac{y_i}{y_o}=\frac{-q}{p}$$
$$\frac{1,2cm}{2cm}=-\frac{q}{12cm}$$
$$q=-7,2cm$$

On a donc une image virtuelle 7,2 cm derrière le miroir. On peut ensuite trouver f avec la formule des miroirs.

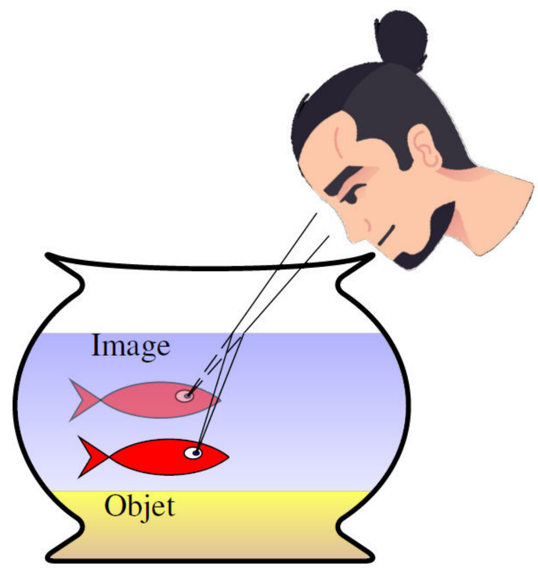
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{12cm}+\frac{1}{-7,2cm}=\frac{1}{f}$$
$$f=-18cm$$

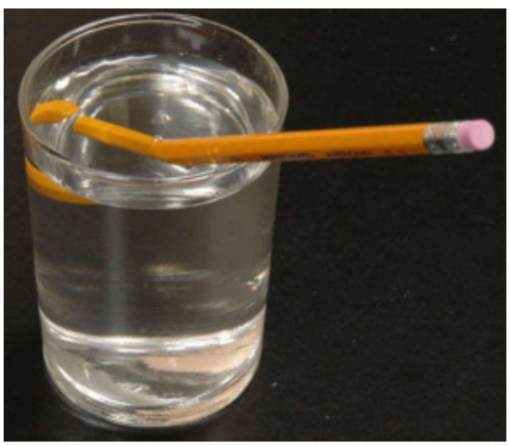
Il s'agit donc d'un miroir convexe (car la distance focale est négative) ayant une distance focale de 18 cm.

5.4 LES DIOPTRES SPHÉRIQUES

Image avec de la réfraction

On peut former des images d'objets avec de la réfraction. La lumière, en changeant de milieu, est déviée. Comme on interprétera que les rayons sont des lignes droites, on va penser que la lumière provient d'un autre endroit que l'endroit où est véritablement situé l'objet. On va donc voir l'image de l'objet. Par exemple, dans la figure, on va voir l'image du poisson à un endroit différent de la véritable position du poisson.





wiki.metropolia.fi/display/Physics/Reflection+and+Refraction

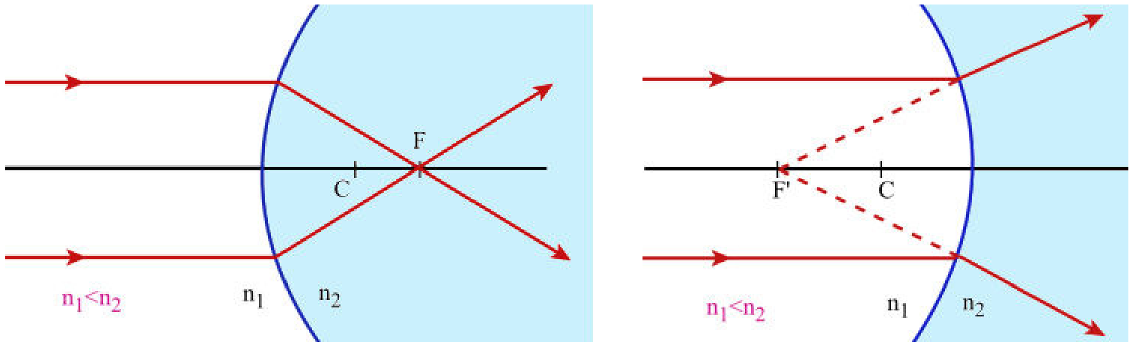
On peut voir l'effet de cela sur cette image. Pour la partie du crayon dans l'eau, on ne voit que l'image du crayon. Comme l'image est plus près de la surface que l'objet (ce sera démontré plus tard), cela donne l'impression que le crayon est plié.

Vous pouvez voir ici que la position de l'image dépend de la substance puisque dans ce vidéo, on obtient des images différentes avec deux substances : l'eau et l'huile.
http://www.youtube.com/watch?v=FM1g1zNuCM0

La surface séparant les deux milieux porte le nom de ***dioptre***. On va faire un cas général dans lequel la surface séparant les deux milieux est courbée. Ce sont les ***dioptres sphériques*.**

Le foyer

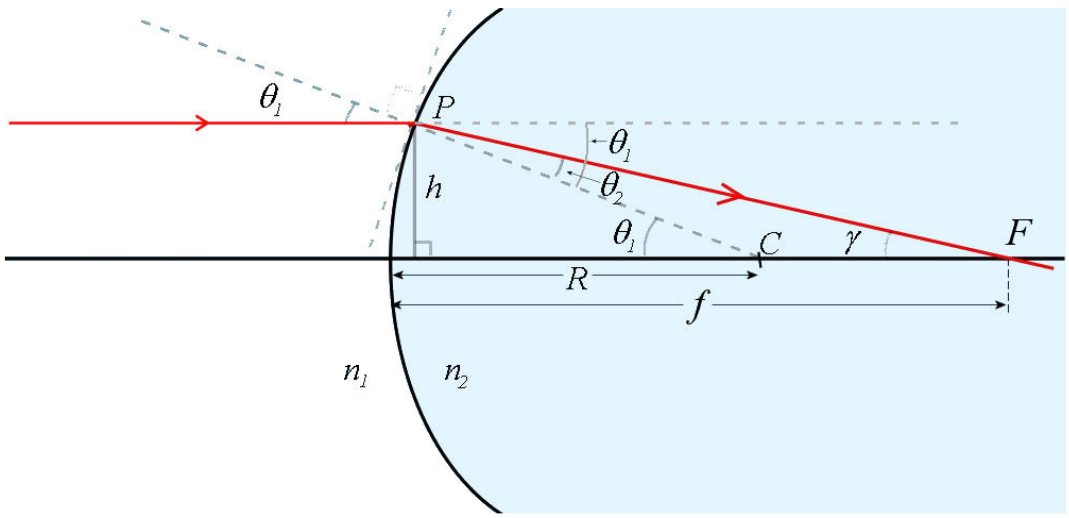
Les rayons parallèles déviés par un dioptre sphérique vont se concentrer en un point ou vont sembler provenir d'un point. Ce point est le foyer.



uel.unisciel.fr/physique/optigeo/optigeo_ch04/co/apprendre_ch04_15.html

Commençons par calculer la distance focale du dioptre. Ici, on va faire le cas montré sur la figure de gauche et on généralisera un peu plus loin pour englober tous les cas possibles.

On va travailler avec les angles suivants.



fr.wikiversity.org/wiki/Lentilles_en_optique_géométrique/Dioptre_sphérique

La loi de la réfraction pour de petits angles est

$$n_1\theta_1 = n_2\theta_2$$

(puisque $\sin\theta \approx \theta$ pour de petits angles en radians).

Pour le triangle *FPC*, nous avons, en radians

$$\gamma + \theta_2 + (\pi - \theta_1) = \pi$$
$$\theta_2 = \theta_1 - \gamma$$

Ainsi, la loi de la réfraction devient

$$n_1\theta_1 = n_2(\theta_1 - \gamma)$$

Ensuite, ces angles sont

$$\tan\theta_1 \approx \frac{h}{R} \qquad \tan\gamma \approx \frac{h}{f}$$

Pour expliquer pourquoi ce sont des approximations, prenons la première de ces équations. Pour que l'équation soit exacte, il faudrait que le diviseur soit un peu plus petit que *R*, car la hauteur est un peu plus près que le dioptre. Il y aurait une petite correction à faire, mais elle sera très petite si le point *P* est près de l'axe principal. On va négliger cette correction ici.

Puisque les angles sont petits, on peut aussi utiliser

$$\tan x \approx x$$

Les angles sont alors

$$\theta_1 \approx \frac{h}{R} \qquad \gamma \approx \frac{h}{f}$$

En utilisant ces valeurs, l'équation devient

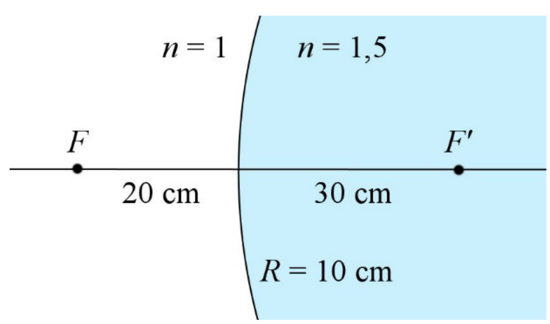
$$n_1\theta_1 = n_2\left(\theta_1 - \gamma\right)$$
$$n_1\frac{h}{R} = n_2\left(\frac{h}{R} - \frac{h}{f}\right)$$
$$n_1\frac{1}{R} = n_2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{f}\right)$$
$$\frac{n_2}{f} = \frac{n_2}{R} - \frac{n_1}{R}$$

En isolant *R*, on obtient

Distance focale des dioptres sphériques

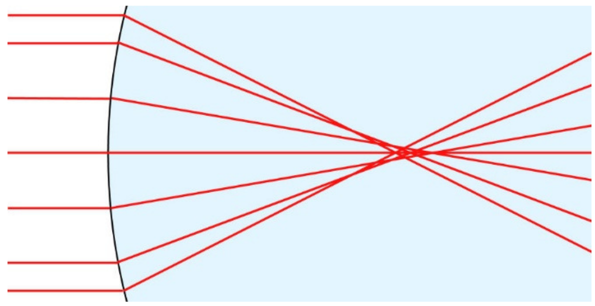
$$f = \frac{n_2}{n_2 - n_1}R$$

Pour inclure tous les cas possibles, il faut suivre la convention de signe suivante : si le centre de courbure est du côté où la lumière va, *R* est positif. Si le centre de courbure est du côté où la lumière arrive, *R* est négatif.

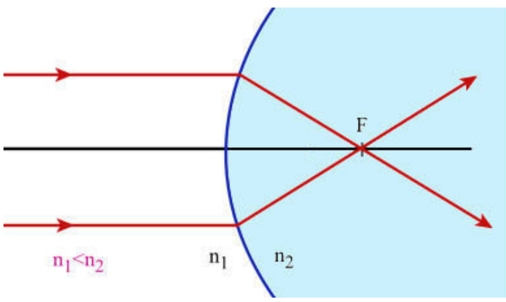


Attention, la formule montre bien que le foyer n'est pas à la même distance de chaque côté du dioptre. Par exemple, si les rayons parallèles arrivent de la gauche sur le dioptre montré sur la figure, ils se concentrent à 30 cm du dioptre (donc la distance focale est de 30 cm). Si les rayons arrivent de la droite, ils se concentrent à 20 cm du dioptre (donc la distance focale est de 20 cm de ce côté.

L'aberration de sphéricité

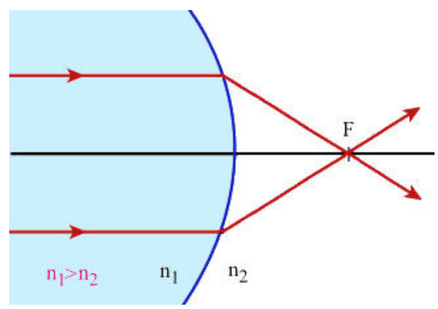


En fait, il n'est pas tout à fait exact que tous les rayons vont se rencontrer au foyer. Si la surface du dioptre est sphérique, seuls les rayons près de l'axe principal vont arriver au foyer. Les rayons qui passent loin de l'axe principal vont se concentrer un peu avant le foyer dans la situation montrée sur la figure. C'est ce qu'on appelle l'*aberration de sphéricité*.



Si $n_1 < n_2$ (comme sur la figure de gauche), elle se corrige en prenant un dioptre dont la surface a la forme d'une ellipse.

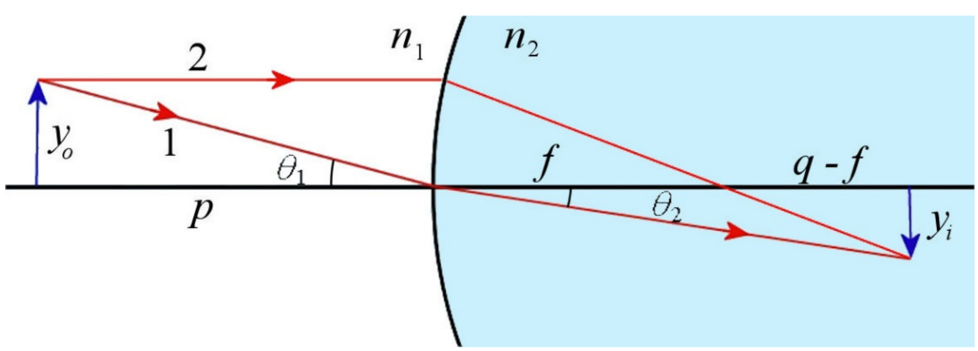
Si $n_1 > n_2$ (comme sur la figure de droite), elle se corrige en prenant un dioptre dont la surface a la forme d'une hyperbole.



Pour ceux que ça intéresse, voici les preuves.
https://physique.merici.ca/ondes/preuve-dioptre.pdf

Calcul de la position de l'image

Avec les foyers, on peut trouver la position de l'image formée par un dioptre. On a alors la situation suivante.



fr.wikiversity.org/wiki/Lentilles_en_optique_géométrique/Dioptre_sphérique

Examinons le trajet du rayon passant par le centre du dioptre (rayon 1). Pour de petits angles, on a

$$\theta_1 \approx \frac{y_o}{p} \qquad\qquad \theta_2 \approx \frac{y_i}{q}$$

Toujours avec de petits angles, la loi de la réfraction est

$$n_1\theta_1 \approx n_2\theta_2$$

En utilisant les formules des angles, on obtient

$$n_1\frac{y_o}{p} = n_2\frac{y_i}{q}$$

$$\frac{y_i}{y_o} = \frac{n_1 q}{n_2 p}$$

À droite du dioptre, on a formé deux triangles semblables avec le rayon 2. On a alors

$$\frac{y_i}{y_o} = \frac{q-f}{f}$$

En combinant ces deux dernières équations, on a

$$\frac{n_1 q}{n_2 p} = \frac{q-f}{f}$$

On a alors

$$\frac{n_1 q}{n_2 p} = \frac{q-f}{f}$$

$$\frac{n_1}{n_2 p} = \frac{q-f}{qf}$$

$$\frac{n_1}{n_2 p} = \frac{q}{qf} - \frac{f}{qf}$$

$$\frac{n_1}{n_2 p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{q}$$

$$\frac{n_1}{n_2 p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Puisque la distance focale est

$$f = \frac{n_2}{n_2 - n_1}R$$

l'équation devient

$$\frac{n_1}{n_2 p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{n_1}{n_2 p} + \frac{1}{q} = \frac{n_2 - n_1}{n_2} \frac{1}{R}$$

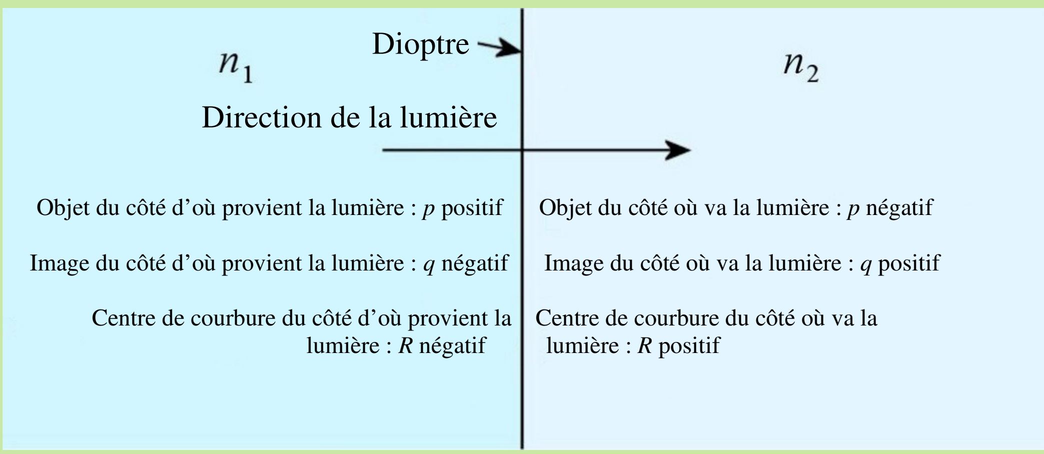
En multipliant cette équation par n_2, on arrive à

Formule des dioptres sphériques

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Bien qu'on ait fait la preuve de cette formule avec un dioptre courbé dans la direction illustrée sur la figure avec $n_1 < n_2$, elle est valide pour tous les dioptres, à condition de respecter la convention de signe suivante.

