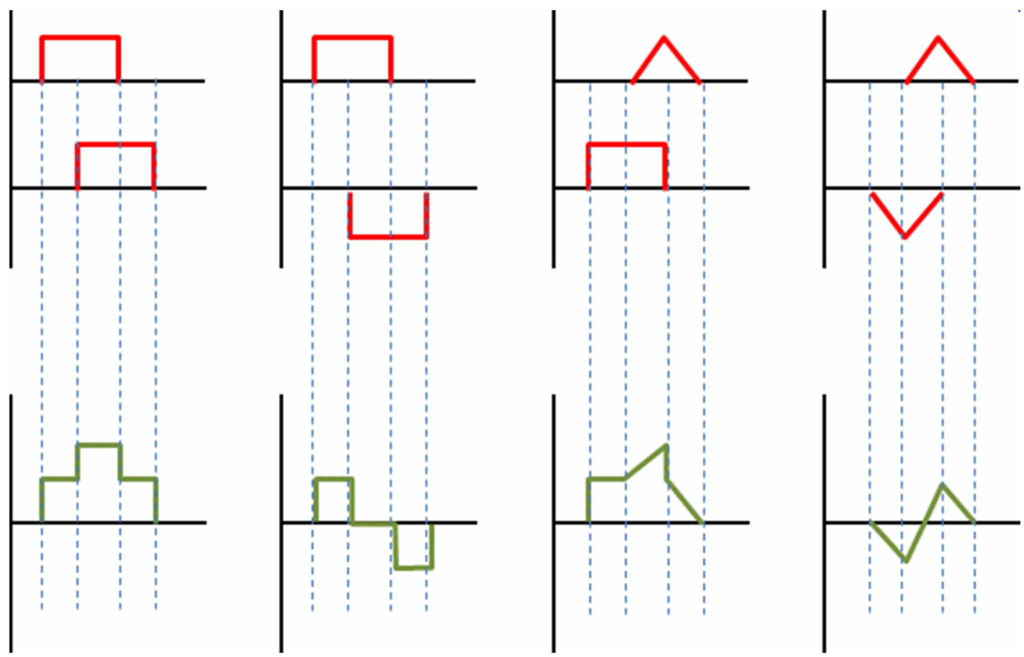
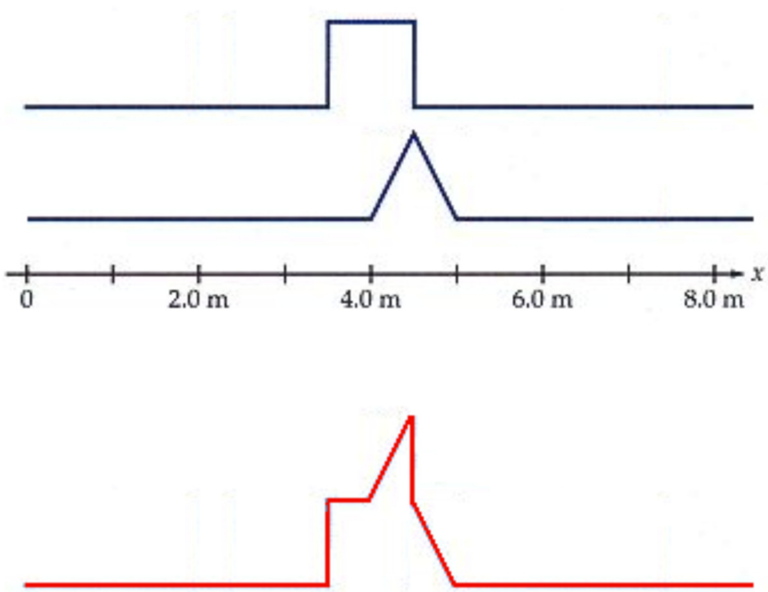
# Solutionnaire du chapitre 6

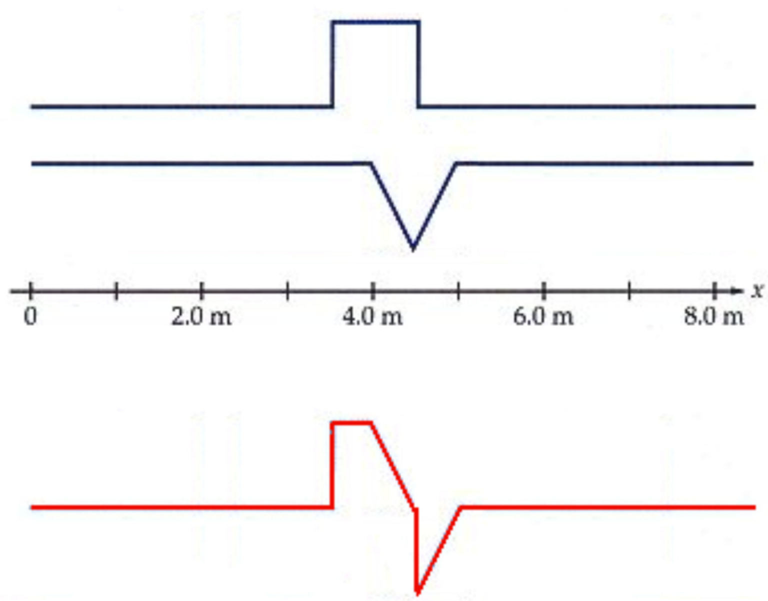
**1.**



**2.**



**3.**




**4.** Quand les amplitudes des deux ondes sont identiques, l'amplitude résultante est

$$A_{tot} = \left| 2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right|$$

On doit donc avoir la différence de phase entre les ondes.

