6 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE

Un F/A-18E vole à 300 nœuds dans une configuration qui lui donne une vitesse de décrochage en vol horizontal de 130 nœuds. L'avion amorce alors une boucle vers le haut. Quel est le plus petit rayon possible pour la boucle (si la configuration de l'avion ne change pas) quand l'avion est au point le plus bas ?

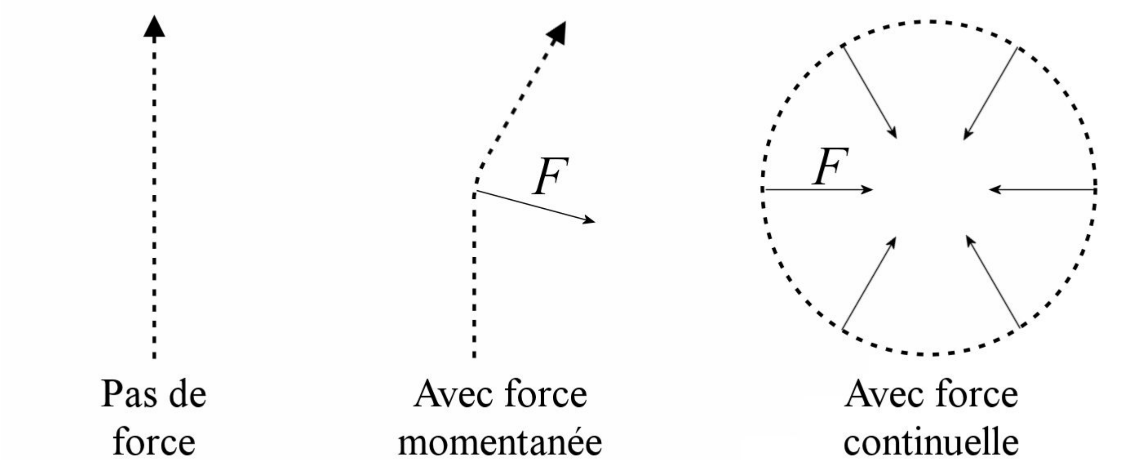
www.youtube.com/watch?v=gFqz1m9QmV0

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

6.1 LA FORCE CENTRIPÈTE

Formule de la force centripète

Comme on l'a vue précédemment, il y a une accélération vers le centre dans un mouvement circulaire uniforme. On peut se convaincre un peu plus de cela si on considère ce problème avec les lois de Newton. S'il n'y a pas de force, l'objet continue en ligne droite (figure de gauche).



Si la trajectoire change, c'est qu'une force fait dévier l'objet. Dans la figure du centre, une force a agi pendant un bref instant vers la droite pour dévier l'objet vers la droite. Dans le mouvement circulaire (à droite), la force fait continuellement dévier l'objet. Cela signifie qu'il y a toujours une force dirigée vers le centre du cercle, ce qui confirme qu'il y a une accélération vers le centre, comme on l'a vue au chapitre 2.

En combinant la deuxième loi de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

avec le fait que l'accélération doit être de v^2/r vers le centre, on arrive à la conclusion suivante.

Le mouvement circulaire uniforme

Dans un mouvement circulaire uniforme, il doit y avoir une force nette dirigée vers le centre du cercle dont la grandeur est $m\frac{v^2}{r}$.

La force nette dirigée vers le centre qui permet de faire le mouvement circulaire est appelée la *force centripète*. Ce n'est pas un nouveau type de force, c'est simplement un qualificatif qu'on donne aux forces qu'on connait déjà, comme la gravitation, la normale ou la friction, quand elles permettent de faire un mouvement circulaire.

Forces qui font la force centripète

Voyons quelques situations de mouvement circulaire pour voir quelles sont les forces qui font la force centripète dans ces cas.

Objet qui tourne au bout d'une corde

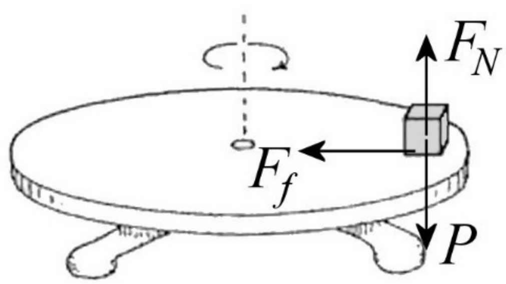
Ainsi, si un objet au bout d'une corde est en rotation à vitesse constante, on doit avoir une force nette vers le centre du cercle. Dans cet exemple, c'est la force exercée par la corde qui joue le rôle de la force centripète.

astronomy.nmsu.edu/tharriso/ast105/Ast105week04.html

Objet sur une plaque tournante

Imaginons un objet déposé sur une plaque tournante.

Dans ce cas, la normale et le poids ne peuvent pas être la force centripète puisqu'elles ne sont pas dirigées vers le centre du mouvement circulaire. La seule force pouvant être dirigée vers le centre du cercle est la force de friction. C'est donc la totalité de la force de friction qui est la force centripète ici.

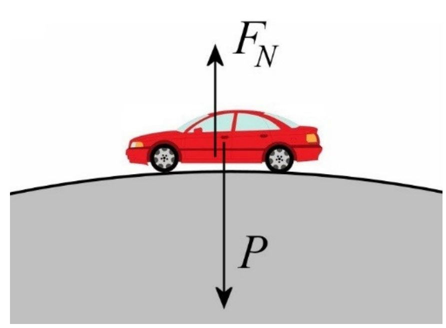


dev.physicslab.org/Document.aspx?doctype=5&filename=Compilations_CPworkbook_Centripetal Force.xml&asid=5679&siteid=%7B9CF1626F-C264-436A-B5DE-DF386F0F2F11%7D

Voiture sur une bosse

Supposons maintenant qu'une voiture passe sur une bosse. Les forces sur la voiture sont montrées sur la figure de droite.

Puisque l'auto fait un mouvement circulaire, la force nette doit être dirigée vers le centre du cercle, donc vers le bas dans la situation montrée sur la figure. Cela signifie que le poids doit être plus grand que la normale pour qu'il y ait une force résultante vers le bas.



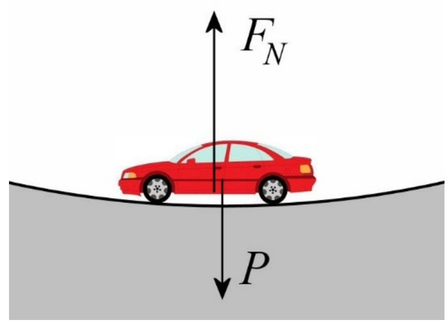
fr.depositphotos.com/2577683/stock-illustration-Car.html

$$P > F_N$$

Dans ce cas, la normale annule une partie du poids et il reste une partie du poids pour faire la force vers le bas. Ici, la force centripète est faite par une partie de la force gravitationnelle.

Voiture dans un creux

Supposons maintenant qu'une voiture passe dans un creux. Les forces sur la voiture sont montrées sur la figure de droite.

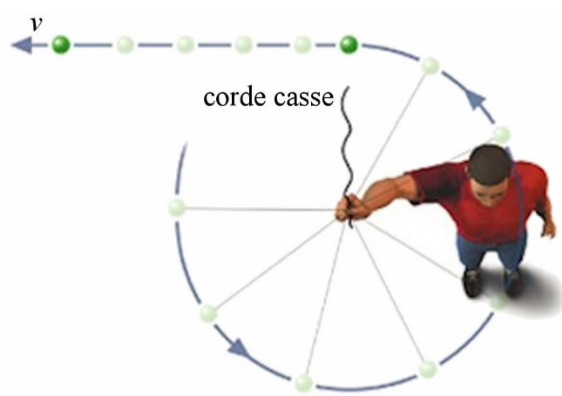


Puisque l'auto fait un mouvement circulaire, la force nette doit être dirigée vers le centre du cercle, donc vers le haut dans la situation montrée sur la figure. Cela signifie que la normale doit être plus grande que le poids pour qu'il y ait une force résultante vers le haut.

$$P < F_N$$

Dans ce cas, la normale annule le poids et il reste une partie de la normale pour faire la force vers le haut. Ici, la force centripète est faite par une partie de la force normale.

Que se passe-t-il si la force centripète disparait ?

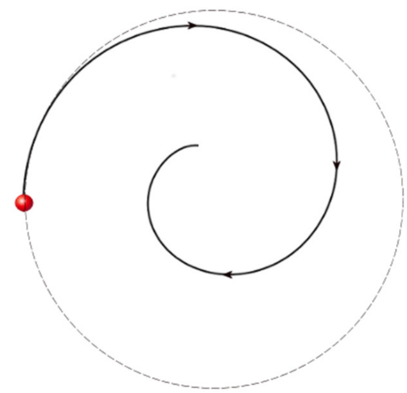


Si la force centripète disparait soudainement, alors le mouvement circulaire cesse et l'objet aura une trajectoire en ligne droite puisqu'il n'y a plus de force. Dans le cas illustré sur la figure, la force faite par la corde disparait quand la corde casse. Il ne peut donc plus y avoir de mouvement circulaire puisqu'il n'y a plus de force vers le centre. L'objet continue alors en ligne droite dans la direction de la vitesse que l'objet avait quand la corde a cassé. Comme la vitesse est tangente au cercle durant le mouvement circulaire, cela veut dire que le mouvement en ligne droite obtenu quand la corde casse est tangent au cercle tel qu'illustré sur la figure.

C'est ce qui se passe dans ce vidéo. La personne dans le manège peut faire un mouvement circulaire parce que la normale exercée par la tige de métal qui sert de dossier est vers le centre. Quand la personne perd contact avec ce tuyau de métal, la force disparait et la personne ne peut plus faire le mouvement circulaire.
http://www.youtube.com/watch?v=bi-YKulwvUs
La personne a alors continué en ligne droite et elle fut projetée au sol.

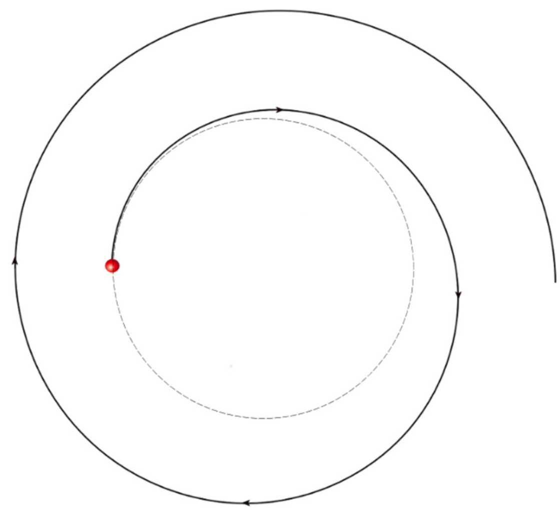
Une force vers le centre trop grande ou trop petite

Trop de force vers le centre



Si la somme des forces vers le centre du cercle est plus grande que mv^2/r, alors cette force sera plus grande que la force nécessaire pour avoir un mouvement circulaire avec un rayon constant. Cet excès de force donne une accélération trop grande vers le centre du cercle et l'objet s'approchera alors du centre du cercle. Voici la trajectoire qu'on obtient si la somme des forces est toujours supérieure à mv^2/r.

Pas assez de force vers le centre



Si la somme des forces vers le centre du cercle est plus petite que mv^2/r, alors cette force sera plus petite que la force nécessaire pour avoir un mouvement circulaire avec un rayon constant. Ce manque de force donne une accélération vers le centre du cercle trop petite et l'objet s'éloigne alors du centre du cercle. Voici la trajectoire qu'on obtient si la somme des forces est toujours inférieure à mv^2/r.

Erreur dans un film

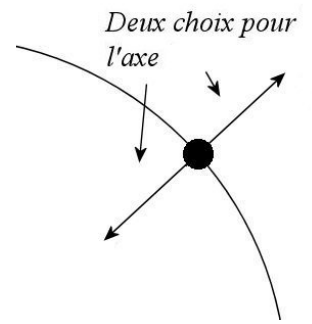
La trajectoire courbe des balles de fusil dans le film *wanted*, recréée ici.
http://www.youtube.com/watch?v=bCCIvXqcaMQ
est donc impossible. Même si on fait tourner le fusil, il n'y aura plus de force centripète sur la balle quand elle va quitter le fusil et elle va aller en ligne droite (en tombant aussi vers le sol à cause de la gravitation). Il est donc impossible que la trajectoire soit courbée comme on peut le voir dans le clip. Certains imaginent qu'il existe une certaine conservation du mouvement de rotation, mais ce n'est pas le cas.

6.2 LES ÉQUATIONS POUR LE MOUVEMENT CIRCULAIRE

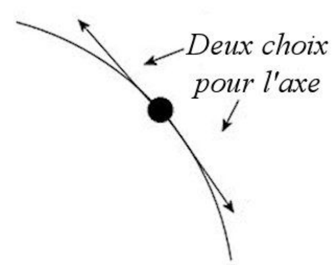
Axes à utiliser pour décrire le mouvement circulaire

La résolution de problème avec des mouvements circulaires (uniforme ou non) est grandement facilitée avec les choix d'axes suivants.

1) Mettre un axe dans la direction radiale (2 possibilités : vers le centre du mouvement circulaire ou dans la direction opposée au centre du mouvement circulaire).



2) Mettre l'autre axe dans la direction tangentielle. (2 possibilités : Dans le sens de la vitesse de l'objet ou dans le sens opposé à la vitesse de l'objet.)



3) Si on a besoin d'un troisième axe, il doit être perpendiculaire à ces deux autres axes.

Ces choix d'axes seront parfaits pour résoudre tous les problèmes de mouvements circulaires, qu'ils soient uniformes ou non.

En fait, c'est la même convention que celle utilisée aux chapitres 4 et 5 : on doit placer un axe dans le sens de la vitesse de l'objet ou dans la direction opposée à la vitesse. Cet axe est l'axe tangent au cercle. Comme l'autre axe doit être perpendiculaire à l'axe dans la direction de la vitesse, il est automatiquement dans la direction radiale.

Équations du mouvement circulaire

Avec des axes orientés ainsi, voici ce qu'on obtient si on applique les lois de Newton avec un mouvement circulaire.

Équations du mouvement circulaire

Direction radiale (vers le centre ou dans la direction opposée au centre)

$$\sum F = ma_c$$

Direction tangentielle (dans la direction de la vitesse ou opposée à la direction de la vitesse)

$$\sum F = ma_t$$

Troisième axe

Dans ce qu'on fera ici, l'accélération est toujours nulle dans la direction de cet axe.

$$\sum F = 0$$

Il y a deux cas importants pour le mouvement circulaire : le mouvement circulaire uniforme (dans lequel la grandeur de la vitesse est constante) et le mouvement circulaire non uniforme.

Accélération dans un mouvement circulaire uniforme

Dans le mouvement circulaire uniforme, deux formules peuvent être utilisées pour l'accélération centripète. Le signe de l'accélération change selon la direction de l'axe. On a donc

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad ou \qquad a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$ Si l'axe est vers le centre.

$$a_c = -\frac{v^2}{r} \qquad ou \qquad a_c = -\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$ Si l'axe est dans la direction opposée au centre.

Puisque la grandeur de la vitesse est constante, l'accélération tangentielle est

$$a_t = 0$$

Accélération dans un mouvement circulaire non uniforme

Dans le mouvement circulaire non uniforme, une seule formule peut être utilisée pour l'accélération centripète.

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$ Si l'axe est vers le centre.

$$a_c = -\frac{v^2}{r}$$ Si l'axe est dans la direction opposée au centre.

Comme la grandeur de la vitesse change, l'accélération tangentielle n'est pas nulle

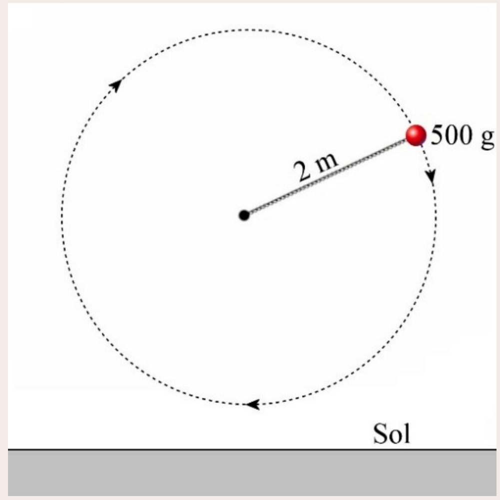
$$a_t \neq 0$$

6.3 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

Appliquons maintenant ces idées à l'étude du mouvement circulaire uniforme.

Exemple 6.3.1

Un objet de 500 g attaché au bout d'une corde de 2 m tourne dans un plan vertical avec une vitesse constante de 10 m/s.

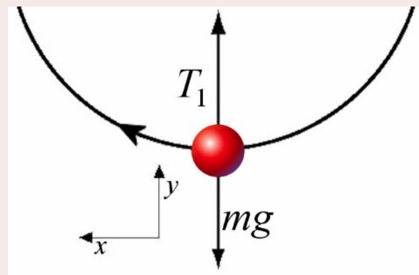


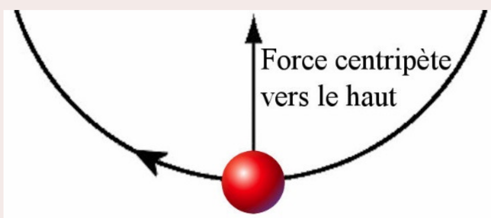
a) Quelle est la force faite par la corde quand l'objet est au point le plus bas de la trajectoire ?

Les forces agissant sur l'objet

Au point le plus bas, les forces sur la pierre sont :

1) La gravitation (mg) vers le bas.
2) La force faite par la corde (T_1) vers le haut.





Ici, seule la force exercée par la corde est dans la bonne direction pour faire la force centripète. La force exercée par la corde devra donc annuler la force de gravitation en plus de faire la force centripète.

Somme des forces

On va utiliser un axe (y) qui pointe vers le centre et un autre (x) qui pointe dans la direction de la vitesse de l'objet.

Avec ces axes, la somme des forces est

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = -mg + T_1$$

2^e loi de Newton

Avec une accélération centripète vers le haut (puisque le centre du cercle est vers le haut quand la balle est au point le plus bas), la deuxième loi de Newton nous donne

$$\sum F_x = ma_t \qquad \rightarrow \qquad 0 = 0$$

$$\sum F_y = ma_c \qquad \rightarrow \qquad -mg + T_1 = m\frac{v^2}{r}$$

Solution des équations

Avec la deuxième équation, on trouve la tension

$$\begin{aligned} T_1 &= m\frac{v^2}{r} + mg \\ &= 0,5kg \cdot \frac{\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2}{2m} + 0,5kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \\ &= 25N + 4,9N \\ &= 29,9N \end{aligned}$$

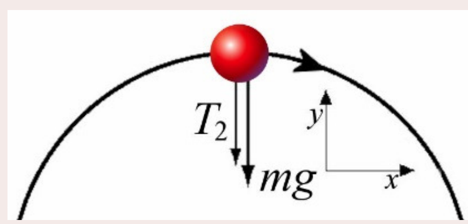
Il y a donc 4,9 N de tension pour éliminer la force de gravitation et 25 N pour faire la force centripète, pour une tension totale de 29,9 N.