Convention de signes pour les dioptres sphériques



(Comme c'est l'objet qui émet la lumière, ça peut sembler bizarre que l'objet puisse être du côté où la lumière va. Nous verrons plus tard comment cela est possible.)

Le grandissement

En faisant la formule de la position de l'image, on a obtenu, en considérant le rayon passant par le centre du dioptre, la formule suivante.

$$\frac{y_i}{y_o} = \frac{n_1 q}{n_2 p}$$

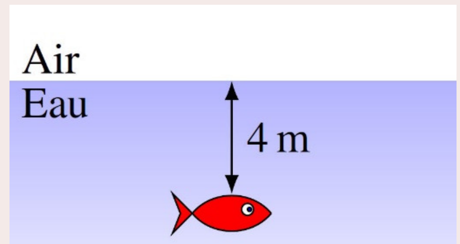
Ce rapport est le grandissement. On va simplement ajouter un signe négatif pour nous indiquer que l'image est inversée. On a alors

Grandissement avec un dioptre sphérique

$$m = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{n_1 q}{n_2 p}$$

Exemple 5.4.1

Un poisson de 50 cm de long est 4 m sous la surface d'un lac.



a) Où est l'image de ce poisson pour un observateur dans l'air ?

La lumière passe de l'eau à l'air, on a donc n_1 = 1,33, n_2 = 1 et p = 4 m. Comme la surface du lac n'est pas courbée, R est infini. On a donc

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{1,33}{4m} + \frac{1}{q} = \frac{1 - 1,33}{\infty}$$

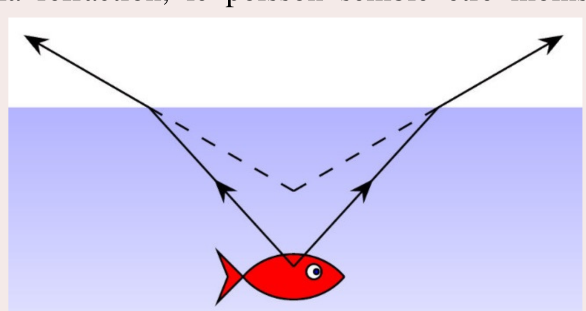
$$\frac{1,33}{4m} + \frac{1}{q} = 0$$

$$q = -\frac{4m}{1,33}$$

$$q = -3m$$

Pour un observateur dans l'air, le poisson semble donc être dans l'eau, 3 m sous la surface. (Notez qu'on aurait pu prendre le rayon de la Terre pour R car la surface du lac suit la courbure de la Terre. Ça ne change pratiquement pas la réponse.)

L'image explique pourquoi, avec la réfraction, le poisson semble être moins profond.



Le résultat obtenu pour la position de l'image est $q = -p/1,33$. Les objets dans l'eau semblent donc toujours 1,33 fois moins creux qu'ils ne le sont en réalité. La partie du crayon dans l'eau montré précédemment semble donc moins profonde qu'elle ne l'est en réalité, ce qui donne l'impression que le crayon est plié.

b) Quelle est la grandeur de cette image ?

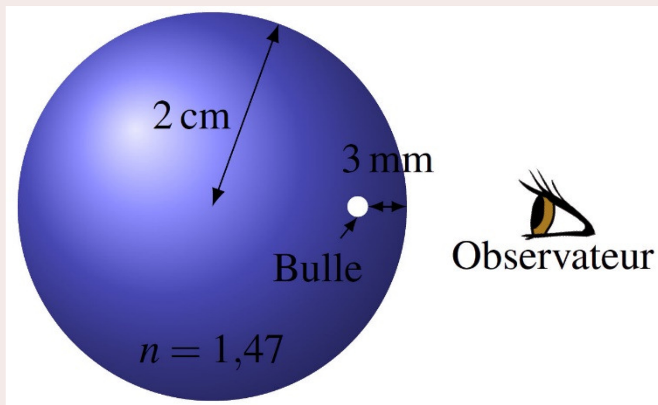
On a

$$\begin{aligned} m &= -\frac{n_1 q}{n_2 p} \\ &= -\frac{1,33 \cdot (-3m)}{1 \cdot 4m} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Le poisson semble donc avoir la même longueur que le poisson réel.

Exemple 5.4.2

Une bulle de 1 mm de diamètre est à 3 mm du bord à l'intérieur d'une sphère de verre (n = 1,47) ayant un rayon de 2 cm. L'observateur regarde la bulle du côté où elle est le plus proche du bord.



a) Où est l'image de la bulle pour un observateur qui est à la position montrée sur la figure ?

On trouve l'image avec

$$\begin{aligned} \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\ \frac{1,47}{3mm} + \frac{1}{q} &= \frac{1-1,47}{-20mm} \\ q &= -2,14mm \end{aligned}$$

La bulle semble donc être à 2,14 mm du bord, à l'intérieur de la boule de verre.

b) Quel est le diamètre de l'image de la bulle ?

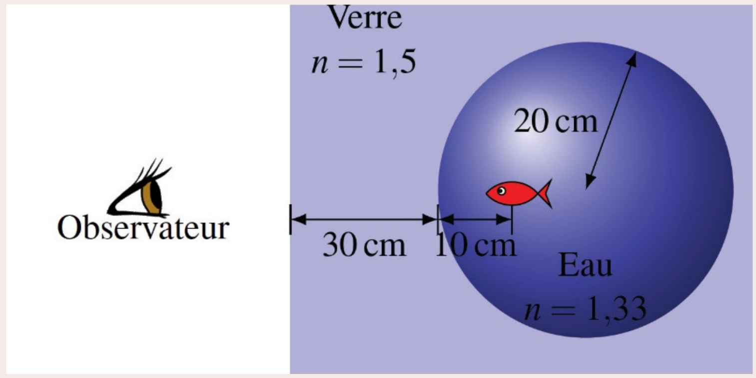
On a

$$m = -\frac{n_1 q}{n_2 p}$$

$$= -\frac{1,47 \cdot (-2,14mm)}{1 \cdot 3mm}$$
$$= 1,0504$$

L'image de la bulle est 1,0504 fois plus grande que l'objet. Elle aura donc un diamètre de 1,0504 mm.

Exemple 5.4.3



Dans la situation illustrée sur la figure, où est l'image finale de l'objet et quel est le grandissement final ?

Quand il y a plusieurs dioptres l'une à la suite de l'autre, on doit :

1) Faire un dioptre à la fois.
2) Prendre l'image du premier dioptre comme objet pour le deuxième dioptre, et ensuite prendre l'image du deuxième dioptre comme objet pour le troisième dioptre et ainsi de suite.
3) Calculer le grandissement total en multipliant tous les grandissements faits par chaque dioptre.

La dernière règle est simplement une question de logique puisque si le premier dioptre fait une image 2 fois plus grande que l'objet et qu'ensuite le deuxième dioptre prend cette image comme objet et la grandit encore 10 fois, alors l'image finale sera 20 fois plus grande que l'objet d'origine.

1er dioptre

La distance entre l'objet et le premier dioptre est

$$p_1 = 10 \text{ cm}$$

La position de l'image est

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{q_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$
$$\frac{1,33}{10cm} + \frac{1,5}{q_1} = \frac{1,5 - 1,33}{-20cm}$$
$$q_1 = -10,6cm$$

Le grandissement est

$$m_1 = -\frac{n_1 q_1}{n_2 p_1} = -\frac{1,33 \cdot (-10,6cm)}{1,5 \cdot 10cm} = 0,9399$$

2^e^ dioptre

La distance entre l'image du premier dioptre et le deuxième dioptre est

$$p_2 = d_1 - q_1 = 30cm - -10,6cm = 40,6cm$$

Cette équation pour la position de l'image (la distance entre les dioptres moins la position de l'image du dioptre précédente, soit $p_n = d_{n-1} - q_{n-1}$) est toujours valide.

La position de l'image est

$$\frac{n_1}{p_2} + \frac{n_2}{q_2} = \frac{n_2 - n_1}{R_2}$$
$$\frac{1,5}{40,6cm} + \frac{1}{q_2} = \frac{1-1,5}{\infty}$$
$$q_2 = -27,07cm$$

Le grandissement est

$$m_2 = -\frac{n_1 q_2}{n_2 p_2} = -\frac{1,5 \cdot (-27,07cm)}{40,6cm} = 1$$

L'image est donc à 27,07 cm derrière l'interface air-verre selon l'observateur. Le grandissement total est

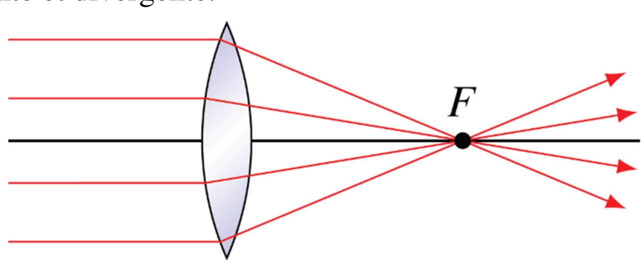
$$m_{total} = m_1 \cdot m_2 = 0,9399 \cdot 1 = 0,9399$$

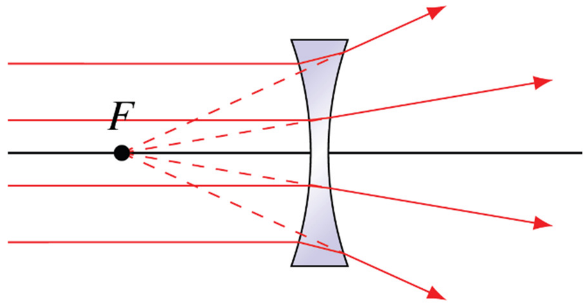
5.5 LES LENTILLES MINCES

Lentilles convergentes et divergentes

Il y a deux types de lentilles : convergente et divergente.

La lentille convergente fait converger les rayons parallèles pour qu'ils se rencontrent en un point, le foyer (F).





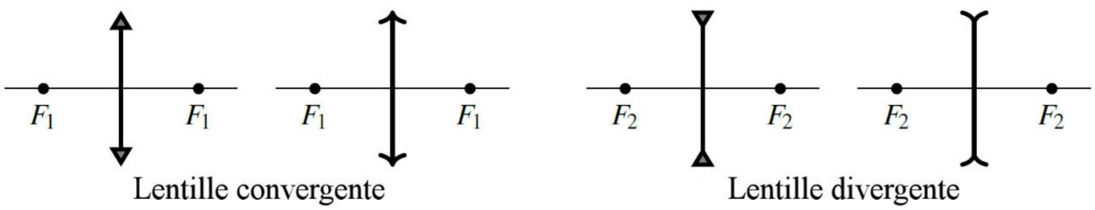
La lentille convergente est toujours plus épaisse au centre que sur les bords (quand elle est dans l'air).

La lentille divergente fait diverger les rayons parallèles de telle sorte qu'ils semblent provenir d'un point, le foyer (*F*).

La lentille divergente est toujours plus mince au centre que sur les bords (quand elle est dans l'air).

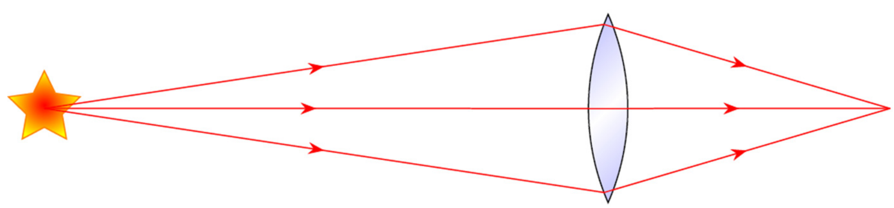
Dans les deux cas, la distance entre la lentille et le foyer est la distance focale (*f*). Il y a en fait deux foyers de chaque côté de la lentille et nous prouverons plus tard que, peu importe la forme de la lentille, les deux foyers sont à la même distance de la lentille de chaque côté.

Il existe des symboles pour représenter ces lentilles. On peut les voir sur cette figure.



La lentille selon le principe de Fermat

Selon le principe de Fermat, la lumière passe par le chemin qui prend le moins de temps pour passer d'un endroit à un autre. Or, avec une lentille, tous les rayons passent du même point (l'objet) à un autre (l'image) en prenant des chemins différents.

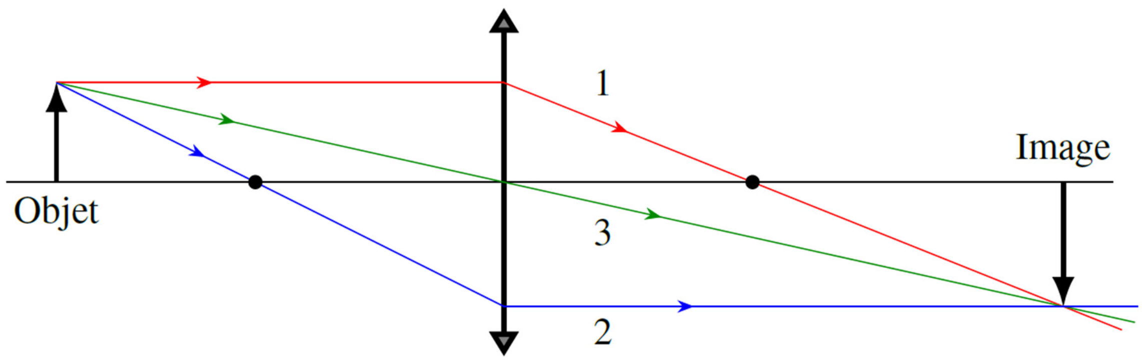


Selon le principe de Fermat, cela signifie simplement que tous les rayons qui partent de l'objet pour arriver à l'image prennent tous exactement le même temps pour parcourir leur trajet. Rappelons-nous que la lumière qui voyage dans le verre va moins vite que la lumière qui voyage dans l'air. Ainsi, la lumière qui est passée au milieu de la lentille a perdu du temps parce que la lentille est plus épaisse à cet endroit. Le rayon qui est passé par le bord de la lentille avait une trajectoire plus longue à parcourir, mais la lumière a traversé une épaisseur de verre plus petite, ce qui a ralenti la lumière pendant moins de temps que pour le rayon passé au centre. Le temps perdu pour parcourir la trajectoire plus longue est exactement compensé par le ralentissement moins long dans une épaisseur de verre plus petite.

Méthode graphique pour trouver la position de l’image

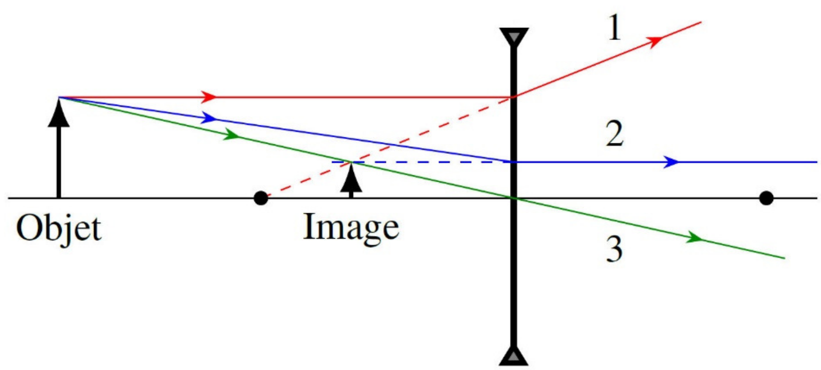
Il y a trois rayons principaux qu’on peut utiliser pour trouver la position de l’image d’un objet. Pour la lentille convergente, ces trois rayons sont :

1) Le rayon parallèle à l’axe principal passe par le foyer de l’autre côté de la lentille après son passage à travers la lentille.
2) Le rayon passant par le foyer devient parallèle à l’axe principal après son passage à travers la lentille.
3) Le rayon passant par le centre de la lentille n’est pas dévié.