La différence de phase entre les oscillations est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 \\ &= -1rad - 4rad \\ &= -5rad\end{aligned}$$

L'amplitude est donc

$$\begin{aligned}A_{tot} &= \left| 2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| \\ &= \left| 2\cdot 0,2m \cdot \cos\left(\frac{-5rad}{2}\right) \right| \\ &= 0,3205m\end{aligned}$$

**5.** Quand les amplitudes des deux ondes sont différentes, l'amplitude résultante est

$$A_{tot} = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\phi) + A_2^2}$$

On doit donc avoir la différence de phase entre les ondes.

La différence de phase entre les oscillations est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 \\ &= -1,5rad - 2rad \\ &= -3,5rad\end{aligned}$$

L'amplitude est donc

$$\begin{aligned}A_{tot} &= \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\phi) + A_2^2} \\ &= \sqrt{(0,5m)^2 + 2\cdot 0,5m\cdot 0,4m\cdot\cos(-3,5) + (0,4m)^2} \\ &= 0,1882m\end{aligned}$$

**6.** a)

Si on veut de l'interférence constructive, on doit avoir $\Delta\phi = 2m\pi$. On doit donc avoir

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 \\ 2m\pi &= \phi_2 - 1 \\ \phi_2 &= 2m\pi + 1\end{aligned}$$

Pour avoir une valeur entre 0 et $2\pi$, on doit choisir $m = 0$. On a donc $\phi_2 = 1$. L'onde à ajouter est donc

$$y_2 = 0,1m\cdot\sin\left(30\tfrac{rad}{s}\cdot x + 100\tfrac{rad}{s}\cdot t + 1rad\right)$$

b) Si on veut de l'interférence destructive, on doit avoir $\Delta\phi = (2m + 1)\pi$. On doit donc avoir

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 \\ (2m+1)\pi &= \phi_2 - 1 \\ \phi_2 &= (2m+1)\pi + 1\end{aligned}$$

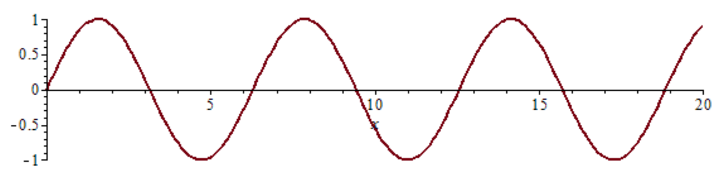
Pour avoir une valeur entre 0 et $2\pi$, on doit choisir $m = 0$. On a donc $\phi_2 = \pi + 1$. L'onde à ajouter est donc

$$y_2 = 0{,}1m \cdot \sin\left(30\tfrac{rad}{s} \cdot x + 100\tfrac{rad}{s} \cdot t + 4{,}142rad\right)$$

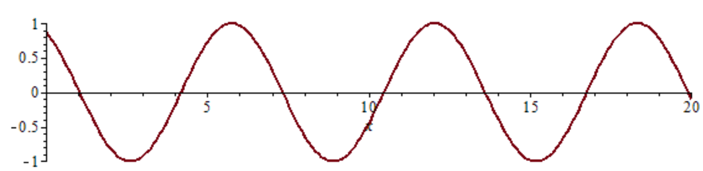
**7.** Ici, il n'y a que le déphasage dû à la différence de distance $\Delta\phi_T$. Le déphasage est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{r_B - r_A}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{3{,}6m - 5{,}2m}{0{,}5m}\cdot 2\pi \\ &= \tfrac{32}{5}\pi\end{aligned}$$

**8.** Ici, il n'y a que le déphasage dû aux sources $\Delta\phi_S$. On va supposer que la source A a une constante de phase nulle.




Si la source B est en avance d'un tiers de cycle sur la source A, alors son graphique doit être de




Dans ce cas, la constante de phase est

$$\phi_{\text{source 2}} = \frac{2\pi}{3}rad$$

$\Delta\phi_S$ est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_S &= \phi_{source\ 2} - \phi_{source\ 1} \\ &= \frac{2\pi}{3} rad - 0 \\ &= \frac{2\pi}{3} rad\end{aligned}$$

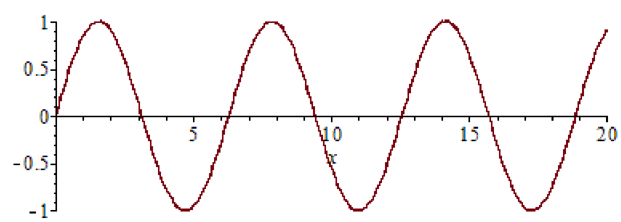
**9.** Le déphasage total est

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R$$

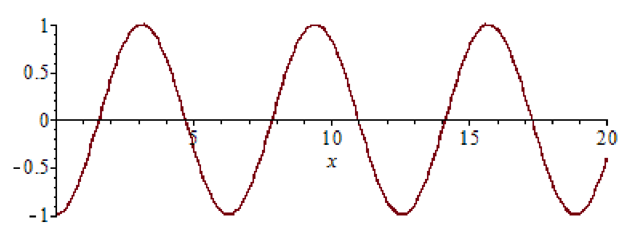
$\Delta\phi_T$ est

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi \\ &= -\frac{r_B - r_A}{\lambda} 2\pi \\ &= -\frac{3m - 5m}{0,2m} \cdot 2\pi \\ &= 20\pi\end{aligned}$$

Pour $\Delta\phi_S$, on va supposer que la source A a une constante de phase nulle.




Si la source B est en retard d'un quart de cycle sur la source A, alors son graphique doit être de




Dans ce cas, la constante de phase est

$$\phi_{\text{source 2}} = -\frac{\pi}{2}$$

$\Delta\phi_S$ est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_S &= \phi_{source\ 2} - \phi_{source\ 1}\\ &= -\frac{\pi}{2} - 0\\ &= -\frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

Le déphasage total est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R\\ &= 20\pi + -\frac{\pi}{2} + 0\\ &= \frac{39\pi}{2}\\ &= 61,26 rad\end{aligned}$$

**10.** Pour avoir de l'interférence destructive, le déphasage doit être égal à un nombre impair de π.

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

On doit donc trouver la différence de phase entre les deux ondes.