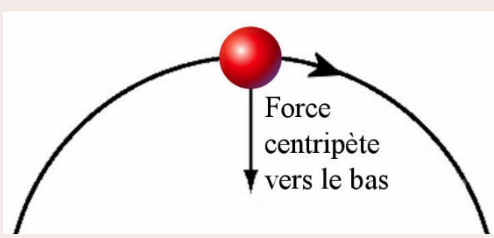
b) Quelle est la tension de la corde quand l'objet est au point le plus haut de la trajectoire ?

Les forces agissant sur l'objet

Au point le plus haut, les forces sur la pierre sont :

1) La gravitation (mg) vers le bas.
2) La tension (T_2) vers le bas.





Dans ce cas, la tension et la gravitation sont dans le bon sens pour faire la force centripète. La tension devra donc simplement ajouter ce qui manque à la gravitation pour faire la force centripète.

Somme des forces

On va utiliser un axe (y) qui pointe dans la direction opposée au centre et un autre (x) qui pointe dans la direction de la vitesse de l'objet.

Avec ces axes, la somme des forces est

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = -mg - T_2$$

2^e loi de Newton

Avec une accélération centripète vers le bas (puisque le centre du cercle est vers le bas), la deuxième loi de Newton nous donne

$$\sum F_x = ma_t \qquad \rightarrow \qquad 0 = 0$$
$$\sum F_y = ma_c \qquad \rightarrow \qquad -mg - T_2 = -m\frac{v^2}{r}$$

On a un signe négatif devant mv^2/r, car la force centripète est vers le centre du cercle, qui est vers le bas quand l'objet est au point le plus haut, alors que notre axe est vers le haut.

Solution des équations

Avec la deuxième équation, on trouve la tension

$$\begin{aligned} T_2 &= m\frac{v^2}{r} - mg \\ &= 0,5kg \cdot \frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2m} - 0,5kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \\ &= 25N - 4,9N \\ &= 20,1N \end{aligned}$$

Il y a déjà 4,9 N de gravitation dans la bonne direction. La tension fait donc ce qui manque (20,1 N) pour arriver à la force centripète nécessaire pour ce mouvement qui est de 25 N.

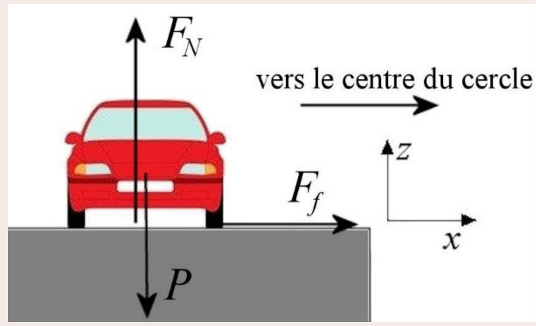
Deux remarques sur l'exemple précédent.

1) Si la corde devait casser dans un tel mouvement, elle casserait au point le plus bas, car à ce point elle doit compenser pour la force de gravité et faire la force centripète et c'est donc à cet endroit que la force exercée par la corde est la plus grande.

2) Si l'objet allait moins vite, par exemple 2 m/s, alors il y aurait un problème au point le plus haut puisque le calcul précédent nous donnerait une force exercée par la corde de -3,9 N. Cette force ne pouvant être négative (cela voudrait dire que la corde pousse), cette situation est impossible. La force de gravité est de 4,9 N et il ne faudrait que 1 N de force centripète. Comme il n'y a rien pour annuler le poids, il y aurait un surplus de force centripète et la masse se rapprocherait du centre du cercle et la corde ne serait plus tendue.

Exemple 6.3.2

À quelle vitesse maximale une voiture de 1000 kg peut-elle prendre un virage ayant un rayon de courbure de 10 m si le coefficient de friction statique entre les pneus et la route est de 0,8 ?



fr.depositphotos.com/2577683/stock-illustration-Car.html

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 3 forces sur la voiture.

1) Le poids (P) vers le bas.
2) La normale (F_N) vers le haut.
3) La friction statique (F_f) parallèle au sol.

www.physicsclassroom.com/class/circles/u6l1c.cfm

(C'est de la friction statique, car les pneus ne glissent pas sur l'asphalte.) Seule la force de friction est dans la bonne direction pour jouer le rôle de force centripète. La force centripète est donc faite ici par la force de friction statique.

Somme des forces

On va utiliser les axes suivants : un axe (x) vers le centre du mouvement circulaire, un axe (y) dans le sens du mouvement de la voiture (en sortant de la page sur la figure) et un troisième axe (z) vers le haut.

La somme des forces est donc

$$\sum F_x = F_f$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum F_z = -mg + F_N$$

2e loi de Newton

Avec une accélération centripète vers la droite (puisque le centre du cercle est vers la droite), la deuxième loi de Newton nous donne

$$\sum F_x = ma_c \qquad \rightarrow \qquad F_f = m\frac{v^2}{r}$$
$$\sum F_y = ma_t \qquad \rightarrow \qquad 0 = 0$$
$$\sum F_z = 0 \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_N = 0$$

Solutions des équations

La première équation nous indique qu'on aura la vitesse maximale quand on aura la friction maximale.

$$F_{f\max} = m\frac{v_{\max}^2}{r}$$

On peut alors utiliser la formule de la friction statique maximale pour obtenir

$$\mu_s F_N = m\frac{v_{\max}^2}{r}$$

La troisième équation nous permet de trouver la normale.

$$F_N = mg$$

On a alors

$$\mu_s mg = m\frac{v_{\max}^2}{r}$$

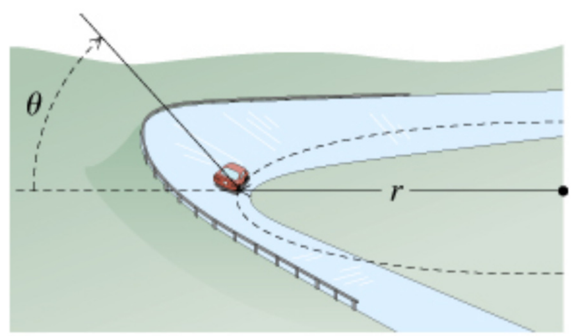
Comme les masses s'annulent, on

$$\mu_s gr = v_{\max}^2$$
$$\sqrt{\mu_s gr} = v_{\max}$$

Avec les valeurs données ici, on arrive à

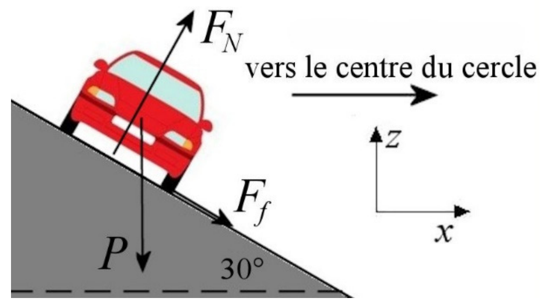
$$\begin{aligned} v_{\max} &= \sqrt{0,8 \cdot 10m \cdot 9,8\tfrac{N}{kg}} \\ &= 8,854\tfrac{m}{s} \\ &= 31,9\tfrac{km}{h} \end{aligned}$$

On peut augmenter cette vitesse en inclinant la route, tel qu'illustré sur la figure.



www.masteringphysicssolutions.net/mastering-physics-solutions-banked-frictionless-curve-and-flat-curve-with-friction/

Au premier coup d'œil, on pourrait penser que c'est moins bon parce que la friction ne pointe plus directement vers le centre du cercle. Toutefois, la vitesse peut être plus grande parce que la normale est maintenant inclinée. Il y a maintenant une composante de la normale vers le centre du cercle et la force centripète est maintenant formée d'une composante de la friction et d'une composante de la normale. Ensemble, ces 2 composantes de forces donnent une force plus grande que la seule friction qu'on avait quand la route était horizontale.

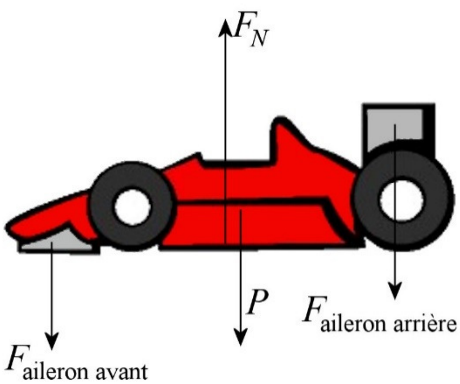


Il est même possible de prendre un virage incliné de la sorte sans qu'il soit nécessaire qu'il y ait de la friction. Dans ce cas, seule la composante horizontale de la normale fait la force centripète. Toutefois, comme la composante de la normale a une valeur très précise, il faut que la voiture ait exactement la bonne vitesse pour prendre un tel virage sans que la force de friction entre en jeu.

On peut incliner davantage la route, ce qui permettra de prendre des virages très serrés. En poussant un peu loin, on obtient la situation montrée dans ce vidéo.
http://www.youtube.com/watch?v=ury7J6bK7bc
Comme la paroi est maintenant pratiquement verticale, c'est presque exclusivement la normale qui fait la force centripète. Quant à la friction, c'est elle qui empêche l'auto de glisser vers le bas de la paroi.

Incliner la route n'est pas la seule option pour augmenter la vitesse maximale d'une voiture dans un virage. Les formules 1 peuvent prendre des virages non inclinés à des vitesses bien supérieures à celle qu'on a trouvée à l'exemple 6.3.2 ($v_{max} = \sqrt{\mu_s rg}$). Pour y arriver, on augmente la normale entre la voiture et le sol en utilisant des ailerons. Quand l'air frappe sur les ailerons, elle exerce une force qui a une composante vers le bas assez importante. On a alors

$$\sum F_y = F_N - P - F_{ailerons} = 0$$
$$F_N = P + F_{ailerons}$$



www.123rf.com/photo_11141455_silhouette-drawing-of-f1-racing-car-cockpit-view.html

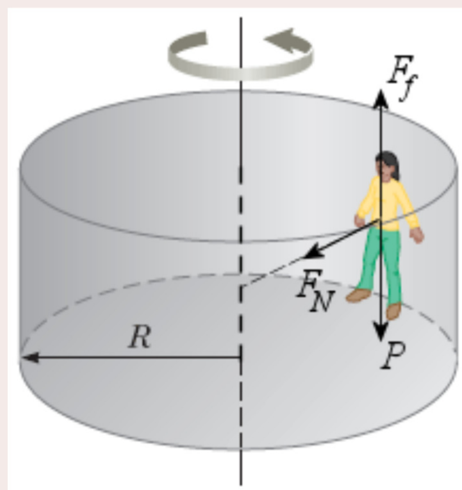
On voit donc que la normale est plus grande avec les ailerons. En fait, à de grandes vitesses, la force faite par les ailerons est beaucoup plus grande que le poids et la normale est grandement augmentée. Cette augmentation de la normale fait donc augmenter beaucoup la force de friction statique maximale ($\mu_s F_N$), ce qui permet de prendre des virages à des vitesses beaucoup plus grandes, car on peut avoir beaucoup plus de force centripète (puisque dans un virage non incliné, c'est la friction statique qui fait la force centripète). S'il y a un bris d'ailerons, on perd cette augmentation de la normale et on ne peut plus prendre les virages aussi rapidement.
http://www.youtube.com/watch?v=jhwPSAI-dOo
Quand l'aileron arrière se brise, la normale sur les roues arrière diminue soudainement, ce qui entraine une diminution soudaine de la force de friction et donc de la force centripète. Il y a alors un manque de force centripète sur les roues arrière qui ne peuvent plus prendre ce virage aussi rapidement. L'arrière de la voiture déporte donc vers l'extérieur du virage, entrainant l'accident.

La friction de l'air exerce cependant une force sur les ailerons qui s'oppose au mouvement de la formule 1. Le coefficient de trainée des formules 1 est très grand principalement à cause des ailerons. Cette force de trainée est évidemment nuisible à une voiture de course, mais en fin de compte, il y a plus d'avantages à avoir des ailerons. On va un peu moins vite dans les lignes droites, mais on peut aller tellement plus vite dans les virages qu'on peut faire le tour de la piste beaucoup plus rapidement avec des ailerons.

Les forces exercées par les ailerons sont tellement grandes à hautes vitesses qu'une formule 1 pourrait rouler au plafond (à une vitesse supérieure à environ 160 km/h) sans tomber puisque la force des ailerons poussant le véhicule vers le plafond serait plus grande que le poids.

Exemple 6.3.3

Dans un manège tel que celui-ci http://www.youtube.com/watch?v=2Sd9a0CSeiw (vous verrez à 1:10 qu'on baisse le plancher et que les gens restent collés au mur), quelle est la période de rotation maximale que doit avoir le manège pour que les personnes ne glissent pas vers le bas de la paroi si le coefficient de friction entre le mur et les personnes est de 0,7 et que le rayon du manège est de 2,5 m ?



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/advanced-physics-archive-2012-november-12

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 3 forces sur la personne en rotation.

1) Le poids (P) vers le bas.
2) La normale (F_N) pointant vers le centre du mouvement circulaire.
3) La friction (F_f) vers le haut.

Sommes des forces

On va utiliser les axes suivants : un axe (x) vers le centre du mouvement circulaire, un axe (y) dans le sens du mouvement de la personne et un troisième axe (z) vers le haut. Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = F_N$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum F_z = -mg + F_f$$

2e loi de Newton

Avec une accélération centripète vers les x positifs, la 2e loi de Newton donne les équations suivantes.

$$\sum F_x = ma_c \qquad \rightarrow \qquad F_N = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$\sum F_y = ma_t \qquad \rightarrow \qquad 0 = 0$$
$$\sum F_z = 0 \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_f = 0$$

Comme on ne cherche pas la vitesse, mais la période de rotation, on utilise la formule de la force centripète avec la période de rotation.

Solution des équations

On a la période minimum quand on a la friction maximum. La 3e équation devient alors

$$\mu_S F_N = mg$$

On peut alors utiliser la normale donnée par la première équation pour obtenir

$$\mu_s m\frac{4\pi^2 r}{T^2} = mg$$
$$\mu_s \frac{4\pi^2 r}{T^2} = g$$
$$T^2 = \mu_s \frac{4\pi^2 r}{g}$$
$$T = \sqrt{\frac{\mu_s 4\pi^2 r}{g}}$$

La période de rotation maximale est donc

$$T_{\max} = \sqrt{\frac{0,7 \cdot 4\pi^2 \cdot 2,5m}{9,8\frac{N}{kg}}}$$
$$= 2,655s$$

6.4 LA FORCE CENTRIFUGE N'EXISTE PAS

Erreur fréquente : Penser que dans un mouvement circulaire, il y a une force centrifuge vers l'extérieur.

On entend souvent parler de force centrifuge dans le mouvement circulaire. Si une personne sur un manège qui tourne rapidement ne se tient plus, elle est éjectée du manège et elle dira bien souvent que c'est la force centrifuge qui l'a éjectée. C'est faux. C'est en fait le manque de force centripète qui provoque l'éjection. L'utilisation du concept de force centrifuge est à l'origine de bien des erreurs de physique.

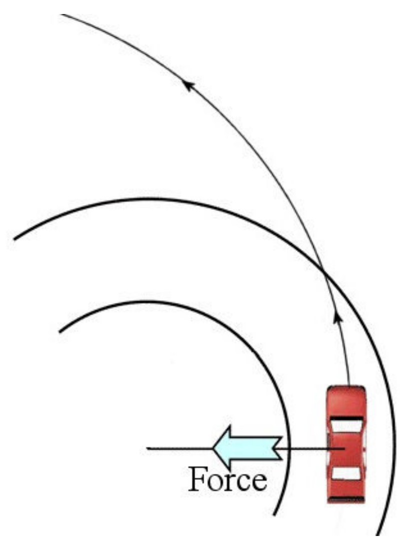
Un manque de force centripète

Prenons la situation montrée dans cette petite animation pour illustrer notre propos.
http://www.youtube.com/watch?v=1_UBPOiNHj8
Il y a un objet sur un charriot et il n'y a pas de friction entre l'objet et le charriot. Quand le charriot se met à tourner, le petit objet ne peut pas suivre cette rotation puisqu'aucune force ne peut faire de force centripète. Il n'y a que le poids et la normale qui agissent sur le petit objet, et aucune n'est dans la bonne direction pour dévier la trajectoire pour permettre à l'objet de tourner et de suivre le charriot. Sans force, le petit objet continue en ligne droite pendant que le charriot tourne. Résultat : le petit objet tombe en bas du charriot. Ce n'est pas la force centrifuge qui a poussé l'objet vers l'extérieur du virage, c'est l'absence de force centripète qui a fait que l'objet n'a pas pu suivre le mouvement de rotation de charriot, amenant ainsi l'objet à tomber.

Si vous tentez de prendre un virage avec trop de vitesse, il se peut que vous quittiez la route en tombant dans le ravin à l'extérieur du virage. Ce n'est pas la force centrifuge qui vous pousse dans le ravin, c'est le manque de force centripète. Dans un virage, la voiture dévie à cause de la force de friction entre les pneus et la route qui joue le rôle de force centripète. Comme il y a un maximum à cette force de friction, il y a un maximum à la force centripète. Si la voiture va trop vite dans ce virage, il peut donc arriver que la force de friction soit plus petite que la force centripète nécessaire pour suivre la route.

www.physicsclassroom.com/class/circles/u6l1c.cfm

S'il y a un manque de force centripète, la friction fait dévier la trajectoire de l'automobile, mais pas assez pour suivre la courbure de la route. La voiture fait donc faire un mouvement de rotation, mais avec un rayon de courbure plus grand que celui de la route, ce qui amène la voiture à tomber dans le ravin du côté extérieur de la route. Ce n'est pas la force centrifuge qui a poussé la voiture là, elle se ramasse là parce qu'il manque de force centripète.



stockcarscience.com/scienceTopics/scsRacing_CentrifugalForce.php

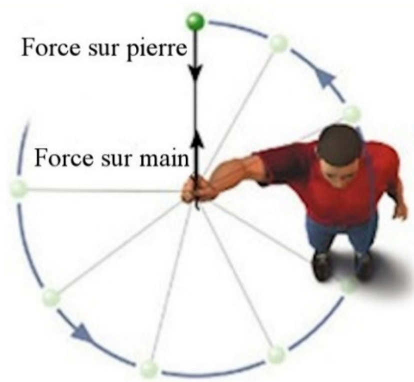
C'est ce qui est arrivé à ces voitures.
http://www.youtube.com/watch?v=Cj8iaI_TNXw
http://www.youtube.com/watch?v=Dn7_bph2lhU

Examinons les personnes dans ce video, plus spécialement la personne qui a des pantalons rouges.
https://www.youtube.com/watch?v=hW57tLMcqt4

La normale faite par le dossier du banc fait la force centripète. Toutefois, examinons les forces sur le haut du corps de la personne. Au départ, ce sont les muscles de la personne qui font la force vers le centre sur le haut de son corps qui permet de faire le mouvement circulaire. Quand la vitesse de rotation devient trop grande, les muscles ne suffisent plus et il y a alors un manque de force centripète. Le torse de la personne ne peut plus suivre le mouvement circulaire et s'éloigne alors de l'axe de rotation. Quand le torse devient horizontal, la normale faite par le dossier qui faisait la force centripète change de direction. Elle est vers le haut et elle ne peut donc plus agir comme force centripète. Il n'y a alors plus de force centripète et la personne ne peut plus suivre le mouvement circulaire. Il part donc en ligne droite.