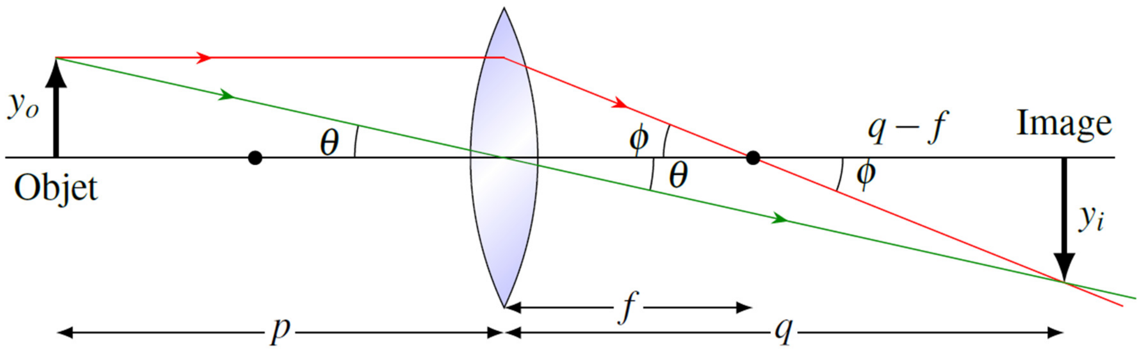
Pour la lentille divergente, il y a de légères différences. Les trois rayons sont

1) Le rayon parallèle à l’axe principal semble provenir du foyer du côté d’où provient la lumière après son passage à travers la lentille.
2) Le rayon se dirigeant vers le foyer de l’autre côté de la lentille devient parallèle à l’axe principal après son passage à travers la lentille.
3) Le rayon passant par le centre de la lentille n’est pas dévié.



Le calcul de la position de l’image

Pour trouver la formule des lentilles, on va utiliser deux des rayons principaux.



Les triangles avec les angles θ sont semblables. Cela signifie que

$$\frac{y_i}{y_o}=\frac{q}{p}$$

Examinons maintenant les triangles avec des angles ϕ. Comme ce sont aussi des triangles semblables, on a

$$\frac{y_i}{y_o}=\frac{q-f}{f}$$

En prenant ces deux équations, on a

$$\frac{q}{p}=\frac{q-f}{f}$$

$$\frac{1}{p}=\frac{q-f}{qf}$$

$$\frac{1}{p}=\frac{q}{qf}-\frac{f}{qf}$$

$$\frac{1}{p}=\frac{1}{f}-\frac{1}{q}$$

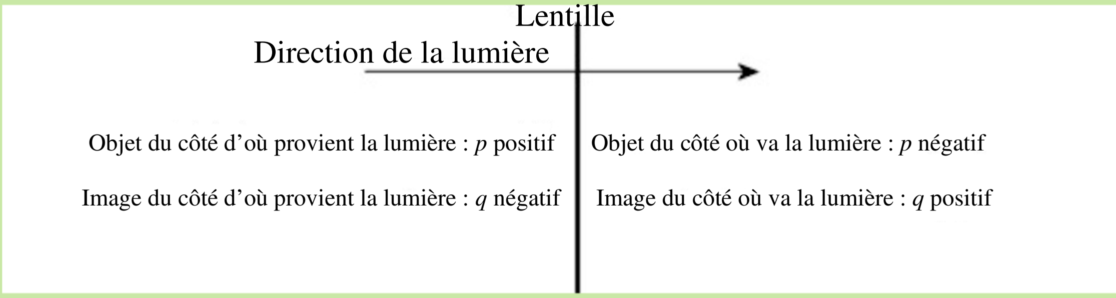
Ce qui donne finalement

Équation des lentilles minces

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

On pourrait faire aussi la preuve avec les lentilles divergentes ou avec des images ou des objets virtuels et on obtiendrait toujours la même formule, à condition de respecter la convention de signe suivante.

Convention de signes avec les lentilles

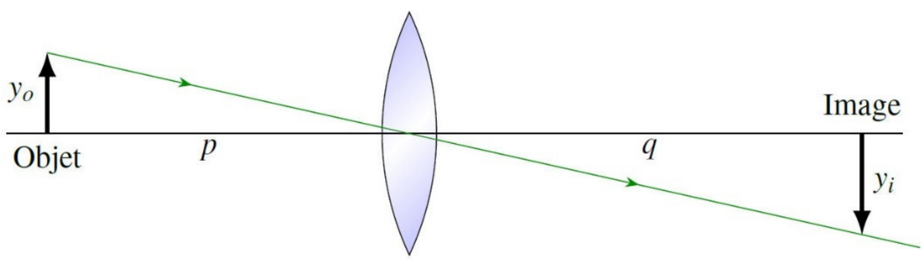


Lentille convergente : f est positif

Lentille divergente : f est négatif

Le grandissement

Pour trouver le grandissement, prenons le rayon passant par le centre de la lentille, c'est-à-dire celui qui n'est pas dévié.



Avec les deux triangles semblables, on a

$$\frac{y_i}{y_o} = \frac{q}{p}$$

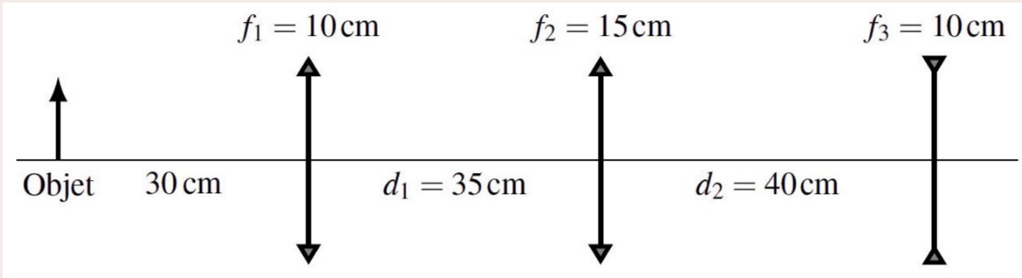
Comme on l'a fait précédemment, on va ajouter un signe négatif pour indiquer que l'image est inversée. On a alors

Grandissement avec une lentille

$$m = -\frac{q}{p}$$

Exemple 5.5.1

Dans la situation illustrée sur la figure, où est l'image finale de l'objet et quel est le grandissement final ?



Quand il y a plusieurs lentilles l'une à la suite de l'autre, on doit :

1) Faire une lentille à la fois
2) Prendre l'image de la première lentille comme objet pour la deuxième lentille, et ensuite prendre l'image de la deuxième lentille comme objet pour la troisième lentille et ainsi de suite.
3) Calculer le grandissement total en multipliant tous les grandissements faits par chaque lentille.

La dernière règle est simplement une question de logique puisque si la première lentille fait une image 2 fois plus grande que l'objet et qu'ensuite la deuxième lentille prend cette image comme objet et la grandit encore 10 fois, elle sera 20 fois plus grande que l'objet d'origine.

1re lentille

La distance entre l'objet et la première lentille est

$$p_1 = 30 \text{ cm}$$

La position de l'image est

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{30cm} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{10cm}$$

$$q_1 = 15cm$$

Le grandissement est

$$m_1 = -\frac{q_1}{p_1} = -\frac{15cm}{30cm} = -\frac{1}{2}$$

2e lentille

La distance entre l'image de la première lentille et la deuxième lentille est

$$p_2 = d_1 - q_1 = 35cm - 15cm = 20cm$$

Cette équation pour la position de l'objet (la distance entre les lentilles moins la position de l'image de la lentille précédente, soit $p_n = d_{n-1} - q_{n-1}$) est toujours valide.

La position de l'image est

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2}$$
$$\frac{1}{20cm} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{15cm}$$
$$q_2 = 60cm$$

Le grandissement est

$$m_2 = -\frac{q_2}{p_2} = -\frac{60cm}{20cm} = -3$$

3^e^ lentille

La distance entre l'image de la deuxième lentille et la troisième lentille est

$$p_3 = d_2 - q_2 = 40cm - 60cm = -20cm$$

Ce signe négatif est correct, car l'objet pour la troisième lentille est du côté où la lumière s'en va puisque l'image de la deuxième lentille se forme à une distance plus grande que la distance entre les lentilles. (En réalité, l'image ne se forme jamais, car les rayons sont déviés par la troisième lentille avant de se rencontrer.) Donc, pour ceux qui se demandaient comment un p négatif était possible, vous avez maintenant la solution. On a un p négatif quand l'image se forme plus loin que la lentille ou le miroir suivant.

La position de l'image est

$$\frac{1}{p_3} + \frac{1}{q_3} = \frac{1}{f_3}$$
$$\frac{1}{-20cm} + \frac{1}{q_3} = \frac{1}{-10cm}$$
$$q_3 = -20cm$$

Le grandissement est

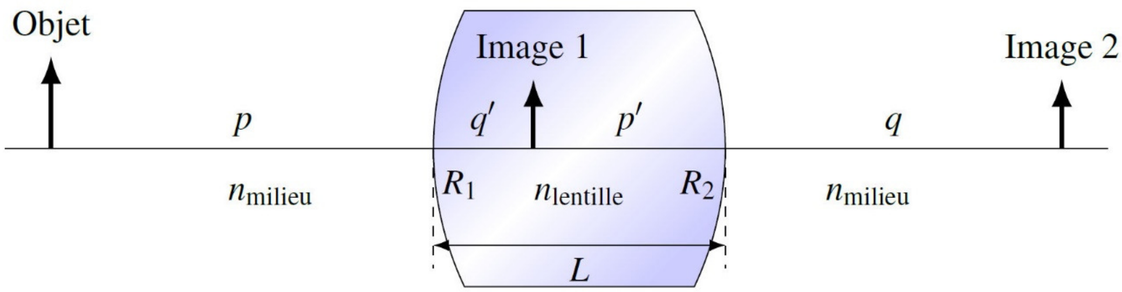
$$m_3 = -\frac{q_3}{p_3} = -\frac{-20cm}{-20cm} = -1$$

L'image est donc à 20 cm à gauche de la troisième lentille (elle est donc à mi-chemin entre la deuxième et la troisième lentille). Le grandissement total est

$$m_{total} = m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-3) \cdot (-1) = -\frac{3}{2}$$

Calcul de la distance focale d'une lentille

Les lentilles sont en fait deux dioptres l'un après l'autre. Pour trouver la distance focale d'une lentille, il faut donc appliquer l'équation des dioptres deux fois. Quand on fait cela, on se sert de l'image obtenue avec le premier dioptre (image 1) comme objet pour le deuxième dioptre. L'image finale (image 2) est l'image qui nous intéresse.



Pour le premier dioptre, on a

$$\frac{n_m}{p} + \frac{n_l}{q'} = \frac{n_l - n_m}{R_1}$$

où n_m est l'indice de réfraction du milieu dans lequel est la lentille et n_l est l'indice de réfraction de la substance qui compose la lentille.

Pour le deuxième dioptre, on a

$$\frac{n_l}{p'} + \frac{n_m}{q} = \frac{n_m - n_l}{R_2}$$

$$\frac{n_l}{L - q'} + \frac{n_m}{q} = \frac{n_m - n_l}{R_2}$$

On va travailler ici avec des lentilles minces. On va considérer qu'elles sont si minces, qu'on peut négliger leur épaisseur. On va donc poser $L = 0$.

L'équation du deuxième dioptre devient donc

$$\frac{n_l}{-q'} + \frac{n_m}{q} = \frac{n_m - n_l}{R_2}$$

On va ensuite additionner les deux équations des deux dioptres. On obtient le résultat suivant.

$$\frac{n_m}{p}+\frac{n_1}{q'}+\frac{n_1}{-q'}+\frac{n_m}{q}=\frac{n_l-n_m}{R_1}+\frac{n_m-n_l}{R_2}$$

Avec les deux termes qui s'annulent, on a

$$\frac{n_m}{p}+\frac{n_m}{q}=\frac{n_l-n_m}{R_1}+\frac{n_m-n_l}{R_2}$$

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\left(\frac{n_l-n_m}{n_m}\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

Mais puisque

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

On a

$$\frac{1}{f}=\left(\frac{n_l-n_m}{n_m}\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

C'est l'équation de l'opticien ou du lunettier. Notez qu'on définit la puissance d'une lentille (*P,* en dioptrie (D, qui sont des m^{-1})) comme l'inverse de la distance focale. On a donc

Distance focale et puissance d'une lentille

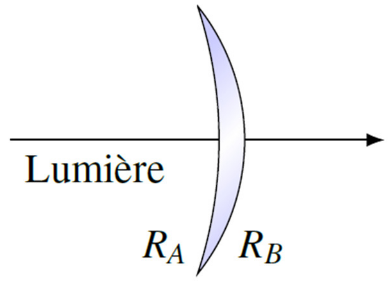
$$P=\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

où n_m est l'indice du milieu dans lequel est la lentille, n_l est l'indice du matériau qui compose la lentille, R_1 est le rayon de courbure de la première surface de la lentille rencontrée par la lumière et R_2 est le rayon de la deuxième surface de la lentille rencontrée par la lumière. Les signes des rayons de courbure sont importants et ils suivent la même convention de signe que les dioptres.

Preuve que la distance focale des deux foyers est la même

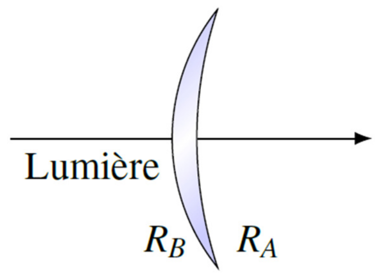
On peut maintenant démontrer que les deux foyers d'une lentille sont à la même distance de chaque côté de la lentille. Prenons une lentille et faisons passer la lumière dans un sens.

La lumière rencontre en premier une surface dont le rayon de courbure est R_A et ensuite une surface dont le rayon de courbure est R_B. La distance focale pour la lumière qui passe dans ce sens est donc



$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B}\right)$$

Si on inverse la lentille, on voit que la lumière rencontre maintenant la surface avec le rayon de courbure R_B en premier et ensuite celle avec le rayon R_A. De plus, en inversant la lentille, on inverse les signes des rayons de courbure, car les centres de courbure des surfaces changent de côté. Dans notre exemple, ils sont passés du côté où la lumière arrive pour aller du côté où la lumière va. Ainsi, la distance focale pour la lumière passant dans ce sens est



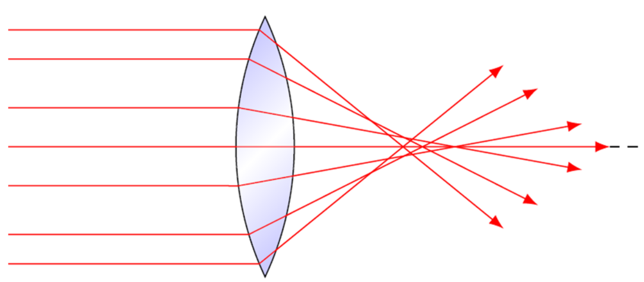
$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{(-R_B)} - \frac{1}{(-R_A)}\right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B}\right)$$

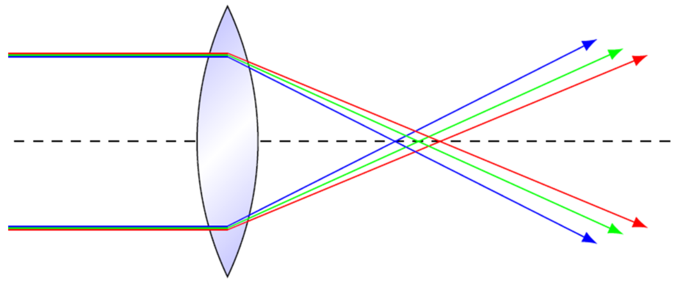
qui est la même valeur que pour la lumière passant dans l'autre sens. Cela prouve que les distances focales sont les mêmes de chaque côté.

Les aberrations

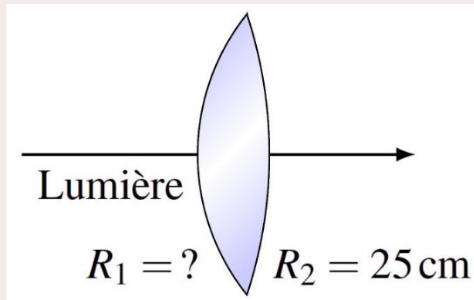
Les lentilles sphériques étant formées de deux dioptres, elles souffrent du même problème que les dioptres. Cela signifie qu'il y a aussi de l'aberration de sphéricité avec les lentilles sphériques.



