2 LES ONDES SUR UNE CORDE

Quelle est la puissance que doit fournir Didier pour envoyer ces ondes ayant une longueur d'onde de 3 m, une fréquence de 1 hertz et une amplitude de 50 cm dans ces cordes ayant une masse linéique de 5 kg/m ?

www.mensjournal.com/health-fitness/5-combat-rope-moves-to-torch-your-metabolism-w507533/alternating-waves-w507537/

Découvrez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

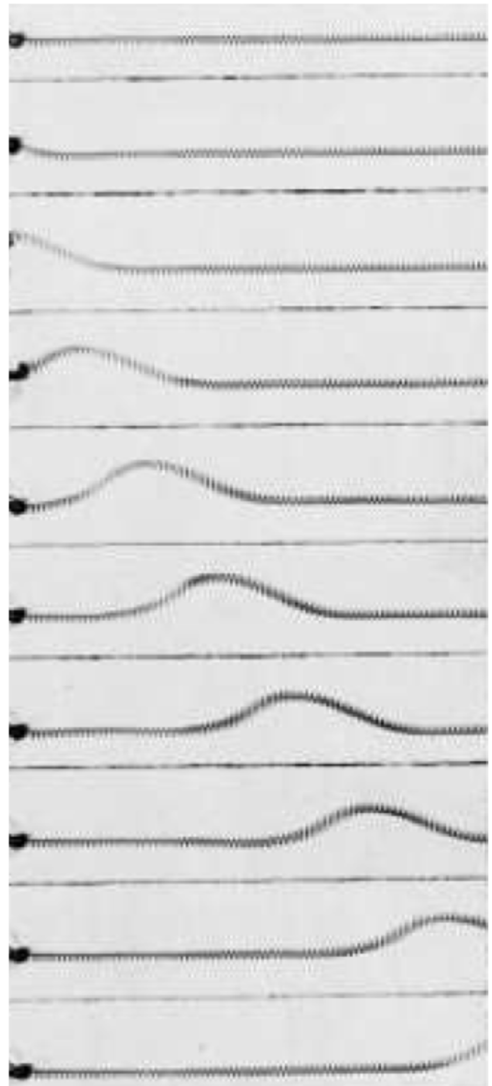
2.1 UNE PERTURBATION QUI SE PROPAGE

Supposons qu'au départ, on a une corde tendue immobile, comme sur la première image de cette figure. (C'est un ressort tendu, mais un tel ressort agit exactement comme une corde tendue.) Soudainement, on déplace un peu le bout du ressort vers le haut, ce qui crée une perturbation. Cette perturbation va alors se propager le long du ressort jusqu'à ce qu'elle arrive à l'autre bout.

Une perturbation qui se propage ainsi sur la corde est une ***onde***. (On utilise aussi le terme *onde progressive*.)

La matière dans laquelle se propage l'onde (ici une corde) est appelée le ***milieu*** de propagation.

Vous pouvez voir dans ce vidéo une onde sur des cordes.
www.youtube.com/watch?v=0DoEpwHYiBE



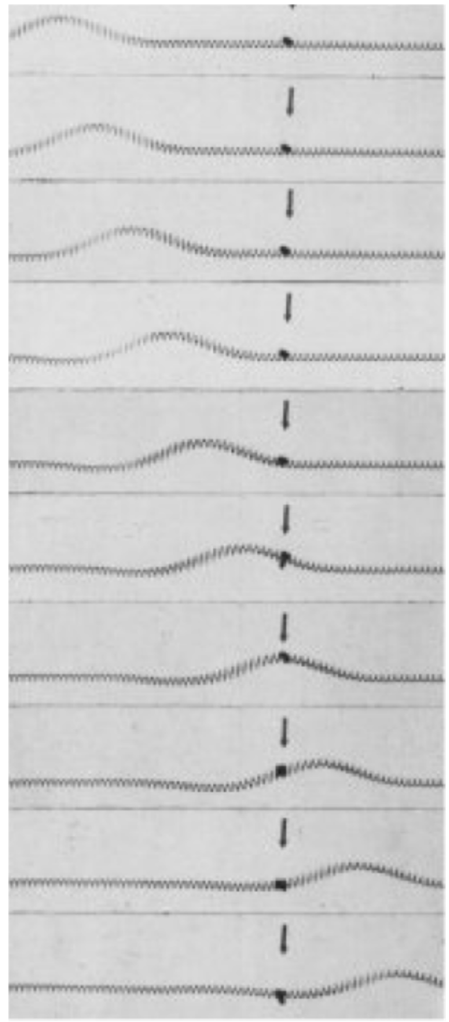
Haber-Schaim, Cross, Dodge, Walter, Tougas, Physique PSSC, éditions CEC, 1974

Notez que le mouvement de la corde est dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Quand le milieu se déplace dans cette direction, on a affaire à une ***onde transversale***.

La matière n'est pas transportée par l'onde

Avant l'arrivée de l'onde, la corde est dans une position d'équilibre. Quand l'onde passe dans la corde, les particules la composant se déplacent. Toutefois, l'onde ne fait que déplacer temporairement la matière. Celle-ci reviendra à sa position d'équilibre après le passage de l'onde.

On peut bien voir ce phénomène sur l'image de droite dans laquelle une onde passe dans un ressort tendu. Un point du milieu a été identifié par un point noir. Quand l'onde passe, on voit que ce point est déplacé de sa position d'équilibre et qu'il revient à sa position d'équilibre après le passage de la perturbation. La matière composant le ressort n'est donc pas transportée par l'onde, elle ne fait que se déplacer temporairement de la position d'équilibre lors du passage de l'onde. Après le passage de l'onde, chaque morceau du ressort revient à la même position qu'il avait avant le passage de l'onde. L'animation suivante vous montre aussi ce phénomène.
https://www.youtube.com/watch?v=d4grcSK6Igg
On voit que le point bleu et les points jaunes oscillent de haut en bas quand l'onde passe, mais ils ne sont pas transportés par l'onde.



Haber-Schaim, Cross, Dodge, Walter, Tougas, Physique PSSC, éditions CEC, 1974

Ceci est vrai pour tous les types d'ondes. On peut voir dans ce vidéo un petit canard se déplacer autour d'une position d'équilibre lors du passage de vagues. Il n'est pas entrainé par la vague, il ne fait que se déplacer autour d'une position d'équilibre.
http://www.youtube.com/watch?v=-o-VgeabKjI

Notez que ce n'est pas toujours vrai. Quand on observe des vagues sur une plage, il est évident qu'elle pousse de la matière, comme des algues ou des surfeurs. Ces vagues sont différentes parce qu'elles déferlent. C'est ce qui arrive quand la hauteur de l'onde devient trop grande par rapport à la profondeur. Il s'agit d'un type d'onde bien différent de ce qu'on va traiter ici.

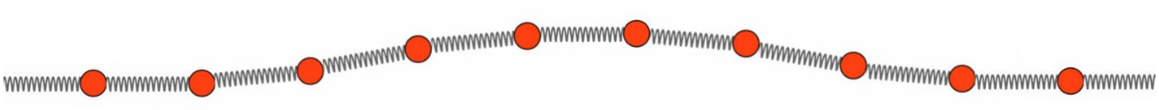
Les forces entre les atomes du milieu

Avant le passage de l'onde, la matière formant le milieu est à sa position d'équilibre. Quand l'onde passe, chaque morceau de matière du milieu se déplace pendant un certain temps pour finalement revenir à sa position d'équilibre. Cela signifie qu'il y a des forces dans le milieu qui ramènent la matière à sa position d'équilibre.

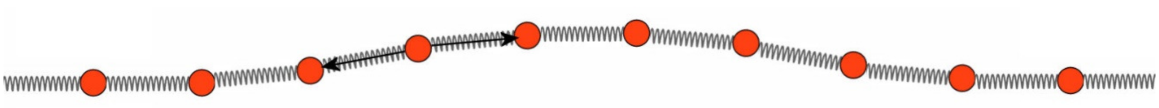
Les forces sur un atome du milieu sont faites par les atomes voisins. On pourrait représenter ces forces par des ressorts, comme sur cette image.

Pour une corde, cette force est une force d'attraction d'origine électrique entre les atomes de la corde, qui est en fait la tension de la corde. L'image précédente montre la corde à sa position d'équilibre et la force nette sur chaque atome est nulle.

Quand l'onde passe, le milieu est déformé et on pourrait maintenant avoir cette situation.



Si on examine les forces sur un atome en particulier, disons le 4^{e} à partir de la gauche, on a les forces suivantes.



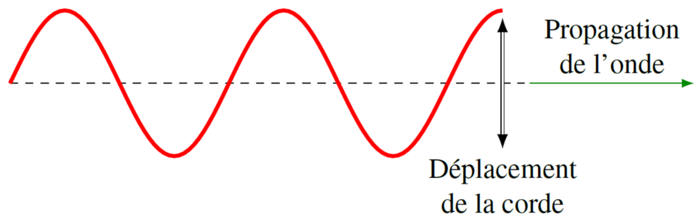
Si on additionne ces forces, la force nette n'est pas nulle. Il y a un peu plus de force vers le bas que vers le haut, ce qui signifie que la force nette a une composante vers le bas. Cette force vers le bas cherche à ramener l'atome à sa position d'équilibre. Chaque atome subit une force nette qui cherche toujours à le ramener à la position d'équilibre.