Il peut y avoir des forces vers l'extérieur

Quand une pierre tourne au bout d'une corde et qu'on tient la corde, on pourrait penser qu'il y a une force centrifuge, car on sent que la corde tire sur notre main vers l'extérieur du cercle. C'est bien vrai, mais examinez bien les forces faites par la corde à chaque bout. Elle tire sur la pierre vers l'intérieur du cercle. C'est la force centripète nécessaire pour que la pierre fasse son mouvement circulaire. La corde tire aussi, avec la même force, à l'autre bout de la corde. Elle tire donc sur notre main vers l'extérieur du cercle. Ce n'est pas cette force sur notre main qui nous intéresse dans le mouvement circulaire puisque notre main ne fait pas le mouvement circulaire. Ce qui nous intéresse, c'est la force sur l'objet qui fait le mouvement circulaire, c'est-à-dire la pierre, et celle-ci est bien vers l'intérieur du cercle.



astronomy.nmsu.edu/tharriso/ast105/Ast105week04.html

Dans une voiture qui tourne, il semble y avoir des forces vers l'extérieur. Supposons que vous êtes sur le siège du passager, que vous n'êtes pas attaché et que le siège est très glissant. Si la voiture tourne vers la gauche, vous glissez alors vers l'extérieur du virage jusqu'à ce que vous soyez accoté sur la porte. Il en est ainsi parce qu'il n'y a pas de force centripète sur vous et vous continuez votre mouvement en ligne droite alors que la voiture tourne. Si vous continuez en ligne droite et que la voiture tourne, vous allez entrer en contact avec la porte. Avec ce contact, il va maintenant y avoir une normale qui pourra servir de force centripète et vous permettre de tourner avec la voiture. La force de contact étant toujours une force de répulsion, la force que la porte fait sur vous est bel et bien vers le centre du virage. Si la porte pousse sur vous vers l'intérieur, alors, par la troisième loi de Newton, vous faites une force vers l'extérieur du virage sur la porte. Est-ce que cela signifie que la force sur la voiture est vers l'extérieur et qu'il s'agit donc d'une force centrifuge ? Il y a bien cette force sur l'auto, mais la force nette sur l'auto doit être vers l'intérieur du cercle. Cette force est faite par la friction entre la route et les pneus de la voiture. Quand vous faites une force vers l'extérieur sur l'auto par votre contact sur la porte, la friction vers l'intérieur va augmenter en peu pour compenser cette force vers l'extérieur.

6.5 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE NON UNIFORME

Dans le mouvement circulaire non uniforme, l'accélération centripète est

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad \text{Si l'axe est vers le centre du centre}$$

$$a_c = -\frac{v^2}{r} \qquad \text{Si l'axe est dans la direction opposée au centre du cercle}$$

et l'accélération tangentielle n'est pas nulle.

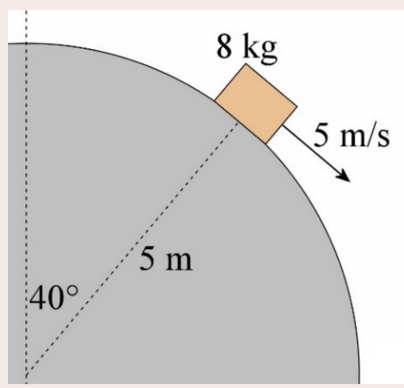
$$a_t \neq 0$$

Rappelez-vous également cette erreur fréquente.

Erreur fréquente : Utiliser $a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ pour calculer l'accélération centripète dans un mouvement circulaire non uniforme.

Cette formule a été obtenue en supposant que la grandeur de la vitesse est constante. Elle n'est donc pas bonne dans un mouvement circulaire non uniforme.

Exemple 6.5.1



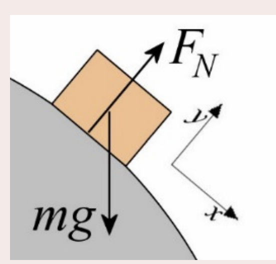
Un objet glisse sur une surface sphérique. Quelles sont l'accélération tangentielle et la grandeur de la normale quand l'objet est à la position indiquée sur la figure ?

Les forces agissant sur l'objet

Les forces sur l'objet sont :

1) Le poids (P) vers le bas.
2) La normale (F_N) perpendiculaire à la surface.

Somme des forces



Avec les axes montrés sur la figure, les sommes des forces sont

$$\sum F_x = mg\cos(-50°)$$

$$\sum F_y = mg\sin(-50°) + F_N$$

2^e^ loi de Newton

Avec une accélération centripète dans la direction opposée à l'axe des y et une accélération tangentielle dans la direction de l'axe des x, on a

$$\sum F_x = ma_t \qquad \to \qquad mg\cos(-50°) = ma_t$$
$$\sum F_y = ma_c \qquad \to \qquad mg\sin(-50°) + F_N = -m\frac{v^2}{R}$$

Solution des équations

La première équation nous donne l'accélération tangentielle.

$$\begin{aligned} a_t &= g\cos(-50°) \\ &= 6,299\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

La deuxième équation nous donne la normale.

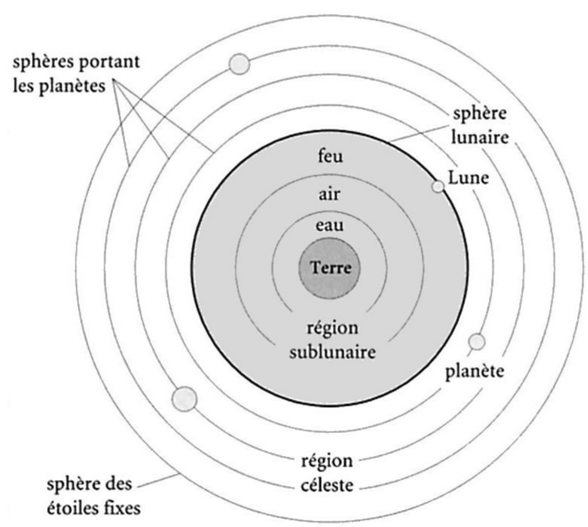
$$\begin{aligned} F_N &= -mg\sin(-50°) - m\frac{v^2}{R} \\ &= -8kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot \sin(-50°) - 8kg \cdot \frac{(5\tfrac{m}{s})^2}{5m} \\ &= 60,06N - 40N \\ &= 20,06N \end{aligned}$$

6.6 GRAVITATION ET ORBITE CIRCULAIRE

Étudions maintenant le mouvement circulaire des objets en orbite autour d'une planète ou d'une étoile.

Anciennes théories

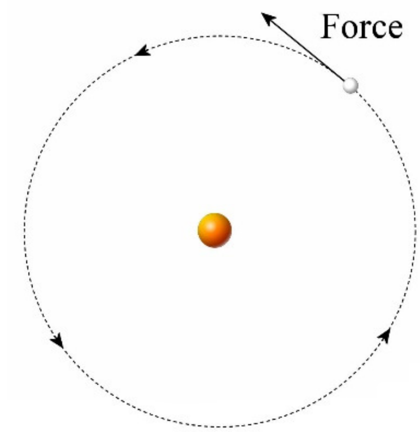
Voici comment Aristote expliquait la gravitation. Les quatre éléments des Grecs ont chacun une place naturelle dans l'univers. En partant du centre de l'univers, on retrouve la terre, puis l'eau, puis l'air et finalement le feu. Selon cette théorie, une pierre retombe au sol quand on la soulève dans l'air ou dans l'eau parce que la pierre, principalement



Y. Gingras, P Keating, C. Limoges, Du scribe au savant, Éditions du boréal, 1998 composée de l'élément terre, tombe pour retourner à sa place naturelle. De la même façon, le feu dans l'air monte pour retourner à sa place naturelle, qui est au-dessus de l'air.

Il y a ensuite les planètes qui tournent autour de la Terre. Dans ce modèle, il y a une séparation nette entre 2 parties de cet univers. Dans le monde sublunaire, le mouvement naturel des objets consiste à monter ou descendre selon leur composition. Dans les cieux, le mouvement naturel des planètes est un mouvement circulaire autour du centre. Il y a donc 2 régions dans lesquelles les lois de la physique sont bien différentes.

Comme on associait la force à la vitesse, il fallait trouver comment les planètes pouvaient se déplacer pour tourner autour de la Terre. Pendant longtemps, on cherche plutôt une force qui agit dans le sens de la vitesse. Quand on associe la force à la vitesse, il doit y avoir une force agissant sur les planètes dans la direction du mouvement pour que les planètes puissent avancer. On imagina même à une certaine époque que cette force était faite par les anges ! Comme on peut le constater, les planètes ne sont pas attirées vers le centre dans ces anciens modèles.

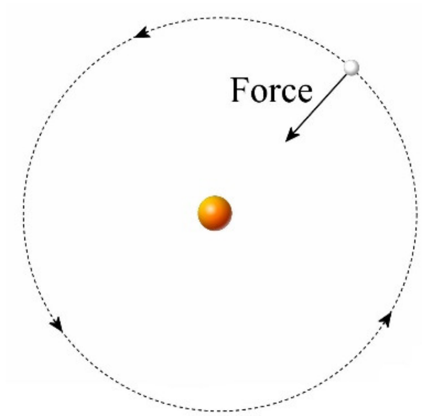


L'attraction

Avec la découverte de la loi de l'inertie (début du 17e siècle), on commence à comprendre que les objets doivent plutôt se déplacer en **ligne droite** si rien n'altère leur mouvement. Si les planètes font un mouvement circulaire plutôt qu'un mouvement en ligne droite, alors il doit y avoir une force centripète qui les fait constamment changer de direction.

En fait, il faut près d'un siècle pour arriver à une analyse correcte du mouvement des planètes en orbite. Tout commence avec la découverte de la formule de la force centripète. Huygens découvre en 1659 que la tension de la corde qui retient un objet en rotation au bout d'une corde doit être proportionnelle à r/T^2. Toutefois, Huygens ne pense jamais à utiliser ses découvertes pour étudier le mouvement des planètes en orbite.

Après la publication des travaux de Huygens en 1673, certains, tels que Robert Hooke, Edmund Halley et Christopher Wren, utilisent les découvertes de Huygens pour étudier le mouvement des planètes. Ils comprennent, aux alentours de 1680, que la force sur l'objet en orbite doit être dirigée vers le centre. On commence à comprendre que le Soleil attire les planètes dans le Système solaire.



Halley et Wren arrivent même à la conclusion que la force faite par le Soleil doit diminuer avec le carré de la distance. Pour arriver à cette conclusion, on commence avec le résultat de Huygens.

$$F \propto \frac{r}{T^2}$$

Ensuite, on utilise une loi que Kepler a découverte pour les planètes. En 1618, Kepler avait remarqué que

$$\frac{r^3}{T^2} = \text{constante}$$

pour toutes les planètes tournant autour du Soleil (r est le rayon de l'orbite de la planète et T est la période de rotation autour du Soleil). Comme cette relation signifie que

$$r^3 \propto T^2$$

la formule de la force peut être écrite sous la forme suivante.

$$F \propto \frac{r}{T^2}$$

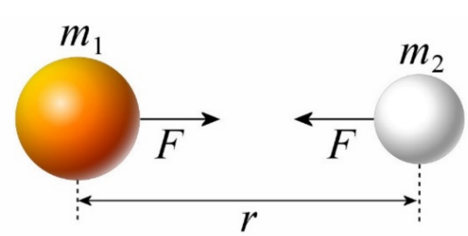
$$F \propto \frac{r}{r^3} \quad \text{(On a utilisé la loi de Kepler)}$$

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

En 1684, Halley demande à Newton quelle serait la forme des orbites des planètes si la force de gravitation du Soleil variait avec $1/r^2$. Cette demande lance Newton, qui ne s'était pas vraiment intéressé à la mécanique depuis la fin des années 1660, dans une étude très poussée des orbites de planètes. C'est cette étude qui l'amène à refaire complètement la mécanique en associant la force à l'accélération et qui culmine en 1687 avec la publication du livre de Newton qui révolutionne la physique à tout jamais.

Newton peut aller encore plus loin. Avec ses nouvelles lois de la mécanique, il découvre que la force sur la planète doit aussi être proportionnelle à la masse de l'objet qui subit la force (pour que les masses s'annulent quand on fait $F = ma$ de sorte que tous les objets aient la même accélération en chute libre).

$$F_g \propto \frac{m}{r^2}$$



Il y a encore plus. Selon la troisième loi de Newton, si la planète de masse m_1 exerce une force sur la planète de masse m_2, alors la planète de masse m_2 exerce la même force sur la planète de masse m_1. Comme la force est proportionnelle à la masse de la planète qui subit la force et que les deux masses subissent la force, alors la force doit être proportionnelle aux deux masses.

$$F_g \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

C'est la loi de la gravitation obtenue par Newton. Le résultat est clair. Il n'y a pas que le Soleil qui attire les planètes. Tous les objets de l'univers ayant une masse attirent tous les autres objets de l'univers ayant une masse avec une force gravitationnelle. C'est l'attraction gravitationnelle universelle. Il fallait quand même beaucoup d'audace pour affirmer que toutes les masses s'attirent parce qu'il n'est pas du tout évident que tous les objets s'attirent entre eux. Une banane ne semble pas du tout attirée par une pomme placée tout près, mais c'est pourtant ce qu'affirme la loi de la gravitation. Évidemment, on comprenait que l'attraction était trop faible pour être perçue et il a fallu attendre près d'un siècle avant que quelqu'un (Henry Cavendish) ne parvienne à mesurer cette faible attraction entre des objets de quelques kilogrammes.

La loi de la gravitation de Newton permet de faire une grande unification. Dans le système d'Aristote, il y avait une gravitation près de la Terre faite par les positions naturelles des 4 éléments à l'intérieur de l'orbite de la Lune (qu'on appelait la *région sublunaire*) alors qu'il n'y avait pas de gravitation au-delà de l'orbite de la Lune (qu'on appelait *les cieux*). Il y avait une séparation entre ces 2 régions. La physique n'était pas la même dans ces 2 régions. Avec Newton, il n'y a plus cette séparation entre le monde sublunaire et les cieux. La force de gravitation agit sur les objets près de la surface de la Terre et sur la Lune en suivant exactement les mêmes lois.

La loi de la gravitation

Dans l'équation

$$F_g \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

On peut remplacer le *proportionnelle à* par une constante de proportionnalité (appelée G) pour obtenir la loi suivante.

Loi de la gravitation (formule générale)

1) Grandeur de la force

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

où $G = 6{,}674 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²

2) Direction de la force

Attraction des deux masses l'une vers l'autre.

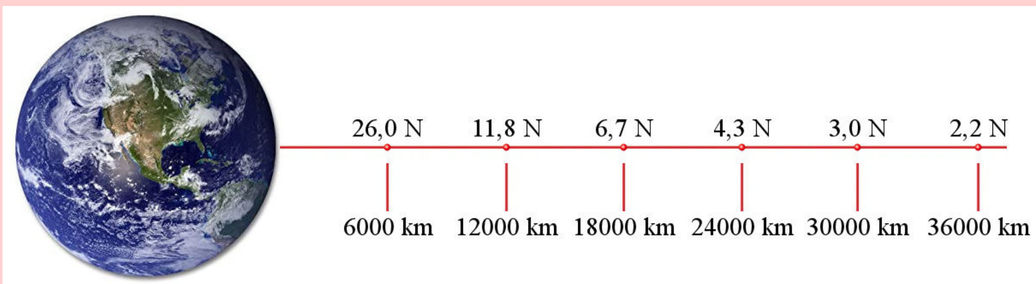
3) Point d'application de la force

À partir du centre de masse
(Plus de précisions au chapitre 9)

(Notez que la distance r entre les planètes est la distance entre les centres des planètes.)

Erreur fréquente : Pensez qu'il n'y a pas de gravitation dans l'espace

La loi de la gravitation indique que la force de gravitation diminue avec la distance. À mesure qu'on s'éloigne de la Terre, la force de gravitation faite par la Terre diminue donc. Toutefois, la force est encore assez grande même quand on en dehors de l'atmosphère. L'image suivante montre la force gravitationnelle faite par la Terre sur un objet de 10 kg à différentes distances de la Terre.



Erreur fréquente : Pensez que quand deux objets s'attirent par gravitation, l'objet moins massif fait une force moins grande sur l'autre

Intuitivement, les gens se doutent que la Terre exerce une force sur la Lune et que la Lune exerce aussi une force sur la Terre. Cependant, plusieurs diront que la Terre fait une force beaucoup plus importante sur la Lune que la Lune fait sur la Terre parce qu'elle est plus massive. Admirer les réponses des gens dans ce vidéo (en anglais).
http://www.youtube.com/watch?v=8bTdMmNZm2M
Évidemment, tout cela est faux ; les forces doivent être de mêmes grandeurs en vertu de la troisième loi de Newton.

Exemple 6.6.1

Une météorite de 350 kg est à 10 000 km du centre de la Terre. Quelle est la grandeur de la force gravitationnelle faite par la Terre sur la météorite sachant que la Terre a une masse de 5,974 x 10^{24} kg.