Il y a également un problème à cause de la dispersion. Les différentes couleurs font des réfractions légèrement différentes ce qui fait que la position du foyer varie selon la couleur de la lumière. L'indice de réfraction du mauve étant plus grand que celui du rouge (pour la plupart des matériaux), les rayons sont davantage déviés pour le mauve et le foyer du mauve est plus près de la lentille que le foyer du rouge. C'est *l'aberration chromatique.* Notez que les dioptres ont aussi de l'aberration chromatique.



Exemple 5.5.2



Une lentille dans l'air a une puissance de 10 D et est faite d'un matériau ayant un indice de réfraction de 1,5.

a) Si un des côtés a la courbure indiquée sur la figure, quel est le rayon de courbure de l'autre surface ?

Si on suppose que la lumière passe de gauche à droite, on a

$$P = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$10D = \frac{1,5-1}{1}\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{-0,25m}\right)$$

$$R_1 = 0,0625m = 6,25cm$$

Cette valeur positive signifie que le centre de courbure est du côté où la lumière va, donc à droite de la lentille sur la figure. La figure montre donc bien à quoi ressemble cette lentille.

b) Quelle est la puissance de cette lentille dans l'eau ?

Cette lentille dans l'eau a une puissance de

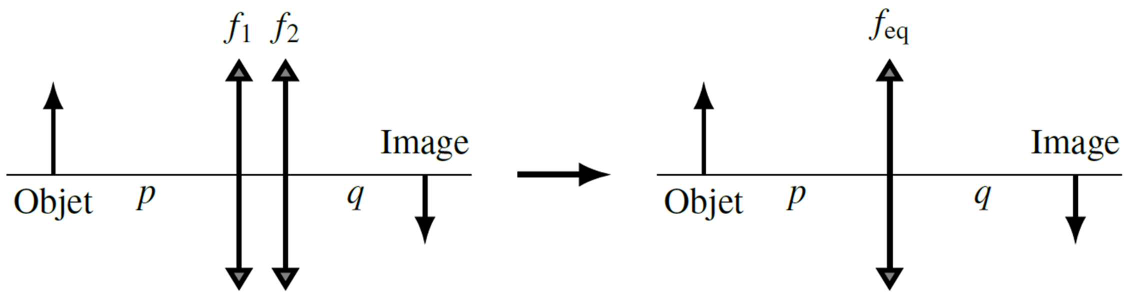
$$\begin{aligned} P &= \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \\ &= \frac{1,5-1,33}{1,33}\cdot\left(\frac{1}{0,0625m} - \frac{1}{-0,25m}\right) \\ &= 2,56D \end{aligned}$$

Ce qui correspond à une distance focale de 39,11 cm.

Si jamais vous voulez prendre en compte l'épaisseur de la lentille, vous pouvez consulter ce document sur l'équation des lentilles épaisses.
http://physique.merici.ca/ondes/lentilles_epaisses.pdf

Lentilles accolées

On va maintenant chercher la puissance équivalente de deux lentilles accolées. Autrement dit, on va chercher la puissance équivalente de la lentille qui ferait une image exactement à la même place que la position finale de l'image avec les deux lentilles.



Pour les deux lentilles, allons-y une lentille à la fois. Pour la première lentille on a

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f_1}$$

Pour la deuxième lentille, on a

$$p_2=d-q_1$$

Donc

$$\frac{1}{p_2}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{d-q_1}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f_2}$$

Comme les lentilles sont accolées, on va dire que $d = 0$. On a donc

$$\frac{1}{-q_1}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f_2}$$

Si on additionne les deux équations de nos lentilles, on a

$$\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q_1}\right)+\left(\frac{1}{-q_1}+\frac{1}{q}\right)=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$$

et donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$$

Pour la lentille équivalente, on a simplement

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f_{eq}}$$

En comparant ces deux derniers résultats, on trouve que

$$\frac{1}{f_{eq}}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$$

On arrive donc à la conclusion suivante.

Lentilles accolées

$$\frac{1}{f_{eq}}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}+\frac{1}{f_4}+\dots \qquad P_{eq}=P_1+P_2+P_3+P_4+\dots$$

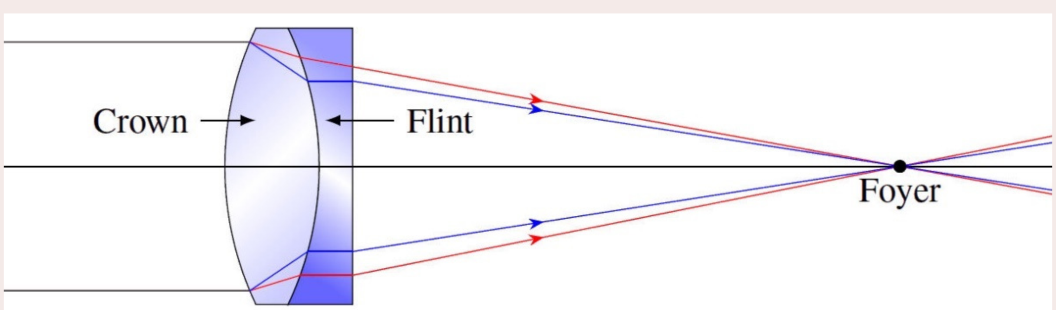
Exemple 5.5.3

Il est possible de faire une lentille qui n'a pas d'aberration chromatique en collant ensemble deux lentilles faites de types de verre différents. C'est ce que nous allons tenter de faire ici avec une lentille faite de verre Flint et une autre faite de verre Crown. Voici les caractéristiques de ces 2 types de verres.

Longueur d'onde	*Crown*	*Flint*
759,370 nm	1,5089	1,6391
396,847 nm	1,5314	1,6886

On remarque que pour ces types de verre, les indices sont plus grands pour de petites longueurs d'onde, qui est souvent le cas.

Notre lentille accolée aura la forme suivante.



Le contact entre les deux lentilles est parfait (le rayon de courbure des deux lentilles est le même à cet endroit) et le côté droit de la lentille en verre Flint est plat.

Quelles doivent être les rayons de courbure de la lentille faite de verre Crown pour que la distance focale soit de 25 cm pour la lumière à 759,370 nm et la lumière à 396,847 nm ?

Une distance focale de 25 cm correspond à une puissance de 4 D. Comme on additionne simplement les puissances des lentilles accolées pour obtenir la puissance totale, on doit avoir

$$\begin{aligned} 4D &= P_{crown} + P_{flint} \\ &= (n_C - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + (n_F - 1)\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}\right) \end{aligned}$$

Puisque $R_3 = R_2$ et $R_4 = \infty$, on a

$$\begin{aligned} 4D &= P_{crown} + P_{flint} \\ &= (n_C - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + (n_F - 1)\left(\frac{1}{R_2}\right) \\ &= (n_C - 1)\frac{1}{R_1} + (n_F - n_C)\frac{1}{R_2} \end{aligned}$$

À 759,370 nm, cette équation donne

$$4D = (1,5089 - 1)\cdot\frac{1}{R_1} + (1,6931 - 1,5089)\cdot\frac{1}{R_2}$$

$$4D = 0,5089\cdot\frac{1}{R_1} + 0,1302\cdot\frac{1}{R_2}$$

À 396,847 nm, l'équation est

$$4D = (1,5314 - 1)\cdot\frac{1}{R_1} + (1,6886 - 1,5314)\cdot\frac{1}{R_2}$$

$$4D = 0,5341\cdot\frac{1}{R_1} + 0,1572\cdot\frac{1}{R_2}$$

On a donc 2 équations et deux inconnues. On va isoler $1/R_2$ dans la première

$$\frac{1}{R_2} = 30,722D - 3,909\cdot\frac{1}{R_1}$$

et remplacer dans la deuxième équation.

$$4D = 0,5341 \cdot \frac{1}{R_1} + 0,1572 \cdot \left(30,722D - 3,909 \cdot \frac{1}{R_1} \right)$$

Reste à isoler R_1.

$$4D = 0,5341 \cdot \frac{1}{R_1} + 4,8295D - 0,6144 \cdot \frac{1}{R_1}$$

$$0,08033 \cdot \frac{1}{R_1} = 0,8295D$$

$$R_1 = 9,68cm$$

Finalement, on trouve R_2.

$$\frac{1}{R_2} = 30,722D - 3,909 \cdot \frac{1}{0,09686m}$$

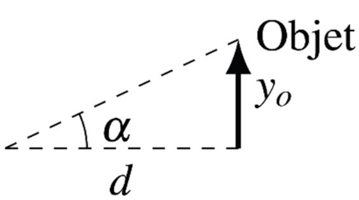
$$R_2 = -10,38cm$$

5.6 LOUPES, MICROSCOPES ET TÉLESCOPES

Formule du grossissement d'une loupe

Il y a deux éléments qui entrent en compte pour déterminer si on pourra voir mieux les détails d'un objet.

1) La grandeur de l'objet : Si on a deux objets identiques à la même distance, mais qu'un est deux fois plus grand que l'autre, on pourra voir plus facilement les détails de l'objet qui est le plus grand.
2) La distance de l'objet : Si on a deux objets identiques, mais qu'un est plus près que l'autre, on verra mieux les détails de l'objet qui est le plus près.



En fait, l'angle sous-tendu par l'objet combine ces deux éléments. Plus l'objet est grand, plus l'angle est grand et plus l'objet est près, plus l'angle est grand.

Pour voir le plus de détails, il faut donc augmenter cet angle au maximum. Avec un objet matériel, on n'a pas beaucoup d'autres choix que d'approcher l'objet (puisqu'on ne peut pas augmenter sa grandeur). Il y a toutefois un angle maximum puisque notre œil ne peut pas voir clairement les objets si on les regarde de trop près. La plus petite distance qu'il peut y avoir entre un objet et notre œil pour laquelle on voit l'objet clairement est d_{pp} où pp signifie punctum proximum ou point proche. L'angle maximum est donc

$$\tan \alpha = \frac{y_o}{d_{pp}}$$

On s'intéresse en fait aux petits détails sur l'objet et l'angle sous-tendu par les petits détails n'est jamais bien gros. Ainsi, l'angle est petit et on peut donc écrire que l'angle maximum est

$$\alpha = \frac{y_o}{d_{pp}}$$

On peut améliorer cet angle en utilisant une lentille. On va ainsi regarder l'image plutôt que l'objet. Avec une image, il se peut que l'angle sous-tendu augmente et on verra alors plus les détails. On notera β l'angle sous-tendu par l'image.

1re possibilité : Faire une image réelle

On peut faire une image réelle plus grande avec la lentille. Si on regarde cette image, projetée sur un écran, on verra alors davantage les détails. C'est ce qui se passe quand on utilise un rétroprojecteur, un projecteur de diapositive ou un canon pour afficher l'écran de l'ordinateur.

Encore une fois, on peut augmenter l'angle sous-tendu par l'image en la regardant de plus près, mais sans être plus près que votre d_{pp}. Ainsi, le meilleur angle sous-tendu qu'on peut obtenir de cette façon est

$$\beta = \frac{y_i}{d_{pp}}$$

On définit le grossissement comme le rapport entre l'angle sous-tendu avec une lentille et l'angle sous-tendu maximum obtenu sans lentille.

Grossissement

$$G = \frac{\beta}{\alpha}$$

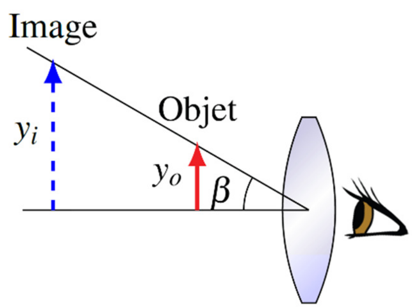
Avec une image réelle, on obtient donc, au maximum,

$$G_{\max} = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{y_i / d_{pp}}{y_o / d_{pp}} = \frac{y_i}{y_o}$$

qui est la même chose que la valeur absolue du grandissement.

2e possibilité : faire une image virtuelle

On peut aussi regarder une image virtuelle. Dans ce cas, il faut regarder l'image à travers la lentille, qui agit alors comme une loupe. On va faire le cas dans lequel la personne a les yeux tout près de la lentille. On se doute qu'on verra alors le plus de détails, car c'est dans cette position qu'on est le plus près de l'image et plus on est près de l'image, plus l'angle sous-tendu est grand.



En utilisant le rayon passant par le centre de la lentille (qui n'est pas dévié), on voit que l'angle sous-tendu est

$$\beta = \frac{y_i}{-q} = \frac{y_o}{p}$$

L'objet est à une distance p et l'image est à une distance $-q$ (il faut mettre un signe négatif pour changer le signe de q, car q est négatif pour une image virtuelle).

Le grossissement est donc

$$G = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{y_0 / p}{y_0 / d_{pp}}$$

Ce qui donne

Grossissement d'une lentille

$$G = \frac{d_{pp}}{p}$$

Il y a deux cas extrêmes puisque l'image doit être entre q = - infini et $q = -d_{pp}$.

Si l'image est à l'infini, on a

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{-\infty} = \frac{1}{f}$$
$$p = f$$

L'objet est donc au foyer. En remplaçant dans la formule du grossissement, on obtient

Grossissement minimum d'une lentille

$$G_{\min} = \frac{d_{pp}}{f}$$

On place l'objet au foyer ($p = f$) pour obtenir ce grossissement.

Si l'image est à la distance la plus près possible de l'œil ($q = -d_{pp}$), on a

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{-d_{pp}}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p}=\frac{1}{f}+\frac{1}{d_{pp}}$$
$$\frac{1}{p}=\frac{d_{pp}+f}{d_{pp}f}$$

Ce qui nous donne le grossissement suivant.

$$\begin{aligned}G&=\frac{d_{pp}}{p}=d_{pp}\cdot\frac{1}{p}\\&=d_{pp}\frac{d_{pp}+f}{d_{pp}f}\\&=\frac{d_{pp}+f}{f}\end{aligned}$$

On obtient ainsi

Grossissement maximum d'une lentille

$$G_{\max}=\frac{d_{pp}}{f}+1$$

On place l'objet un peu devant le foyer $\left(p=\frac{d_{pp}f}{d_{pp}+f}\right)$ pour obtenir ce grossissement

Exemple 5.6.1

Une personne ayant un d_{pp} de 24 cm utilise une loupe dont la distance focale est de 4 cm pour examiner les détails sur une pièce de monnaie ancienne. Quels sont les grossissements maximum et minimum qu'elle peut obtenir et où doit-elle placer la pièce de monnaie pour obtenir ces grossissements ?

Le grossissement minimum est de

$$\begin{aligned}G_{\min}&=\frac{d_{pp}}{f}\\&=\frac{24cm}{4cm}\\&=6\end{aligned}$$

et il s'obtient en plaçant l'objet au foyer, donc à 4 cm de la lentille.

Le grossissement maximum est de

$$\begin{aligned} G_{\max} &= \frac{d_{pp}}{f} + 1 \\ &= \frac{24cm}{4cm} + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

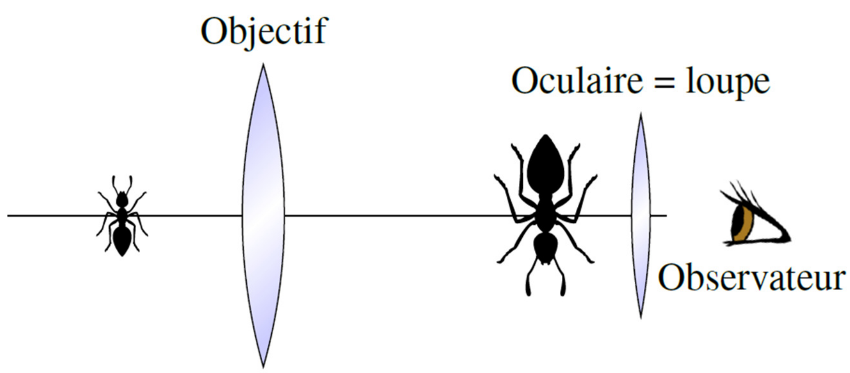
et il s'obtient en plaçant l'objet à la position donnée par

$$\begin{aligned} p &= \frac{d_{pp} f}{d_{pp} + f} \\ &= \frac{24cm \cdot 4cm}{4cm + 24cm} \\ &= 3,429cm \end{aligned}$$

La pièce peut donc être n'importe où entre 3,429 cm de la lentille et 4 cm de la lentille. On obtiendra alors des grossissements se situant entre 6 et 7, selon la position.