Cette force qui s'oppose à la déformation du milieu est essentielle pour que l'onde se propage. Si les atomes voisins font une force sur le 4^{e} atome pour le ramener à sa position d'équilibre, alors le 4^{e} atome, en vertu de la 3^{e} loi de Newton, exerce également une force sur ses voisins. Donc, si on déplace un atome d'un milieu, la force que cet atome fait sur son voisin de droite met cet atome en mouvement, qui met ensuite le voisin de droite suivant en mouvement et ainsi de suite. La déformation se propage alors dans la corde. Sans forces entre les atomes du milieu, l'onde ne se propage pas.

Il faut donc que le milieu s'oppose à la déformation, donc qu'il y ait des forces sur les atomes qui cherchent à les ramener à la position d'équilibre, pour que les ondes puissent exister dans un milieu. Dans le cas de la corde, cette force est faite par la tension de la corde.

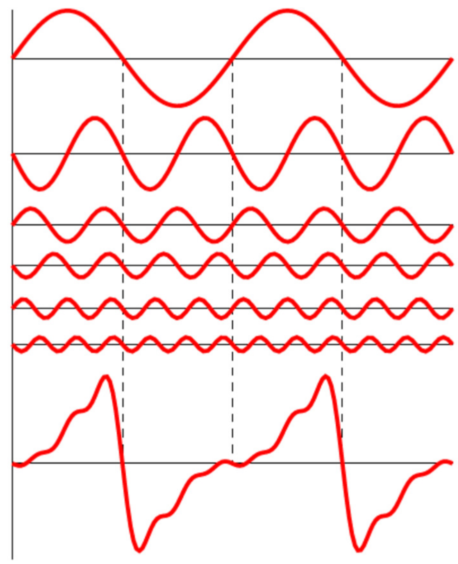
2.2 LES ONDES SINUSOÏDALES

Nous allons maintenant nous concentrer sur des ondes dont la forme est décrite par une fonction sinusoïdale. Cela signifie que si on prend une photo de l'onde à un certain moment, la forme de la corde est décrite par une fonction sinusoïdale.



Pourquoi des ondes sinusoïdales ?

Cela semble un peu restrictif, car l'onde peut avoir n'importe quelle forme, mais ça ne l'est pas puisqu'on peut démontrer que n'importe quelle forme d'onde peut être écrite comme étant une somme d'ondes sinusoïdales. C'est le théorème de Fourier, qui généra 30 ans de débat au début du 19e siècle.

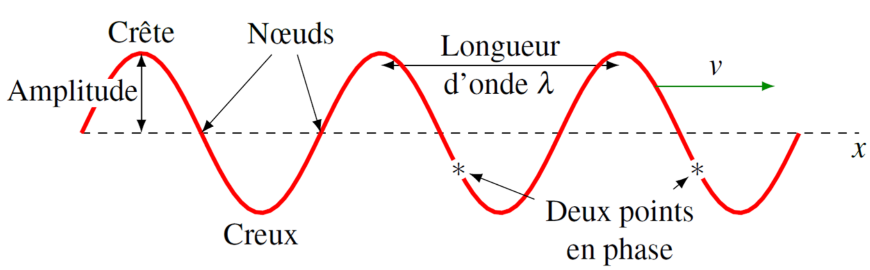


On peut voir sur la figure ci-contre comment une somme de sinus peut donner une onde de forme différente. La somme des 6 fonctions sinusoïdales du haut donne le signal du bas. Cette somme est une série de Fourier et c'est un sujet important des mathématiques universitaires.

Le clip suivant vous montre comment on arrive à des formes d'onde particulière en additionnant des fonctions sinusoïdales (appelés ici des harmoniques).
http://www.youtube.com/watch?v=Lu2nnvYORec

Un peu de vocabulaire

Pour une onde sinusoïdale, on a les éléments suivants.



L'**amplitude** (A) est la valeur du déplacement maximum de la corde.

Les **crêtes** sont les endroits où le déplacement de la corde atteint sa valeur maximale positive.

Les **creux** sont les endroits où le déplacement de la corde atteint sa valeur maximale négative.

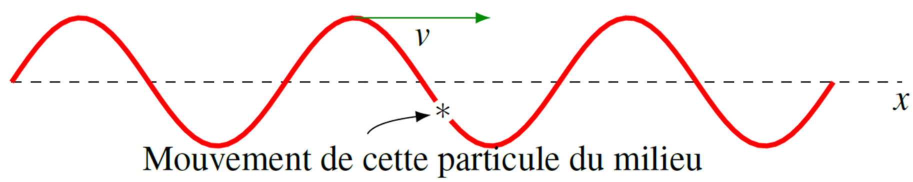
Les **nœuds** sont les endroits où le déplacement de la corde est nul.

Les points en phase sont des points qui sont à la même position sur un cycle du sinus. Il peut y avoir un ou plusieurs cycles entre ces points en phase. On remarque que toutes les crêtes sont en phase et que tous les creux sont en phase.

La **longueur d'onde** (λ) est la distance entre les crêtes. (De façon correcte, c'est la distance entre deux points en phase les plus près. C'est donc la longueur d'un cycle du sinus.)

L'onde se déplace à une certaine **vitesse** (v).

Examinons maintenant le mouvement d'un endroit précis du milieu pour voir comment il bouge. On va prendre une onde transversale sur une corde pour illustrer.



Avec le passage de l'onde, la particule de la corde montrée sur la figure va monter et descendre. En ce moment, elle est en train de monter puisque c'est une crête qui arrive. La particule doit monter puisqu'elle formera la crête de l'onde dans quelques instants. On prouvera un peu plus tard que le mouvement de cette particule est un mouvement harmonique simple. Selon ce qu'on a vu au chapitre 1, ce mouvement des particules du milieu est caractérisé par la fréquence et la période. Dans l'animation suivante, on envoie des ondes sinusoïdales dans un milieu.
https://www.youtube.com/watch?v=d4grcSK6Igg
On remarque assez facilement que chaque morceau de la corde semble faire une oscillation harmonique quand l'onde passe.

Puisqu'on a un mouvement harmonique, on a aussi les caractéristiques suivantes.

La **période** de l'onde (T) est le temps que prendront les particules du milieu pour faire une oscillation complète.

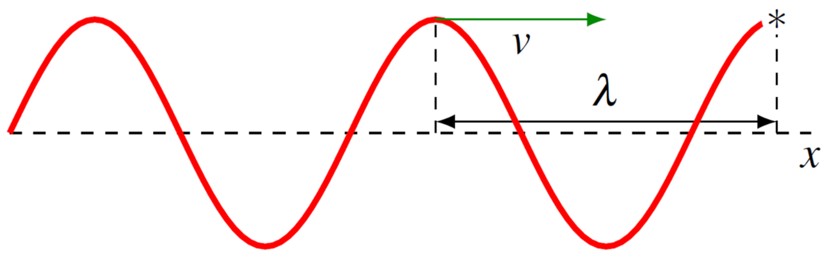
La **fréquence** de l'onde (f) est le nombre d'oscillations que feront les particules du milieu en une seconde.

La relation trouvée au chapitre 1 entre ces deux quantités est toujours valide.

$$f = \frac{1}{T}$$

Lien entre la fréquence et la longueur d'onde

Pour trouver le lien entre la longueur d'onde et la fréquence, on va prendre la situation suivante sur une corde.



La particule au bout de la corde identifiée par *, est, à ce moment, au sommet de son mouvement. Avec l'onde qui arrive, elle va descendre puis remonter pour atteindre de nouveau sa position maximale quand la crête suivante arrivera au bout de la corde. La particule aura alors fait un cycle complet. Cela veut dire que le temps pour faire une oscillation (période T) est égal au temps que ça va prendre pour que la crête arrive au bout de la corde. Comme cette crête est à une distance λ et qu'elle arrive avec une vitesse v, le temps qu'elle prend pour arriver est λ/v. On a donc

$$T = \frac{\lambda}{v}$$

Ce qui nous donne

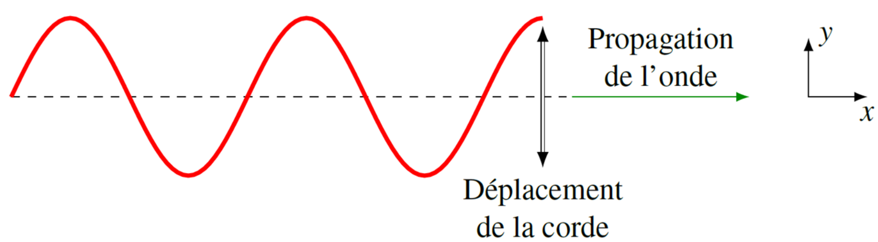
Lien entre λ et f ou lien entre λ et T

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

2.3 FONCTION DÉCRIVANT UNE ONDE SINUSOÏDALE

Comment avoir une fonction qui se déplace ?

On va chercher une formule qui nous donne le déplacement de la corde (notée y) par rapport à la position d'équilibre (ligne pointillée qui est, par définition, $y = 0$) quand il y a une onde sinusoïdale dans la corde.