La grandeur de la force est

$$\begin{aligned} F_g &= G\frac{m_1 m_2}{r^2} \\ &= 6,674\times10^{-11}\,\tfrac{Nm^2}{kg^2}\cdot\frac{350kg\cdot 5,974\times10^{24}kg}{\left(10\,000\times10^3 m\right)^2} \\ &= 1395N \end{aligned}$$

Le champ gravitationnel

La force gravitationnelle sur un objet de masse *m* faite par une planète (ou étoile) de masse M_p

$$\begin{aligned} F_g &= G\frac{M_p m}{r^2} \\ &= m\left(G\frac{M_p}{r^2}\right) \end{aligned}$$

peut être écrite sous la forme suivante.

Force gravitationnelle (formule générale)

$$F_g = mg$$

où g est défini comme étant la grandeur du champ gravitationnel fait par la planète (ou étoile).

Grandeur du champ gravitationnel fait par une planète (ou étoile) de masse M_p

$$g = \frac{GM_p}{r^2}$$

En fait, on a séparé le calcul de la force gravitationnelle sur une masse *m* en 2 étapes :

1) On calcule le champ gravitationnel fait par la ou les planètes à l'endroit où est la masse *m*.

2) On calcule la force gravitationnelle sur la masse *m* avec $F_g = mg$.

Exemple 6.6.2

Une météorite de 350 kg est à 10 000 km du centre de la Terre. La Terre a une masse de $5{,}974 \times 10^{24}$ kg.

a) Quelle est la grandeur du champ gravitationnel fait par la Terre à l'endroit où est située la météorite ?

   La grandeur du champ gravitationnel fait par la Terre est

$$\begin{aligned} g &= G\frac{M_p}{r^2} \\ &= 6{,}674\times 10^{-11}\tfrac{Nm^2}{kg^2}\cdot\frac{5{,}974\times 10^{24}kg}{\left(10\,000\times 10^3 m\right)^2} \end{aligned}$$

$$= 3,987 \tfrac{N}{kg}$$

b) Quelle est la grandeur de la force gravitationnelle faite par la Terre sur la météorite ?

La grandeur de la force est

$$\begin{aligned} F_g &= mg \\ &= 350kg \cdot 3,987 \tfrac{N}{kg} \\ &= 1395N \end{aligned}$$

Pourquoi séparer ainsi le calcul puisqu'on peut calculer la force directement (comme on l'a fait à l'exemple précédent) ? C'est qu'une fois qu'on sait la grandeur du champ gravitationnel à un endroit, on peut calculer simplement la force gravitationnelle avec $F_g = mg$ pour différentes masses sans avoir à refaire le gros calcul avec la masse et le rayon de la planète (comme on l'a fait depuis le chapitre 4).

On peut appliquer ces formules pour trouver la force de gravitation faite sur un objet par n'importe quelle planète (ou étoile).

Exemple 6.6.3

Une pierre de 10 kg est sur la surface de la Lune. La masse de la Lune est de 7,36 x 10^{22} kg et le rayon de la Lune est de 1740 km.

a) Quelle est la grandeur du champ gravitationnel à la surface de la Lune ?

La grandeur du champ est

$$\begin{aligned} g &= G\frac{M_{Lune}}{R_{Lune}^2} \\ &= 6,674\times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{7,36\times 10^{22} kg}{\left(1740\times 10^3 m\right)^2} \\ &= 1,62 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

b) Quelle est la grandeur de la force gravitationnelle faite par la Lune sur la pierre ?

La grandeur de la force est

$$\begin{aligned} F_g &= 10kg \cdot 1,62 \tfrac{N}{kg} \\ &= 16,2N \end{aligned}$$

La force gravitationnelle est environ 6 fois plus petite que la force gravitationnelle que subirait cette pierre à la surface de la Terre (faite par la Terre). Sur la Lune, la masse des objets est identique à ce qu'elle est sur Terre, mais le poids est environ 6 fois plus petit. On peut voir ce que ça donne avec une gravité plus faible sur la Lune dans ce video.
http://www.youtube.com/watch?v=HKdwcLytloU

La force de gravitation près de la surface de la Terre

Au chapitre 4, on avait une version différente de la loi de la gravitation

$$F_g = m \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg}$$

On a cette formule parce que la force est $F_g = mg$ et la grandeur du champ gravitationnel à la surface de la Terre est

$$\begin{aligned} g &= G\frac{M_t}{R_t^2} \\ &= 6,674\times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{5,974\times 10^{24} kg}{\left(6,378\times 10^6 m\right)^2} \\ &= 9,8 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

La formule $F = m \cdot 9,8$ N/kg n'est qu'un cas particulier de la formule générale. C'est uniquement près de la surface de la Terre que le champ gravitationnel g vaut 9,8 N/kg.

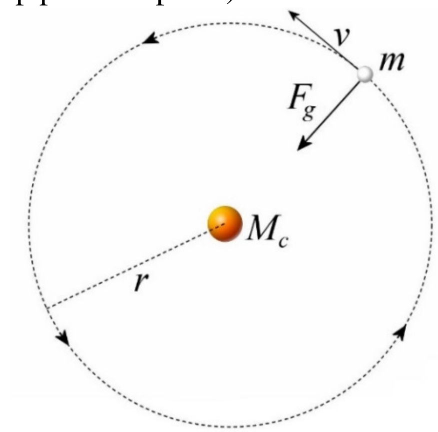
Cela signifie que g n'est pas une constante comme on pourrait le croire si on avait fait uniquement les chapitres 1 à 5. Le champ gravitationnel diminue à mesure qu'on s'éloigne de la surface de la Terre. Par exemple, à une altitude de 100 km au-dessus de la surface de la Terre, la valeur de g est

$$\begin{aligned} g &= G\frac{M_p}{r^2} \\ &= 6,674\times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{5,974\times 10^{24} kg}{\left(6,478\times 10^6 m\right)^2} \\ &= 9,5 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

(Le r n'est pas 100 km puisque c'est la distance entre l'objet à 100 km d'altitude et le centre de la Terre, c'est-à-dire 6378 km + 100 km.) On voit que g diminue quand même assez rapidement avec l'altitude. En gros, la valeur de g diminue au rythme de 0,0031 N/kg par kilomètre près de la surface de la Terre. Il ne faudrait pas que notre objet atteigne une altitude de plus de quelques kilomètres si on veut considérer que g est une constante valant 9,8 N/kg.

Vitesse et période sur l'orbite circulaire

Revenons maintenant au problème des orbites, celui-là même qui a mis Newton sur la voie de la découverte de la loi de la gravitation (quoique nous allons faire uniquement les orbites circulaires alors que Newton a fait une solution beaucoup plus complète.)



Pour un objet en orbite circulaire, la force centripète est faite par la force gravitationnelle.

On a donc

$$\frac{GM_c m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

La masse de l'astre au centre de l'orbite s'appelle M_c, pour *masse centrale*.

On voit alors que l'objet en orbite doit avoir une vitesse très précise pour être en orbite circulaire. Si on isole *v,* on obtient

La vitesse d'un objet en orbite circulaire

$$v = \sqrt{\frac{GM_c}{r}}$$

Le temps nécessaire pour faire le tour de l'objet central (la période *T*) est donc

$$T = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_c}{r}}}$$

En simplifiant on a

La période d'un objet en orbite circulaire

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

On appelle parfois cette formule la troisième loi de Kepler puisque ce dernier découvrit en 1618 que $T^2 \propto r^3$ pour les planètes tournant autour du Soleil.

Exemple 6.6.4

Calculez la masse du Soleil sachant que la Terre tourne autour de celui-ci avec une période de 365,2566 jours et que le rayon de l'orbite terrestre est de 149 600 000 km.

Avec la formule de la période, on trouve

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

$$365,2566 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60s = 2\pi\sqrt{\frac{\left(1,496\times10^{11}m\right)^3}{6,674\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot M_c}}$$

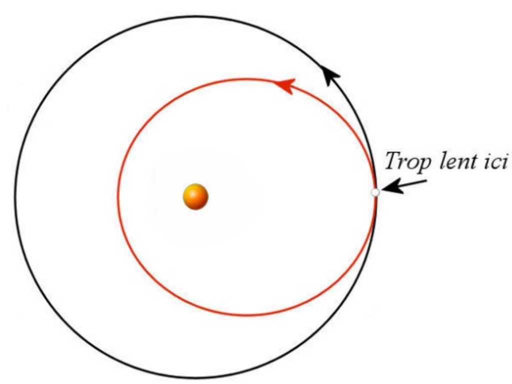
$$M_c = 1,9885\times10^{30}kg$$

C'est avec la loi de la gravitation qu'on a trouvé la masse de toutes les planètes, étoiles et galaxie de l'univers.

Que se passe-t-il si l'objet en orbite n'a pas la bonne vitesse ?

L'objet doit avoir une vitesse très précise pour que son orbite soit circulaire. Toutefois, ce n'est pas une catastrophe si la vitesse n'est pas exactement celle nécessaire pour faire une orbite circulaire. Si la vitesse de l'objet est trop petite, on a

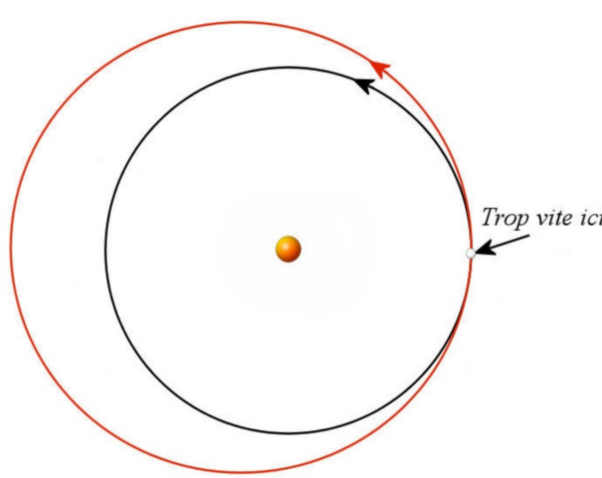
$$\frac{GM_cm}{r^2} > m\frac{v^2}{r}$$



Cela signifie qu'il y a un excès de force centripète. Dans ce cas, l'objet fait un mouvement circulaire tout en s'approchant de la masse centrale. Cet excès de force ne veut pas nécessairement dire que l'objet va s'écraser sur la masse centrale parce que l'objet va prendre de la vitesse en s'approchant de la masse centrale pendant que la force de gravitation va augmenter, changeant ainsi la relation entre les forces centripète et gravitationnelle. Plus tard, la force gravitationnelle devient plus petite que la force centripète et l'objet s'éloigne à nouveau de la Terre pour finalement suivre une orbite elliptique.

Si la vitesse de l'objet est trop grande, on a

$$\frac{GM_cm}{r^2} < m\frac{v^2}{r}$$



Cela signifie qu'il y a un manque de force centripète. Dans ce cas, l'objet fait un mouvement circulaire tout en s'éloignant de la masse centrale. Ce manque de force ne veut pas nécessairement dire que l'objet va se perdre dans l'espace parce que l'objet va perdre de la vitesse en s'éloignant de la masse centrale pendant que la force de gravitation va diminuer, changeant ainsi la relation entre les forces centripète et gravitationnelle. Plus tard, la force gravitationnelle devient plus grande que la force centripète et l'objet se rapproche à nouveau de la Terre pour finalement suivre une orbite elliptique.

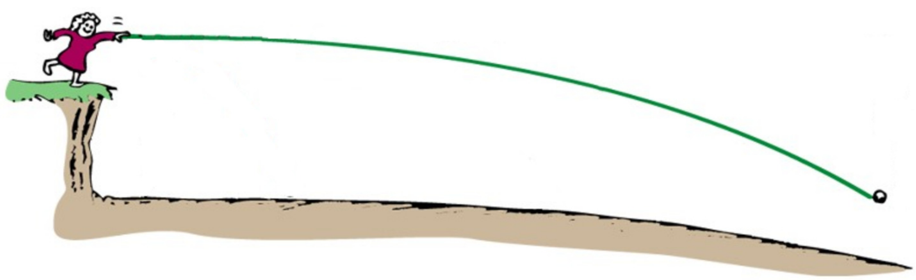
Les objets en orbite sont en chute libre

Cela n'est pas évident, mais les objets en orbite sont en chute libre. Pour nous en convaincre, supposons que nous lancions trois balles horizontalement à partir du sommet d'une très haute falaise, mais à des vitesses différentes. Il n'y a pas de friction de l'air dans ces situations.

Commençons par lancer une balle pas très rapidement. On a alors un projectile qui tombera avec la trajectoire courbant vers le sol ressemblant à celle sur la figure. Comme tous les projectiles, cette balle est en chute libre.

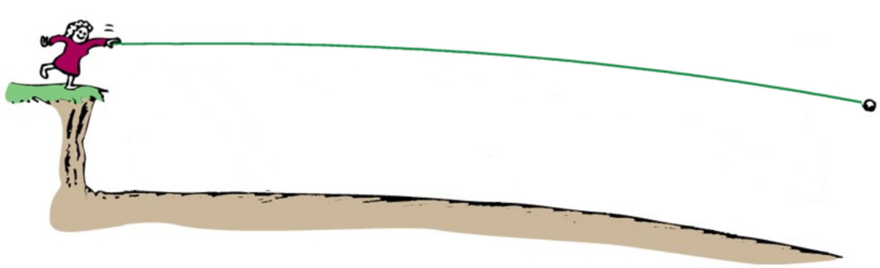
slid.es/tofergregg/gravity-and-fluid-dynamics/fullscreen#/22

Si on lance la balle avec une plus grande vitesse maintenant, on a toujours une balle en chute libre. La trajectoire aura l'air de celle-ci. (On a exagéré beaucoup la courbure de la Terre dans cette image.)



On a lancé la balle avec tellement de vitesse que la courbure de la Terre commence à avoir de l'importance. On voit que la balle courbe encore vers le sol et que le sol courbe aussi. Dans ce cas, la balle finira quand même par frapper le sol.

Si on augmente encore la vitesse pour atteindre la vitesse nécessaire pour l'orbite circulaire, on aura la situation suivante.



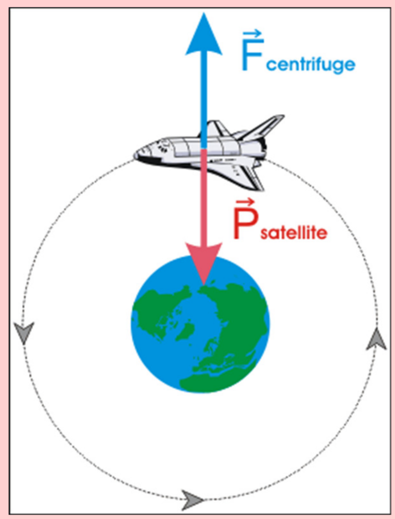
La trajectoire de l'objet en chute libre courbe toujours vers le sol à cause de la force de gravitation. Cependant, le sol courbe aussi de telle sorte que l'objet est toujours à la même distance du sol. Ainsi, l'objet, même s'il est en chute libre, ne frappera jamais le sol et se déplacera continuellement sur son orbite circulaire.

On demande parfois pourquoi la Lune ne tombe pas sur la Terre si elle est attirée par la force de gravitation. Tout comme la balle du dernier exemple, la Lune est bel et bien en chute libre, mais elle ne frappe jamais la Terre puisque la force de gravitation ne fait que courber la trajectoire de la Lune de sorte qu'elle ne s'approche pas de la Terre.

Le vidéo suivant (en anglais) reprend cette explication.
http://www.youtube.com/watch?v=MpiknSRTmT4

Erreur fréquente : Penser qu'en orbite, il y a équilibre entre la gravitation et la force centrifuge.

Il arrive très souvent qu'on affirme qu'il y a équilibre entre la force centrifuge et la force gravitationnelle sur les objets en orbite circulaire. On vous montre alors une image telle que l'image ci-contre.



On sait que cela ne peut pas être correct puisque la force centrifuge n'existe pas. De plus, si ces deux forces s'annulaient vraiment, la somme des forces serait nulle et l'objet aurait une trajectoire en ligne droite. On ne peut avoir une trajectoire circulaire si la somme des forces est nulle puisque cela serait en contradiction évidente avec la première loi de Newton.

xp.hauduroy.free.fr/Mise_en_orbite.html

Les satellites géostationnaires

Il est possible de placer un satellite juste à la bonne distance de la Terre pour que sa période soit de 24 heures (en fait 23 h 56 min 4 s). Le satellite va donc tourner autour de la Terre exactement au même rythme que la Terre tourne sur elle-même et il restera ainsi toujours au-dessus du même endroit sur Terre. Autrement dit, le satellite verra toujours le même côté de la Terre. Ces satellites sont importants, car on peut facilement trouver leurs positions parce qu'ils sont toujours dans la même direction dans le ciel. Une fois qu'on a ajusté notre antenne pour qu'elle pointe vers ce satellite, elle est toujours dans la bonne direction. Si le satellite tournait plus ou moins vite, il faudrait constamment changer la direction de l'antenne pour recevoir le signal. Ce petit video vous expliquera une version animée de cette explication.
https://www.youtube.com/watch?v=sj7zsGkpZxg

Exemple 6.6.5

À quelle distance de la surface de la Terre doit-on placer les satellites géostationnaires et quelle est leur vitesse sachant que la masse de la Terre est de 5,974 x 10^{24} kg ?

Avec la formule de la période, on trouve

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

$$24 \cdot 60 \cdot 60s = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{6,674\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,974\times10^{24}\,kg}}$$

$$r = 4,2245\times10^7\,m = 42\,245km$$

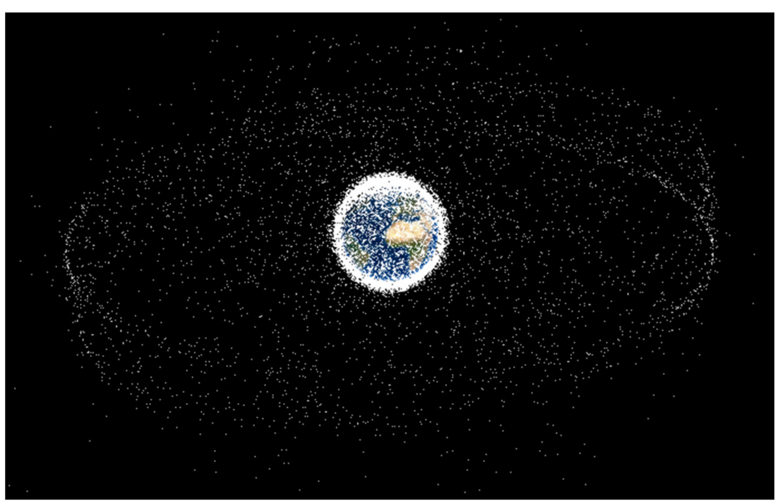
Tous les satellites géostationnaires sont donc à cette distance du centre de la Terre. Comme la Terre a un rayon de 6378 km, ils sont donc à 35 866 km de la surface de la Terre.