Puisque la différence de marche est *d*, $\Delta\phi_T$ est

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi\\ &= -\frac{d}{0,25m} \cdot 2\pi\end{aligned}$$

Il n'y a pas d'autres déphasages puisqu'il n'y a pas de réflexion et que les sources sont en phase.

Le déphasage total est donc

$$\Delta\phi = -\frac{d}{0,25m}\cdot 2\pi$$

On arrive donc à

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$
$$-\frac{d}{0,25m}\cdot 2\pi = (2m+1)\pi$$

En isolant $\Delta r$, on arrive a

$$-\frac{d}{0,25m}\cdot 2\pi = (2m+1)\pi$$
$$d = -\frac{(2m+1)}{2}\cdot 0,25m$$

Essayons quelques valeurs pour *m.*

si $m = 2$ $d$ = -0,625 m
si $m = 1$ $d$ = -0,375 m
si $m = 0$ $d$ = -0,125 m
si $m = -1$ $d$ = 0,125 m
si $m = -2$ $d$ = 0,375 m

On voit que la plus petite valeur pour la distance entre les hautparleurs est de 0,125 m. (En fait, on cherche la plus petite distance en valeur absolue parce que le signe négatif dépend de notre choix de quelle source est la source 1. Ici, il y a deux réponses égales à 12,5 cm. Puisque les deux signes sont bons ici, on peut mettre la source 2 12,5 cm devant ou derrière la source 1.)

**11.** Pour avoir de l'interférence destructive, le déphasage doit être égal à un nombre impair de π.

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

On doit donc trouver le déphasage entre les deux ondes.

Prenons le haut-parleur B comme source 2. $\Delta\phi_T$ est alors

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{\Delta r}{0,32m}\cdot 2\pi\end{aligned}$$

$\Delta\phi_S$ est

$$\Delta\phi_S = \frac{\pi}{4}$$

La valeur est positive puisque la source 2 est en avance sur la source 1.

Comme il n'y a pas de réflexion, le déphasage total est

$$\Delta\phi = -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi + \frac{\pi}{4}$$

On a donc

$$\begin{gathered}\Delta\phi = (2m+1)\pi \\ -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi + \frac{\pi}{4} = (2m+1)\pi\end{gathered}$$

Si on isole la différence de marche, on arrive à

$$\begin{gathered}-\frac{\Delta r}{\lambda}2 + \frac{1}{4} = 2m+1 \\ -\frac{\Delta r}{\lambda}2 = 2m + \frac{3}{4} \\ -\frac{\Delta r}{\lambda} = m + \frac{3}{8} \\ \Delta r = -\left(m + \frac{3}{8}\right)\lambda\end{gathered}$$

Si $m = 0$, on a $\Delta r = -3\lambda/8$.
Si $m = 1$, on a $\Delta r = -11\lambda/8$.
Plus $m$ augmente à partir de $m = 1$, plus la différence de marche augmente (en valeur absolue).
Si $m = -1$, on a $\Delta r = 5\lambda/8$.
Plus $m$ diminue à partir de $m = -1$, plus la différence de marche augmente.

La plus petite différence de marche (en valeur absolue) est donc de

$$\begin{aligned}\Delta r &= -\frac{3}{8}\lambda \\ &= -\frac{3}{8}\cdot 32cm \\ &= -12cm\end{aligned}$$

On a donc

$$r_2 - r_1 = -12cm$$

La source 2 doit donc être 12 cm plus près que la source 1.

**12.** Pour avoir de l'interférence destructive, le déphasage doit être égal à un nombre impair de π.

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

On doit donc trouver le déphasage entre les deux ondes.

Le déphasage entre les ondes est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{4\pi e n_p}{\lambda} \\ &= \frac{4\pi \cdot 450nm \cdot 1,3}{\lambda} \\ &= \frac{2340nm\cdot\pi}{\lambda}\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= (2m+1)\pi \\ \frac{2340nm\cdot\pi}{\lambda} &= (2m+1)\pi \\ \lambda &= \frac{2340nm}{2m+1}\end{aligned}$$

Ce qui donne les valeurs suivantes.

| | |
|---|---|
| $m = 0$ | $\lambda$ = 2340 nm |
| $m = 1$ | $\lambda$ = 780 nm |

| | |
|---|---|
| $m = 2$ | $\lambda = 468$ nm |
| $m = 3$ | $\lambda = 334{,}3$ nm |

Dans le visible, seule la longueur d'onde de 468 nm est absente.

**13.** Pour avoir de l'interférence constructive, le déphasage doit être égal à un nombre pair de π.

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

On doit donc trouver le déphasage entre les deux ondes.

Le déphasage entre les ondes est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{4\pi e n_p}{\lambda} \\ &= \frac{4\pi \cdot 450nm \cdot 1{,}3}{\lambda} \\ &= \frac{2340nm \cdot \pi}{\lambda}\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= 2m\pi \\ \frac{2340nm \cdot \pi}{\lambda} &= 2m\pi \\ \lambda &= \frac{1170nm}{m}\end{aligned}$$

Ce qui donne les valeurs suivantes.

| | |
|---|---|
| $m = 1$ | $\lambda = 1170$ nm |
| $m = 2$ | $\lambda = 585$ nm |
| $m = 3$ | $\lambda = 390$ nm |

Dans le visible, seule la longueur d'onde de 585 nm est fortement réfléchie.

**14.** a) Le déphasage entre les ondes est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{4\pi e n_p}{\lambda}+\pi \\ &= \frac{4\pi\cdot 250nm\cdot 1,6}{450nm}+\pi \\ &= 14,31rad\end{aligned}$$

b) L'amplitude est donc

$$\begin{aligned}A_{tot} &= \left|2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\right| \\ &= \left|2A\cdot\cos\left(\frac{14,31rad}{2}\right)\right| \\ &= 1,286\cdot A\end{aligned}$$

L'amplitude est donc 1,286 fois plus grande par rapport à celle qu'il y aurait sans couche mince.