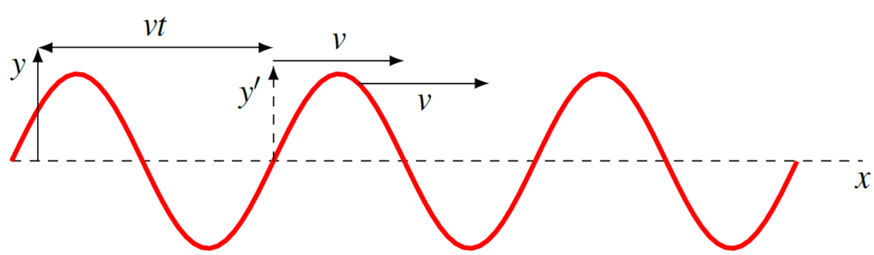
On sait que l'onde sinusoïdale a la forme d'un sinus. Pour que l'onde monte jusqu'à la hauteur A (l'amplitude de l'onde), on devra multiplier le sinus par A puisque la valeur maximale d'un sinus est 1.

De plus, un sinus a un cycle de 2π, mais on doit pouvoir ajuster la longueur du cycle pour avoir n'importe quelle longueur d'onde. On y arrive avec la fonction suivante.

$$y = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

Si on commence un cycle à $x = 0$, le cycle doit se terminer à $x = \lambda$. Si on met $x = \lambda$ dans cette équation, on a $\sin(2\pi)$, qui est bel et bien un cycle, car la période d'un sinus est 2π.

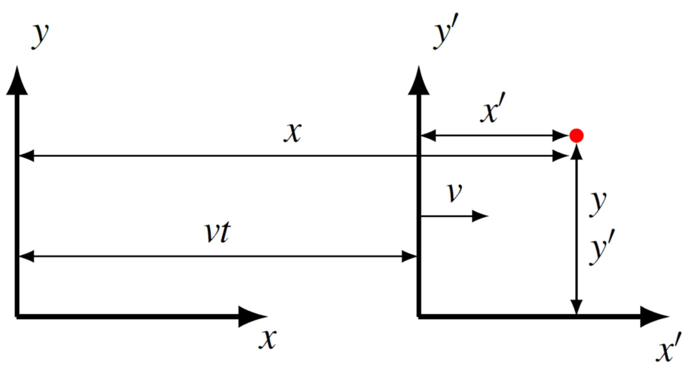
Sous cette forme, cette fonction ne peut pas décrire une onde, car elle est immobile. On doit pouvoir la modifier pour que la fonction se déplace en fonction du temps. Pour trouver cette fonction, on va travailler avec deux systèmes d'axes. Il y aura un système d'axes immobile (x et y) et un système d'axes qui suit le sinus dans son déplacement (x' et y').



Comme les axes x' et y' suivent le sinus dans son déplacement, le sinus est immobile par rapport à ces axes. L'équation du sinus avec ces axes est donc

$$y' = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x'\right)$$

Pour avoir cette fonction avec des axes immobiles, on doit trouver le lien entre ces deux systèmes d'axes.



La valeur de x est la distance entre un point du plan et l'axe des y alors que x' est la distance entre le point et l'axe des y'. On a alors, selon la figure,

$$x' = x - vt$$

Les valeurs de y et y' sont les distances entre le point et les axes des x et des x'. Comme les axes des x et des x' sont à la même hauteur, on a donc

$$y' = y$$

En effectuant le changement dans l'équation du sinus, on obtient

$$y' = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x'\right)$$

$$y = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right)$$

$$y = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi v}{\lambda}t\right)$$

Cette onde se déplace vers les x positifs. Si on voulait que l'onde se déplace vers les x négatifs, on changerait le signe de la vitesse. On peut donc avoir

$$y = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x \pm \frac{2\pi v}{\lambda}t\right)$$

où on utilise le signe – si l'onde va vers les x positifs et le signe + si l'onde va vers les x négatifs.

On peut encore modifier un peu cette équation. Puisque

$$\frac{v}{\lambda} = f$$

on obtient

$$y = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x \pm 2\pi ft\right)$$

Certaines combinaisons de variables sont courantes dans l'étude des ondes et on a inventé des symboles pour les représenter.

Définition de k et ω

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

k (à ne pas confondre avec la constante des ressorts du chapitre 1) est le ***nombre d'onde***. Il est en rad/m et il représente le nombre de cycles de l'onde qu'on a sur une distance de 2π mètres.

ω, qui est identique au ω utilisé au chapitre 1, est la ***fréquence angulaire***. Elle est en rad/s et elle représente le nombre de cycles d'oscillation effectué durant un temps de 2π secondes.

Il y a un lien entre ces variables et la vitesse. Ce lien se trouve ainsi.

$$v = \lambda f$$

$$v = \frac{\lambda}{2\pi} 2\pi f$$

$$v = \frac{1}{k}\omega$$

On a donc

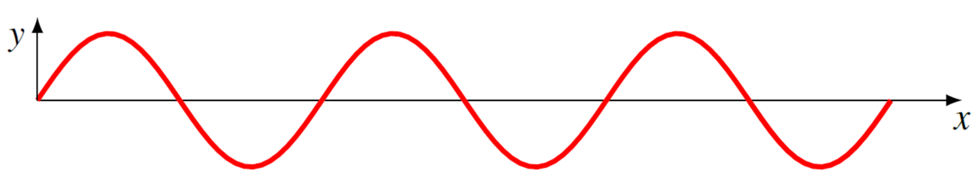
Lien entre ω et k

$$v = \frac{\omega}{k}$$

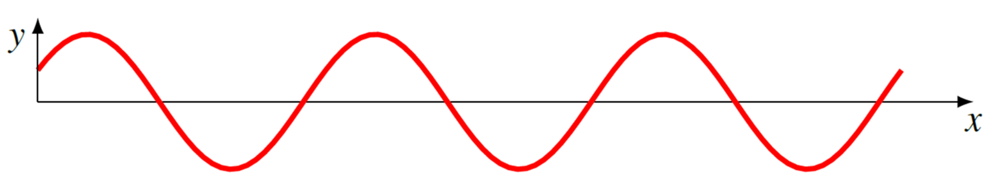
Avec ces nouvelles variables, la fonction décrivant l'onde devient donc

$$y = A\sin\left(kx \pm \omega t\right)$$

On n'a pas encore la forme la plus générale. Pour l'instant, on peut ajuster l'amplitude, la longueur d'onde et la vitesse de déplacement, mais pas la forme de l'onde à t = 0. Avec cette formule, on doit avoir la forme suivante à t = 0.



L'onde doit avoir $y = 0$ à $x = 0$. Or, il se pourrait très bien que l'onde ait une forme différente à t = 0. Par exemple, elle pourrait être de la forme suivante.



Ça reste une forme sinusoïdale, mais elle est déplacée vers la gauche. Or, on sait comment décaler un sinus : il suffit d'ajouter une constante de phase ϕ. Selon la valeur de la constante de phase, le sinus sera plus ou moins décalé d'un côté ou de l'autre pour obtenir la bonne forme à $t = 0$. On aura alors le résultat final suivant.

Fonction décrivant une onde sinusoïdale

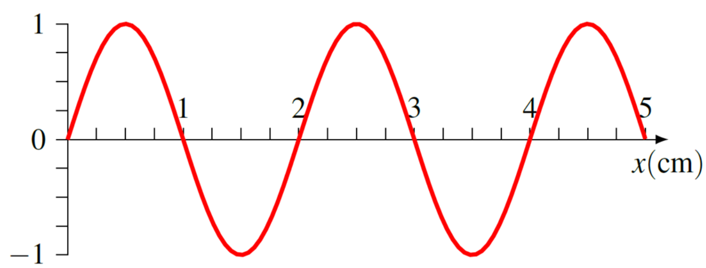
$$y = A\sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

On choisit le signe négatif si l'onde va vers les x positifs.
On choisit le signe positif si l'onde va vers les x négatifs.

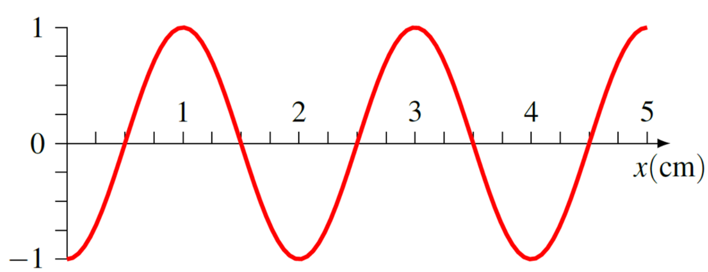
Examinons si on obtient bien une onde qui se déplace à la bonne vitesse. Choisissons une amplitude de 1 cm, une longueur d'onde de 2 cm et une vitesse de 1 cm/s vers les x positifs. Cela implique que la fréquence est de 0,5 Hz. Choisissons également une constante de phase nulle. L'équation de cette onde est donc

$$y = 1cm \cdot \sin\left(100\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x - \pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

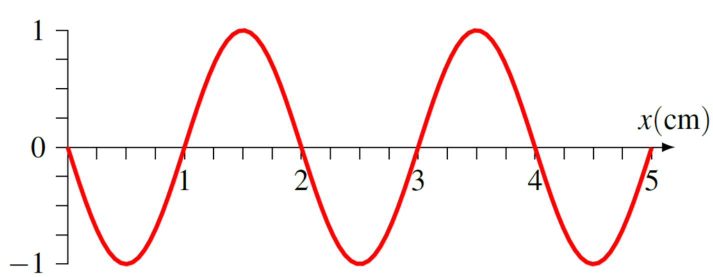
À $t = 0$, l'onde est donc $y = 1cm \cdot \sin\left(100\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)$. Le graphique de cette fonction est



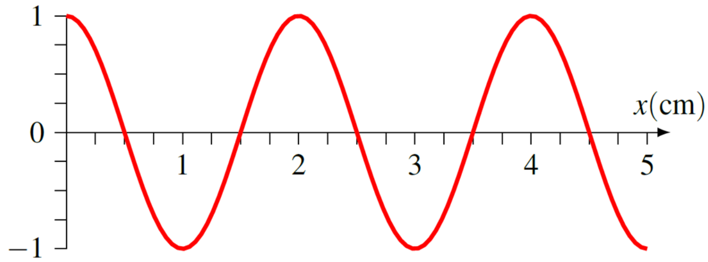
À $t = 0{,}5$ s, l'équation est $y = 1cm \cdot \sin\left(100\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x - \tfrac{\pi}{2}\right)$. Le graphique de cette fonction est



À $t = 1$ s, l'équation est $y = 1cm \cdot \sin\left(100\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x - \pi\right)$. Le graphique de cette fonction est



À t = 1,5 s, l'équation est $y = 1cm \cdot \sin\left(100\pi \frac{rad}{m} \cdot x - \frac{3\pi}{2}\right)$. Le graphique de cette fonction est



On voit très bien dans cette série de graphiques que le sinus se déplace vers la droite avec une vitesse de 1 cm/s.