La vitesse du satellite est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM_c}{r}} \\ &= \sqrt{\frac{6,674\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,974\times10^{24}\,kg}{4,2245\times10^7\,m}} \\ &= 3072\,\tfrac{m}{s} = 11\,060\,\tfrac{km}{h} \end{aligned}$$

Tous les satellites géostationnaires ont cette vitesse.

Il y a donc 2 endroits très occupés autour de la Terre pour placer des satellites. On les place souvent tout près de la Terre (ce qui est moins cher) ou on les place en orbite géostationnaire. La figure suivante montrant les satellites autour de la Terre illustre bien cela. La plupart sont très près ou sur une orbite correspondante à la distance pour que les satellites aient une période de 24 heures.

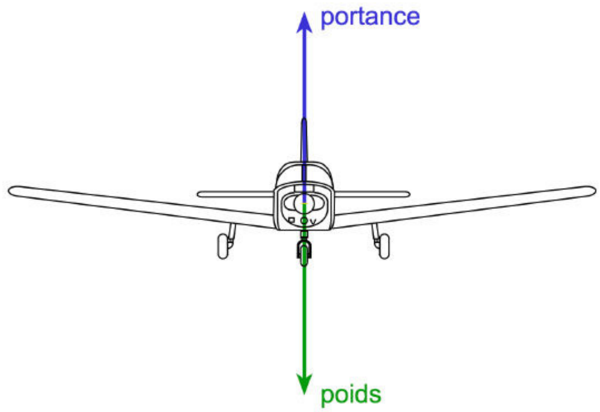


maps.esri.com/rc/sat2/index.html

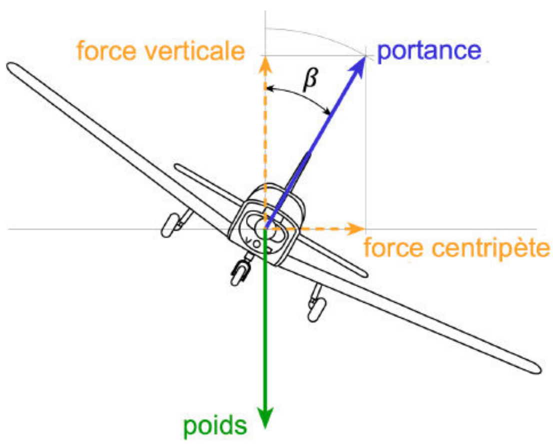
6.7 MOUVEMENT CIRCULAIRE HORIZONTAL EN AVION

Quelle force fait la force centripète ?

Pour qu'un avion puisse tourner, il doit y avoir une force vers le centre du mouvement circulaire, donc vers la gauche ou vers la droite. Le problème, c'est qu'il n'y a pas de force dans cette direction sur un avion. La portance est vers le haut, le poids est vers le bas, la trainée est vers l'arrière de l'avion et la poussée est vers l'avant. Il n'y a pas de force vers la droite ou vers la gauche ! Pour une voiture, on pouvait avoir la friction. Pour un avion, il ne peut pas y avoir de friction puisque l'avion ne touche pas au sol.



www.aerodrome-ecuvillens.ch/pilote%20guide/vol_virage.pdf

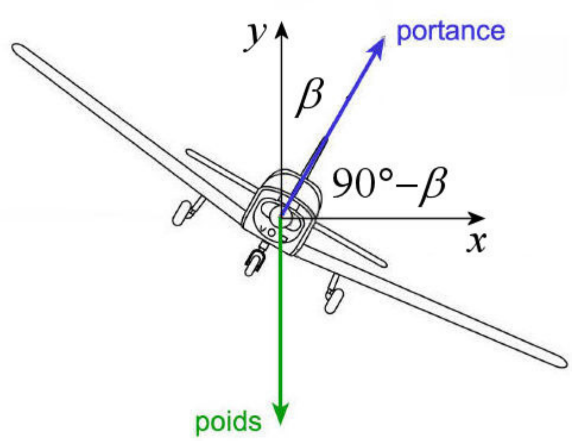


Il n'y a qu'une seule force qui peut être utilisée comme force centripète, c'est la portance. Si on incline l'avion, la portance va aussi s'incliner.

La portance a maintenant une composante horizontale. C'est cette composante qui va jouer le rôle de force centripète.

Équations du virage en avion

Lors du virage, on a les forces montrées sur la figure de droite. On va utiliser les axes montrés sur la figure. Les axes ne sont pas inclinés comme l'avion puisqu'un axe (l'axe des x ici) doit pointer vers le centre du cercle décrit par l'avion.



Avec ces axes, toutes les forces sont en direction des axes, sauf la portance. Comme l'angle entre la portance et l'axe des x est $90° - \beta$, les composantes de la portance sont

$$F_{Lx} = F_L \cos(90° - \beta)$$
$$F_{Ly} = F_L \sin(90° - \beta)$$

Puisque cos (90° - x) = sin x et sin (90° - x) = cos x, on a

$$F_{Lx} = F_L \sin\beta$$
$$F_{Ly} = F_L \cos\beta$$

On aura alors les équations suivantes.

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad F_L \sin\beta = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad -mg + F_L \cos\beta = ma_y$$

Il n'y a pas d'accélération en y, mais il y a l'accélération centripète en x. Nos équations sont donc

Équations des forces pour un avion dans un virage

$$F_L \sin\beta = m\frac{v^2}{r}$$
$$-mg + F_L \cos\beta = 0$$

(Il pourrait aussi y avoir une 3e équation, $F_t - F_d = ma_T$, pour les forces qui entrent et sortent de la page.)

Angle d'inclinaison de l'avion

Si on isole la portance dans la 2e équation

$$F_L = \frac{mg}{\cos\beta}$$

et qu'on remplace dans la première équation, on arrive à

$$F_L \sin\beta = m\frac{v^2}{r}$$
$$\frac{mg}{\cos\beta}\sin\beta = m\frac{v^2}{r}$$
$$rg\frac{\sin\beta}{\cos\beta} = v^2$$

Comme sin x / cos x = tan x, on arrive à

$$rg\tan\beta = v^2$$

Comme la vitesse est $v = 2\pi r/T$, on a

$$rg \tan \beta = v^2$$
$$rg \tan \beta = v \cdot v$$
$$rg \tan \beta = v \cdot \tfrac{2\pi r}{T}$$
$$Tg \tan \beta = 2\pi v$$

et

$$Tg \tan \beta = 2\pi v$$
$$Tg \tan \beta = 2\pi \tfrac{2\pi r}{T}$$
$$T^2 g \tan \beta = 4\pi^2 r$$

On obtient donc les équations suivantes.

Angle d'inclinaison d'un avion dans un virage

$$rg \tan \beta = v^2$$
$$Tg \tan \beta = 2\pi v$$
$$T^2 g \tan \beta = 4\pi^2 r$$

Facteur de charge dans un virage

Ce sont principalement les mouvements circulaires qui font augmenter ou diminuer le facteur de charge. Le facteur de charge diminue un peu lors des montées et des descentes ($n = \cos \theta$ dans les deux cas), mais la diminution n'est pas très importante à moins d'avoir une montée ou une descente très rapide. C'est principalement lors de mouvements circulaires que le facteur de charge change de façon importante.

Le facteur de charge est

$$n = \frac{F_L}{mg}$$

Comme on a la portance suivante dans un virage

$$F_L = \frac{mg}{\cos \beta}$$

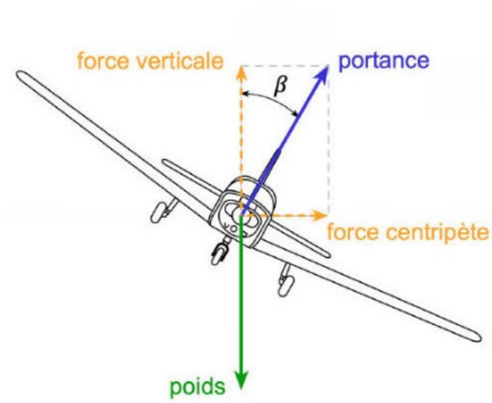
on arrive à la formule suivante.

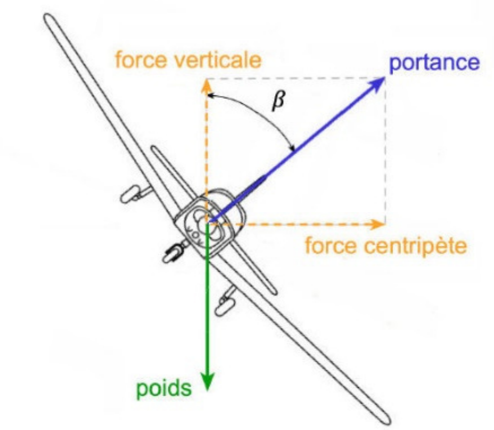
Le facteur de charge en virage horizontal

$$n = \frac{1}{\cos \beta}$$

Le facteur de charge augmente rapidement quand l'angle dépasse 60°. À 60°, on a $n = 2$ et, à 75°, on a $n = 3,86$. Cette valeur de 3,86 est supérieure au facteur de charge maximum des avions commerciaux de moins de 4000 livres qui est de 3,8. Pas question, donc, de faire un virage avec un angle d'inclinaison plus grand que 75° avec un tel avion. Les gros transporteurs avec les volets déployés sont limités à un facteur de charge de 2. L'angle d'inclinaison maximal de ces avions dans un virage est donc de 60°.

Tout cela signifie que, dans un virage, la portance doit augmenter si l'angle augmente. Voyons pourquoi elle doit augmenter.





La composante verticale doit toujours être égale au poids de l'avion si on veut que la somme des forces en y soit nulle. Plus l'angle augmente, plus la portance doit être importante pour que la composante en y reste toujours égale au poids de l'avion.

Exemple 6.7.1

Un Cessna se déplaçant à 70 nœuds doit faire un virage au taux standard, c'est-à-dire un tour complet en 2 minutes.

a) Quel est le rayon du virage ?

La trajectoire de l'avion est un cercle. La circonférence de ce cercle est

$$circ = 2\pi r$$

Comme l'avion se déplace à 36 m/s pendant deux minutes, la circonférence est aussi

$$\begin{aligned} circ &= vt \\ &= 36\tfrac{m}{s} \cdot 120s \\ &= 4320m \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} 4320m &= 2\pi r \\ r &= 687,5m \end{aligned}$$

b) De combien doit-on incliner l'avion pour faire ce virage ?

L'angle d'inclinaison est donné par

$$rg\tan\beta = v^2$$

On a donc

$$687,5m\cdot 9,8\tfrac{m}{s^2}\cdot\tan\beta = \left(36\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$\tan\beta = 0,192$$
$$\beta = 10,9°$$

Exemple 6.7.2

Un Cessna 170 a une aire alaire de 16,2 m² et une masse de 900 kg. Le coefficient de portance maximum de l'avion est de 1,9. Il vole à une altitude de 5000 pieds (masse volumique de l'air = 1,056 kg/m³).

a) Quelle est la vitesse de décrochage en vol horizontal ?

La vitesse est

$$\begin{aligned} v_{\min} &= \sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max}\rho A}} \\ &= \sqrt{\frac{2\cdot 900kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}{1,9\cdot 1,056\tfrac{kg}{m^3}\cdot 16,2m^2}} \\ &= 23,3\tfrac{m}{s} \\ &= 45,2kts \end{aligned}$$

b) Quel est le facteur de charge si l'avion est incliné de 30° dans un virage ?

Le facteur de charge est

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{\cos\beta} \\ &= \frac{1}{\cos 30°} \\ &= 1,1547 \end{aligned}$$

Un facteur de charge aussi bas ne devrait pas causer de dommage puisqu'un Cessna pourrait devoir se rendre au moins jusqu'à un facteur de charge de 3,8 selon les normes.

c) Quelle est la vitesse de décrochage si l'avion est incliné de 30° dans un virage ?

La vitesse est

$$\begin{aligned} v_{\min n} &= v_{\min}\sqrt{n} \\ &= 45,2kts \cdot \sqrt{1,1547} \\ &= 48,6kts \end{aligned}$$

La vitesse de décrochage a augmenté un peu, mais pas tant que ça.

Exemple 6.7.3

Un Cessna se déplaçant à 80 nœuds doit changer de cap pour passer d'une direction vers le nord à une direction vers le sud. Pour faire ce virage, l'avion s'incline de 15°. Combien de temps va durer le virage ?

On peut trouver le temps qu'il faut pour faire un tour avec

$$Tg\tan\beta = 2\pi v$$

Comme l'avion se déplace à 41,2 m/s avec un angle d'inclinaison de 15°, on a

$$\begin{aligned} 2\pi \cdot 41,2\tfrac{m}{s} &= T \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot \tan 15° \\ 258,7\tfrac{m}{s} &= T \cdot 2,626 \\ 98.52s &= T \end{aligned}$$

Ici, on ne fait pas un tour au complet, on fait seulement la moitié d'un tour. Le temps est donc

$$\begin{aligned} t &= \frac{T}{2} \\ &= \frac{98,52s}{2} \\ &= 49,26s \end{aligned}$$

Approximation de l'angle pour un virage au taux standard

On peut faire une approximation pour trouver l'angle pour le virage au taux standard (un tour en 2 minutes) à partir de la vitesse en nœuds. Avec une période de 2 minutes, on a

$$\begin{aligned} Tg\tan\beta &= 2\pi v \\ 120s \cdot g\tan\beta &= 2\pi v \end{aligned}$$

Dans cette formule, la vitesse est en m/s. Si elle était en nœuds, il faudrait diviser par 1,943 pour la transformer en m/s. Cela veut donc dire que

$$120s \cdot g\tan\beta = 2\pi v$$

$$120s \cdot g \tan\beta = 2\pi v_{kts} \frac{1}{1,943}$$
$$\tan\beta = \frac{2\pi}{g \cdot 1,943 \cdot 120} v_{kts}$$
$$\tan\beta = \frac{1}{360} v_{kts}$$

Déjà, on a une approximation intéressante. La tangente de l'angle est la vitesse en nœuds divisée par 360. On peut faire mieux avec une approximation pour la tangente (valide pour des petits angles, disons inférieurs à 30°).

$$\tan x = x \cdot \tfrac{\pi}{180}$$

On a donc

$$\tan\beta = \frac{1}{360} v_{kts}$$
$$\beta \frac{\pi}{180} = \frac{1}{360} v_{kts}$$
$$\beta = 0,15 \cdot v_{kts}$$

Voilà notre approximation. L'angle en degrés est approximativement égal à 15 % de la vitesse en nœuds. Pour notre premier exemple, la vitesse était de 70 nœuds. 15 % de 70 = 10,5°. Pas mal. On ne peut pas l'appliquer aux 2 autres exemples puisque rien n'indique que ce virage est un virage au taux standard.

Angle d'inclinaison maximum dans un virage

En combinant les deux équations suivantes,

$$F_L = \frac{mg}{\cos\beta} \qquad\qquad F_L = \frac{1}{2} C_L \rho A v^2$$

on arrive à

$$\frac{1}{2} C_L \rho A v^2 = \frac{mg}{\cos\beta}$$

Puisqu'il y a une valeur maximale de C_L, il y a un angle d'inclinaison maximum pour un avion allant à une certaine vitesse. À l'angle maximal, on a

$$\frac{1}{2} C_{L\max} \rho A v^2 = \frac{mg}{\cos\beta_{\max}}$$

Ce qui nous donne

$$\cos\beta_{\max} = \frac{2mg}{C_{L\max}\rho A v^2}$$

Comme la vitesse de décrochage est

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2mg}{C_{L\max}\rho A}}$$

On peut écrire

$$\cos\beta_{\max} = \frac{2mg}{C_{L\max}\rho A}\frac{1}{v^2}$$
$$= v_{\min}^2 \frac{1}{v^2}$$

On a donc les formules suivantes.

Angle d'inclinaison maximal dans un virage pour ne pas décrocher

$$\cos\beta_{\max} = \frac{2mg}{C_{L\max}\rho A v^2}$$
$$\cos\beta_{\max} = \frac{v_{\min}^2}{v^2}$$

Si on dépasse cet angle, la composante verticale de la portance ne sera plus assez grande pour annuler le poids. Il y aura alors une force nette vers le bas et l'avion va accélérer vers le sol. C'est un décrochage. Cet angle est l'angle limite pour ne pas décrocher.

Rappelez-vous aussi qu'il y a une autre limite : le facteur de charge ne doit pas dépasser la valeur maximum. Il ne faut jamais dépasser la limite qui est la plus petite.

Exemple 6.7.4

Un Cessna 170 vole à une vitesse de 50 nœuds. La vitesse de décrochage du Cessna est de 45 nœuds quand il vole horizontalement à vitesse constante.

a) Quel est l'angle d'inclinaison maximum dans un virage pour ne pas décrocher ?

L'angle maximum est

$$\cos\beta_{\max} = \frac{v_{\min}^2}{v^2}$$
$$\cos\beta_{\max} = \frac{(45kts)^2}{(50kts)^2}$$
$$\cos\beta_{\max} = 0,81$$
$$\beta_{\max} = 35,9°$$

b) Quel est l'angle d'inclinaison maximum dans un virage pour ne pas dépasser le facteur de charge maximum (qui est de 3,8 pour un Cessna) ?

On trouve l'angle maximum avec la formule du facteur de charge

$$n_{\max} = \frac{1}{\cos\beta_{\max}}$$
$$3,8 = \frac{1}{\cos\beta_{\max}}$$
$$\cos\beta_{\max} = \frac{1}{3,8}$$
$$\beta_{\max} = 74,7°$$

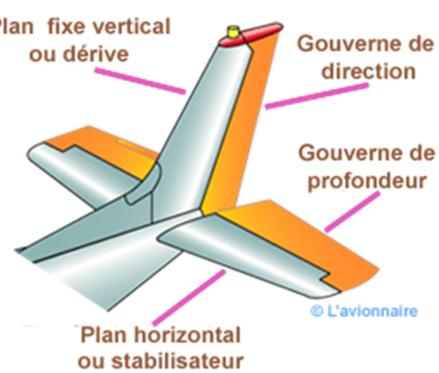
c) Quel est l'angle d'inclinaison maximum pour cet avion ?

La limite correspond à la limite la plus basse entre la limite pour ne pas décrocher (35,9°) et la limite pour ne pas dépasser le facteur de charge maximum (74,7°). La limite la plus basse est de 35,9°.