**15.** Pour avoir de l'interférence constructive, le déphasage doit être égal à un nombre pair de π.

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

On doit donc trouver le déphasage entre les deux ondes.

Le déphasage entre les ondes est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{4\pi e n_p}{\lambda}+\pi \\ &= \frac{4\pi\cdot e\cdot 1,8}{550nm}+\pi \\ &= \frac{7,2\cdot\pi\cdot e}{550nm}+\pi\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= 2m\pi \\ \frac{7,2\cdot\pi\cdot e}{550nm}+\pi &= 2m\pi \\ \frac{7,2\cdot e}{550nm}+1 &= 2m \\ e &= \frac{550nm\cdot(2m-1)}{7,2}\end{aligned}$$

On trouve l'épaisseur minimale avec $m = 1$. On a alors

$$e = \frac{550nm}{7,2} = 76,39nm$$

**16.** Le déphasage entre les ondes est

$$\Delta\phi = \frac{4\pi e n_p}{\lambda} + \pi$$

Pour la longueur d'onde renforcée ($\lambda_1$), il y a interférence constructive. La condition pour l'interférence constructive est

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

On a donc

$$\frac{4\pi e n_p}{\lambda_1} + \pi = 2m_1\pi$$

Si on isole l'épaisseur, on obtient

$$\begin{aligned}e &= \frac{(2m_1-1)\lambda_1}{4n} \\ &= \frac{(2m_1-1)\cdot 638,4nm}{4\cdot 1,33} \\ &= (2m_1-1)\cdot 120nm\end{aligned}$$

En donnant des valeurs de 1, 2, 3, 4, 5…. à $m_1$, on a les épaisseurs possibles suivantes : 120 nm, 360 nm, 600 nm, 840 nm, 1080 nm.

Pour la longueur d'onde atténuée ($\lambda_2$), il y a interférence destructive. La condition pour l'interférence destructive est

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

On a donc

$$\frac{4\pi e n_p}{\lambda_2} + \pi = (2m_2 + 1)\pi$$

Ce qui se simplifie à

$$\frac{4\pi e n_p}{\lambda_2} = 2m_2\pi$$

Si on isole l'épaisseur, on obtient

$$\begin{aligned} e &= \frac{2m_2\lambda_1}{4n_p} \\ &= \frac{2m_2 \cdot 478{,}8nm}{4 \cdot 1{,}33} \\ &= m_2 \cdot 180nm \end{aligned}$$

En donnant des valeurs de 1, 2, 3, 4, 5…. à $m_2$, on a les épaisseurs possibles suivantes : 180 nm, 360 nm, 540 nm, 720 nm, 900 nm.

La plus petite épaisseur commune est donc 360 nm.

**17.** a) La fréquence du son est

$$\begin{aligned} f_{son} &= \frac{f_1 + f_2}{2} \\ &= \frac{500Hz + 508Hz}{2} \\ &= 504Hz \end{aligned}$$

b) La fréquence des battements est

$$\begin{aligned} f_{battements} &= \left| f_1 - f_2 \right| \\ &= 508Hz - 500Hz \\ &= 8Hz \end{aligned}$$

**18.** On a les équations

$$\begin{aligned} f_{son} &= \frac{f_1 + f_2}{2} \\ 350Hz &= \frac{f_1 + f_2}{2} \\ 700Hz &= f_1 + f_2 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} f_{battements} &= \left| f_1 - f_2 \right| \\ 6Hz &= f_1 - f_2 \end{aligned}$$

(On a enlevé la valeur absolue, car on va supposer que $f_1$ est plus grand que $f_2$.)

En additionnant les équations, on a

$$\begin{aligned} 700Hz + 6Hz &= \left( f_1 + f_2 \right) + \left( f_1 - f_2 \right) \\ 706Hz &= 2f_1 \\ f_1 &= 353Hz \end{aligned}$$

L'autre fréquence est donc

$$\begin{aligned} 6Hz &= f_1 - f_2 \\ 6Hz &= 353Hz - f_2 \\ f_2 &= 347Hz \end{aligned}$$

**19.** S'il y a des battements de 4,2 Hz, c'est que la fréquence de la corde a un écart de 4,2 Hz avec la fréquence de la machine. Comme la machine a une fréquence de 329,6 Hz, cela veut dire que la corde a une fréquence de 333,8 Hz ou de 325,4 Hz. Comment savoir alors laquelle de ces fréquences est la bonne ?

Pour le savoir, on utilise le fait qu'en augmentant la tension de la corde, la fréquence des battements diminue. Comme la fréquence de la corde est donnée par

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

On peut voir qu'on augmente la fréquence de la corde si on augmente la tension.

Supposons maintenant que la fréquence de la corde est de 333,8 Hz. Si on augmente la tension, on augmentera la fréquence, ce qui fera augmenter l'écart entre la fréquence de la corde et le 329,6 Hz, ce qui fera augmenter la fréquence des battements.

Supposons maintenant que la fréquence de la corde est de 325,4 Hz. Si on augmente la tension, on augmentera la fréquence, ce qui fera diminuer l'écart entre la fréquence de la corde et le 329,6 Hz, ce qui fera diminuer la fréquence des battements.

Comme on dit que la fréquence des battements diminue si on augmente la tension, la fréquence de la corde doit être de 325,4 Hz.

