

4 LES FORCES

Le 1er novembre 2011, le vol LOT Polish Airlines 16 assurant la liaison entre Newark et Varsovie s'est posé à l'aéroport de Varsovie avec le train d'atterrissage rentré. Le Boeing 767 est arrivé sur la piste avec une vitesse de 127 kts. Sachant que le coefficient de friction cinétique était de 0,25 (c'est plutôt bas, mais c'est parce que la piste était recouverte de mousse antifeu). Quelle a été la distance d'arrêt de l'avion ?



© Rafal "Grucha" Gruszczyński

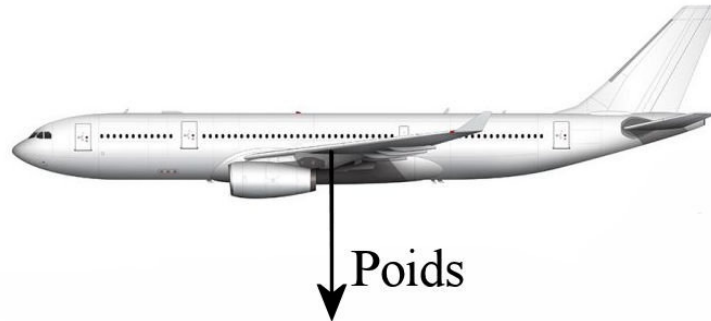
Skrzydla.org

www.gtamotorcycle.com/xf/threads/767-lands-with-no-landing-gear.149187/

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

4.1 LA FORCE DE GRAVITATION

La force de gravitation (ou le poids) est la force d'attraction que fait la Terre sur les objets.



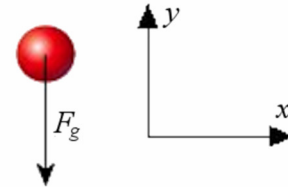
www.norebbo.com/airbus-a330-200-blank-illustration-templates/

Formule de la force

Puisque les objets qui tombent accélèrent, il doit y avoir une force qui agit sur eux. Cette force est la force de gravitation. Puisqu'on sait que tous les objets tombent avec la même accélération de $9,8 \text{ m/s}^2$, peu importe leur masse, on peut facilement trouver la formule de la force de gravitation avec la 2^e loi de Newton.

Pour un objet en chute libre, la seule force qui agit est la force gravitationnelle. La direction de la force est évidemment vers le bas. L'équation des forces nous donne donc

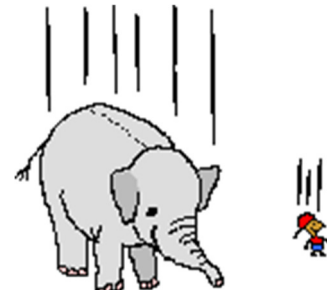
$$\begin{aligned}\sum F_y &= ma_y \\ -F_g &= m \cdot -9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ F_g &= m \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ F_g &= mg\end{aligned}$$



Ainsi, la grandeur de la force gravitationnelle doit être égale à mg pour que tous les objets tombent avec une accélération de $9,8 \text{ m/s}^2$.

Donc, plus la masse de l'objet est grande, plus la force gravitationnelle est grande. Ça semble bien logique puisque les objets plus massifs sont plus difficiles à soulever.

On comprend alors pourquoi tous les objets ont la même accélération. La force plus grande sur un objet plus massif est exactement compensée par le fait que l'objet plus massif est plus difficile à accélérer.



edublognss.wordpress.com/2013/04/16/gravitation/

Unités de g

Le g dans la formule de la force gravitationnelle n'est pas l'accélération de l'objet même si elle est en m/s^2 (le g correspond à l'accélération seulement si l'objet est en chute libre). La force gravitationnelle est toujours mg , peu importe l'accélération de l'objet.

En réalité, ce g est la grandeur du champ gravitationnel près de la Terre (on va davantage explorer ce concept au chapitre 6).

Pour bien souligner que ce n'est pas une accélération, on utilise des N/kg pour la valeur de g quand on l'utilise pour calculer la force gravitationnelle

$$g = 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

Les N/kg sont équivalents à des m/s^2 , mais ce changement d'unités souligne la différence conceptuelle entre le g qui mesure l'accélération des objets en chute libre et le g qui donne la grandeur du champ gravitationnel à la surface de la Terre.