Le microscope

On peut faire encore mieux qu'une simple loupe en utilisant l'astuce suivante. On va prendre une lentille (l'objectif) pour faire une image réelle plus grande que l'objet et on va ensuite examiner cette image avec une loupe (l'oculaire). Ainsi, on fait un peu mieux qu'avec une simple loupe, car on examine une image plus grande que l'objet. C'est le principe de base du microscope.

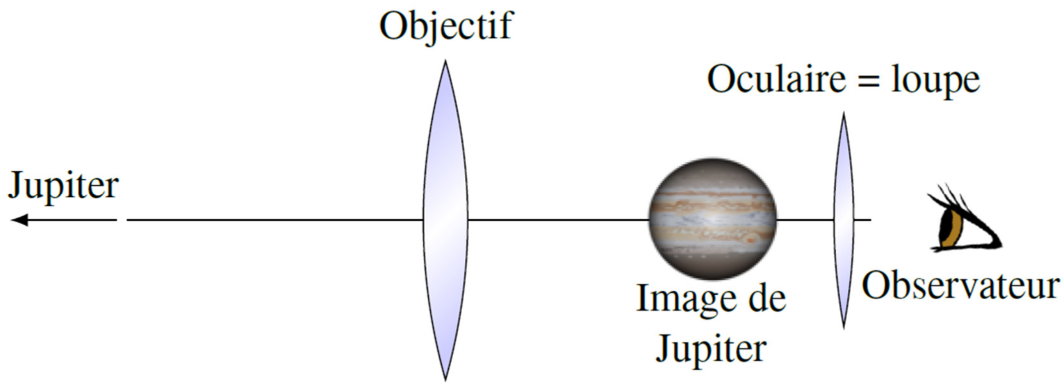


Remarquez que dans le cas présent, l'image qu'on observe est inversée par rapport à l'objet. Il existe des microscopes dans lesquels on va corriger cette inversion avec une autre lentille ou un miroir.

Le télescope

Il est inutile d'observer un objet céleste avec une loupe. On a vu que l'objet que l'on observe doit être au foyer ou un peu devant le foyer de la loupe. Si on veut observer Jupiter avec une loupe, il faudrait donc une lentille ayant une distance focale égale à la distance entre la Terre et Jupiter. Avec la formule du grossissement maximum, on voit alors que, avec une distance focale très grande, le grossissement est 1. Pas fameux…

On peut faire mieux avec l'astuce suivante. Avec une lentille (l'objectif) ou un miroir, on va faire une image réelle de l'objet céleste et on va ensuite examiner cette image avec une loupe.



L'image est beaucoup plus petite que l'objet, mais on peut avoir tellement de grossissement avec la loupe qu'on voit davantage de détails en fin de compte.

Avec un télescope, on veut la distance focale la plus grande possible pour l'objectif. Cela permet d'obtenir une image réelle plus grande. C'est pour cela que les télescopes sont généralement très longs. Par contre, on veut une distance focale très petite pour l'oculaire pour obtenir un grossissement important.

Pour les grands télescopes, on va toujours utiliser un miroir pour faire l'image réelle du corps céleste parce qu'il n'y a pas d'aberration chromatique avec un miroir. Avec une lentille, il y aura une légère séparation de couleur lors de la réfraction, ce qui va donner l'aspect montré sur la figure à l'image. On voit qu'il y a une légère séparation des couleurs.

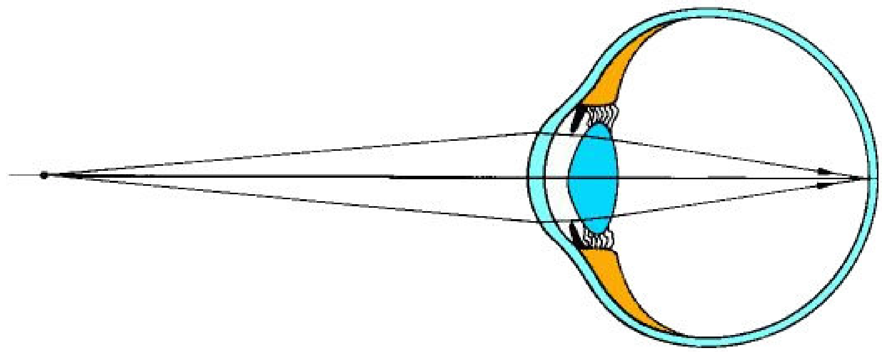
www.astrosystems.nl/projects_products/accessories/dispersion%20corrector/dispersie_correct.htm

Encore une fois, ce qu'on observe avec l'oculaire est une image inversée par rapport à l'objet.

5.7 L'ŒIL

La formation de l'image

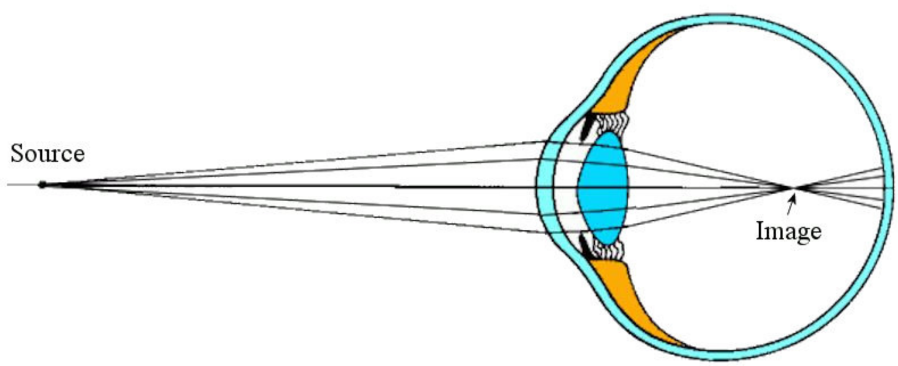
Pour voir clairement un objet, son image doit se former exactement sur la rétine dans le fond de l'œil. Ainsi, tous les rayons provenant d'un point lumineux arrivent tous sur la même cellule réceptrice de la rétine.



www.lhup.edu/~dsimanek/scenario/miscon.htm

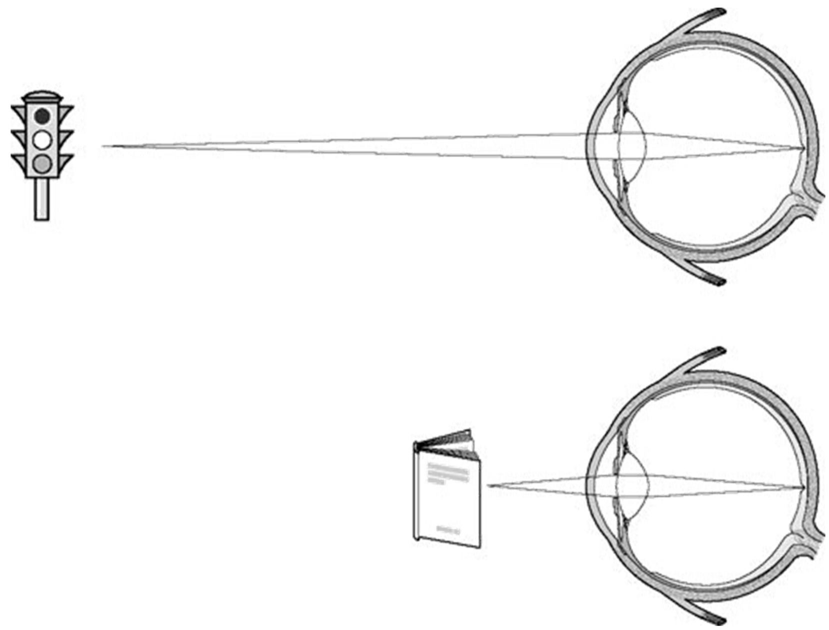
De cette façon, si une seule cellule reçoit la lumière, on va percevoir un petit point lumineux. C'est comme si toute la lumière blanche provenant d'une source très petite arrivait sur le même pixel dans une caméra. La photo obtenue serait alors un simple pixel blanc et il n'y aurait qu'un point.

Si l'image ne se forme pas sur la rétine, on aura la situation suivante (l'image pourrait aussi être derrière la rétine).



Dans ce cas, plusieurs cellules réceptrices de lumière reçoivent les rayons lumineux et on voit une tâche floue. C'est comme si la lumière blanche d'une source très petite arrivait sur plusieurs pixels dans une caméra. Il y aurait alors plusieurs pixels blancs sur la photo et on verra plutôt une tache blanche qu'un seul point lumineux.

Pour concentrer les rayons sur la rétine, il doit y avoir de la réfraction. Elle provient en bonne partie de la réfraction de la lumière quand elle entre dans le globe oculaire. C'est en fait un dioptre (à peu près sphérique). Ce dioptre est responsable d'environ 44 dioptries de la puissance de l'œil. Vient ensuite le cristallin (partie bleue foncée sur la dernière figure) qui joue le rôle de lentille. Le cristallin peut changer de forme en devenant plus ou moins courbé, ce qui changera sa puissance. Cette dernière doit changer pour qu'on puisse voir des objets clairement à différentes distances. Comme la position de l'image est fixe (sur la rétine), on doit changer la distance focale de la lentille si la position de l'objet change. Voyez ici comment la courbure du cristallin change quand on approche l'objet de l'œil. On voit bien que le rayon de courbure du cristallin diminue un peu si on regarde quelque chose de plus près. Ce changement permettra à l'image de toujours se former sur la rétine.



www.eyecairo.net/accommodation.html

Il y a toutefois une limite au changement de forme du cristallin et c'est pour ça qu'on ne peut pas voir clairement des objets qui sont trop près de l'œil. La puissance du cristallin peut varier entre 8 et 14 dioptries quand on est jeune.

La puissance d'accommodation

La puissance d'accommodation de l'œil nous indique de combien la puissance de l'œil peut changer. Ce changement de puissance vient du changement de forme du cristallin. Pour connaitre la puissance d'accommodation de l'œil, il faut premièrement considérer ce qui se passe quand on regarde un objet quand il est le plus près de l'œil, sans qu'il soit flou. Cette distance minimale entre l'œil et l'objet est le d_{pp}. L'œil a alors sa puissance maximale et on a

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{d_{pp}}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f_{\min}}=P_{\max}$$

Considérons maintenant ce qui se passe quand on regarde un objet le plus loin possible sans qu'il soit flou. Pour plusieurs, il n'y a pas de limite : vous pouvez regarder une étoile à des centaines d'années-lumière et elle n'est pas floue. Par contre, pour les myopes, il y a une limite. Au-delà d'une certaine distance, tout est flou. Cette distance maximale entre l'œil et l'objet est le d_{pr}, où *pr* signifie *punctum remotum*, ce qui se traduit par *point éloigné*. L'œil a alors sa puissance minimale et on a

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{d_{pr}}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f_{\max}}=P_{\min}$$

En soustrayant les puissances, on obtient la puissance d'accommodation de l'œil, c'est-à-dire le changement de puissance de l'œil.

$$P_{acc}=P_{\max}-P_{\min}$$

$$P_{acc}=\left(\frac{1}{d_{pp}}+\frac{1}{q}\right)-\left(\frac{1}{d_{pr}}+\frac{1}{q}\right)$$

Ce qui nous donne

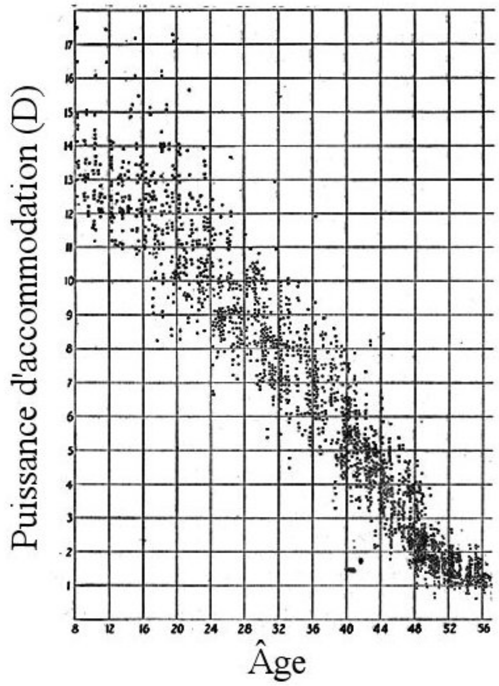
Puissance d'accommodation de l'œil

$$P_{acc}=P_{\max}-P_{\min}=\frac{1}{d_{pp}}-\frac{1}{d_{pr}}$$

Cette puissance représente la variation de puissance qu'on peut avoir grâce au changement de forme du cristallin. Comme le cristallin a tendance à devenir plus rigide avec l'âge, on remarque que la puissance d'accommodation de l'œil diminue avec l'âge. Typiquement, on aura les valeurs suivantes.

Âge	Puissance d'accommodation (D)	d_{pp}
10	13	7,5 cm
20	11	9,1 cm
30	9	11 cm
40	6	18 cm
50	2	50 cm
60	1	90 cm

Autrement dit, cette diminution de la puissance d'accommodation fait lentement augmenter le d_{pp} avec l'âge. On doit donc utiliser des lunettes de lecture à partir d'un certain âge, généralement entre 40 et 50 ans.

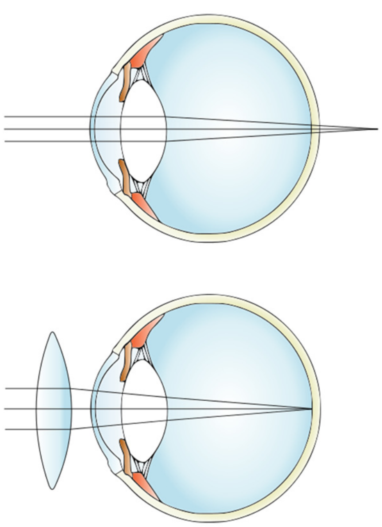


web.ncf.ca/aa456/misc/cataracts/

Les problèmes de vision : on ne voit pas clairement les objets qui sont près

Il peut arriver qu'on puisse voir correctement les objets loin, mais pas les objets proches de notre œil. Évidemment, on a tous une limite (d_{pp}), mais cette limite devrait être inférieure à 25 cm. Quand notre d_{pp} est plus grand que 25 cm, on souffre d'hypermétropie ou de presbytie (cela dépend de la cause).

visianinfo.com/myopia-nearsightedness/



en.wikipedia.org/wiki/Hyperopia

On peut corriger ce problème avec une lentille. Quand on ne voit pas bien les objets proches, c'est que notre œil manque de puissance et l'image se forme derrière la rétine. Une lentille convergente viendra ajouter de la puissance à l'œil, ce qui permettra de former l'image sur la rétine (image de gauche). Trouvons la puissance de la lentille nécessaire pour corriger le problème.

Sans lunettes, on a, quand on regarde un objet le plus près possible sans qu'il soit flou,

$$\frac{1}{d_{pp}}+\frac{1}{q}=P_{\max}$$

Avec lunette, on aura

$$\frac{1}{d'_{pp}}+\frac{1}{q}=P_{\max}+P_{lun}$$

où on a utilisé l'approximation des lentilles accolées pour la puissance résultante de l'œil et des lunettes. On note d'_{pp} le nouveau d_{pp} avec lunettes. En soustrayant les deux équations (la deuxième moins la première), on a

Puissance des lunettes pour corriger la vision de près

$$P_{lun}=\frac{1}{d'_{pp}}-\frac{1}{d_{pp}}$$

Exemple 5.7.1

Anthony ne voit pas clairement les objets à moins de 40 cm. Il veut voir clairement les objets jusqu'à une distance de 20 cm. Quelle est la puissance des lunettes qu'il doit porter ?

La puissance des lunettes est

$$\begin{aligned}P_{lun}&=\frac{1}{d'_{pp}}-\frac{1}{d_{pp}}\\&=\frac{1}{0,2m}-\frac{1}{0,4m}\\&=2,5D\end{aligned}$$

La puissance positive nous indique que ce sont des lentilles convergentes. On remarque assez facilement ces lentilles parce qu'elles donnent une image plus grande des yeux.

forum.bodybuilding.com/showthread.php?t=109576461

Il y a deux causes principales aux problèmes de vision de près. Il peut s'agir d'hypermétropie ou de presbytie.

L'hypermétropie se produit quand le devant de l'œil n'est pas assez courbé par rapport à la profondeur de l'œil. La puissance de la cornée se trouve donc réduite et l'image se forme derrière la rétine. Parfois, même avec une grande puissance d'accommodation, le cristallin ne peut être assez puissant pour compenser le manque de courbure de la cornée.