Avec une tension de 1300 N, on a donc

$$325,4Hz = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{1300N}{\mu}}$$

Si on veut que la corde ait une fréquence de 329,6 Hz, on a

$$329,6Hz = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}$$

En divisant ces deux équations l'une par l'autre, on arrive à

$$\frac{329,6Hz}{325,4Hz} = \frac{\left(\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}\right)}{\left(\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{1300N}{\mu}}\right)}$$

$$\frac{329,6}{325,4} = \sqrt{\frac{F_T'}{1300N}}$$

$$F_T' = 1333,8N$$

**20.** Puisque l'amplitude varie avec une fréquence de 6000 Hz, cela signifie que la différence de fréquence est

$$\Delta f = 6000 Hz$$

Calculons maintenant cette différence de fréquence avec l'effet Doppler.

Trouvons premièrement la fréquence des ondes reçues par votre voiture. Selon la formule de l'effet Doppler, cette fréquence est

$$f' = f\frac{c + v_{auto}}{c}$$

(Puisque le véhicule se dirige vers le radar, la vitesse de l'auto est négative dans la formule de l'effet Doppler, ce qui nous donne le signe positif ici.)

Avec la réflexion, votre véhicule devient une source en mouvement émettant la fréquence $f'$ et le radar devient l'observateur (au repos). La fréquence captée par le radar sera encore une fois modifiée par ce deuxième effet Doppler. Elle devient

$$f'' = f'\frac{c}{c - v_{auto}}$$

La nouvelle fréquence est donc

$$f'' = f\frac{c + v_{auto}}{c}\frac{c}{c - v_{auto}} = f\frac{c + v_{auto}}{c - v_{auto}}$$

La différence de fréquence est

$$\Delta f = f\frac{c + v_{auto}}{c - v_{auto}} - f$$

On doit donc isoler la vitesse de l'auto dans cette équation. Voice 2 façons d'y arriver.

*<u>Version 1</u>*

$$\begin{aligned}\Delta f &= f\frac{c + v_{auto}}{c - v_{auto}} - f\\ &= f\frac{c - v_{auto} + 2v_{auto}}{c - v_{auto}} - f\\ &= f\left(1 + \frac{2v_{auto}}{c - v_{auto}}\right) - f\\ &= \frac{2fv_{auto}}{c - v_{auto}}\end{aligned}$$

Comme la vitesse de l'auto est négligeable par rapport de la vitesse de la lumière, on peut écrire

$$\Delta f = \frac{2 f v_{auto}}{c}$$

Comme on sait que la différence de fréquence est de 6000 Hz, on a

$$6000Hz = \frac{2 \cdot 25\times 10^9 \, Hz \cdot v_{auto}}{3\times 10^8 \, \frac{m}{s}}$$
$$v_{auto} = 36\,\tfrac{m}{s} = 129,6\,\tfrac{km}{h}$$

*<u>Version 2</u>*

Isolons la vitesse de l'auto dans

$$\Delta f = f\,\frac{c+v_{auto}}{c-v_{auto}} - f$$
$$\tfrac{\Delta f}{f} = \frac{c+v_{auto}}{c-v_{auto}} - 1$$
$$\tfrac{\Delta f}{f} + 1 = \frac{c+v_{auto}}{c-v_{auto}}$$
$$\left(\tfrac{\Delta f}{f}+1\right)\left(c-v_{auto}\right) = c+v_{auto}$$
$$\left(\tfrac{\Delta f}{f}+1\right)c - \left(\tfrac{\Delta f}{f}+1\right)v_{auto} = c+v_{auto}$$
$$\left(\tfrac{\Delta f}{f}+1\right)c - c = v_{auto} + \left(\tfrac{\Delta f}{f}+1\right)v_{auto}$$
$$\tfrac{\Delta f}{f}c + c - c = v_{auto} + \tfrac{\Delta f}{f}v_{auto} + v_{auto}$$
$$\tfrac{\Delta f}{f}c = 2v_{auto} + \tfrac{\Delta f}{f}v_{auto}$$
$$\tfrac{\Delta f}{f}c = \left(2+\tfrac{\Delta f}{f}\right)v_{auto}$$
$$v_{auto} = \frac{\tfrac{\Delta f}{f}c}{2+\tfrac{\Delta f}{f}}$$
$$v_{auto} = \frac{\Delta f c}{2f+\Delta f}$$

On a donc

$$\begin{aligned} v_{auto} &= \frac{6000Hz \cdot 3\times10^8 \frac{m}{s}}{2\cdot 25\times10^9 Hz + 6000Hz} \\ &= 36\tfrac{m}{s} = 129,6\tfrac{km}{h} \end{aligned}$$

**21.** a) Puisque $\omega = 200\pi$ rad/s, la fréquence est

$$\begin{aligned} f &= \frac{\omega}{2\pi} \\ &= \frac{200\pi s^{-1}}{2\pi} \\ &= 100Hz \end{aligned}$$

b) Puisque $k = 40\pi$ rad/m, la longueur d'onde est

$$\begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ 40\pi m^{-1} &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ \lambda &= 0,05m \end{aligned}$$

c) La vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ &= 0,05m \cdot 100Hz \\ &= 5\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

d) On trouve la formule de la vitesse de la corde en dérivant la formule de la position par rapport au temps

$$\begin{aligned} v_y &= \frac{\partial y}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t}\left(6cm \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right) \cdot \cos\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)\right) \\ &= -6cm \cdot 200\pi s^{-1} \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right) \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= -12\pi \tfrac{m}{s} \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right) \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \end{aligned}$$

La vitesse à $x$ = 0,02 m et $t$ = 0,022 s est donc

$$\begin{aligned} v_y &= -12\pi \tfrac{m}{s} \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot 0{,}02m\right) \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 0{,}022s\right) \\ &= -12\pi \tfrac{m}{s} \cdot \sin\left(\tfrac{4\pi}{5}\right) \cdot \sin\left(\tfrac{22\pi}{5}\right) \\ &= -21{,}07 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

e) L'amplitude est

$$\begin{aligned} A_{tot} &= \left|2A \sin kx\right| \\ &= \left|6cm \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\right| \end{aligned}$$

À $x$ = 0,5 cm, on a

$$\begin{aligned} A_{tot} &= \left|6cm \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot 0{,}005m\right)\right| \\ &= 3{,}527cm \end{aligned}$$

**22.** L'équation est

$$y_{tot} = 4cm \cdot \sin\left(10\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right) \cdot \cos\left(50\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

**23.** a) Pour écrire l'équation de l'onde stationnaire

$$x = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

Il nous faut $A$, $k$ et $\omega$.