Notez qu'avec une telle onde sinusoïdale, chaque point de la corde fait un mouvement harmonique quand l'onde passe. En voici la preuve.
https://physique.merici.ca/ondes/preuvemhsonde.pdf
On peut donc utiliser les formules du chapitre 1 pour décrire le mouvement de chaque point de la corde.

Vitesse et accélération des particules du milieu

À partir de la formule de la position des particules du milieu en fonction du temps, on peut obtenir la formule de la vitesse et de l'accélération des particules du milieu. Comme la vitesse est la dérivée de la position, on a

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t}$$

En effectuant la dérivée, on arrive à

Vitesse des particules du milieu

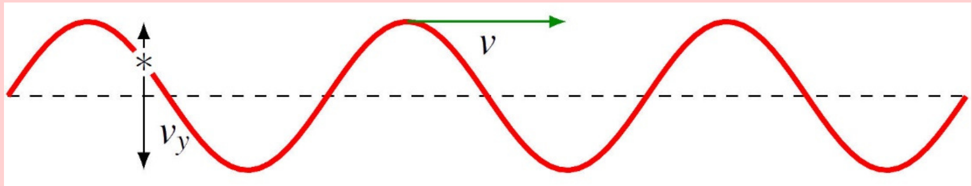
$$v_y = \pm A\omega \cos\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

On choisit le signe négatif si l'onde va vers les x positifs.
On choisit le signe positif si l'onde va vers les x négatifs.

$$v_{y\max} = A\omega$$

Erreur fréquente : Confondre v et v_y

Il faut éviter de confondre la vitesse de l'onde et la vitesse de déplacement des particules du milieu. Dans le cas d'une corde, la vitesse de l'onde (v) est la vitesse de déplacement des crêtes dans le sens des x alors que la vitesse de la corde (v_y), est dans le sens des y. Il n'y a pas de lien direct entre ces deux vitesses.



On trouve l'accélération des molécules du milieu en dérivant une fois de plus.

$$a = \frac{\partial v_y}{\partial t}$$

Ce qui nous donne

Accélération des particules du milieu

$$a = -A\omega^2 \sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

On choisit le signe négatif si l'onde va vers les x positifs.
On choisit le signe positif si l'onde va vers les x négatifs.

$$a_{\max} = A\omega^2$$

Comment trouver la valeur de *A*

On peut calculer la valeur de A si on sait le déplacement et la vitesse de la corde à un certain endroit et à un certain moment. On obtient cette formule à partir des formules de la position et de la vitesse de la corde.

$$y = A\sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right) \qquad \text{et} \qquad v_y = \pm A\omega\cos\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

Si on isole les sinus et cosinus dans ces équations

$$\sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right) = \frac{y}{A} \qquad\qquad \cos\left(kx \pm \omega t + \phi\right) = \frac{\pm v_y}{\omega A}$$

et qu'on utilise

$$\sin^2\left(kx \pm \omega t + \phi\right) + \cos^2\left(kx \pm \omega t + \phi\right) = 1$$

on arrive à

$$\left(\frac{y}{A}\right)^2 + \left(\frac{v_y}{\omega A}\right)^2 = 1$$

En multipliant par A^2, on arrive à

Calcul de l'amplitude de l'onde

$$y^2 + \left(\frac{v_y}{\omega}\right)^2 = A^2$$

Pour utiliser cette formule, on doit avoir les valeurs de y et v_y au même moment (qui n'est pas nécessairement $t = 0$) et à la même position (qui n'est pas nécessairement $x = 0$).

C'est en fait la même formule qu'au chapitre 1, mais le mouvement est en y plutôt qu'en x. C'est normal que ce soit la même formule puisque chaque particule de la corde fait une oscillation harmonique quand l'onde sinusoïdale passe.

Comment trouver la valeur de ϕ

Si on connait le déplacement de la corde pour une certaine valeur de x et t, on peut évidemment tenter de trouver ϕ avec la formule du déplacement.

$$y = A\sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

Tout comme au chapitre 1, il y aura un petit problème si on tente de calculer ϕ avec cette formule. Comme il y a deux réponses principales à l'arcsinus, on va obtenir 2 valeurs de ϕ et on devra trouver la bonne valeur de ϕ en calculant la vitesse de la corde. On n'a pas le choix de faire tous ces calculs (calcul de 2 réponses de l'arcsinus et ensuite calcul des vitesses) si on connait uniquement le signe de la vitesse, mais on peut éviter toutes ces complications si on connait y et v_y à un certain moment en utilisant une autre formule.

On obtient cette formule en reprenant les sinus et cosinus obtenus avec les formules de y et v_y

$$\sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right) = \frac{y}{A} \qquad\qquad \cos\left(kx \pm \omega t + \phi\right) = \frac{\pm v_y}{\omega A}$$

et en divisant ensuite le sinus par le cosinus

$$\frac{\sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right)}{\cos\left(kx \pm \omega t + \phi\right)} = \frac{\left(\frac{y}{A}\right)}{\left(\frac{\pm v_y}{A\omega}\right)}$$

En remplaçant par tangente à gauche et en simplifiant à droite, on obtient la formule suivante.

Calcul de ϕ

$$\tan\left(kx \pm \omega t + \phi\right) = \frac{\omega y}{\pm v_y}$$

On choisit le signe négatif si l'onde va vers les x positifs.
On choisit le signe positif si l'onde va vers les x négatifs.

Pour utiliser cette formule, on doit avoir les valeurs de y et v_y au même moment (qui n'est pas nécessairement $t = 0$) et à la même position (qui n'est pas nécessairement $x = 0$).

Attention :

- La valeur de ϕ est en radians. Mettez votre calculatrice en radians pour obtenir la bonne valeur.
- Si la valeur du dénominateur ($\pm v_y$) est négative, il faut ajouter π radians à la réponse obtenue avec la calculatrice.
- Si la vitesse est nulle, vous devez faire l'arctangente de ∞ ou de $-\infty$ selon le signe de y. Ne paniquez pas, les réponses de ces arctangentes sont $\pi/2$ et $-\pi/2$.

Exemples

Exemple 2.3.1

Une onde sinusoïdale se dirige vers les x positifs sur une corde tendue. La longueur d'onde est de 40 cm et la fréquence est de 8 Hz. À $t = 0$ s et $x = 0$ m, le déplacement de la corde est $y = 1$ cm et la vitesse de la corde est $v_y = 100$ cm/s.

a) Quelle est la période ?

La période est

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{f} \\ &= \frac{1}{8Hz} \\ &= 0{,}125s \end{aligned}$$

b) Quelle est la vitesse de l'onde ?

La vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ &= 0{,}4m \cdot 8Hz \\ &= 3{,}2\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

c) Quelle est la fonction représentant cette onde ?

La fonction est

$$y = A\sin\left(kx - \omega t + \phi\right)$$

On a choisi le signe négatif, car l'onde va vers les x positifs. Reste à trouver k, ω, A et ϕ.

Le nombre d'onde k est

$$\begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ &= \frac{2\pi}{0,4m} \\ &= 5\pi \tfrac{rad}{m} \end{aligned}$$

La fréquence angulaire est

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi f \\ &= 2\pi \cdot 8Hz \\ &= 16\pi \tfrac{rad}{s} \end{aligned}$$

On trouve l'amplitude avec la formule suivante.

$$A^2 = y^2 + \left(\frac{v_y}{\omega}\right)^2$$

$$A^2 = (0,01m)^2 + \left(\frac{1\tfrac{m}{s}}{16\pi s^{-1}}\right)^2$$

$$A = 0,02227m$$

On trouve la constante de phase avec la formule suivante. (On prend les signes négatifs dans la formule puisque l'onde va vers les x positifs.)

$$\tan(kx - \omega t + \phi) = \frac{\omega y}{-v_y}$$

$$\tan(\phi) = \frac{16\pi s^{-1} \cdot 1cm}{-100\tfrac{cm}{s}}$$

$$\tan(\phi) = -0,5027$$

$$\phi = 2,676rad$$

(On ajoute π à la valeur de la calculatrice parce que le diviseur est négatif.) La fonction représentant l'onde est donc

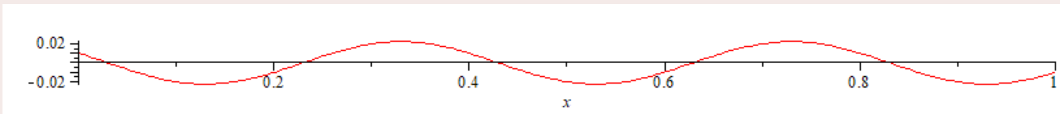
$$y = 0,02227m \cdot \sin\left(5\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x - 16\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + 2,676rad\right)$$

d) Quelle est la formule donnant la forme de l'onde à t = 1 s ?