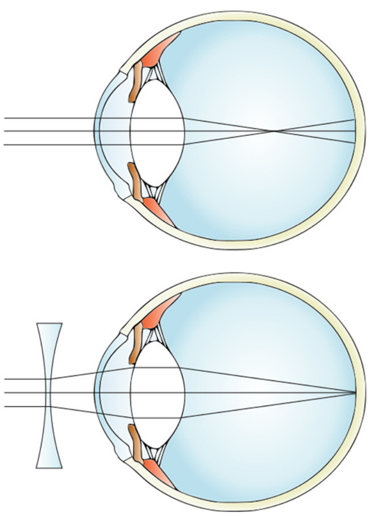
La presbytie est le résultat de la perte de puissance d'accommodation du cristallin avec l'âge. En vieillissant, la puissance diminue et le d_{pp} augmente. Vers la quarantaine, le d_{pp} devient trop grand et on doit corriger ce problème avec des lunettes. On considère une personne presbyte si la puissance d'accommodation est inférieure à 4 D.

Les problèmes de vision : on ne voit pas clairement les objets qui sont loin

www.atheistrev.com/2012/12/obstacles-to-atheist-activism-myopia.html

Dans cette situation, on voit clairement les objets pas trop loin de notre œil, mais les objets situés au-delà d'une certaine distance (d_{pr}) sont flous. On souffre alors de myopie.

Dans ce cas, la courbure de l'œil est trop prononcée par rapport à la profondeur de l'œil. Ainsi, la cornée a trop de puissance et l'image se forme devant la rétine, même avec un cristallin à sa puissance minimum.



en.wikipedia.org/wiki/Myopia

Encore une fois, on peut corriger ce problème avec une lentille. Il s'agit cette fois d'enlever de la puissance à l'œil, ce qu'on peut faire avec une lentille divergente dont la puissance est négative. Trouvons la puissance de la lentille nécessaire pour corriger le problème.

Sans lunettes, on a, quand on regarde un objet le plus loin possible sans qu'il soit flou,

$$\frac{1}{d_{pr}}+\frac{1}{q}=P_{\min}$$

Avec lunette, on aura

$$\frac{1}{d'_{pr}}+\frac{1}{q}=P_{\min}+P_{lun}$$

On note d'_{pr} le nouveau d_{pr} avec lunettes. En soustrayant les deux équations (la deuxième moins la première), on a

$$P_{lun} = \frac{1}{d'_{pr}} - \frac{1}{d_{pr}}$$

La plupart du temps, on veut voir tous les objets loin clairement et on voudra donc que d'_{pr} soit égal à l'infini. On a donc

Puissance des lunettes pour corriger la vision de loin

$$P_{lun} = -\frac{1}{d_{pr}}$$

Exemple 5.7.2

Gordon ne voit pas clairement les objets qui sont à plus de 2 m de lui. Il veut voir correctement les objets lointains. Quelle est la puissance des lunettes qu'il doit porter ?

La puissance des lunettes est

$$\begin{aligned} P_{lun} &= -\frac{1}{d_{pr}} \\ &= -\frac{1}{2m} \\ &= -0,5D \end{aligned}$$

La puissance négative nous indique que ce sont des lentilles divergentes. On remarque assez facilement ces lentilles parce qu'elles donnent une image plus petite des yeux. La personne sur cette image a des lunettes dont la puissance est de -26,5 D !

public.fotki.com/Russian-GWG/06---glasses-and-lenses/minus-glasses-by-dioptrs/minus-26-glasses/minus-26-5-planet.html

Les d_{pp} et d_{pr} avec des lunettes

Notez que la puissance d'accommodation reste la même avec des lunettes puisqu'elle représente le changement de puissance du cristallin. Ce n'est pas parce qu'on porte des lunettes que le cristallin devient moins puissant ou plus puissant.

Avec des lunettes, on change notre d_{pp} et notre d_{pr}. Quand on regarde au d'_{pp} avec des lunettes, on a

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{d'_{pp}}+\frac{1}{q}=P_{\max}+P_{lun}$$

Quand on regarde au point éloigné avec nos lunettes, on a

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{d'_{pr}}+\frac{1}{q}=P_{\min}+P_{lun}$$

En soustrayant les équations (la première moins la deuxième), il reste

Puissance d'accommodation de l'œil avec lunettes

$$P_{acc}=\frac{1}{d'_{pp}}-\frac{1}{d'_{pr}}$$

Exemple 5.7.3

Ossa-Alizée voit clairement entre 10 cm et 40 cm.

a) Quelle est la puissance des lunettes qu'elle doit porter ?

Cette personne est manifestement myope, car elle ne voit pas clairement les objets plus loin que 40 cm. On corrige donc ce problème avec des lunettes ayant une puissance de

$$\begin{aligned}P_{lun}&=-\frac{1}{d_{pr}}\\&=-\frac{1}{0,4m}\\&=-2,5D\end{aligned}$$

b) Quels seront le d_{pp} et le d_{pr} avec ses lunettes ?

La puissance d'accommodation est

$$\begin{aligned} P_{acc} &= \frac{1}{d_{pp}} - \frac{1}{d_{pr}} \\ &= \frac{1}{0,1m} - \frac{1}{0,4m} \\ &= 7,5D \end{aligned}$$

(Ossa-Alizée n'est donc pas presbyte, elle est seulement myope puisque sa puissance d'accommodation est supérieure à 4 D.)

Avec des lunettes pour corriger la myopie, le d_{pr} est maintenant à l'infini et la puissance d'accommodation de l'œil reste la même. On a donc

$$\begin{aligned} P_{acc} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d'_{pr}} \\ 7,5D &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{\infty} \\ d'_{pp} &= 13,3cm \end{aligned}$$

Avec ses lunettes, Ossa-Alizée voit donc clairement entre 13,3 cm et l'infini.

Exemple 5.7.4

Edmond voit clairement entre 40 cm et l'infini. Des tests ont montré que la puissance d'accommodation de l'œil est de 3 D.

a) Quelle est la puissance des lunettes qu'il doit porter si on veut un d_{pp} à 20 cm ?

Edmond ne voit pas les objets proches. Pour corriger ce problème, il doit porter des lunettes dont la puissance est

$$\begin{aligned} P_{lun} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}} \\ &= \frac{1}{0,2m} - \frac{1}{0,4m} \\ &= +2,5D \end{aligned}$$

b) Quels seront le d_{pp} et le d_{pr} avec ses lunettes ?

Avec ses lunettes, la puissance d'accommodation reste la même. On a donc

$$P_{acc}=\frac{1}{d'_{pp}}-\frac{1}{d'_{pr}}$$

$$3D=\frac{1}{0,2m}-\frac{1}{d'_{pr}}$$

$$d'_{pr}=50cm$$

Avec ses lunettes, Edmond voit donc clairement entre 20 cm et 50 cm. S'il veut voir clairement les objets à plus de 50 cm, il devra enlever ses lunettes.

Note : un d_{pr} négatif ?

Parfois, on peut obtenir un d_{pr} négatif dans certains calculs. Par exemple, dans le dernier exemple, Edmond a un d_{pp} à 40 cm et une puissance d'accommodation de 3 D. Si on calcule son d_{pr} sans lunettes, on obtient

$$P_{acc}=\frac{1}{d_{pp}}-\frac{1}{d_{pr}}$$

$$3D=\frac{1}{0,4m}-\frac{1}{d_{pr}}$$

$$d_{pr}=-2m$$

Ceci semble ridicule, mais en fait cela signifie que quand Edmond regarde les objets très loin, le cristallin n'est pas à sa puissance minimum. La puissance de l'œil pourrait encore diminuer, mais ce serait inutile. Dans le cas d'Edmond, le cristallin est 0,5 D au-dessus de sa puissance minimum quand il regarde des objets très loin. (La puissance restante est toujours l'inverse de la valeur absolue du d_{pr} . Par exemple, si d_{pr} = -0,4 m, alors l'œil est 2,5 D au-dessus de la puissance minimale de l'œil quand la personne regarde des objets infiniment loin.)

La puissance du cristallin des personnes ayant un d_{pr} négatif peut quand même aller à sa valeur minimale. Quand cela arrive (ce qu'elles font pour se reposer les yeux), elles voient tous les objets flous, peu importe la distance de l'objet.

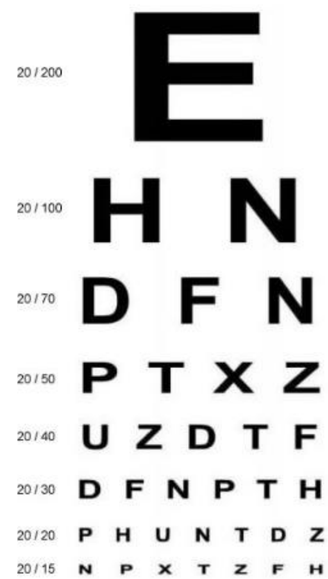
Quelques différences dans la nature

La puissance d'accommodation

La puissance d'accommodation n'est pas la même pour tous les animaux. On estime que les chiens et les chats ont une puissance d'accommodation de 2 ou 3 D. Ils ne voient pas clairement les objets à moins de 40 cm de leurs yeux. Les rongeurs, les lapins et les chevaux ont une puissance d'accommodation pratiquement nulle. Ils ne voient donc clairement qu'à une certaine distance. Les animaux qui doivent voir clairement dans l'eau et dans l'air ont des puissances d'accommodation énormes, car ils doivent compenser la perte quasi totale de la puissance de la cornée quand l'œil est dans l'eau. Ainsi, les cormorans ont jusqu'à 50 D de puissance d'accommodation.

L'acuité visuelle

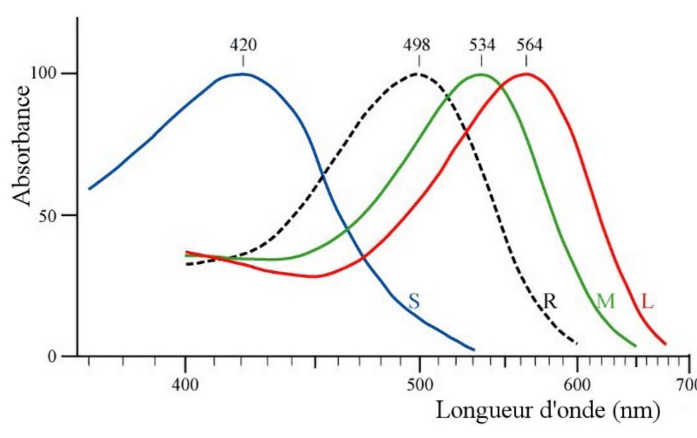
L'acuité est la définition de l'image et elle dépend du nombre de cellules réceptrices de lumière dans l'œil, un peu comme le nombre de mégapixels dans un appareil photo détermine la qualité de la photo. Plus il y a de cellules par mm² de rétine, plus l'image vue sera détaillée. L'acuité peut se mesurer avec la charte de droite.



3-squeezes.blogspot.ca/2013/08/diy-eye-chart-love-note.html

Pour l'humain, la densité maximale de cellules sur la rétine est de 160 000 récepteurs/mm² alors que pour l'aigle, elle est de 1 million récepteurs/mm². La résolution de l'œil de l'aigle est donc nettement meilleure que la nôtre. Par contre, l'acuité visuelle du chien n'est pas très bonne avec environ 10 000 récepteurs/mm². Des tests faits avec un caniche allemand ont montré que l'acuité est d'environ 20/75. Cela signifie que ce qu'un humain peut percevoir à 75 pieds de distance ne sera vu clairement par le chien que s'il est à 20 pieds. Sachez qu'un humain avec une vision de 20/40 (qui est mieux que 20/75) ne peut avoir de permis de conduire parce qu'il est considéré comme étant légalement aveugle. Impossible donc un jour qu'un caniche allemand réussisse à obtenir son permis de conduire. Le chat a une vision encore moins précise (20/100 environ) et celle des rats et des vaches est encore pire (environ 20/300).

La couleur



biology.stackexchange.com/questions/1446/why-can-cones-detect-colour-but-rods-cant

Il y a quatre types de cellules réceptrices : trois cônes et un bâtonnet. Chacun de ces types de cellules capte la lumière dans une certaine région du spectre visible tel qu'illustré sur ce graphique.

Les bâtonnets (R) sont plus sensibles à la lumière que les cônes (S, M et L). Ainsi, quand la lumière est de faible intensité comme la nuit, seuls les bâtonnets captent la lumière. Comme on a de l'information d'un seul type de cellule, notre vision est en noir et blanc. Avec un peu plus de lumière, les cônes entrent en action et l'information combinée des quatre types de cellules nous permet de voir la couleur des objets. Nous avons environ 20 fois plus de bâtonnets que de cônes dans notre œil.

La région de la rétine directement derrière le cristallin a moins de bâtonnets et plus de cônes qu'ailleurs sur la rétine. C'est également la région où les cellules sont les plus denses. Si l'image arrive sur cette région de la rétine, on verra l'objet bien détaillé et en couleur, à condition que la lumière soit assez intense. Autour de cette région, la densité de cellules réceptrices diminue, la quantité de cônes diminue sur la rétine et la proportion de bâtonnets augmente. Notre vision périphérique est donc moins détaillée et les couleurs sont moins définies. Elle est cependant plus sensible à la lumière. Ainsi, si vous tentez de regarder la galaxie d'Andromède à l'œil nu, on ne la voit presque pas si on la regarde directement, car l'image, qui n'est pas assez lumineuse pour exciter les cônes, se forme dans une région de la rétine où il y a peu de bâtonnets. Par contre, si on regarde un peu à côté de la galaxie, l'image se forme sur une partie de la rétine où il y a plus de bâtonnets et on la voit mieux.

Vision des primates

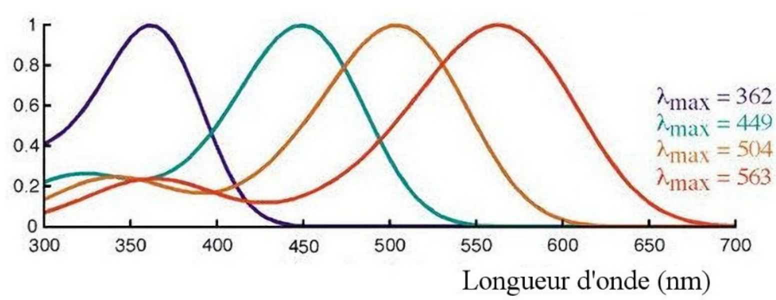
À l'exception des primates, les mammifères n'ont que deux types de cônes (S et L). Ils n'ont donc pas le cône M et ils ne perçoivent pas les couleurs comme nous. L'image suivante vous montre ce que ça donne.

C'est d'ailleurs ce qui se passe avec le daltonisme. Un défaut génétique empêche la formation des cônes M ou des cônes L (ou même des deux parfois). La vision des couleurs est alors altérée.

Vision des autres mammifères

www.retrieverpro.com/dog-health-eyes/

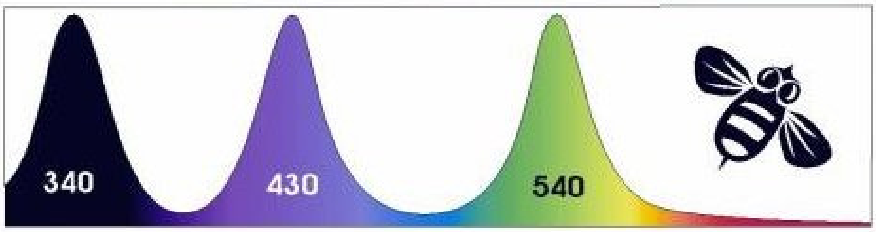
Les oiseaux ont quatre types de cônes, dont un captant l'ultraviolet. Voici le graphique de sensibilité des cônes de l'étourneau européen.



www.webexhibits.org/causesofcolor/17B.html

Ils doivent voir des choses qui passent complètement inaperçues pour nous.

Les abeilles ont trois types de cônes, mais les maximums de sensibilité sont différents. Elles ont un cône sensible à la lumière encore plus loin dans l'ultraviolet que celui des oiseaux. Par contre, les abeilles ne voient pas le rouge.



fieldguidetohummingbirds.wordpress.com/2008/11/11/do-we-see-what-bees-see/

Plusieurs mammifères ont une vision adaptée à un milieu peu lumineux. Ils ont donc peu de cônes et beaucoup de bâtonnets pour augmenter la sensibilité de l'œil. La proportion plus faible de cônes fait en sorte que plusieurs mammifères ont une vision plutôt en noir et blanc légèrement teintée par les couleurs captées par deux types de cônes.