On donne que $A$ = 0,05 m.

Avec une longueur d'onde de 20 cm, $k$ est

$$\begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ &= \frac{2\pi}{0{,}2m} \\ &= 10\pi \tfrac{rad}{m} \end{aligned}$$

Avec une période de 0,05 s, $\omega$ est

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{2\pi}{T} \\ &= \frac{2\pi}{0,05s} \\ &= 40\pi \tfrac{rad}{s}\end{aligned}$$

L'équation est donc

$$y_{tot} = 0,1m \cdot \sin\left(10\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\cos\left(40\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

b) La distance entre les nœuds est égale à la moitié de la longueur d'onde. Elle est donc de 10 cm.

c) Puisqu'il y a un nœud à $x = 0$, l'amplitude à 1 cm des nœuds peut se trouver avec l'amplitude à $x = 1$ cm. Cette amplitude est

$$\begin{aligned}A_{tot} &= \left|2A\sin kx\right| \\ &= \left|0,1m \cdot \sin\left(10\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\right| \\ &= \left|0,1m \cdot \sin\left(10\pi \tfrac{rad}{m} \cdot 0,01m\right)\right| \\ &= 0,03090m\end{aligned}$$

**24.** Pour écrire l'équation de l'onde stationnaire

$$x = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

Il nous faut $A$, $k$ et $\omega$.

Comme l'amplitude au centre des ventre est $2A$, on donne déjà que $2A = 5$ mm.

Puisque la distance entre les nœuds est de 20 cm, la longueur d'onde est de 40 cm. Avec une longueur d'onde de 40 cm, $k$ est

$$\begin{aligned}k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ &= \frac{2\pi}{0,4m} \\ &= 5\pi \tfrac{rad}{m}\end{aligned}$$

Pour trouver $\omega$, on va utiliser

$$v = \frac{\omega}{k}$$

On a déjà $k$, mais il nous faut la vitesse. La vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \\ &= \sqrt{\frac{12N}{0,03\frac{kg}{m}}} \\ &= 20\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

$\omega$ est donc

$$\begin{aligned} v &= \frac{\omega}{k} \\ 20\tfrac{m}{s} &= \frac{\omega}{5\pi\frac{rad}{m}} \\ \omega &= 100\pi\tfrac{rad}{s} \end{aligned}$$

L'équation est donc

$$y_{tot} = 0,005m \cdot \sin\left(5\pi\tfrac{rad}{m} \cdot x\right) \cdot \cos\left(100\pi\tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

**25.** On a

$$\begin{aligned} f_n &= \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \\ 400Hz &= \frac{4}{2 \cdot 0,6m} \cdot \sqrt{\frac{F_T}{0,02\frac{kg}{m}}} \\ F_T &= 288N \end{aligned}$$

**26.** On a

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$
$$400Hz = \frac{2v}{2 \cdot 2m}$$
$$v = 800\tfrac{m}{s}$$

**27.** À la 3e harmonique, on a

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$
$$\lambda = \frac{2L}{3}$$

On peut trouver la longueur de la corde si on sait la longueur d'onde.

Puisque $k = 20\pi$ rad/m, la longueur d'onde est

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$
$$20\pi m^{-1} = \frac{2\pi}{\lambda}$$
$$\lambda = 0,1m$$

On a donc

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$
$$0,1m = \frac{2L}{3}$$
$$L = 0,15m$$

**28.** On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$50Hz = \frac{1}{2 \cdot 0,5m} \cdot \sqrt{\frac{350N}{\mu}}$$
$$\mu = 0,14\tfrac{kg}{m}$$

**29.** On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$200Hz = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{100N}{\mu}}$$

et

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$500Hz = \frac{5}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}$$

En divisant la deuxième équation par la première équation, on a

$$\frac{500Hz}{200Hz} = \frac{\frac{5}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}}{\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{100N}{\mu}}}$$
$$2,5 = \frac{5\sqrt{F_T'}}{\sqrt{100N}}$$
$$F_T' = 25N$$

**30.** On va trouver la masse à partir de la tension de la corde. La tension est

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$160Hz = \frac{4}{2\cdot 1,2m}\cdot\sqrt{\frac{F_T}{0,036\frac{kg}{m}}}$$
$$F_T = 331,8N$$

La masse est donc

$$F_T = mg$$
$$331{,}8N = m \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}$$
$$m = 33{,}85kg$$

**31.** On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$50Hz = \frac{1}{2 \cdot 1m}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

et

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$400Hz = \frac{2}{2L'}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

En divisant la deuxième équation par la première équation, on a

$$\frac{400Hz}{50Hz} = \frac{\frac{2}{2L'}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}{\frac{1}{2 \cdot 1m}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}$$
$$8 = \frac{\frac{2}{L'}}{\frac{1}{1m}}$$
$$8 = \frac{2}{L'} \cdot \frac{1m}{1}$$
$$L' = 0{,}25m$$

**32.** On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$f_{1A} = \frac{1}{2 \cdot 1m}\sqrt{\frac{100N}{\mu}}$$

et

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$f_{1B} = \frac{1}{2 \cdot 0,25m}\sqrt{\frac{25N}{\mu}}$$