Un g de $9,8 \text{ N/kg}$, signifie qu'il y a une force de $9,8 \text{ N}$ pour chaque kilogramme de l'objet.

On a donc la force gravitationnelle suivante.

Force de gravitation (F_g) ou Poids (P) (formule valide près de la surface de la Terre)

- 1) Grandeur de la force

$$P = mg \quad \text{où } g = 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

- 2) Direction de la force

Vers le bas (centre de la Terre).

- 3) Point d'application de la force

À partir du centre de masse de l'avion.

(À voir au chapitre sur le centre de masse.

Pour l'instant, prenez un point à peu près au centre de l'avion.)

Masse et poids

La force gravitationnelle sur les objets s'appelle aussi *le poids*, qu'il ne faut pas confondre avec la masse. La masse est en kilogrammes et représente la quantité de matière dans un objet alors que le poids est en newtons et représente la force de gravitation agissant sur l'objet.

La masse est une propriété intrinsèque d'un objet, ce qui signifie que les objets ont toujours la même masse, peu importe leur position dans l'univers. Par contre, le poids d'un objet varie selon sa position dans l'univers. Un objet de 10 kg dans l'espace très loin de toutes

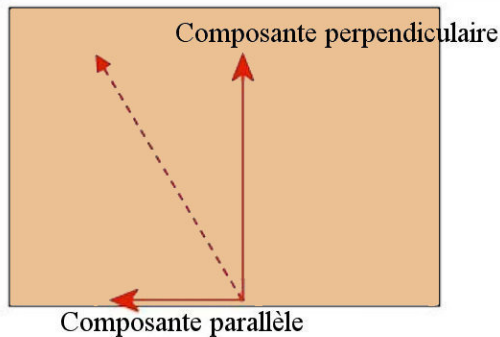
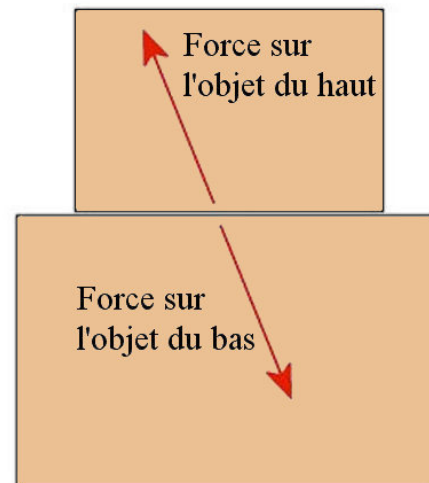
les planètes et de toutes les étoiles aurait un poids nul (il n'y aurait pas de force de gravitation puisqu'il n'y a pas de planètes ou d'étoiles proches pour faire de force gravitationnelle), mais ça reste un objet de 10 kg. Si on veut mettre cet objet de 10 kg en mouvement avec une accélération de 2 m/s^2 , il faudra quand même une force de 20 N, même si le poids de l'objet est nul.

4.2 LA NORMALE

Qu'est-ce que la normale ?

Quand deux objets entrent en contact, il y a une force entre les deux objets. De façon très générale, les forces peuvent être représentées comme sur la figure de droite.

Il y a deux forces selon la troisième loi de Newton. Si l'objet du haut fait une force sur l'objet du bas, alors l'objet du bas fait une force de même grandeur et de direction opposée sur l'objet du haut. Examinons la force sur l'objet du haut. Nous allons séparer cette force en deux composantes : la composante perpendiculaire à la surface de contact et la composante parallèle à la surface de contact.



Nous étudierons la composante parallèle à la surface plus tard (ce sera la force de friction du chapitre suivant) et nous concentrerons nos efforts sur la composante perpendiculaire pour l'instant. Comme *normale* est synonyme de perpendiculaire, cette composante de la force porte le nom de *force normale* ou tout simplement de *normale*. Elle est notée F_N (On utilise parfois N , mais ça risque d'être mêlant avec le symbole de l'unité newton).