Quelques espèces ont une rétine réfléchissante dans le fond de l'œil pour le rendre plus sensible. Avec un fond de l'œil qui réfléchit la lumière, les cellules réceptrices de lumière ont deux chances de capter la lumière : avant et après la réflexion. C'est ce qui donne des yeux qui réfléchissent beaucoup la lumière (voir la photo). Cette stratégie est peut-être bonne pour la luminosité de l'image, mais elle n'est pas très bonne pour la clarté de l'image. Il y a cette surface réfléchissante dans l'œil des chats, ce qui leur permet d'être 6 fois plus sensibles à la lumière que nous, mais leur acuité n'est pas très bonne.

en.wikipedia.org/wiki/Tapetum_lucidum

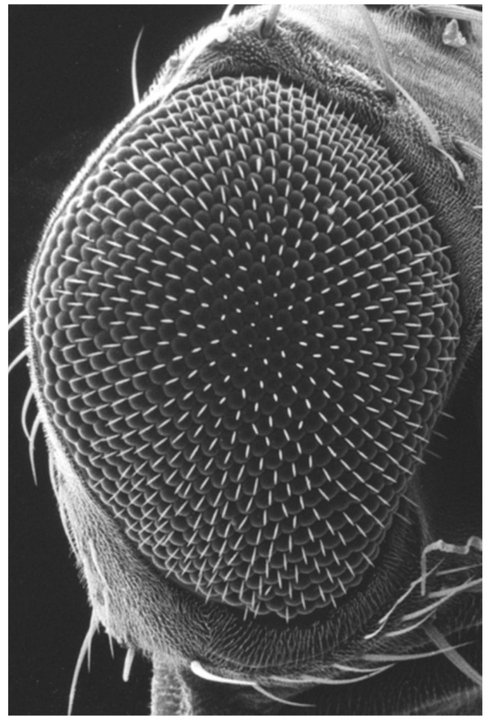
Résumons pour le chien : on a une vision moins détaillée, en noir et blanc légèrement teintée avec des couleurs différentes. Ça doit donner une vision un peu comme celle-ci.

Humains Chiens

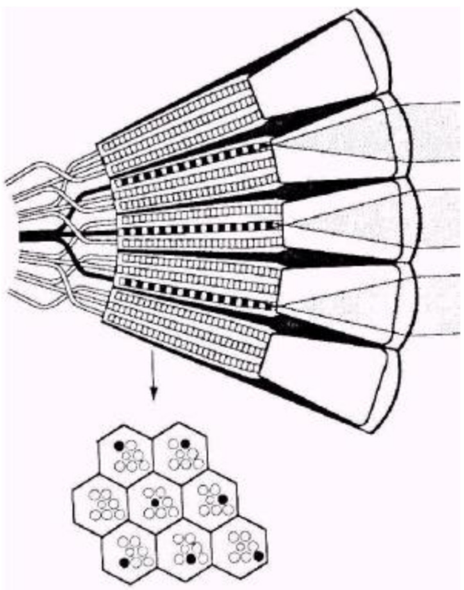
dopdogimaging.net/blog/dog-facts

L'œil de mouche

Le fonctionnement de l'œil de mouche est très différent de celui de l'œil humain. C'est un œil formé de longs tubes. Quand on regarde l'œil, on voit le bout de chaque tube. Au fond de chacun de ces tubes, on retrouve les cellules réceptrices de lumière. Il y a une petite lentille au bout de chaque tube qui envoie la lumière sur les cellules réceptrices à l'autre bout du tube.



edwardduca.wordpress.com/2011/12/



www.optics.rochester.edu/workgroups/cml/opt307/spr04/greg/

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Loi des miroirs plans

$$q = -p$$

Définition du grandissement

$$m = \frac{y_i}{y_o}$$

Grandissement avec un miroir plan

$$m = 1$$

Formule des miroirs

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

Convention de signe pour les miroirs

Pour le miroir concave : R et f sont positifs

Pour le miroir convexe : R et f sont négatifs

Si q est positif : l'image est devant le miroir

Si q est négatif : l'image est derrière le miroir

Grandissement avec un miroir

$$m=-\frac{q}{p}$$

Distance focale d'un miroir

$$f=\frac{R}{2}$$

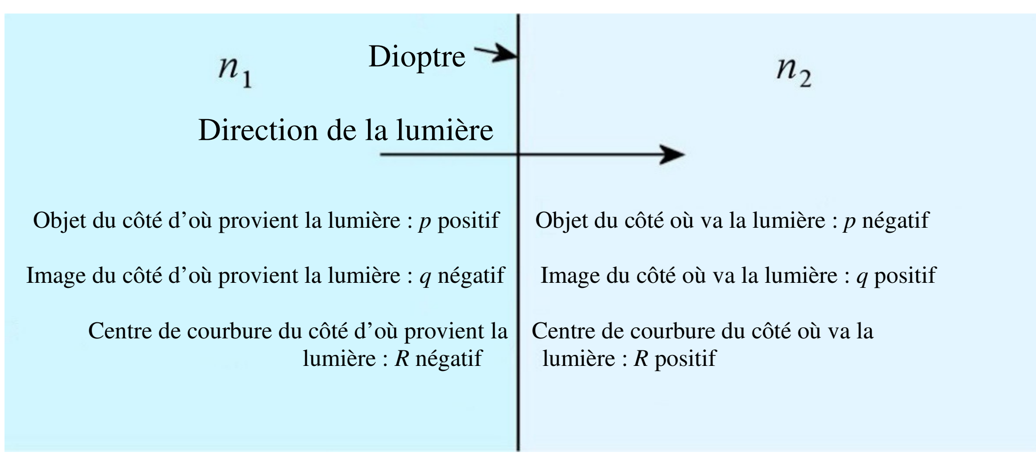
Distance focale des dioptres sphériques

$$f=\frac{n_2}{n_2-n_1}R$$

Formule des dioptres sphériques

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$

Convention de signes pour les dioptres sphériques



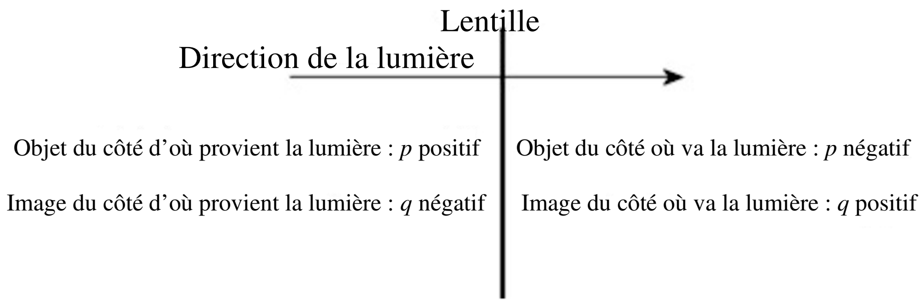
Grandissement avec un dioptre sphérique

$$m = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{n_1 q}{n_2 p}$$

Équation des lentilles minces

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Convention de signes avec les lentilles



Lentille convergente : *f* est positif

Lentille divergente : *f* est négatif

Grandissement avec une lentille

$$m = -\frac{q}{p}$$

Distance focale et puissance d'une lentille

$$P = \frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Lentilles accolées

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} + \frac{1}{f_4} + \ldots$$

$$P_{eq} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \ldots$$

Grossissement

$$G = \frac{\beta}{\alpha}$$

Grossissement d'une lentille

$$G = \frac{d_{pp}}{p}$$

Grossissement minimum d'une lentille

$$G_{\min} = \frac{d_{pp}}{f}$$

On place l'objet au foyer ($p = f$) pour obtenir ce grossissement

Grossissement maximum d'une lentille

$$G_{\max} = \frac{d_{pp}}{f} + 1$$

On place l'objet un peu devant le foyer $\left(p = \frac{d_{pp} f}{d_{pp} + f} \right)$ pour obtenir ce grossissement

Puissance d'accommodation de l'œil

$$P_{acc} = P_{\max} - P_{\min} = \frac{1}{d_{pp}} - \frac{1}{d_{pr}} = \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d'_{pr}}$$

Puissance des lunettes pour corriger la vision de près

$$P_{lun} = \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}}$$

Puissance des lunettes pour corriger la vision de loin

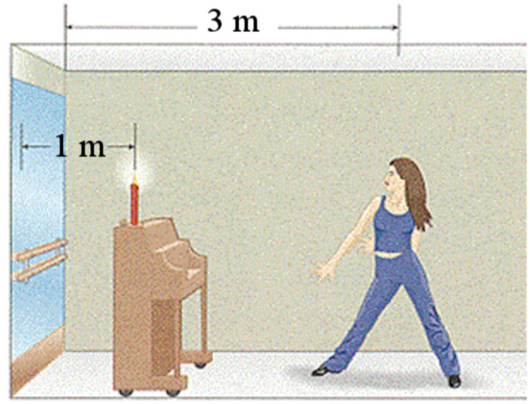
$$P_{lun} = -\frac{1}{d_{pr}}$$

EXERCICES

5.2 Les miroirs plans

1. Un objet de 20 cm de haut est à 120 cm d'un miroir. Où se trouve l'image et quelle est sa hauteur ?

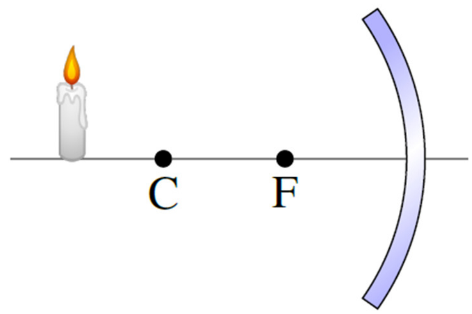
2. Dans la situation montrée sur la figure, quelle est la distance entre Anna et l'image de la chandelle ?



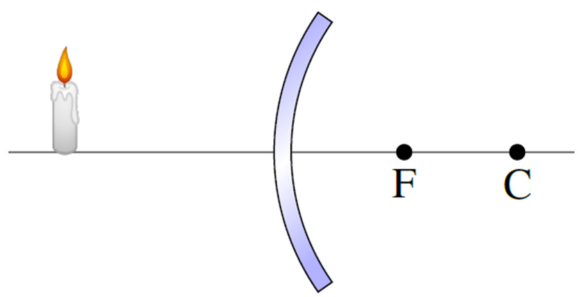
www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/hannah-standing-middle-room-opposite-walls-separated-d-105-m-covered-plane-mirrors-candle--q1598802

5.3 Les miroirs sphériques

3. Trouvez la position de l'image de la chandelle en traçant les rayons.



4. Trouvez la position de l'image de la chandelle en traçant les rayons.



5. Un objet est devant un miroir concave ayant un rayon de courbure de 40 cm. Quelle est la position de l'image si l'objet est…

   a) à 10 cm du miroir ?
   b) à 50 cm du miroir ?

6. Un objet est devant un miroir convexe ayant un rayon de courbure de 40 cm. Quelle est la position de l'image si l'objet est…

   a) à 10 cm du miroir ?
   b) à 50 cm du miroir ?

7. Un objet ayant une hauteur de 3 cm est à 16 cm d'un miroir concave ayant un rayon de courbure de 28 cm. Où est l'image et quelle est sa hauteur ?

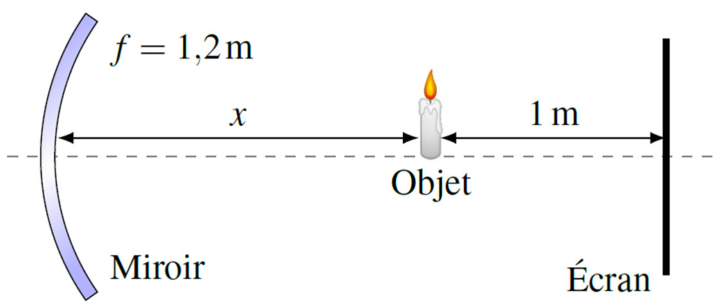
8. Un objet est à 30 cm d'un miroir sphérique. On obtient alors une image inversée dont la hauteur est égale à 30 % de la hauteur de l'objet. De quel type de miroir s'agit-il (concave, convexe ou plat) et quel est son rayon de courbure ?

9. On obtient une image située à 20 cm devant un miroir quand l'objet est à 60 cm devant le miroir. Où sera l'image si on place l'objet à 10 cm du miroir ?

10. Un objet est devant un miroir convexe dont le rayon de courbure est de 40 cm. On obtient alors une image droite dont la hauteur est égale à 25 % de la hauteur de l'objet.

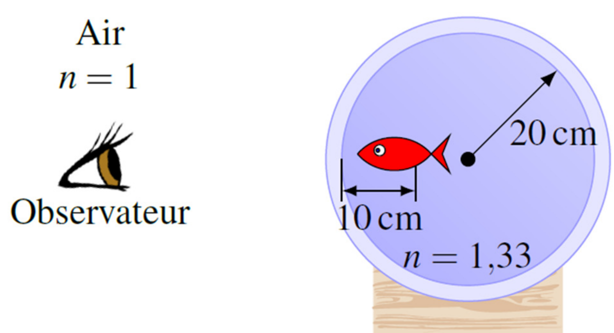
    a) Quelle est la distance entre l'objet et le miroir ?
    b) Quelle est la position de l'image ?

11. Dans la situation montrée sur la figure, l'image arrive exactement sur l'écran. Quelle est la valeur de x ?

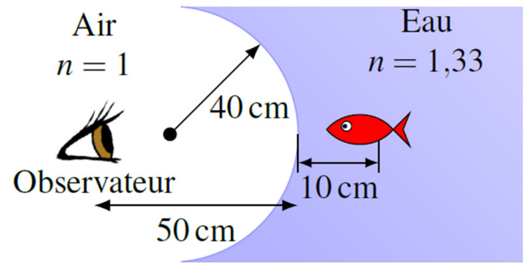


5.4 Les dioptres sphériques

12. Une personne regarde un poisson dans un aquarium tel qu'illustré sur la figure. À quelle distance du bord de l'aquarium semble être le poisson pour cette personne ? (On néglige la paroi de verre de l'aquarium.)

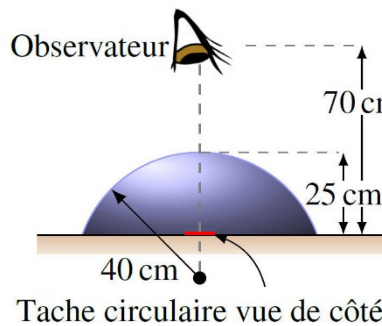


13. Dans une salle d'aquarium, Yvette est dans une petite pièce ronde entourée d'eau. Il y a un poisson à 10 cm derrière la vitre de l'aquarium. Où est l'image du poisson selon Yvette ? (On néglige la paroi de verre de l'aquarium.)



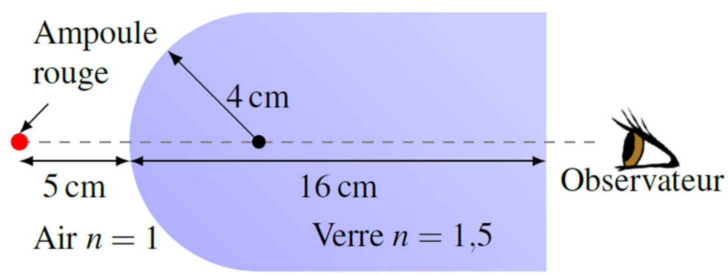
14. Sur la surface d'une table, il y a une tache rouge circulaire d'un rayon de 2 cm. Par-dessus la tache, on place un morceau de verre ayant un indice de réfraction de 1,5 tel qu'illustré sur la figure.

a) À quelle distance de l'observateur est l'image de la tache ?
b) Quel est le rayon de l'image de la tache selon l'observateur ?

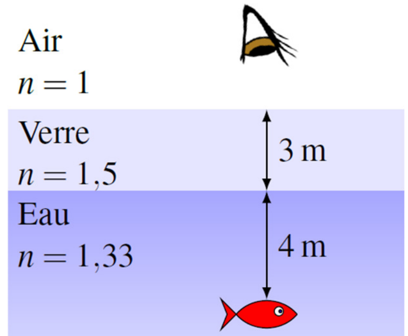


15. La lumière de cette ampoule rouge possédant un diamètre de 1 cm traverse un morceau de verre ayant la forme montrée sur la figure pour finalement arriver à un observateur.

a) Où est l'image de l'ampoule selon l'observateur ?
b) Quel est le diamètre de l'image de l'ampoule ?