Le rapport des fréquences est

$$\frac{f_{1A}}{f_{1B}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 1m}\sqrt{\frac{100N}{\mu}}}{\frac{1}{2 \cdot 0,25m}\sqrt{\frac{25N}{\mu}}}$$
$$\frac{f_{1A}}{f_{1B}} = \frac{\frac{1}{1m}\sqrt{100N}}{\frac{1}{0,25m}\sqrt{25N}}$$
$$\frac{f_{1A}}{f_{1B}} = \frac{0,25m \cdot \sqrt{100N}}{1m \cdot \sqrt{25N}}$$
$$\frac{f_{1A}}{f_{1B}} = 0,5$$

**33.** On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$360Hz = \frac{1}{2 \cdot L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

et

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$f_{1B} = \frac{1}{2\cdot(0,4L)}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

En divisant la deuxième équation par la première, on a

$$\frac{f_{1B}}{360Hz} = \frac{\frac{1}{2\cdot(0,4L)}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}{\frac{1}{2\cdot L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}$$
$$\frac{f_{1B}}{360Hz} = \frac{1}{0,4}$$
$$f_{1B} = 900Hz$$

**34.** On a

$$f_n = 520Hz$$
$$nf_1 = 520Hz$$

À l'harmonique suivante, l'entier devant $f_1$ est $n + 1$. On a alors

$$(n+1)f_1 = 650Hz$$

En utilisant la première équation, on a alors

$$(n+1)f_1 = 650Hz$$
$$nf_1 + f_1 = 650Hz$$
$$520Hz + f_1 = 650Hz$$
$$f_1 = 130Hz$$

**35.** La fréquence de la première harmonique est

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1 \cdot v}{2L} \\ &= \frac{1 \cdot 340 \frac{m}{s}}{2 \cdot 0,25m} \\ &= 680Hz \end{aligned}$$

La fréquence de la deuxième harmonique est

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{2 \cdot v}{2L} \\ &= \frac{2 \cdot 340 \frac{m}{s}}{2 \cdot 0,25m} \\ &= 1360Hz \end{aligned}$$

La fréquence de la troisième harmonique est

$$\begin{aligned} f_3 &= \frac{3 \cdot v}{2L} \\ &= \frac{3 \cdot 340 \frac{m}{s}}{2 \cdot 0,25m} \\ &= 2040Hz \end{aligned}$$

**36.** La fréquence de la première harmonique est

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1 \cdot v}{4L} \\ &= \frac{1 \cdot 340 \frac{m}{s}}{4 \cdot 0,40m} \\ &= 212,5Hz \end{aligned}$$

La fréquence de la troisième harmonique est

$$\begin{aligned} f_3 &= \frac{3 \cdot v}{4L} \\ &= \frac{3 \cdot 340 \frac{m}{s}}{4 \cdot 0,40m} \\ &= 637,5Hz \end{aligned}$$

La fréquence de la cinquième harmonique est

$$\begin{aligned} f_5 &= \frac{5 \cdot v}{4L} \\ &= \frac{5 \cdot 340 \frac{m}{s}}{4 \cdot 0,40m} \\ &= 1062,5Hz \end{aligned}$$

**37.** La fréquence de la 3e harmonique est

$$\begin{aligned} f_3 &= \frac{3 \cdot v}{4L} \\ 500Hz &= \frac{3 \cdot v}{4L} \end{aligned}$$

On peut trouver la longueur du tuyau si on sait la vitesse du son.

À cette température, la vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= 331,3 \tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{T}{273,15K}} \\ &= 331,3 \tfrac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{303,15K}{273,15K}} \\ &= 349,0 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} 500Hz &= \frac{3 \cdot v}{4L} \\ 500Hz &= \frac{3 \cdot 349,0 \frac{m}{s}}{4 \cdot L} \\ L &= 0,5235m \end{aligned}$$

**38.** À ces températures, les vitesses du son sont

$$v = 331{,}3\tfrac{m}{s}\cdot\sqrt{\frac{T}{273{,}15K}} \qquad v = 331{,}3\tfrac{m}{s}\cdot\sqrt{\frac{T}{273{,}15K}}$$
$$= 331{,}3\tfrac{m}{s}\cdot\sqrt{\frac{298{,}15K}{273{,}15K}} \qquad = 331{,}3\tfrac{m}{s}\cdot\sqrt{\frac{273{,}15K}{273{,}15K}}$$
$$= 346{,}1\tfrac{m}{s} \qquad = 331{,}3\tfrac{m}{s}$$

À 25 °C, on a

$$f_1 = \frac{1\cdot v}{x\cdot L}$$
$$500Hz = \frac{1\cdot 346{,}1\frac{m}{s}}{x\cdot L}$$

(On a mis *x* en dénominateur puisqu'on ne sait pas si le tuyau est ouvert ou fermé. S'il est ouvert, on a *x* = 2 et s'il est fermé, on a *x* = 4.)

À 0 °C, on a

$$f_1' = \frac{1\cdot v}{x\cdot L}$$
$$= \frac{1\cdot 331{,}3\frac{m}{s}}{x\cdot L}$$

En divisant cette équation par l'équation à 25 °C, on a

$$\frac{f_1'}{500Hz} = \frac{\left(\frac{1\cdot 331{,}3\frac{m}{s}}{x\cdot L}\right)}{\left(\frac{1\cdot 346{,}1\frac{m}{s}}{x\cdot L}\right)}$$
$$\frac{f_1'}{500Hz} = \frac{331{,}3\frac{m}{s}}{346{,}1\frac{m}{s}}$$
$$f_1' = 478{,}6Hz$$

**39.** a) Supposons que le tuyau est ouvert. On aurait alors les deux équations suivantes

$$f_n = \frac{n\cdot v}{2L} \qquad f_{n+1} = \frac{(n+1)\cdot v}{2L}$$
$$630Hz = \frac{n\cdot v}{2L} \qquad 840Hz = \frac{(n+1)\cdot v}{2L}$$

En divisant l'équation de droite par l'équation de gauche, on a

$$\frac{840Hz}{630Hz}=\frac{\frac{(n+1)\cdot v}{2L}}{\frac{n\cdot v}{2L}}$$
$$\frac{840}{630}=\frac{n+1}{n}$$
$$840\cdot n=630\cdot(n+1)$$
$$840\cdot n=630\cdot n+630$$
$$210\cdot n=630$$
$$n=3$$

Ce qui est une solution acceptable (car *n* doit être entier).