Il suffit de mettre t = 1 s dans l'équation précédemment obtenue. On a alors

$$\begin{aligned} y &= 0,02227m \cdot \sin\left(5\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x - 16\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 1s + 2,676rad\right) \\ &= 0,02227m \cdot \sin\left(5\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x - 47,590rad\right) \end{aligned}$$

Voici d'ailleurs une image de cette onde à t = 1 s.



e) Quelle est la position du morceau de corde situé à x = 20 cm à t = 1 s ?

Si on met x = 20 cm et t = 1 s dans l'équation précédemment obtenue, on a

$$\begin{aligned} y &= 0,02227m \cdot \sin\left(5\pi \tfrac{rad}{m} \cdot 0,2m - 16\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 1s + 2,676rad\right) \\ &= 0,02227m \cdot \sin\left(-44,448rad\right) \\ &= -0,01m \end{aligned}$$

On peut voir sur le graphique que c'est effectivement la position de la corde à cet endroit.

f) Quelle est la vitesse maximale de la corde ?

La vitesse maximale de la corde est

$$\begin{aligned} v_{y\max} &= \omega A \\ &= 16\pi s^{-1} \cdot 0,02227m \\ &= 1,119 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

g) Quelle est la vitesse de la corde à x = 1 m et t = 1 s ?

La formule donnant la vitesse de la corde est

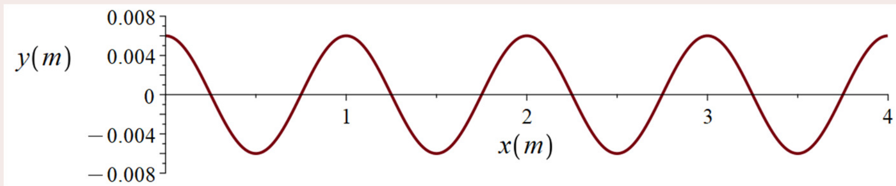
$$\begin{aligned} v_y &= -A\omega \cos\left(kx - \omega t + \phi\right) \\ &= -0,02227m \cdot 16\pi s^{-1} \cdot \cos\left(5\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x - 16\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + 2,676rad\right) \\ &= -1,119 \tfrac{m}{s} \cdot \cos\left(5\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x - 16\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + 2,676rad\right) \end{aligned}$$

À t = 1 s et x = 1 m, on a

$$\begin{aligned} v_y &= -1,119 \tfrac{m}{s} \cdot \cos\left(5\pi \tfrac{rad}{m} \cdot 1m - 16\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 1s + 2,676rad\right) \\ &= -1 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Exemple 2.3.2

Voici une image qui montre la forme d'une onde sinusoïdale sur une corde à t = 1 s. La vitesse de l'onde est de 5,5 m/s et l'onde se déplace vers la gauche. Quelle est l'équation de cette onde ?



La fonction est

$$y = A\sin\left(kx + \omega t + \phi\right)$$

On a choisi le signe positif, car l'onde va vers les x négatifs. Reste à trouver k, ω, A et ϕ.

Le graphique indique clairement que l'amplitude est de 6 mm.

Le graphique indique que la longueur d'onde est de 1 m. Le nombre d'onde k est donc

$$\begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ &= \frac{2\pi}{1m} \\ &= 2\pi \tfrac{rad}{m} \end{aligned}$$

On peut trouver la fréquence angulaire avec la vitesse de l'onde.

$$\begin{aligned} v &= \frac{\omega}{k} \\ 5,5 \tfrac{m}{s} &= \frac{\omega}{2\pi \tfrac{rad}{m}} \\ \omega &= 11\pi \tfrac{rad}{s} \end{aligned}$$

On trouve la constante de phase avec la formule suivante. (On prend les signes positifs dans la formule puisque l'onde va vers les x négatifs.)

$$\tan\left(kx + \omega t + \phi\right) = \frac{\omega y}{v_y}$$

$$\tan\left(2\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x + 11\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + \phi\right) = \frac{11\pi \tfrac{rad}{s} \cdot y}{v_y}$$

On sait qu'on est à t = 1 s, mais on n'a pas donné de valeurs spécifiques pour y et v_y. Heureusement, on peut en trouver grâce au graphique. On peut prendre n'importe quel point, mais c'est plus facile si on prend un point où la corde est à $y = 0$ ou un point où la corde est à $y = -A$ ou $y = A$. Disons qu'on prend le point à $x = 1{,}25$ m, qui est un point où $y = 0$. Comme on est à $t = 1$ s, l'équation devient

$$\tan\left(2\pi \tfrac{rad}{m} \cdot 1{,}25m + 11\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 1s + \phi\right) = \frac{11\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 0}{v_y}$$

$$\tan\left(2{,}5\pi rad + 11\pi rad + \phi\right) = 0$$

$$\tan\left(13{,}5\pi rad + \phi\right) = 0$$

Si on fait l'arctangente, on obtient

$$13{,}5\pi + \phi = \pi$$

Il y a une petite subtilité ici. Même si la division donne toujours 0 quand on prend un point où $y = 0$, on doit quand même vérifier si le dénominateur est négatif et ajouter π à la valeur donnée par la calculatrice si c'est le cas. Dans notre calcul, on a ajouté π parce que le diviseur est v_y et ce v_y est négatif à $x = 1{,}25$ m (c'est un creux de l'onde qui va arriver bientôt à $x = 1{,}25$ m).

On obtient donc

$$\begin{aligned}\phi &= \pi - 13{,}5\pi \\ &= -12{,}5\pi\end{aligned}$$

On peut garder cette valeur, mais on peut aussi ajouter 14π à cette réponse (puisqu'on peut ajouter ou enlever de 2π autant de fois qu'on veut à ϕ) pour arriver à

$$\phi = 1{,}5\pi = \tfrac{3\pi}{2}$$

L'équation de l'onde est donc

$$y = 6mm \cdot \sin\left(2\pi \tfrac{rad}{m} x + 11\pi \tfrac{rad}{s} t + \tfrac{3\pi}{2}\right)$$

Noter que pour éviter la subtilité du signe du dénominateur avec la tangente, on aurait pu prendre une valeur de x où il y a une crête de l'onde, comme à $x = 0$ m par exemple. Dans ce cas, la formule pour trouver ϕ aurait été

$$\tan\left(2\pi \tfrac{rad}{m} \cdot 0m + 11\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 1s + \phi\right) = \frac{11\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 0{,}006m}{0}$$

$$\tan\left(11\pi rad + \phi\right) = \infty$$

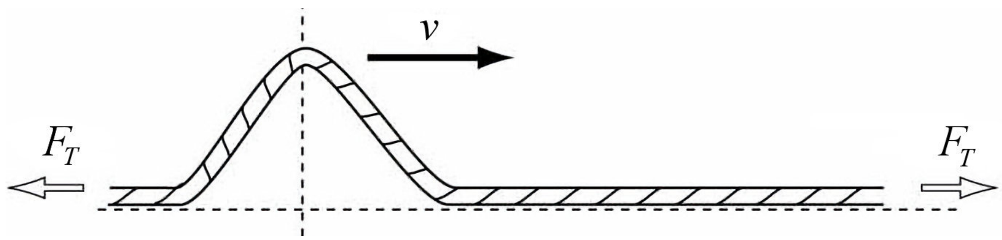
$$11\pi rad + \phi = \tfrac{\pi}{2}$$

$$\phi = -10{,}5\pi$$

Cette réponse nous amène aussi à $\phi = 3\pi/2$ si on ajoute 12π. Oui, on a évité la subtilité du signe du dénominateur, mais on a maintenant la subtilité d'une division par 0 avec une arctangente…

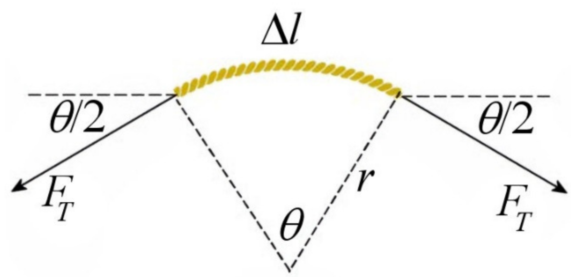
2.4 LA VITESSE DES ONDES SUR UNE CORDE

Pour trouver la vitesse des ondes dans une corde tendue, nous allons calculer les forces qui s'exercent sur un petit morceau de corde. Supposons que l'onde a la forme suivante.



www.wikipremed.com/image.php?img=010201_68zzzz120700_19602_68.jpg&image_id=120700

Nous allons regarder les forces sur le morceau situé au sommet de l'onde. La figure de droite montre clairement que les forces de tension s'exerçant sur le morceau de corde cherchent à ramener le morceau de corde vers sa position d'équilibre. Cela correspond à ce qu'on a vu précédemment : il doit y avoir une force qui cherche à ramener le milieu à sa position d'équilibre. C'est une condition essentielle pour qu'il y ait une onde dans un milieu. Pour une corde, c'est la tension de la corde qui cherche à ramener la corde à sa position d'équilibre.