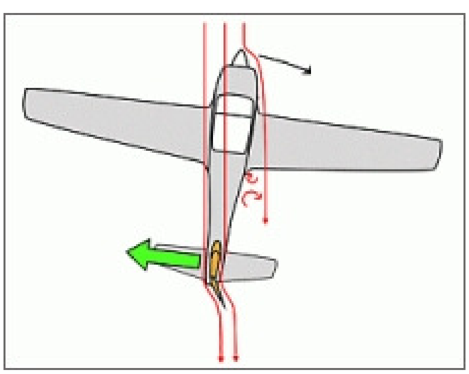
Si le pilote de cet exemple prend le virage à l'angle maximum de 35,9°, la vitesse de décrochage dans le virage sera de 50 nœuds. L'avion est donc juste sur le point de décrocher. Si le pilote prend le virage à 40°, la vitesse de décrochage devient 51,4 nœuds. L'avion, qui se déplace à 50 nœuds, a maintenant une vitesse inférieure à la vitesse de décrochage et l'avion décroche. C'est ce qui se produit si on dépasse l'angle maximum. Si le pilote prend le virage à 30°, l'avion ne décroche pas puisque la vitesse de l'avion (50 nœuds) est supérieure à la vitesse de décrochage de 48,4 nœuds.

Comment faire tourner l'avion ?

Les premiers aviateurs pensaient faire tourner leurs avions avec la gouverne de direction. Après tout, c'est bien ainsi qu'on fait tourner un bateau.



www.lavionnaire.fr/CelluleEmpPrim.php

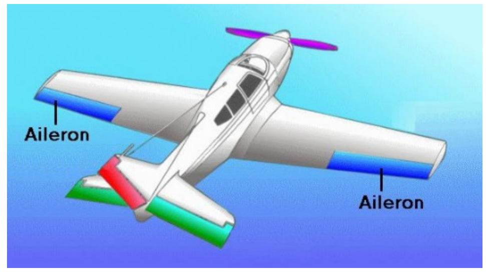


marcel.dejeu.free.fr/fondofnavion/tpe/F&S_I_04.htm

Toutefois, la gouverne fait faire un mouvement de rotation (qu'on appelle le *lacet*) à l'avion et cela ne génère pas beaucoup de force centripète. Dans cette position, la poussée du moteur a maintenant une petite composante vers le centre du cercle, mais pas assez pour permettre de tourner rapidement sans placer l'avion dans une position dangereuse.

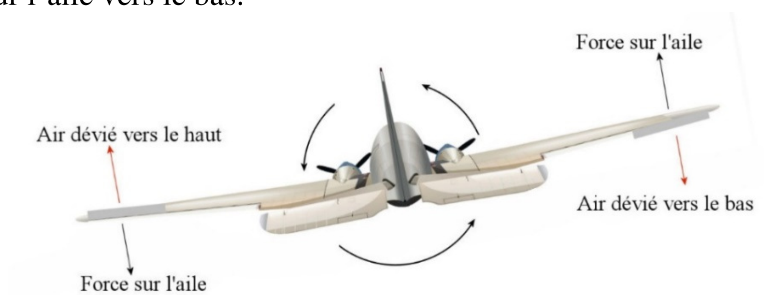
Ce sont les frères Wright qui ont trouvé qu'on pouvait faire mieux en inclinant l'avion. Dès qu'on incline l'avion, la portance a une composante horizontale et cette composante génère maintenant la force centripète qui permet à l'avion de tourner.

C'est pourquoi les commandes pour tourner contrôlent les ailerons sur les ailes.



www.worldwide-military.com/Military%20Aircraft/Aircraft_techno/Flight-controls_EN.htm

Si on veut tourner vers la gauche, alors le mouvement du manche vers la gauche fera descendre l'aileron de droite et monter l'aileron de gauche. L'aileron de droite va maintenant pousser de l'air vers le bas, ce qui signifie que l'air pousse sur l'aile vers le haut. L'aileron de gauche va maintenant pousser de l'air vers le haut, ce qui signifie que l'air pousse sur l'aile vers le bas.



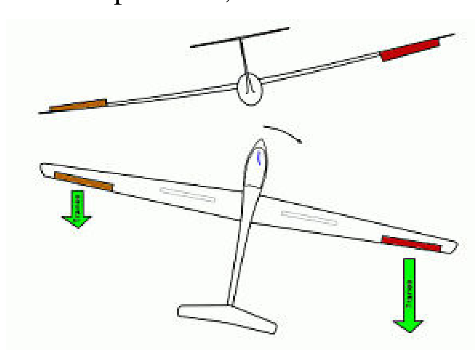
fr.vecteezy.com/art-vectoriel/559657-avion-de-la-vue-arriere

Cela va faire monter l'aile droite et descendre l'aile gauche. L'avion s'incline et la portance a maintenant une composante vers la gauche et l'avion tourne vers la gauche.

Corrections à apporter lors du virage

Correction du lacet

Comme le coefficient de trainée dépend du coefficient de portance, le mouvement des ailerons entraine un mouvement de lacet de l'avion. Sur l'image, l'avion tourne vers la gauche. Pour y arriver, on augmente la portance à droite et on diminue la portance à gauche. En augmentant la portance à droite, on augmente la trainée sur l'aile droite. En diminuant la portance à gauche on diminue la trainée à gauche. La différence de trainée cherche donc à faire tourner le corps de l'avion dans le sens inverse du virage. C'est ce qu'on appelle le *lacet inverse*.



cassoulet-soaring.blogspot.com/2014/12/reflexion-sur-le-lacet-inverse-et-la.html

On doit corriger ce mouvement de lacet inverse en tournant la gouverne de direction du virage pour garder le nez de l'avion dans la direction du mouvement.

Augmentation de la portance

On a vu que le facteur de charge est donné par

$$n = \frac{1}{\cos \beta}$$

On voit que plus l'angle augmente, plus la portance doit être grande. Quand l'avion vole horizontalement, la portance est égale au poids. Quand l'angle est de 20°, la portance doit être égale à 1,06 mg. Quand l'angle est de 40°, la portance doit être égale à 1,31 mg. Quand l'angle est de 60°, la portance doit être égale à 2 mg. On doit donc augmenter la portance lors d'un virage.

Augmentation de l'angle d'attaque et de la poussée

Pour augmenter la portance, on doit donc augmenter l'angle d'attaque quand on amorce un virage. En augmentant la portance, on augmente aussi la trainée. Il faut donc aussi augmenter la poussée des moteurs quand on amorce un virage pour maintenir la vitesse.

Résultat global

Globalement, on doit donc, dans un virage, monter l'aileron d'une aile et baisser l'aileron de l'autre aile pour incliner l'avion, tourner la gouverne de direction dans la direction du virage pour compenser le lacet inverse, augmenter l'angle d'attaque pour augmenter la portance (si on veut garder la même altitude) et augmenter la poussée des moteurs pour compenser pour la trainée plus importante que la portance plus élevée entraine (si on veut garder la même vitesse).

Avion qui cherche à tourner de lui-même

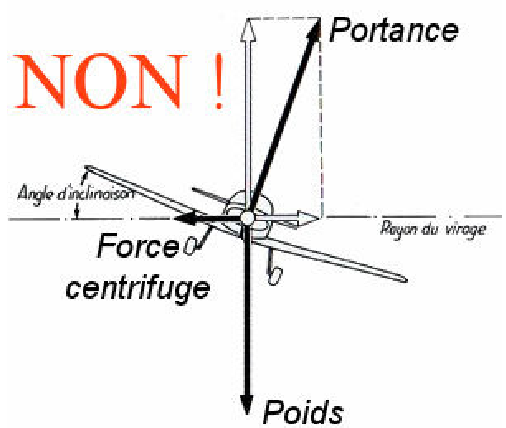
Dès que la portance est plus grande sur une aile que sur l'autre, l'aile sur laquelle il y a plus de portance se soulève par rapport à l'autre aile. Cela incline l'avion de côté et l'avion tourne. Si vous sentez que l'avion cherche à tourner tout seul et que vous devez compenser en tournant de l'autre côté, il y a peut-être un problème qui a fait diminuer la portance sur une des ailes. Si la différence devient trop importante, il se pourrait que vous ne puissiez plus compenser.

Le 18 juin 1998, le vol Propair 420 s'écrase à l'atterrissage à l'aéroport de Mirabel. Lors du décollage, les freins du train d'atterrissage gauche du DH-8 étaient restés coincés. Il y a eu une énorme surchauffe et le train d'atterrissage a pris feu une fois entré dans l'aile. L'intense chaleur a fait plier l'aile, ce qui a fait diminue la portance de l'aile. Les pilotes avaient donc une alarme de surchauffe de l'aile, puis d'incendie dans le moteur gauche et un avion qui cherchait de plus en plus à tourner vers la gauche, signe qu'il y avait une perte de portance pour l'aile gauche. Finalement, l'aile s'est rompue quelques secondes avant l'atterrissage (Mayday, épisode 9 saison 21).

Le 1er février 2016, un des moteurs de droite d'un Boeing 777 s'est détaché sur le vol 1862 d'El Al peu après le départ d'Amsterdam. En se détachant, le moteur de l'avion-cargo a frappé et arraché l'autre moteur tout en créant de sérieux dommages au bord d'attaque de l'aile. Ces dommages ont fait fortement diminuer la portance de l'aile droite ce qui fit en sorte que l'avion cherchait à tourner vers la droite. Les pilotes pouvaient encore compenser et garder le contrôle de l'avion pour retourner se poser d'urgence à Amsterdam. Mais le moteur avait aussi endommagé le système hydraulique de l'aile droite. Ainsi, quand les pilotes ont commandé la sortie des volets pour se poser, les volets se sont déployés sur l'aile gauche, mais pas sur l'aile droite, ce qui a augmenté la différence de portance entre les deux ailes. La différence de portance était maintenant trop grande et les pilotes ne pouvaient plus compenser. L'avion s'est donc incliné de plus en plus en tournant vers la droite jusqu'à ce que l'avion s'écrase sur un édifice résidentiel (Mayday, épisode 3 saison 15).

Il n'y a pas de force centrifuge

Dans un virage, il n'y a pas de force centrifuge sur l'avion. Pourtant, on voit très souvent ce genre d'explication. Voici un genre de figure que l'on retrouve souvent dans internet (c'est moi qui ai ajouté le NON !).

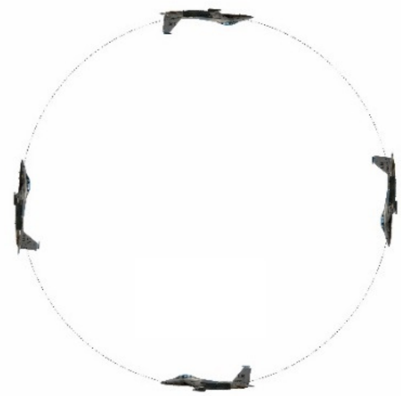


dmorieux.pagesperso-orange.fr/levolenvirage.htm

Selon l'auteur de ce site web, il y a 3 forces sur l'avion : le poids, la portance et la force centrifuge. La composante en y de la portance annulerait alors le poids alors que la composante en x de la portance annulerait la force centripète de sorte que toutes les forces s'annulent sur l'avion. Pour une raison inconnue, certains insistent pour la somme des forces soit nulle dans un virage pour qu'il y ait équilibre. Toutefois, si la somme des forces était nulle, alors l'avion, selon la 1re loi de Newton, devrait aller à vitesse constante **en ligne droite**. L'avion ne pourrait donc pas faire de virage…

On le répète, il n'y a que deux forces sur l'avion : la portance et le poids. La composante en y de la portance annule bel et bien le poids, mais la composante en x de la portance ne s'annule pas avec une autre force. Il reste donc de la force vers le centre du cercle pour faire la force nécessaire pour prendre le virage.

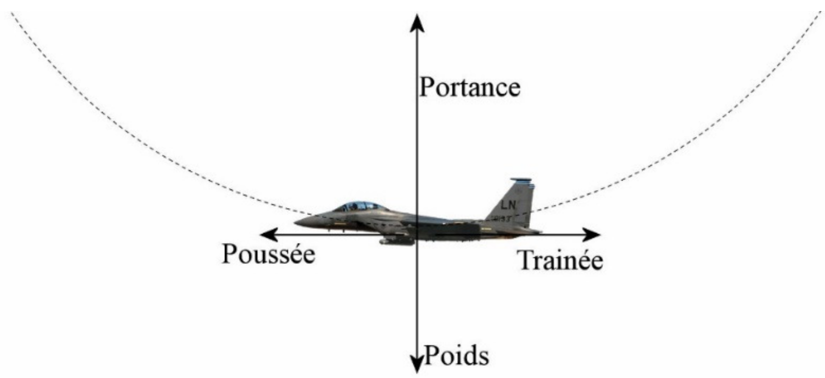
6.8 MOUVEMENT CIRCULAIRE VERTICAL EN AVION



Nous allons examiner ici un avion qui fait une boucle. Nous allons examiner les forces sur l'avion aux quatre positions montrées sur la figure.

Forces quand l'avion est au point le plus bas

Au point le plus bas, on a les forces suivantes qui s'exercent sur l'avion.



Puisque le centre du cercle est vers le haut, l'accélération centripète est vers le haut. Si la grandeur de la vitesse de l'avion varie, il peut y avoir une accélération tangentielle. On a donc les équations des forces suivantes au point le plus bas.

Équations des forces au point le plus bas d'une boucle

$$F_t - F_d = ma_t$$

$$F_L - mg = m\frac{v^2}{r}$$

C'est surtout la 2e équation qui nous intéresse.

Exemple 6.8.1

Un F/A-18E de 20 000 kg volant à 300 nœuds fait une boucle verticale ayant un rayon de courbure de 560 m.

a) Quelle doit être la portance quand l'avion est au point le plus bas ?

L'équation des forces verticales donne

$$F_L - mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$F_L - 20\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} = 20\,000kg \cdot \frac{\left(154{,}4\tfrac{m}{s}\right)^2}{560m}$$

$$F_L - 196\,000N = 851\,406N$$

$$F_L = 851\,406N + 196\,000N$$

$$F_L = 1\,047\,406N$$

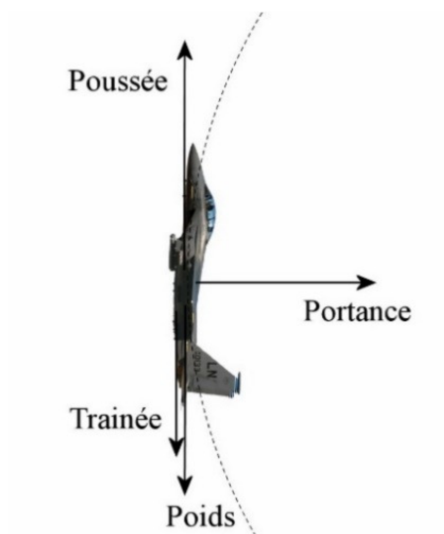
b) Quel est alors le facteur de charge au point le plus bas ?

Le facteur de charge est

$$\begin{aligned} n &= \frac{F_L}{mg} \\ &= \frac{1\,047\,406N}{20\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}} \\ &= 5{,}34 \end{aligned}$$

C'est beaucoup de force. La force faite par les ailes est 5,34 fois plus grande que le poids de l'avion. Les ailes de beaucoup de modèles d'avion ne pourraient pas exercer une telle force sans se briser, mais un F-18 peut aller jusqu'à un tel facteur de charge.

Forces quand l'avion monte verticalement



Quand l'avion est vertical, on a les forces montrées sur la figure qui s'exercent sur l'avion.

Puisque le centre du cercle est vers la droite, l'accélération centripète est vers la droite. Si la grandeur de la vitesse de l'avion varie, il peut y avoir une accélération tangentielle. On a donc les équations des forces suivantes quand l'avion est vertical.

Équation des forces quand l'avion monte verticalement dans une boucle

$$F_t - F_d - mg = ma_t$$

$$F_L = m\frac{v^2}{r}$$

On remarque qu'il faudra des moteurs très puissants pour que l'avion puisse monter à vitesse constante puisque les moteurs doivent au moins annuler le poids de l'avion. Les moteurs d'un avion commercial ne peuvent pas atteindre une telle poussée, mais les moteurs d'un avion militaire peuvent. Par exemple, la poussée maximale des moteurs d'un Airbus A340 n'est que de 22 % du poids (autrement dit, T/W = 0,22). Impossible de maintenir une vitesse constante dans cette position avec cet avion. L'avion de ligne pour lequel la poussée est la plus importante par rapport au poids est le Concorde qui a une poussée égale à 37 % du poids. La poussée maximale des avions militaires est généralement presque égale au poids (ça varie entre 85 % et 115 % du poids).

On a toujours besoin de portance pour faire la force centripète. Ici, la portance n'est pas en partie annulée par le poids comme au point le plus bas, ce qui signifie qu'on peut avoir plus de force centripète. Si la force centripète augmente, cela signifie qu'on pourrait avoir un rayon de trajectoire plus petite qu'au point le plus bas.

Exemple 6.8.2

Un F/A-18E de 20 000 kg volant à 300 nœuds fait une boucle verticale ayant un rayon de courbure de 560 m. Quelle doit être la portance quand l'avion monte verticalement ?

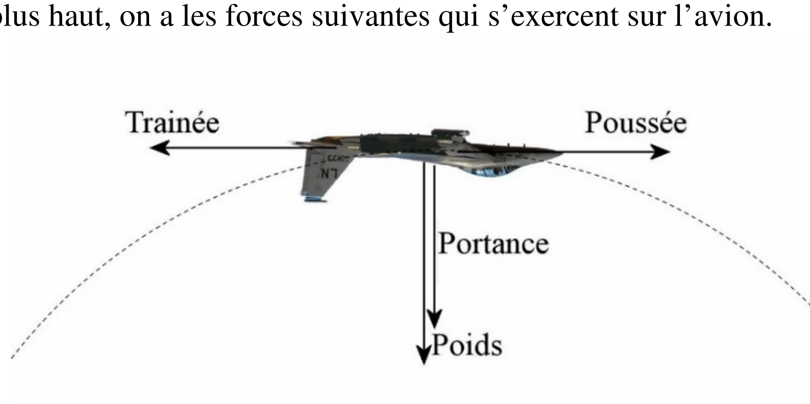
L'équation des forces horizontales donne

$$\begin{aligned} F_L &= m\frac{v^2}{r} \\ &= 20\,000kg \cdot \frac{\left(154,4\,\frac{m}{s}\right)^2}{560m} \\ &= 851\,406N \end{aligned}$$

Cela correspond à un facteur de charge de 4,34.

Forces quand l'avion est au point le plus haut

Au point le plus haut, on a les forces suivantes qui s'exercent sur l'avion.



Puisque le centre du cercle est vers le bas, l'accélération centripète est vers le bas. Si la grandeur de la vitesse de l'avion varie, il peut y avoir une accélération tangentielle. On a donc les équations des forces suivantes (on utilise un axe des *y* vers le bas).