Supposons que le tuyau est fermé. On aurait alors les deux équations suivantes.

$$f_n=\frac{n\cdot v}{4L}\qquad\qquad f_{n+1}=\frac{(n+2)\cdot v}{4L}$$
$$630Hz=\frac{n\cdot v}{4L}\qquad\qquad 840Hz=\frac{(n+2)\cdot v}{4L}$$

En divisant l'équation de droite par l'équation de gauche, on a

$$\frac{840Hz}{630Hz}=\frac{\frac{(n+2)\cdot v}{4L}}{\frac{n\cdot v}{4L}}$$
$$\frac{840}{630}=\frac{n+2}{n}$$
$$840\cdot n=630\cdot(n+2)$$
$$840\cdot n=630\cdot n+1260$$
$$210\cdot n=1260$$
$$n=6$$

Ce qui n'est pas une solution acceptable (car *n* doit être un entier impair si le tuyau est fermé).

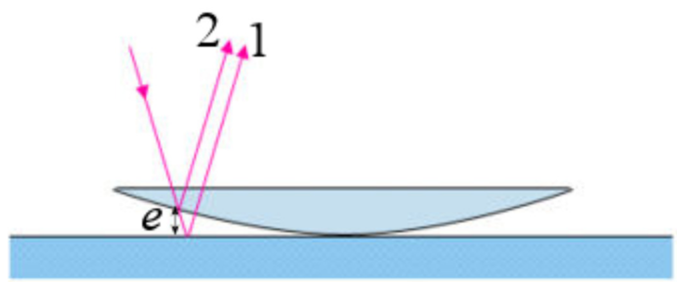
Le tuyau est donc ouvert.

b) On a

$$f_3 = \frac{3 \cdot v}{2L}$$
$$630Hz = \frac{3 \cdot 336Hz}{2L}$$
$$L = 0,8m$$

**40.** Quand on a un anneau sombre, on a de l'interférence destructive. On a donc

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$




Comme c'est une couche mince, le déphasage est

$$\Delta\phi = \frac{4\pi e n_p}{\lambda} + \Delta\phi_R$$

Comme l'onde 1 (celle qui fait le trajet le plus long) se propage dans l'air et se reflète sur un milieu d'indice plus grand (le verre), l'onde est inversée et elle subit un déphasage ($\phi_{R1} = \pi$). Comme l'onde 2 (celle qui fait le trajet le plus court) se propage dans le verre et se reflète sur un milieu d'indice plus petit (l'air), elle n'est pas inversée et ne subit pas de déphasage ($\phi_{R2} = 0$). $\Delta\phi_R$ est l'écart entre ces deux déphasages.

$$\Delta\phi_R = 0 - \pi$$
$$= -\pi$$

Le déphasage total est donc

$$\Delta\phi = \frac{4\pi e n_p}{\lambda} - \pi$$

Si on veut de l'interférence destructive, on a donc

$$\frac{4\pi e n_p}{\lambda} - \pi = (2m+1)\pi$$

Ce qui donne

$$\frac{4en_p}{\lambda} - 1 = 2m + 1$$
$$\frac{4en_p}{\lambda} = 2m + 2$$
$$e = \frac{(2m+2)\lambda}{4n_p}$$

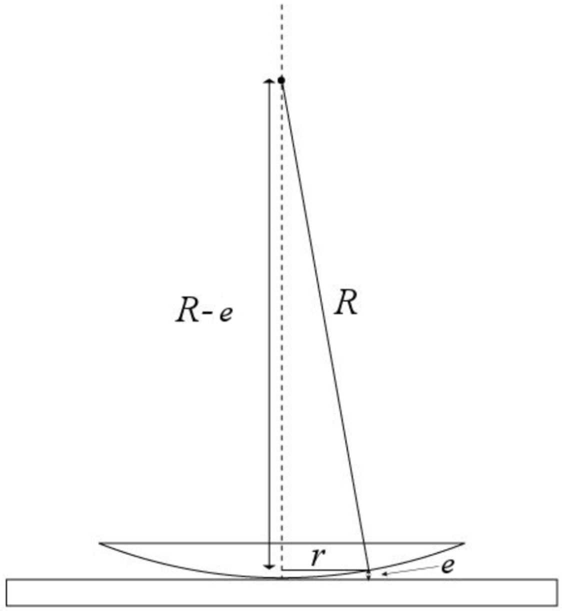
Comme l'indice de la couche est 1, on arrive à

$$e = \frac{(2m+2)\lambda}{4}$$
$$= \frac{(m+1)\lambda}{2}$$

Les $m$ inférieurs à -2 donne des épaisseurs négatives. $m$ = -1 donne $e$ = 0. C'est la tache sombre au milieu. La première frange sombre a $m$ = 0, la deuxième frange sombre a $m$ = 1 et la troisième frange sombre a $m$ = 2. Ainsi, au troisième minimum, l'épaisseur est

$$e = \frac{(2+1)\lambda}{2}$$
$$= \frac{3\lambda}{2}$$
$$= \frac{3 \cdot 600nm}{2}$$
$$= 900nm$$

Reste à trouver le rayon de cet anneau. On a alors




$$(R-e)^2 + r^2 = R^2$$

$$\left(0,60m - 900\times10^{-9}m\right)^2 + r^2 = \left(0,60m\right)^2$$

$$r^2 = \left(0,60m\right)^2 - \left(0,60m - 900\times10^{-9}m\right)^2$$

$$r = 1,039mm$$

tr.wikipedia.org/wiki/Newton_halkalar%C4%B1