La tension et l'angle étant les mêmes de chaque côté du petit morceau, la somme des forces en x est nulle par symétrie. Par contre, elle n'est pas nulle en y. Elle est plutôt

$$\sum F_y = -2F_T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

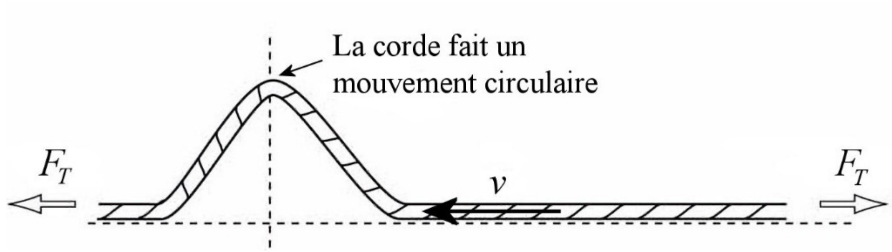
Si le morceau est très petit, l'angle sera minuscule et on peut alors faire l'approximation que $\sin\theta \approx \theta$. On a alors

$$\sum F_y = -2F_T \left(\frac{\theta}{2}\right) = -F_t\theta$$

L'angle est simplement la longueur de l'arc de cercle (la longueur du petit bout de corde) divisée par le rayon de courbure. On a donc

$$\sum F_y = -F_T \frac{\Delta l}{r}$$

Il faut ensuite trouver l'accélération du morceau de corde. Il y a un truc pour y arriver assez facilement : on prend le point de vue d'un observateur se déplaçant à la même vitesse que l'onde. Pour cet observateur, l'onde est immobile et c'est la corde qui se déplace vers la gauche à la vitesse v. Au point le plus haut de l'onde, la corde suit alors un arc de cercle et fait donc un mouvement circulaire.



Comme la corde fait une partie de mouvement circulaire au sommet de l'onde, son accélération est

$$a = \frac{v^2}{r}$$

On a donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-F_T \frac{\Delta l}{r} = -m\frac{v^2}{r}$$
$$F_T \Delta l = mv^2$$

La masse du petit morceau de corde dépend de sa longueur. Si la masse linéique de la corde (en kg/m) est

$$\mu = \frac{masse}{longueur}$$

alors, la masse du morceau est

$$masse = \mu \cdot longueur$$
$$m = \mu \Delta l$$

On a donc

$$F_T \Delta l = mv^2$$
$$F_T \Delta l = \mu \Delta l v^2$$
$$F_T = \mu v^2$$

Ce qui donne finalement

Vitesse des ondes dans une corde

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

On voit que cette vitesse ne dépend pas de la forme de l'onde, mais uniquement des caractéristiques du milieu (la force de tension et la densité de la corde). Cela signifie que toutes les ondes sur une corde, peu importe leur amplitude et leur longueur d'onde, vont à la même vitesse.

Cette conclusion que la vitesse est la même pour toutes les ondes est aussi vraie pour plusieurs autres types d'ondes se propageant dans d'autres milieux (comme le son par exemple). Toutefois, ce n'est pas toujours vrai.

Quand toutes les ondes ont la même vitesse dans un milieu, on dit que le milieu est ***non dispersif***. Quand les ondes n'ont pas toutes la même vitesse dans un milieu (la vitesse dépend de l'amplitude ou de la longueur d'onde), on dit que le milieu est ***dispersif.***

Toutes les ondes vont à la même vitesse dans un milieu non dispersif.

Presque partout dans ces notes, les milieux seront non dispersifs.

Ainsi, pour changer la vitesse d'une onde, il faut changer le milieu. Pour une onde dans une corde, on doit changer la tension de la corde ou la masse linéique de la corde pour changer la vitesse.

Cela implique aussi que l'onde gardera toujours la même forme en se propageant dans le milieu. Dans un milieu dispersif, la forme de l'onde va changer à mesure que l'onde va se propager.

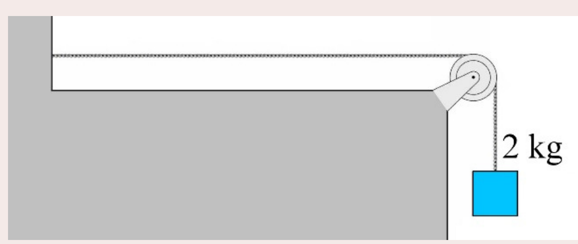
Erreur fréquente : penser que la vitesse change avec λ ou f.

Il arrive parfois que certains étudiants utilisent la formule $v = \lambda f$ pour déduire que la vitesse de l'onde change si on change la longueur d'onde ou la fréquence. C'est faux. La vitesse de l'onde est toujours la même, pour toutes les longueurs d'onde. Cette formule nous dit plutôt que la fréquence va changer si on change la longueur d'onde puisque la vitesse doit rester la même.

On peut voir une démonstration de cela dans le vidéo suivant. Dans la séquence du haut, il y a une onde avec une fréquence plus petite que dans la séquence du bas. On voit très bien qu'une fréquence plus basse nous donne une longueur d'onde plus grande. On remarque aussi que la vitesse de l'onde est la même bien que l'onde soit différente.
http://www.youtube.com/watch?v=7Iv4GmyXsCQ

Exemple 2.4.1

Une masse de 2 kg est suspendue à l'extrémité d'une corde de 6 m de long et ayant une masse de 300 g tel qu'illustré sur la figure. Quelle est la vitesse des ondes dans la corde ?



La vitesse des ondes dans une corde est donnée par

$$v=\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

Pour trouver la vitesse, il faut donc trouver la tension et la masse linéique.

La tension de la corde se trouve en faisant la somme des forces sur la masse.

$$\begin{aligned}\sum F_y &= -mg+F_T=0\\ F_T &= mg\\ F_T &= 19,6N\end{aligned}$$

La masse linéique de la corde est

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{masse}{longueur}\\ &= \frac{0,3kg}{6m}\\ &= 0,05\tfrac{kg}{m}\end{aligned}$$

La vitesse est donc

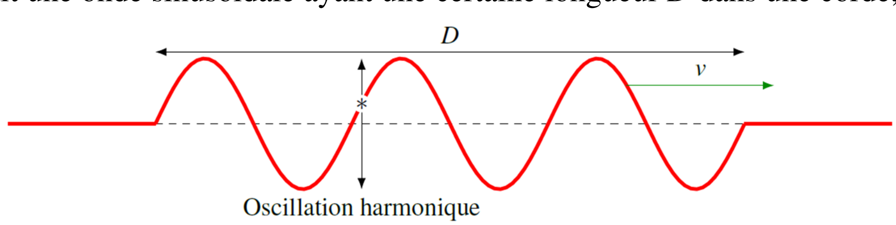
$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}\\ &= \sqrt{\frac{19,6N}{0,05\frac{kg}{m}}}\\ &= 19,8\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

2.5 ÉNERGIE ET PUISSANCE

L'onde ne transporte peut-être pas de matière, mais elle transporte de l'énergie. On va déterminer ici combien il y a d'énergie dans une onde.

Énergie dans une onde sinusoïdale

Supposons qu'il y ait une onde sinusoïdale ayant une certaine longueur D dans une corde, telle qu'illustrée dans cette figure.



Chaque particule (de masse *m*) composant la corde fait alors une oscillation harmonique. L'énergie d'une masse en oscillation harmonique est

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

L'énergie de toutes les masses en oscillation est

$$\begin{aligned} E &= \sum \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2}\left(\sum m\right)\omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} M\,\omega^2 A^2 \end{aligned}$$

où *M* est la masse de la corde dans la région où il y a l'onde. Cette masse est

$$\begin{aligned} M &= \mu \cdot longueur \\ &= \mu D \end{aligned}$$

On obtient alors

Énergie d'une onde sinusoïdale de longueur *D* (en joules) sur une corde

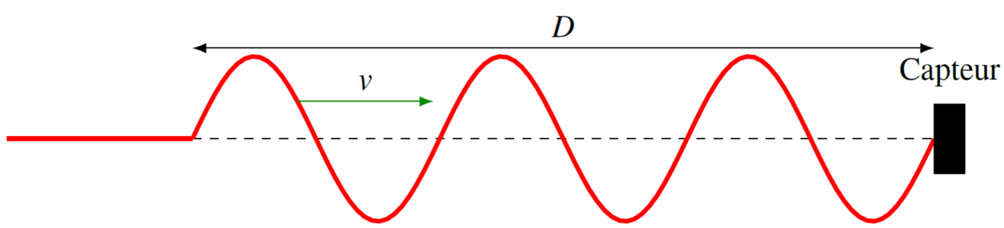
$$E = \frac{1}{2}\mu D\omega^2 A^2$$

Puissance d'une onde sinusoïdale

On va maintenant calculer comment cette onde amène d'énergie chaque seconde au bout de la corde. Cette puissance est

$$Puissance = \frac{\acute{E}nergie}{temps}$$

On a déjà la quantité d'énergie dans l'onde. Reste à trouver pendant combien de temps cette onde amène de l'énergie au bout de la corde. On commence à compter le temps quand le devant de l'onde arrive et on arrête de compter le temps quand le derrière de l'onde arrive. Le temps est donc le temps que va prendre le derrière de l'onde pour arriver quand le devant de l'onde vient d'arriver au bout de la corde. Or, le derrière de l'onde est à une distance *D* et arrive avec la vitesse *v*.