16. On a placé une épaisse couche de verre de 3 m d'épaisseur au-dessus d'un lac. Un observateur regarde alors un poisson qui est à 4 m sous la surface de verre. Où est l'image de ce poisson selon l'observateur ?



5.5 Les lentilles minces

17. Un objet de 1 cm de haut est à 4 m d'une lentille convergente ayant une distance focale de 50 cm. On projette alors l'image sur un écran.

    a) Quelle est la distance entre la lentille et l'écran quand l'image est claire ?
    b) Quelle est la grandeur de l'image quand l'image est claire ?

18. Un objet de 1 cm de haut est à 2 m d'une lentille convergente. L'image est alors inversée et a une grandeur de 0,5 cm.

    a) Quelle est la distance entre l'image et la lentille ?
    b) Quelle est la distance focale de la lentille ?

19. On obtient une image 4 fois plus grande que l'objet avec une lentille. La distance entre l'image et la lentille est de 20 cm et l'image n'est pas inversée.

    a) Quelle est la distance entre l'objet et la lentille ?
    b) Quelle est la distance focale de la lentille ?

20. Une lentille convergente a une distance focale de 25 cm. Où doit-on placer un objet pour obtenir une image 3 fois plus grande que l'objet si l'image…

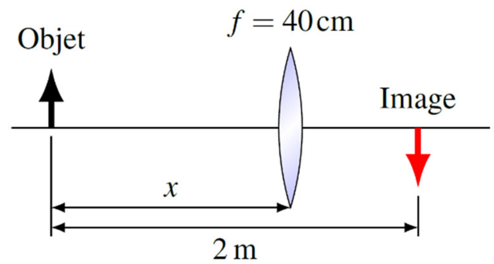
    a) est inversée ?
    b) n'est pas inversée ?

21. Une lentille divergente a une distance focale de 25 cm. Où doit-on placer un objet pour obtenir une image dont la hauteur est égale à 40 % de la hauteur de l'objet et qui…

    a) est inversée ?
    b) n'est pas inversée ?

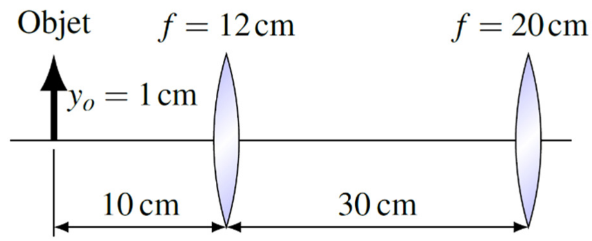
22. Un objet et un écran sont à 36 cm l'un de l'autre. Avec une lentille convergente, on obtient une image inversée 2 fois plus grande que l'objet. Quelle est la distance focale de la lentille ?

23. Dans la situation montrée sur la figure, quelle doit être la distance entre l'objet et la lentille (x sur la figure) si la lentille a une distance focale de 40 cm ? (Attention, il y a deux réponses possibles.)



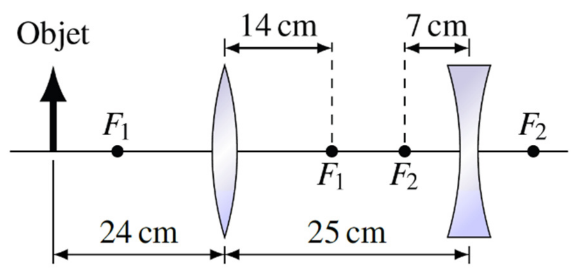
24. Voici un objet avec deux lentilles.

a) Où est l'image finale ?
b) Quelle est la grandeur de l'image finale ?

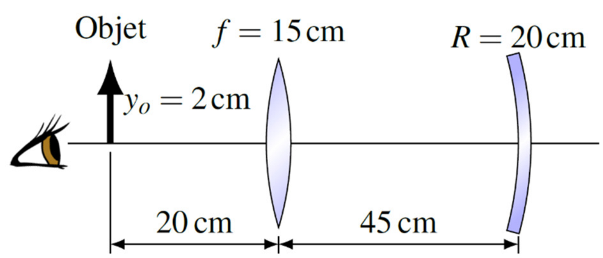


25. Un objet ayant une hauteur de 2 cm est à l'endroit montré sur la figure.

a) Où est l'image finale ?
b) Quelle est la grandeur de l'image finale ?

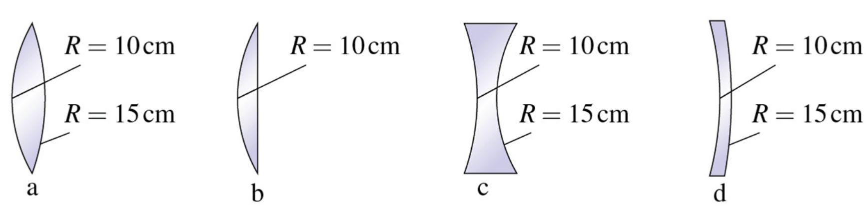


26. Dans la situation montrée sur la figure, Nestor voit l'objet, mais il voit aussi l'image de l'objet après que la lumière ait traversé la lentille, se soit réfléchie sur le miroir et ait repassé à nouveau à travers la lentille.

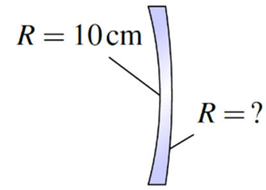


a) Quelle est la position de cette image ?
b) Quelle est la grandeur de cette image ?

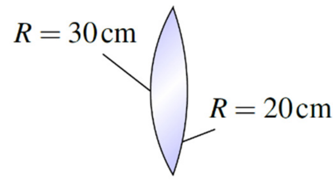
27. Toutes ces lentilles sont faites de verre ayant un indice de réfraction de 1,6. Calculez les distances focales de toutes ces lentilles et dites si la lentille est convergente ou divergente. (Sur l'image, on donne les valeurs absolues des rayons de courbure.)



28. Cette lentille divergente est faite d'un matériel ayant un indice de réfraction de 1,62. Selon la figure, quel doit être le rayon de courbure inconnu pour que la distance focale de la lentille soit de 30 cm si cette lentille est dans l'eau (indice de réfraction de 1,33) ? (La surface est peut-être courbée dans l'autre sens par rapport à ce qui est montré sur la figure.)

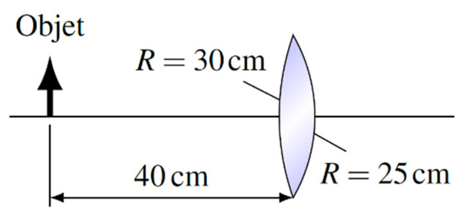


29. Cette lentille est faite de verre Flint qui a un indice de réfraction de 1,62 pour le rouge et de 1,67 pour le mauve. Quelle est la distance entre le foyer de la lumière rouge et le foyer de la lumière mauve pour cette lentille ?

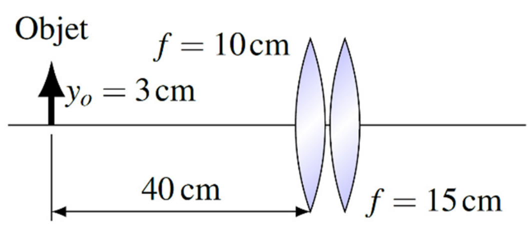


30. Une lentille faite d'un matériau ayant un indice de réfraction de 1,6 a une distance focale de 15 cm quand elle est dans l'air. Quelle est sa distance focale si on met cette lentille dans l'eau ?

31. Où est l'image de cet objet si la lentille est faite d'un matériau ayant un indice de réfraction de 1,5 ? (Sur l'image, on donne les valeurs absolues des rayons de courbure.)



32. On utilise deux lentilles accolées pour faire l'image d'un objet. Dans la situation montrée sur la figure, trouvez la position de l'image et sa grandeur.



5.6 Loupes, microscopes, télescopes

33. Une personne ayant un d_{pp} de 20 cm utilise une lentille ayant une distance focale de 3 cm pour examiner un timbre.

a) Quelle doit-être la distance entre le timbre et la loupe pour obtenir un grossissement minimal ?
b) Quel est le grossissement minimal ?
c) Quelle doit-être la distance entre le timbre et la loupe pour obtenir un grossissement maximal ?
d) Quel est le grossissement maximal ?

34. Subrahmanyan, qui a un d_{pp} de 20 cm, utilise une lentille ayant une distance focale de 2 cm pour examiner une pièce de monnaie. Dans ces conditions, il obtient le grossissement minimal (10) si la distance entre la loupe et la pièce est de 2 cm et il obtient le grossissement maximal (11) si la distance entre la loupe et la pièce est de 1,818 cm. Quel grossissement obtient-il quand la distance entre la loupe et la pièce de monnaie est de 1,9 cm ?

35. Ronan utilise une lentille pour examiner une pièce de monnaie. Dans ces conditions, il obtient le grossissement maximal (15) si la distance entre la loupe et la pièce est de 1,4 cm.

a) Quel est le d_{pp} de Ronan ?
b) Quelle est la distance focale de la lentille ?
c) Quel grossissement obtient-il quand la distance entre la loupe et la pièce de monnaie est de 1,45 cm ?

5.7 L'œil

36. Élodie ne voit pas clairement les objets situés à plus de 5 m d'elle. Quelle est la puissance des lunettes que l'on doit lui prescrire ?

37. Maurice a de la difficulté à lire son journal parce qu'il ne voit pas clairement les objets situés à moins de 45 cm de ses yeux. Quelle doit-être la puissance des lunettes qu'on doit lui donner s'il veut ramener son punctum proximum à 20 cm ?

38. Frida a un punctum proximum à 18 cm et un punctum remotum à 2,4 m.

a) Quelle est la puissance des lunettes qu'on doit lui donner ?
b) Quelles seront les distances du punctum proximum et du punctum remotum quand elle va mettre les lunettes qu'on va lui donner ?

39. Georgette ne voit pas clairement les objets à moins de 50 cm. Des tests ont montré que sa puissance d'accommodation est de seulement 3 D.

a) Quelle est la puissance des lunettes qu'on doit lui donner si on veut ramener le punctum proximum à 25 cm ?
b) Quelles seront les distances du punctum proximum et du punctum remotum quand elle va mettre les lunettes qu'on va lui donner ?

40. Germain se rend compte qu'il vieillit. Même avec ses lunettes d'une puissance de 2 D qu'il a depuis quelques années, il ne voit plus les objets à moins de 45 cm. Il va donc voir l'optométriste pour avoir un punctum proximum à 25 cm. Quelle sera alors la puissance de ses nouvelles lunettes ?

Défis

(Questions plus difficiles que les questions qu'il y aura à l'examen.)

41. Un objet est placé devant un miroir concave de sorte qu'on obtient une image réelle trois fois plus grande que l'objet. Quand on déplace l'objet de 1,2 m vers le miroir, on obtient maintenant une image virtuelle trois fois plus grande que l'objet. Quelle est la distance focale du miroir ?

42. Un objet forme une image réelle quand il est à 36,8 cm d'une lentille. Quand on diminue la distance entre l'objet et la lentille à 36 cm, l'image s'éloigne de la lentille de 3 cm. Quelle est la distance focale de la lentille ?

43. La loi des lentilles minces peut aussi s'écrire sous la forme

$$x \cdot x' = f^2$$

où x est la distance entre l'objet et un foyer et x' est la distance entre l'image et l'autre foyer de la lentille. C'était notamment la forme utilisée par Newton. Démontrez cette loi à partir de la loi des lentilles minces

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

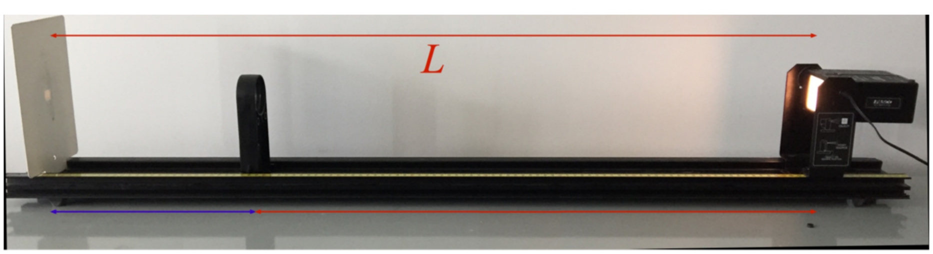
44. La loi des dioptres peut aussi s'écrire sous la forme

$$\frac{f_2}{p} + \frac{f_1}{q} = 1$$

où f sont les foyers du dioptre (f_1 quand les rayons sont parallèles dans le milieu 1 et f_2 quand les rayons sont parallèles dans le milieu 2). Démontrez cette loi à partir de la loi des dioptres

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

45. Une source lumineuse et un écran sont distants l'un de l'autre d'une distance L. On place une lentille entre les deux pour former une image nette sur l'écran. Montrez que L doit être plus grand ou égal à $4f$ pour qu'il se forme une image nette sur l'écran.



www.ipls.gatech.edu/labs/lab-9-lenses-and-magnification/

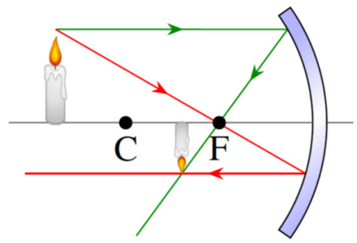
RÉPONSES

5.2 Les miroirs plans

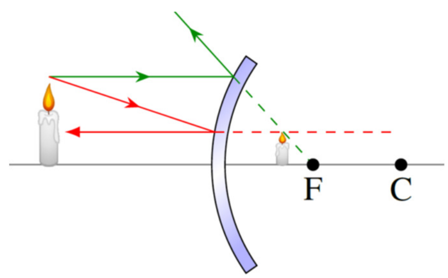
1. 20 cm de haut à 120 cm derrière le miroir
2. 4 m

5.3 Les miroirs sphériques

3.



4.



5. a) 20 cm derrière le miroir. b) 33,3 cm devant le miroir.
6. a) 6,67 cm derrière le miroir. b) 14,29 cm derrière le miroir.
7. L'image est à 112 cm devant le miroir, elle est inversée et a une hauteur de 21 cm.
8. Un miroir concave ayant un rayon de courbure de 13,85 cm.
9. 30 cm derrière le miroir.
10. a) À 60 cm du miroir. b) À 15 cm derrière le miroir.
11. $x = 2$ m

5.4 Les dioptres sphériques

12. L'image du poisson est à 8,58 cm derrière la paroi de l'aquarium.
13. L'image du poisson est à 7,08 cm derrière la paroi de l'aquarium.
14. a) 66,05 cm b) 2,53 cm
15. a) Pour l'observateur, l'image est à 24 cm derrière la surface plane.
    b) 2,667 cm
16. Pour l'observateur, l'image est à 5,01 m sous le dessus de la surface de verre.

5.5 Les lentilles minces

17. a) à 57,1 cm de la lentille. b) image inversée de 0,143 cm de haut.
18. a) 1 m b) 66,6 cm
19. a) 5 cm b) 6,66 cm
20. a) 33,3 cm b) 16,7 cm
21. a) impossible b) 37,5 cm
22. 8 cm
23. x = 1,4472 m et x = 0,5528 m
24. a) à 25,7 cm à droite de la lentille de droite. b) L'image finale est inversée et a une grandeur de 1,714 cm.
25. a) à 37,625 cm à gauche de la lentille de droite. b) L'image finale n'est pas inversée et a une grandeur de 12,25 cm.
26. a) à 24,375 cm à gauche de la lentille. b) L'image finale n'est pas inversée et a une grandeur de 1,5 cm.
27. a) convergente f = 10 cm b) convergente f = 16,7 cm
    c) divergente f = 10 cm d) divergente f = 50 cm
28. 18,9 cm (La surface est courbée dans le sens contraire par rapport à ce qui est montré sur la figure.)
29. 1,44 cm
30. 44,3 cm
31. 85,7 cm à droite de la lentille.
32. À 7,06 cm à droite de la lentille de droite. L'image est inversée et a une grandeur de 0,529 cm.

5.6 Loupes, microscopes, télescopes

33. a) 3 cm b) 6,67 c) 2,61 cm d) 7,67
34. 10,53
35. a) 21 cm b) 1,5 cm c) 14,48

5.7 L'œil

36. -0,2 D
37. 2,78 D
38. a) -0,417 D b) Avec ses lunettes, cette personne voit donc bien de 19,46 cm jusqu'à l'infini.
39. a) 2 D b) Avec ses lunettes, cette personne voit donc bien de 25 cm jusqu'à 1 m.
40. 3,78 D

Défis

41. f = 1,8 m
42. f = 24 cm