Équations des forces au point le plus haut d'une boucle (si l'avion est inversé)

$$F_t - F_d = ma_t$$

$$F_L + mg = m\frac{v^2}{r}$$

Cette fois-ci, la portance et le poids contribuent à faire la force centripète. On aura donc beaucoup de force centripète, ce qui permettrait d'avoir un rayon de courbure très petit.

Exemple 6.8.3

Un F/A-18E de 20 000 kg volant à 300 nœuds fait une boucle verticale ayant un rayon de courbure de 560 m.

a) Quelle doit être la portance quand l'avion est au point le plus haut ?

L'équation des forces verticales donne

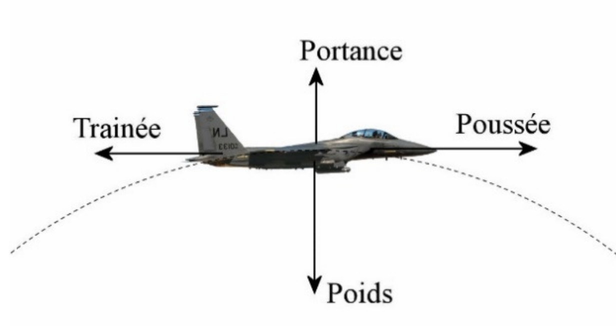
$$\begin{aligned} F_L + mg &= m\frac{v^2}{r} \\ F_L + 20\,000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} &= 20\,000kg \cdot \frac{\left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2}{560N} \\ F_L + 196\,000N &= 851\,406N \\ F_L &= 851\,406N - 196\,000N \\ F_L &= 655\,406N \end{aligned}$$

b) Quel est alors le facteur de charge au point le plus haut ?

Le facteur de charge est

$$\begin{aligned} n &= \frac{F_L}{mg} \\ &= \frac{655\,406N}{20\,000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg}} \\ &= 3,34 \end{aligned}$$

Si l’avion n’est pas inversé, la portance est vers le haut, ce qui changerait le signe de la portance.

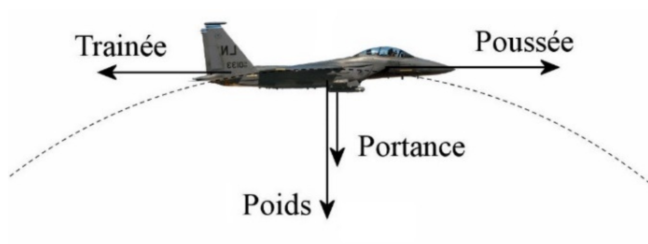


Équations des forces au point le plus haut d’une boucle (si l’avion n’est pas inversé)

$$F_t - F_d = ma_t$$

$$-F_L + mg = m\frac{v^2}{r}$$

L’avion pourrait avoir une accélération vers le bas plus grande que 9,8 m/s². Pour que cela se produise, il faut que la portance soit vers le bas. Dans ce cas, les forces sur l’avion sont les forces montrées sur la figure de droite.

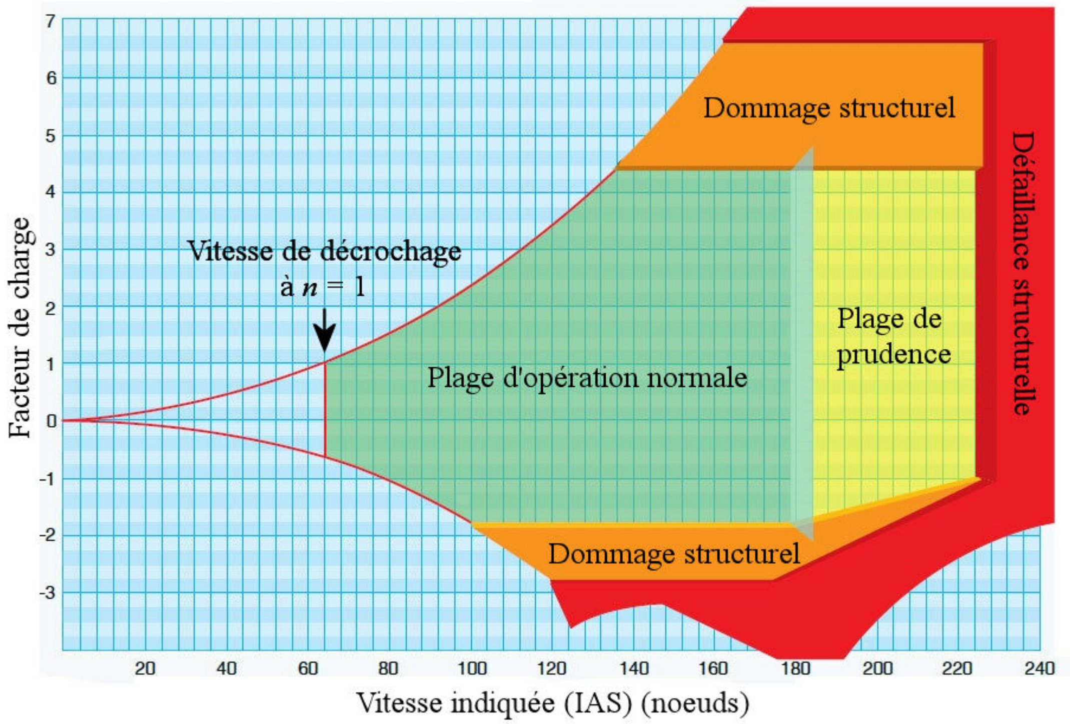


Un avion peut très bien avoir une portance vers le bas. Il suffit d’avoir un angle d’attaque qui permet de pousser l’air vers le haut (un angle d’attaque négatif avec une aile symétrique par exemple).

Même si l’aile peut exercer une force dans cette direction, cela ne signifie pas automatiquement que l’avion peut voler sur le dos. C’est bien sûr une condition essentielle, mais ce n’est pas le seul critère.

Une portance vers le bas signifie que les ailes doivent être construites pour pouvoir aussi exercer une force dans cette direction. Toutefois, les ailes sont rarement construites pour être aussi résistantes pour exercer une force vers le bas que pour exercer une force vers le haut. Autrement dit, le facteur de charge maximum est plus petit quand il y a une force vers le bas que quand il y a une force vers le haut. Pour distinguer les 2 facteurs de charge limite, on donne une valeur positive quand la portance est vers le haut et une valeur négative quand la portance est vers le bas.

Le pilote peut connaitre les limitations de son avion dans le manuel de vol. On donne souvent les indications sous forme de graphique qui ressemble à ce graphique.



www.uavnavigation.com/support/kb/general/general-system-info/flight-envelope

Il s'agit du *domaine de vol* ou de *l'enveloppe de vol* de l'avion.

Dans cet exemple, on recommande que le facteur de charge reste entre -1,75 et 4,5. En dehors de ces limites, on risque d'endommager l'avion. Si le facteur de charge est inférieur à -2,75 ou supérieur à 6,75, l'avion va presque certainement avoir une défaillance majeure (du genre une aile qui casse).
Pour les avions de moins de 5 700 kg, on a les limites suivantes.

- Utilitaire A (manœuvres acrobatiques permises) : Facteur de charge entre -3 et 6.

- Utilitaire U (manœuvres acrobatiques restreintes permises) : Facteur de charge entre -1,8 et 4,4.

- Normale N (aucune manœuvre acrobatique) : Facteur de charge entre -1,5 et 3,8.

Pour tous les avions de la catégorie *avions de transport*, les facteurs de charge limites sont -1 et 2,5.

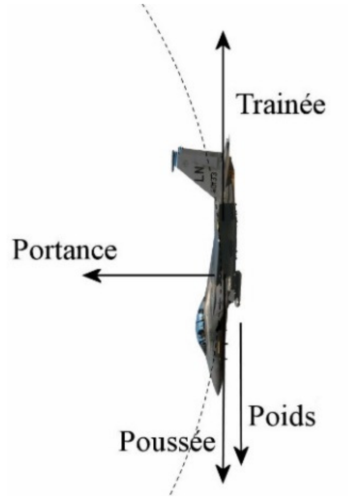
Pour toutes les catégories, les limites sont entre 0 et 2 quand les volets sont sortis.

À gauche du graphique, la plage d'opération normale est limitée par une courbe. Cette courbe correspond à la vitesse de décrochage. On a une telle courbe parce que la vitesse de décrochage augmente avec le facteur de charge.

$$v_{\min n} = v_{\min} \sqrt{n}$$

La vitesse de décrochage augmente avec la racine du facteur de charge. C'est la courbe qui forme la limite de gauche de la plage d'opération normale sur le graphique.

Forces quand l'avion descend verticalement



Quand l'avion est vertical, on a les forces montrées sur la figure qui s'exercent sur l'avion.

Puisque le centre du cercle est vers la gauche, l'accélération centripète est vers la gauche. Si la grandeur de la vitesse de l'avion varie, il peut y avoir une accélération tangentielle. On a donc les équations des forces suivantes quand l'avion est vertical.

Équations des forces quand l'avion descend verticalement dans une boucle

$$F_t - F_d + mg = ma_t$$

$$F_L = m\frac{v^2}{r}$$

Trajectoire si la portance est constante

Avec une portance constante, le rayon de courbure sera très petit au sommet de la trajectoire parce que la portance et le poids s'additionnent pour faire beaucoup de force centripète. Par contre, le rayon de courbure sera plus grand au bas de la trajectoire parce que la portance et le poids se soustraient pour donner une force centripète plus petite. Ainsi, si on reste toujours à la même portance, la trajectoire suivie ne sera pas un cercle (puisque le rayon change). En fait, la trajectoire ressemblera plutôt à celle montrée sur la figure de droite.

teletubbies.fandom.com/wiki/Loop_the_Loop

Cette trajectoire est plus courbée au point le plus haut qu'au point le plus bas. Si vous voulez vraiment tracer un cercle, il faudra diminuer la portance à mesure que vous montez dans le cercle ou modifier la vitesse de l'avion.

La partie de trajectoire circulaire juste avant l'atterrissage ou juste après le décollage

Juste avant de se poser, l'avion passe d'une trajectoire rectiligne descendante à une trajectoire rectiligne horizontale (l'avion roule sur la piste). Entre ces deux parties du mouvement, il y a une trajectoire circulaire.

Pendant ce mouvement circulaire, le facteur de charge augmente, ce qui signifie que la vitesse de décrochage augmente aussi. Voyons comment ces éléments changent.

Juste avant de se toucher sur la piste, on est au point le plus bas de la trajectoire circulaire. Si le rayon de la trajectoire est constant, c'est à cet endroit que l'augmentation du facteur de charge et de la vitesse de décrochage est la plus grande. Au point le plus bas, on sait que les équations sont

$$F_t - F_d = ma_t$$
$$F_L - mg = m\frac{v^2}{r}$$

La portance est donc

$$F_L = mg + m\frac{v^2}{r}$$

et le facteur de charge est donc

$$\begin{aligned} n &= \frac{F_L}{mg} \\ &= \frac{mg}{mg} + \frac{m}{mg}\frac{v^2}{r} \end{aligned}$$

En simplifiant, on arrive à

Facteur de charge au point le plus bas d'une trajectoire circulaire

$$n = 1 + \frac{v^2}{rg}$$

On voit que le facteur de charge est supérieur à 1. Plus le rayon de courbure de la trajectoire sera petit, plus le facteur de charge augmente.

Le facteur de charge dépend du rayon de courbure. On va maintenant trouver le lien entre le rayon de la trajectoire, la hauteur à laquelle on amorce le mouvement circulaire (h) et l'angle de descente de l'avion (θ).

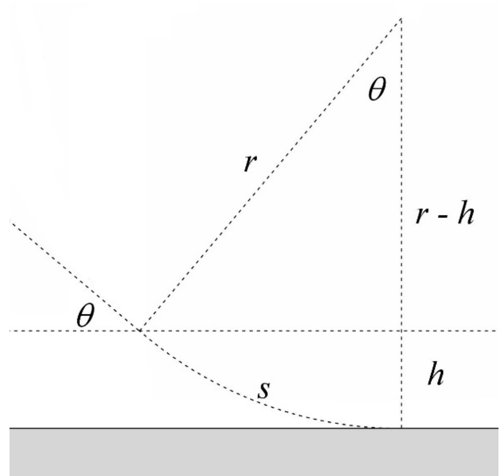
À partir du triangle qu'on peut voir sur la figure de droite, on a

$$\cos\theta = \frac{r-h}{r}$$

On peut alors isoler r

$$r\cos\theta = r - h$$
$$h = r - r\cos\theta$$
$$h = r\left(1-\cos\theta\right)$$

pour finalement obtenir



Rayon de courbure à partir de l'altitude de l'amorce du mouvement circulaire

$$r = \frac{h}{1-\cos\theta}$$

Exemple 6.8.4

Un avion fait son approche avec une vitesse de 140 nœuds. À 4 m du sol, le mouvement circulaire s'amorce pour transformer la trajectoire rectiligne de descente en trajectoire rectiligne horizontale. La vitesse de décrochage de l'avion est de 108 nœuds en vol horizontal.

a) Quel est le facteur de charge juste avant de toucher la piste si l'angle de descente est de 3° ?

Au point le plus bas, le facteur de charge est

$$n = 1 + \frac{v^2}{rg}$$

Pour le trouver, il nous faut le rayon de courbure. Ce rayon est

$$\begin{aligned} r &= \frac{h}{1-\cos\theta} \\ &= \frac{4m}{1-\cos 3°} \\ &= 2919m \end{aligned}$$

Le facteur de charge est donc

$$n = 1 + \frac{v^2}{rg}$$

$$=1+\frac{\left(72,05\,\frac{m}{s}\right)^2}{2919m\cdot 9,8\,\frac{N}{kg}}$$
$$=1,18$$

b) Quelle est la vitesse de décrochage au point le plus bas ?

La vitesse de décrochage est

$$v_{\min n}=v_{\min}\sqrt{n}$$
$$=108kts\cdot\sqrt{1,18}$$
$$=117,3kts$$

Malgré l'augmentation de la vitesse de décrochage, l'avion ne décroche pas puisqu'il a une vitesse de 140 nœuds.

c) Quels auraient été le facteur de charge et la vitesse de décrochage si l'angle de descente avait été de 6° ?

Le rayon aurait alors été de

$$r=\frac{h}{1-\cos\theta}$$
$$=\frac{4m}{1-\cos 6°}$$
$$=730m$$

Le facteur de charge aurait alors été de

$$n=1+\frac{v^2}{rg}$$
$$=1+\frac{\left(72,05\,\frac{m}{s}\right)^2}{730m\cdot 9,8\,\frac{N}{kg}}$$
$$=1,73$$

La vitesse de décrochage aurait alors été de

$$v_{\min n}=v_{\min}\sqrt{n}$$
$$=108kts\cdot\sqrt{1,73}$$
$$=142,1kts$$

L'avion aurait alors décroché puisque la vitesse de l'avion aurait été inférieure à la vitesse de décrochage. Remarquez que le décrochage n'aurait probablement pas été catastrophique puisque l'altitude est très faible et la vitesse est à peine inférieure à la vitesse de décrochage. Il y aurait seulement eu un léger manque de portance. Probablement que l'avion aurait simplement tapé un peu plus fort que prévu sur la piste.

Au lieu de donner l'altitude d'amorce du mouvement circulaire, on pourrait aussi donner la longueur de la partie circulaire de la trajectoire (qu'on appelle la longueur de l'arc de cercle). Si c'est le cas, on doit savoir que le lien entre l'angle est la longueur d'un arc de cercle (s) est

$$\theta = \frac{180°}{\pi}\frac{s}{r}$$

Le rayon de courbure est donc

Rayon de courbure à partir de la longueur de l'arc de cercle

$$r = \frac{180° s}{\theta\pi}$$

Si on donne la durée du mouvement circulaire, on a qu'à trouver la longueur du trajet avec $s = vt$.

Juste après le décollage, l'avion passe d'une trajectoire rectiligne horizontale (l'avion roule sur la piste) à une trajectoire rectiligne ascendante. Entre ces deux parties du mouvement, il y a une trajectoire circulaire. Dans ce cas, on peut calculer l'augmentation du facteur de charge et de la vitesse de décrochage avec les mêmes formules que celles utilisées pour le mouvement circulaire juste avant l'atterrissage.

Exemple 6.8.5

Un avion décolle à une vitesse de 140 nœuds. Le mouvement circulaire qui se fait pour transformer la trajectoire rectiligne horizontale en trajectoire rectiligne ascendante de 4° dure 2,4 s. Quel est le facteur de charge au point le plus bas du mouvement circulaire (donc juste quand l'avion quitte la piste) ?

Au point le plus bas, le facteur de charge est

$$n = 1 + \frac{v^2}{rg}$$

Pour le trouver, il nous faut le rayon de courbure. Ce rayon est

$$\begin{aligned} r &= \frac{180° s}{\theta\pi s} \\ &= \frac{180° vt}{\theta\pi} \end{aligned}$$

$$= \frac{180° \cdot 72,05 \frac{m}{s} \cdot 2,4s}{4° \cdot \pi}$$
$$= 2477m$$

Le facteur de charge est donc

$$n = 1 + \frac{v^2}{rg}$$
$$= 1 + \frac{\left(72,05 \frac{m}{s}\right)^2}{2477m \cdot 9,8 \frac{N}{kg}}$$
$$= 1,21$$

RÉSUME DES ÉQUATIONS

Le mouvement circulaire uniforme

Dans un mouvement circulaire uniforme, il doit y avoir une force nette dirigée vers le centre du cercle dont la grandeur est $m\frac{v^2}{r}$.

Équations du mouvement circulaire

Direction radiale (vers le centre ou dans la direction opposée au centre)

$$\sum F = ma_c$$

Direction tangentielle (dans la direction de la vitesse ou opposée à la direction de la vitesse)

$$\sum F = ma_t$$

Troisième axe

Dans ce qu'on fera ici, l'accélération est toujours nulle dans la direction de cet axe.

$$\sum F = 0$$

Accélération dans un mouvement circulaire uniforme

$a_c = \frac{v^2}{r}$ *ou* $a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ si l'axe est vers le centre

$a_c = -\frac{v^2}{r}$ *ou* $a_c = -\frac{4\pi^2 r}{T^2}$ si l'axe est dans la direction opposée au centre

$a_t = 0$

Accélération dans un mouvement circulaire non uniforme

$a_c = \frac{v^2}{r}$ si l'axe est vers le centre

$a_c = -\frac{v^2}{r}$ si l'axe est dans la direction opposée au centre

$a_t \neq 0$

Loi de la gravitation (formule générale)

1) Grandeur de la force

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

2) Direction de la force

Attraction des deux masses l'une vers l'autre.