Le temps d'arrivée de l'onde est donc

$$temps = \frac{D}{v}$$

On a donc

$$Puissance = \frac{\frac{1}{2}\mu D\omega^2 A^2}{\frac{D}{v}}$$

Ce qui permet d'obtenir

$$P = \frac{1}{2}\mu v\omega^2 A^2$$

L'impédance

On remarque que dans la formule de la puissance, il y a des éléments qui dépendent uniquement du milieu (μ et v), donc des caractéristiques de la corde. Tous les éléments qui ne dépendent que du milieu dans la formule de la puissance s'appellent ***l'impédance du milieu***. Pour une onde se propageant sur une corde, l'impédance du milieu est donc

$$Z = \mu v$$

En fait, on peut obtenir plusieurs versions de la formule de l'impédance d'une corde en utilisant la formule de la vitesse de l'onde. On obtient alors

Impédance du milieu pour une onde dans une corde

$$Z = \mu v = \sqrt{F_T \mu} = \frac{F_T}{v}$$

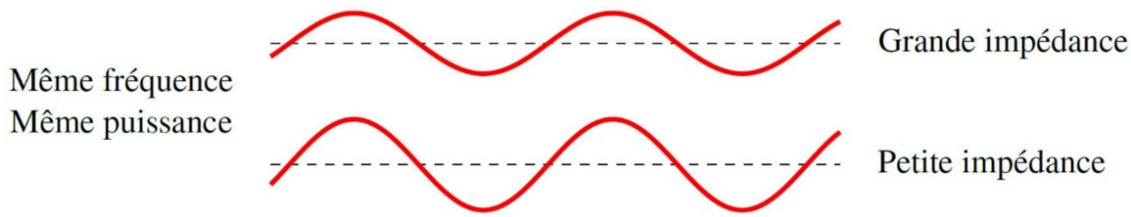
Ainsi, la formule de la puissance peut s'écrire sous la forme suivante.

Puissance d'une onde sinusoïdale (en watts) sur une corde

$$P = \frac{1}{2}\mu v\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}Z\omega^2 A^2$$

Pour comprendre un peu plus ce que représente cette impédance, imaginons qu'on envoie deux ondes de même puissance et de même fréquence dans des cordes ayant des impédances différentes. L'équation de la puissance indique alors que l'amplitude doit être plus petite dans la corde ayant la plus grande impédance. (A doit diminuer si Z augmente si toutes les autres variables restent identiques.)

Ainsi, plus l'impédance est grande, plus l'amplitude sera faible, tel qu'illustré sur la figure.



On peut donc interpréter l'impédance comme représentant la réponse du milieu à une perturbation. Plus l'impédance est grande, plus la réponse du milieu sera petite pour une perturbation identique.

Exemple 2.5.1

Une onde sinusoïdale dans une corde a une longueur de 3 m, une longueur d'onde de 25 cm et une amplitude de 1 cm. La tension de la corde est de 500 N et sa masse linéique est de 50 g/m.

a) Quelle est l'énergie dans cette onde ?

L'énergie est

$$E = \frac{1}{2}\mu D\omega^2 A^2$$

On doit donc trouver la vitesse de l'onde et la fréquence pour calculer l'énergie.

La vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \\ &= \sqrt{\frac{500N}{0,05\frac{kg}{m}}} \\ &= 100\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La fréquence est

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ 100\tfrac{m}{s} &= 0,25m \cdot f \\ f &= 400Hz \end{aligned}$$

L'énergie est donc

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}\mu D\omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0,05\tfrac{kg}{m}\cdot 3m\cdot\left(2\pi\cdot 400Hz\right)^2\cdot\left(0,01m\right)^2 \\ &= 47,37J \end{aligned}$$

b) Quelle est la puissance de cette onde ?

La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0{,}05\tfrac{kg}{m} \cdot 100\tfrac{m}{s} \cdot \left(2\pi \cdot 400Hz\right)^2 \cdot \left(0{,}01m\right)^2 \\ &= 1579W \end{aligned}$$

Exemple 2.5.2

Quelle est la puissance que doit fournir Didier pour envoyer ces ondes ayant une longueur d'onde de 3 m, une fréquence de 1 hertz et une amplitude de 50 cm dans ces cordes ayant une masse linéique de 5 kg/m ?

www.mensjournal.com/health-fitness/5-combat-rope-moves-to-torch-your-metabolism-w507533/

On trouve la puissance avec cette formule.

$$P = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2$$

Pour la trouver, il nous manque la vitesse des ondes. Cette vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ &= 3m \cdot 1s^{-1} \\ &= 3\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La puissance de l'onde dans une corde est donc

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} 5\tfrac{kg}{m} \cdot 3\tfrac{m}{s} \cdot \left(2\pi \cdot 1Hz\right)^2 \left(0{,}5m\right)^2 \\ &= 74{,}02W \end{aligned}$$

Pour 2 cordes, la puissance que Didier doit fournir est donc de 148,04 W.

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Lien entre λ et f ou lien entre λ et T

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Définition de k et ω

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Lien entre ω et k

$$v = \frac{\omega}{k}$$

Fonction décrivant une onde sinusoïdale

$$y = A\sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

On choisit le signe négatif si l'onde va vers les x positifs.
On choisit le signe positif si l'onde va vers les x négatifs.

Vitesse des particules du milieu

$$v_y = \pm A\omega\cos\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

On choisit le signe négatif si l'onde va vers les x positifs.
On choisit le signe positif si l'onde va vers les x négatifs.

$$v_{y\max} = A\omega$$

Accélération des particules du milieu

$$a = -A\omega^2\sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

On choisit le signe négatif si l'onde va vers les x positifs.
On choisit le signe positif si l'onde va vers les x négatifs.

$$a_{y\max} = A\omega^2$$

Calcul de l'amplitude de l'onde

$$y^2 + \left(\frac{v_y}{\omega}\right)^2 = A^2$$

Calcul de ϕ

$$\tan\left(kx \pm \omega t + \phi\right) = \frac{\omega y}{\pm v_y}$$

On choisit le signe négatif si l'onde va vers les *x* positifs.
On choisit le signe positif si l'onde va vers les *x* négatifs.

Vitesse des ondes dans une corde

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

Énergie d'une onde sinusoïdale de longueur *D* (en joules) sur une corde

$$E = \frac{1}{2}\mu D\omega^2 A^2$$

Puissance d'une onde sinusoïdale (en watts) sur une corde

$$P = \frac{1}{2}\mu v\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}Z\omega^2 A^2$$

Impédance du milieu pour une onde dans une corde

$$Z = \mu v = \sqrt{F_T \mu} = \frac{F_T}{v}$$

EXERCICES

2.2 Les ondes sinusoïdales

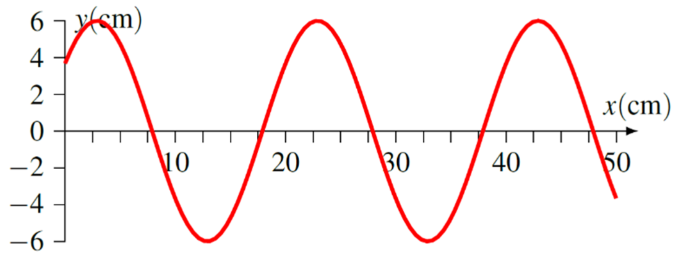
1. Une onde sur une corde a une vitesse de 350 m/s et une fréquence de 400 Hz.

   a) Quelle est la période de l'onde ?
   b) Quelle est la longueur d'onde de l'onde ?

2. En 4 secondes, une onde sur une corde a avancé de 30 m pendant qu'un morceau de la corde a fait 20 oscillations complètes. Quelle est la longueur d'onde de l'onde ?

2.3 Fonction décrivant une onde sinusoïdale

3. Cette onde se déplace à 40 m/s vers la droite sur une corde.



a) Quelle est la fréquence de cette onde (approximativement) ?
b) Quelle est la vitesse maximale de la corde (approximativement) ?

4. L'équation d'une onde sur une corde est

$$y = 0,2m \cdot \sin\left(10\tfrac{rad}{m} \cdot x + 200\tfrac{rad}{s} \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$$

a) Dans quelle direction va cette onde ?
b) Quelle est la longueur d'onde ?
c) Quelle est la vitesse de cette onde ?
d) Quelle est la vitesse de la corde à x = 1 m et t = 1 s ?

5. À un endroit d'une corde, la vitesse maximale de la corde est de 2 m/s et l'accélération maximale de la corde est de 200 m/s². Quelle est l'amplitude de l'onde ?

6. L'équation d'une onde sur une corde est

$$y = 0,1m \cdot \sin\left(5\tfrac{rad}{m} \cdot x - 50\tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

a) Quelle est la vitesse maximale de la corde ?
b) Quelle est l'accélération maximale de la corde ?
c) Quels sont les trois premiers moments (t > 0) auxquels la crête de l'onde passe au point x = 1 m ?