3) Point d'application de la force

À partir du centre de gravitation
(Plus de précisions au chapitre 9)

Force gravitationnelle (formule générale)

$$F_g = mg$$

Grandeur du champ gravitationnel fait par une planète de masse M_p

$$g = \frac{GM_p}{r^2}$$

La vitesse d'un objet en orbite circulaire

$$v = \sqrt{\frac{GM_c}{r}}$$

La période d'un objet en orbite circulaire

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

Équations des forces pour un avion dans un virage

$$F_L \sin\beta = m\frac{v^2}{r}$$
$$-mg + F_L \cos\beta = 0$$

Angle d'inclinaison d'un avion dans un virage

$$rg\tan\beta = v^2$$
$$Tg\tan\beta = 2\pi v$$
$$T^2 g\tan\beta = 4\pi^2 r$$

Le facteur de charge en virage horizontal

$$n = \frac{1}{\cos\beta}$$

Angle d'inclinaison maximal dans un virage

$$\cos\beta_{\max} = \frac{2mg}{C_{L\max}\rho A v^2}$$
$$\cos\beta_{\max} = \frac{v_{\min}^2}{v^2}$$

Équations des forces au point le plus bas d'une boucle

$$F_t - F_d = ma_t$$
$$F_L - mg = m\frac{v^2}{r}$$

Équations des forces quand l'avion monte verticalement dans une boucle

$$F_t - F_d - mg = ma_t$$
$$F_L = m\frac{v^2}{r}$$

Équations des forces au point le plus haut d'une boucle (si l'avion est inversé)

$$F_t - F_d = ma_t$$
$$F_L + mg = m\frac{v^2}{r}$$

Équations des forces au point le plus haut d'une boucle (si l'avion n'est pas inversé)

$$F_t - F_d = ma_t$$
$$-F_L + mg = m\frac{v^2}{r}$$

Équations des forces quand l'avion descend verticalement dans une boucle

$$F_t - F_d + mg = ma_t$$
$$F_L = m\frac{v^2}{r}$$

Facteur de charge au point le plus bas d'une trajectoire circulaire

$$n = 1 + \frac{v^2}{rg}$$

Rayon de courbure à partir de l'altitude de l'amorce du mouvement circulaire

$$r = \frac{h}{1 - \cos\theta}$$

Rayon de courbure à partir de la longueur de l'arc de cercle

$$r = \frac{180°s}{\theta\pi}$$

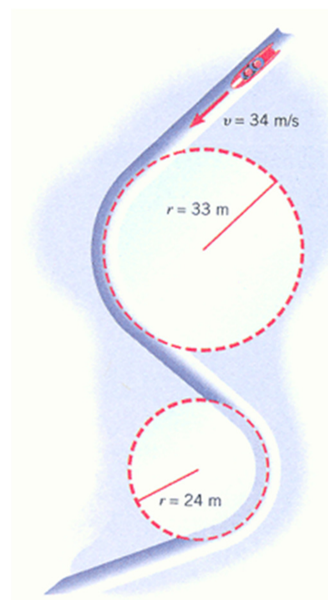
EXERCICES

6.3 Le mouvement circulaire uniforme

1. Cette luge de 200 kg descend la piste avec une vitesse constante de 34 m/s.

   a) Quelle est la grandeur de la force centripète quand elle est dans le virage ayant un rayon de courbure de 33 m ?

   b) Quelle est la grandeur de la force centripète quand elle est dans le virage ayant un rayon de courbure de 24 m ?

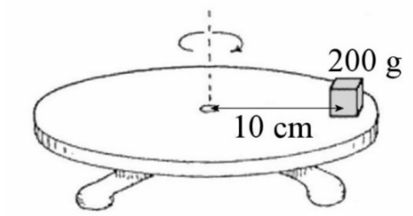


whs.wsd.wednet.edu/Faculty/Busse/MathHomePage/busseclasses/apphysics/studyguides/chapter5/apphysicsch5_2006.php

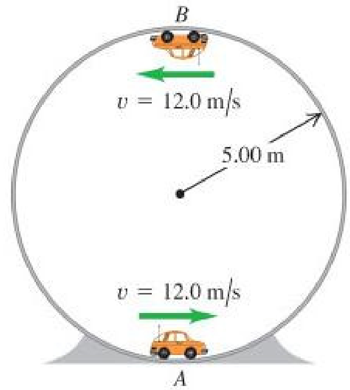
2. Une voiture allant à une vitesse constante de 120 km/h prend un virage ayant un rayon de courbure de 100 m. La route n'est pas inclinée et la route est mouillée, ce qui signifie que le coefficient de friction statique entre les pneus et la route est de 0,5. Quelle est la valeur maximale de la vitesse que cette voiture peut doit avoir pour que la voiture ne glisse pas en prenant ce virage (en km/h) ?

www.ux1.eiu.edu/~addavis/1350/06CirMtn/FlatCurve.html

3. Un petit bloc de 200 g est posé sur une table tournante, à 10 cm de l'axe de rotation. Quelle est la période de rotation minimale que peut avoir ce système sans que le bloc glisse sur la surface de la table si le coefficient de friction statique entre le bloc et la table est de 0,6 ?

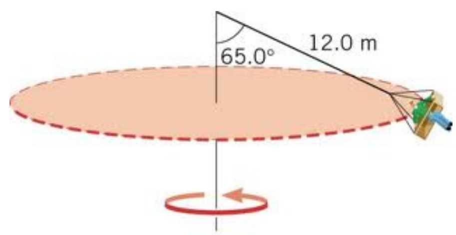


4. Dans la situation montrée sur la figure, quelles sont les normales s'exerçant sur la voiture de 1000 kg aux points A et B ?



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/physics-archive-2011-october-07

5. La personne dans ce manège a une masse de 60 kg.



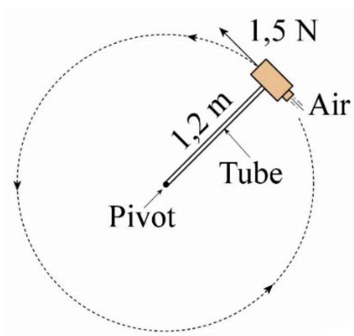
mail.rdcrd.ab.ca/~smolesky/Physics35/1) KinCirc/Day1.html

a) Quelle est la force exercée par la corde ?
b) Combien de temps faut-il pour que cette personne fasse un tour ?

6.5 Le mouvement circulaire non uniforme

6. Un petit tube amène de l'air comprimé à un bloc de 3 kg pour que l'air comprimé propulse le bloc et lui donne une accélération tangentielle. Le bloc est posé sur une table et il n'y a pas de friction entre le bloc et la table. Voici cette situation, vue de haut.

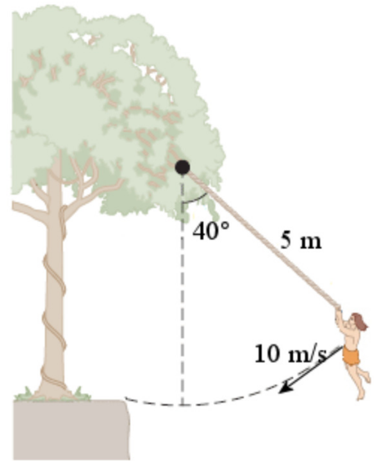
Initialement, le bloc est au repos et le jet d'air fait une force de 1,5 N. On néglige la masse du tube.



a) Quelle est l'accélération du bloc 2 secondes après son départ ?
b) Quelle est la force exercée par le tube 2 secondes après le départ ?

7. Voici Gontran, d'une masse de 65 kg, qui se prend pour Tarzan.

   a) Quelle est la grandeur de l'accélération centripète de Gontran ?
   b) Quelle est la grandeur de l'accélération tangentielle de Gontran ?
   c) Quelle est la grandeur de l'accélération de Gontran ?



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/jane-mass-460-kg-needs-swing-river-having-width-d-filled-person-eating-crocodiles-save-tar-q2225989

6.6 Gravitation et orbite circulaire

Utilisez les données suivantes pour ces exercices.

Terre	Masse = $5{,}972 \times 10^{24}$ kg
	Rayon = 6371 km
Lune	Masse = $7{,}34 \times 10^{22}$ kg
	Rayon = 1737 km
	Distance entre la Terre et la Lune = 384 400 km
Mars	Masse de la planète = $6{,}4185 \times 10^{23}$ kg
	Rayon de la planète = 3386 km

8. Quel est le champ gravitationnel à 1000 km au-dessus de la surface de la Terre ?

9. Une personne de 70 kg est à la surface de Mars.

   a) Quel est le champ gravitationnel à la surface de Mars ?
   b) Quel serait le poids de la personne à la surface de Mars ?
   c) Quel pourcentage du poids de la personne sur la Terre ce poids représente-t-il ?

10. Calculez la masse de la Terre sachant que la Lune tourne autour de celle-ci avec une période de 27,32 jours sur une orbite dont le rayon est de 384 400 km.

11. Io tourne autour de Jupiter avec une période de 1,796 jour, sur une orbite dont le rayon est de 421 700 km. Ganymède tourne aussi autour de Jupiter, mais sur une orbite dont le rayon est de 1 070 400 km.

   a) Combien faut-il de temps pour que Ganymède fasse le tour de Jupiter ?
   b) Quelle est la vitesse de Ganymède sur son orbite ?

12. La capsule Apollo faisait le tour de la Lune à une altitude de 100 km au-dessus de la surface. Combien de temps fallait-il pour que la capsule Apollo fasse le tour de la Lune ?

13. À quelle distance de la surface de la Terre doit-on placer un satellite pour qu'il fasse le tour de la Terre en 2 jours ?

6.7 Mouvement circulaire horizontal en avion

Dans tous les exercices de cette section, on va examiner les forces sur un Airbus A350-900 de 260 000 kg (200 000 kg à l'atterrissage). L'aire des ailes de cet avion est de 442 m², l'envergure est de 64,75 m, le C_{d0} est de 0,031 et le e des ailes est de 0,73.

14. Un Airbus A350-900 en attente pour se poser doit faire un virage au taux standard, c'est-à-dire un tour complet en 2 minutes. Sa vitesse est alors de 250 nœuds.
    a) Quel est le rayon du virage ?
    b) De combien doit-on incliner l'avion pour faire ce virage ?
    c) Quel est le facteur de charge pendant le virage ?

15. Un Airbus A-350 se déplaçant à 400 nœuds doit changer de cap pour passer d'une direction vers le nord à une direction vers l'est. Pour faire ce virage, l'avion a tourné pendant 90 secondes. Quel était l'angle d'inclinaison de l'avion pendant le virage ?

16. Le coefficient de portance maximum d'un Airbus A350-900 est de 1,5. Il vole à une altitude de 40 000 pieds (masse volumique de l'air = 0,302 kg/m³).
    a) Quelle est la vitesse de décrochage en vol horizontal (en nœuds) ?
    b) Quelle est la vitesse de décrochage si l'avion est incliné de 15° dans un virage (en nœuds) ?

17. Un Airbus A350-900 vole à 400 nœuds à une altitude de 40 000 pieds (masse volumique de l'air = 0,302 kg/m³). Prenez A = 442 m², e = 0,73, S = 64,75 m et C_{d0} = 0,031.
    a) Quel doit être le coefficient de portance en vol horizontal ?
    b) L'avion amorce alors un virage en s'inclinant de 20°. Quel doit être le coefficient de portance pendant le virage ?
    c) De combien doit-on augmenter la poussée des moteurs pour garder une vitesse constante ?

18. Un Airbus A-350 se déplaçant à 400 nœuds doit changer de cap pour passer d'une direction vers le nord à une direction vers l'est. En calculant l'angle d'inclinaison maximum, déterminer le temps le plus petit que l'avion peut prendre pour passer du nord à l'est si la vitesse de décrochage en vol horizontale est de 300 nœuds.

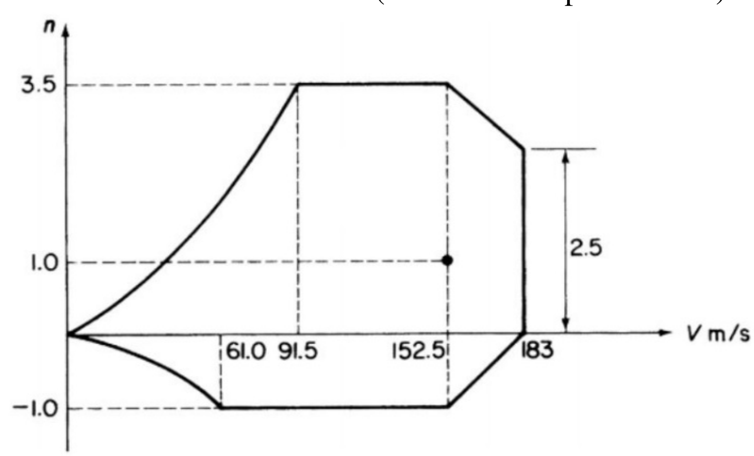
6.8 Mouvement circulaire vertical en avion

19. Cet Airbus A350-900 suit la trajectoire montrée sur la figure. L'avion se déplace à 480 nœuds à une altitude de 40 000 pieds (masse volumique de l'air = 0,302 kg/m³). Si le rayon de courbure de la trajectoire est de 10 000 m, quel doit être le coefficient de portance ?

20. Cet Airbus A350-900 suit la trajectoire montrée sur la figure à une altitude de 40 000 pieds (masse volumique de l'air = 0,302 kg/m³). Si le rayon de courbure de la trajectoire est de 5 000 m, quelle devrait-être la vitesse de l'avion (en nœuds) pour que la portance soit nulle ?

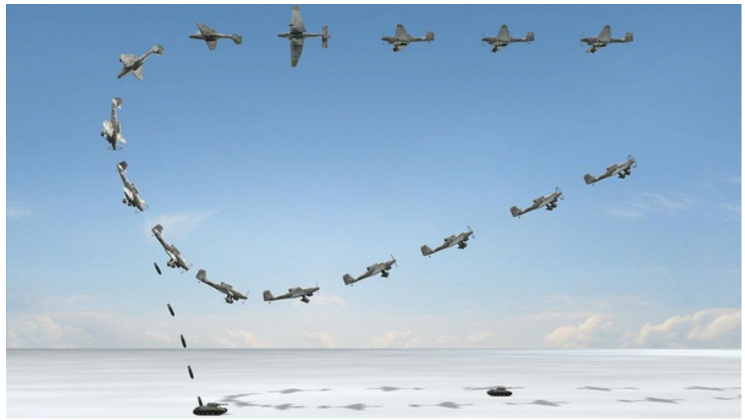
21. Sur la figure, on peut voir l'enveloppe de vol d'un avion.

a) Quel est le rayon de courbure qui correspond au facteur de charge maximum si l'avion est au point le plus bas d'un mouvement circulaire vertical et si la vitesse de l'avion est de 280 nœuds ?
b) Quel est le rayon de courbure qui correspond au facteur de charge minimum si l'avion est au point le plus haut d'un mouvement circulaire vertical et si la vitesse de l'avion est de 280 nœuds ? (L'avion n'est pas inversé.)



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/q2-analyze-stability-concrete-gravity-dam-shown-figure-usual-unusual-loading-combinations--q62716447

22. Les Stukas (bombardier allemand de la 2e guerre mondiale) bombardaient leur cible en faisant un piquet presque vertical à 320 nœuds. Le pilote relâchait la bombe pendant le piqué pour ensuite reprendre un vol horizontal en redressant l'avion.



fr.quora.com/Est-il-juste-de-dire-que-le-JU-87-Stuka-est-l%C3%A9quivalent-de-lA-10-Warthog-pour-la-deuxi%C3%A8me-guerre-mondiale

a) Quel est le rayon de courbure de la trajectoire (en pieds) si l'accélération centripète de l'avion est de 50 m/s² ?
b) À quelle altitude minimum le pilote devait-il commencer à redresser l'avion si on suppose que l'avion a une trajectoire verticale lors de la descente et que le rayon de courbure de la trajectoire était toujours égal au rayon calculé en a) ?
c) Quelle est la portance au point le plus bas de la trajectoire si la masse de l'avion est de 4000 kg ?
d) Quel est le facteur de charge au point le plus bas de la trajectoire ?

23. Au décollage, le coefficient de portance d'un Airbus A350-900 passe de 1,00 à 1,75 quand l'avion se cabre. Quel est le rayon de courbure de la trajectoire quand l'avion se cabre si l'avion garde toujours sa vitesse de décollage de 150 nœuds ? (La masse volumique de l'air est de 1,2 kg/m³.)

24. Un avion atterrit à une vitesse de 130 nœuds. Le mouvement circulaire qui se fait pour transformer la trajectoire rectiligne horizontale en trajectoire rectiligne ascendante de 3° dure 2 s.

a) Quel est le facteur de charge au point le plus bas du mouvement circulaire (donc juste quand l'avion touche la piste) ?
b) Quelle est la vitesse de décrochage au point le plus bas si la vitesse de décrochage en vol horizontal est de 100 nœuds ?

25. Un avion décolle à une vitesse de 130 nœuds. Le mouvement circulaire qui se fait pour transformer la trajectoire rectiligne horizontale en trajectoire rectiligne ascendante de 4° se termine à une altitude de 15 pieds. Quel est le facteur de charge au point le plus bas du mouvement circulaire (donc juste quand l'avion quitte la piste) ?

RÉPONSES

6.3 Le mouvement circulaire uniforme

1. a) 7006 N b) 9633 N
2. 79,7 km/h
3. 0,8194 s
4. Point le plus bas : 38 600 N point le plus haut : 19 000 N
5. a) 1391 N b) 4,52 s

6.5 Le mouvement circulaire non uniforme

6. a) 0,9718 m/s² b) 2,5 N
7. a) 20 m/s² b) 6,299 m/s² c) 20,969 m/s²

6.6 Gravitation et orbite circulaire

8. 7,336 N/kg
9. a) 3,736 N/kg b) 261,5 N c) 38,1 %
10. $6,03 \times 10^{24}$ kg
11. a) 7,263 j b) 10,72 km/s
12. 1,962 h
13. 60 673 km

6.7 Mouvement circulaire horizontal en avion

14. a) 2457 m b) 34,5° c) 1,21
15. 20,1°
16. a) 310,0 kts b) 315,4 kts
17. a) 0,901 b) 0,958 c) 14 148 N
18. 22,45 s

6.8 Mouvement circulaire vertical en avion

19. 0,236
20. 430,1 kts
21. a) 848 m b) 1059 m
22. a) 1780 pieds b) 1780 pieds c) 239 200 N d) 6,1
23. 7112 m
24. a) 1,18 b) 108,6 kts
25. 1,24