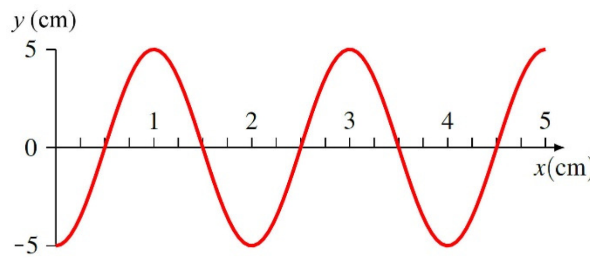
7. Une onde transversale se déplace vers les x positifs avec une vitesse de 50 m/s. À t = 0 s, la corde à x = 0 m est à y = 2 cm et a une vitesse de -100 cm/s. Sachant que la période de l'onde est de 0,1 s, écrivez l'équation de l'onde.

$$y = A\sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

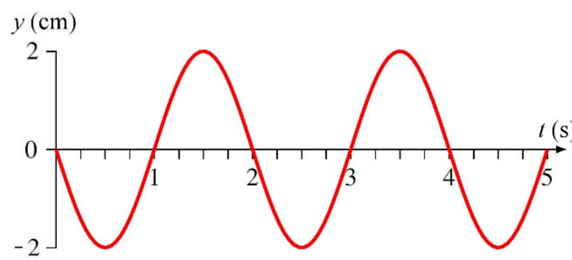
8. À un certain endroit et à un certain moment pendant son mouvement d'oscillation, la corde sur laquelle se propage une onde est à y = 1 cm, a une vitesse de 1,2 m/s et a une accélération de -100 m/s².

   a) Quelle est la période de l'onde ?
   b) Quelle est l'amplitude de l'onde ?

9. Le graphique montre la forme d'une onde à t = 5 s. L'onde se déplace vers la gauche à 2 cm/s. Quelle est l'équation de cette onde (ajustez ϕ pour qu'il soit entre 0 et 2π) ?



10. Le graphique montre l'oscillation en fonction du temps d'un morceau de corde à x = 3 cm. L'onde se déplace vers la droite à 3 cm/s. Quelle est l'équation de cette onde (ajustez ϕ pour qu'il soit entre 0 et 2π) ?



2.4 La vitesse des ondes sur une corde

11. Une onde ayant une longueur d'onde de 50 cm se déplace à 30 m/s sur une corde. À quelle vitesse ira une onde ayant une longueur d'onde de 20 cm si elle se déplace sur la même corde ayant la même tension ?

12. Une corde ayant une longueur de 2 m a une tension de 200 N. Une onde passe d'un bout à l'autre de la corde en 0,05 s. Quelle est la masse de la corde ?

13. Une corde a une longueur de 2 m et une masse de 50 g. La vitesse des ondes dans cette corde est de 50 m/s. Quelle est la tension de la corde ?

14. Quand la tension d'une corde est de 50 N, la vitesse des ondes dans la corde est de 40 m/s. Quelle sera la vitesse des ondes si on augmente la tension à 80 N ?

15.Sur une corde ayant une tension de 50 N, il y a une onde décrite par l'équation

$$y = 0,2m \cdot \sin\left(10\tfrac{rad}{m} \cdot x + 200\tfrac{rad}{s} \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$$

a) Quelle est la masse linéique de cette corde ?
b) Quelle est la grandeur de la vitesse maximale de la corde ?

16.Une corde est faite de nylon, dont la masse volumique est de 1150 kg/m³. Quelle est la vitesse des ondes dans cette corde si elle a un diamètre de 4 mm et une tension de 300 N ?

17.À un endroit d'une corde, l'amplitude de l'onde est de 2 cm et la vitesse maximale de la corde est de 1 m/s. Quelle est la distance entre les nœuds de l'onde si la tension de la corde est de 500 N et la masse linéique est de 50 g/m ?

2.5 Énergie et puissance

18. Une onde a les caractéristiques suivantes :

Amplitude : 2 mm	Longueur d'onde : 40 cm
Vitesse de l'onde : 50 m/s	Longueur de l'onde sur la corde : 10 m

a) Combien d'énergie y a-t-il dans cette onde si la masse linéique de la corde est de 25 g/m ?
b) Quelle est la puissance de cette onde si la masse linéique de la corde est de 25 g/m ?

19.Une source ayant une puissance de 20 W génère une onde ayant une longueur d'onde de 12,5 cm et une fréquence de 200 Hz. Quelle est l'amplitude de l'onde si la tension de la corde est de 80 N ?

20.L'onde ayant cette équation

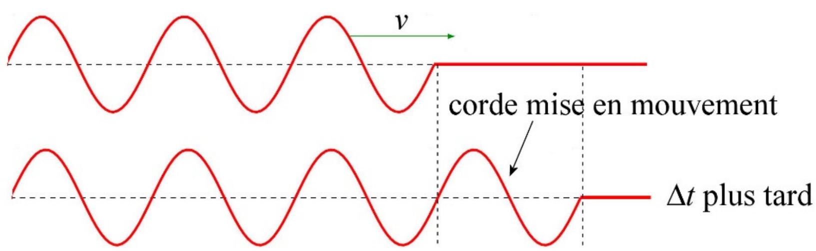
$$y = 2cm \cdot \sin\left(10\pi\tfrac{rad}{m} \cdot x - 50\pi\tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

se propage sur une corde ayant une masse linéique de 50 g/m. Quelle est la puissance de cette onde ?

21.L'impédance d'une corde est de 4 kg/s et la vitesse des ondes dans cette corde est de 80 m/s. Quelles sont la tension et la masse linéique de cette corde ?

22. Une source ayant une puissance de 100 W génère une onde dans une corde. L'amplitude de cette onde est de 2 cm. On change maintenant la corde pour une autre corde faite du même matériau, mais ayant un rayon 2 fois plus grand, tout en gardant la même tension dans la corde. Quelle est l'amplitude des ondes dans cette nouvelle corde si la source a toujours la même fréquence et la même puissance de 100 W ?

23. Une onde se propage sur une corde. En avançant sur la corde, l'onde met en mouvement une partie de la corde qui n'était pas en mouvement auparavant.

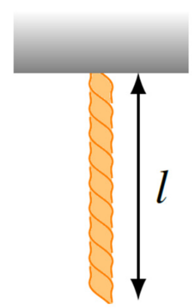


Montrez que la masse de la corde mise en mouvement par unité de temps ($m/\Delta t$) est égale à l'impédance de la corde (Z).

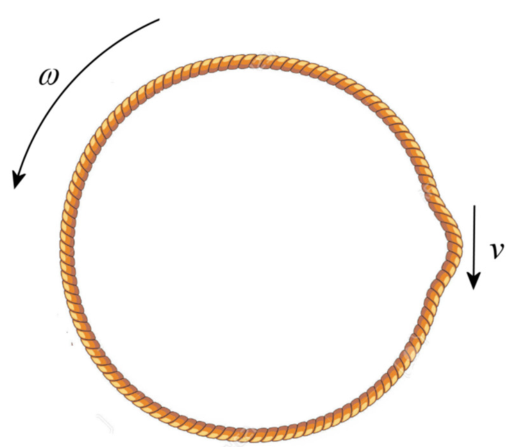
Défis

(Questions plus difficiles que les questions qu'il y aura à l'examen.)

24. Un bout d'une corde ayant une masse linéique de 0,2 kg/m est attaché au plafond, tel qu'illustré sur la figure. Dans cette position, la tension de la corde varie d'un point à l'autre dans la corde. La longueur de la corde est de 2 m. Combien de temps prendra une onde pour traverser la corde de haut en bas ?



25. Un anneau de corde ayant un rayon de 25 cm tourne sur lui-même avec une vitesse angulaire de $\omega = 2$ rad/s, ce qui met la corde sous tension. Une onde est présente sur la corde. Quelle est la vitesse de cette onde ? (Négligez l'effet de la force de gravitation sur la corde.)



www.123rf.com/photo_7684927_ropes-set--isolated-design-elements-gibbet-knot-loop-spiral.html

RÉPONSES

2.2 Les ondes sinusoïdales

1. a) 0,0025 s b) 0,875 m
2. 1,5 m

2.3 Fonction décrivant une onde sinusoïdale

3. a) 200 Hz b) 75,4 m/s
4. a) vers les *x* négatifs b) 0,6283 m c) 20 m/s d) -38,23 m/s
5. 2 cm
6. a) 5 m/s b) 250 m/s² c) 0,06858 s 0,19425 s 0,31991 s
7. $y = 0,02556m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{5}\frac{rad}{m} \cdot x - 20\pi\frac{rad}{s} \cdot t + 0,8986\right)$
8. a) 0,06283 s b) 1,562 cm
9. $y = 5cm \cdot \sin\left(\pi\frac{rad}{cm} \cdot x + 2\pi\frac{rad}{s} \cdot t + \frac{3\pi}{2}rad\right)$
10. $y = 2cm \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\frac{rad}{cm} \cdot x - \pi\frac{rad}{s} \cdot t + \pi rad\right)$

2.4 La vitesse des ondes sur une corde

11. 30 m/s
12. 0,25 kg
13. 62,5 N
14. 50,6 m/s
15. a) 0,125 kg/m b) 40 m/s
16. 144,1 m/s
17. 6,283 m

2.5 Énergie et puissance

18. a) 0,3084 J b) 1,542 W
19. 2,813 mm
20. 1,234 W
21. La tension est 320 N et la masse linéique est de 50 g/m
22. 1,414 cm

Défis

24. 0,9035 s
25. 0,5 m/s (La même vitesse que la corde !)