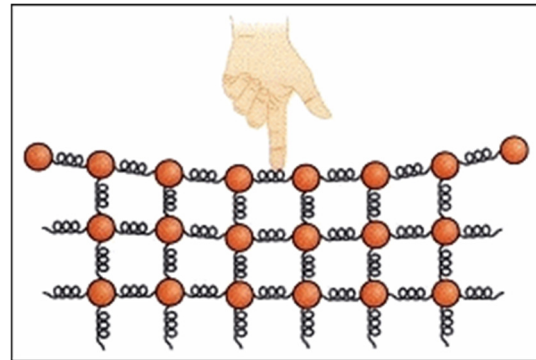
Cette composante représente une répulsion entre les objets en contact. Illustrons cela en supposant que vous êtes debout et immobile sur un matelas. On remarque alors que les ressorts du matelas sont écrasés par votre présence. Si vous faites une force sur les ressorts du matelas vers le bas pour les écraser, alors les ressorts du matelas font une force sur vous vers le haut selon la troisième loi de Newton. C'est cette force qui vient annuler la force de gravitation agissant sur vous. Elle doit annuler exactement la force de gravitation. Si la force faite par les ressorts est plus petite que la force de gravitation, alors il y a un excès de force vers le bas. Vous allez alors accélérer vers le bas et compresser davantage les ressorts, ce qui augmentera la force qu'ils font sur vous. Si la force faite par les ressorts est plus

grande que la force de gravitation, alors il y a un excès de force vers le haut. Vous allez donc accélérer vers le haut et décompresser les ressorts, ce qui diminuera la force qu'ils font sur vous. Ces deux effets nous amènent donc vers un état où la force faite par les ressorts annule exactement votre poids.

Ça peut paraître surprenant, mais c'est exactement ce qui se passe si vous poussez sur une surface avec votre doigt. Quand vous poussez sur un objet, il y a une légère déformation, même avec les objets qu'on pense très rigides. Les objets, puisqu'ils ont de l'élasticité, agissent alors comme un ressort : en écrasant l'objet, les forces entre les atomes font une force qui s'oppose à la déformation.

En fait, on peut représenter les forces entre les atomes par des ressorts, comme sur cette figure.

En poussant sur la surface, vous rapprochez les atomes les uns des autres, ce qui comprime tous les ressorts entre les atomes. Si votre doigt fait une force vers le bas sur les atomes pour comprimer ces ressorts, alors, par la troisième loi de Newton, les atomes font une force vers le haut sur votre doigt. C'est cette force qui est la force normale.



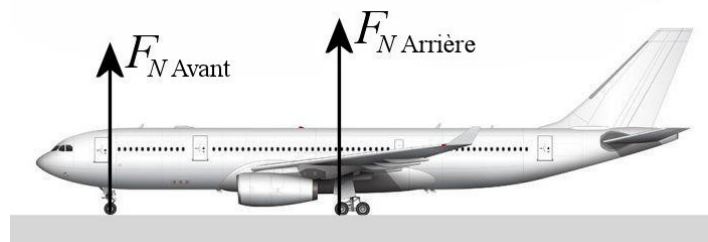
www.fsg.ulaval.ca/opus/physique534/resumes/32b.shtml

Comme le contact entre des objets ne peut qu'écraser les objets, la force normale ne peut être qu'une répulsion entre deux objets en contact. Elle ne peut jamais être une attraction.

Ainsi, si vous êtes debout et immobile sur le sol, vos pieds exercent une force sur le sol qui le comprime un peu (beaucoup moins qu'un matelas, mais ça comprime). Si vos pieds font une force sur le sol vers le bas, alors le sol exerce une force de même grandeur vers le haut sur vos pieds selon la troisième loi de Newton. Cette force, la force normale, vient annuler la force de gravitation agissant sur vous et vous restez alors immobile. Ce vidéo reprend un peu cette explication.

<http://www.youtube.com/watch?v=aJc4DEkSq4I>

Pour un avion, la force normale faite par le sol ne peut agir que si l'avion est en contact avec le sol. Elle ne peut pas agir quand l'avion est en vol.



L'avion est supporté par le train avant et le train arrière. Il y a donc 2 normales qui agissent sur l'avion : une sur le train avant (qu'on va appeler $F_{N\text{ Avant}}$) et une sur le train arrière

(qu'on va appeler $F_{N \text{ Arrière}}$). La somme de ces deux forces normales est la normale totale (qu'on va appeler tout simplement F_N).

On peut donc résumer ainsi.

Normale (N ou F_N)

- 1) Grandeur de la force

À déterminer avec les lois de Newton.

- 2) Direction de la force

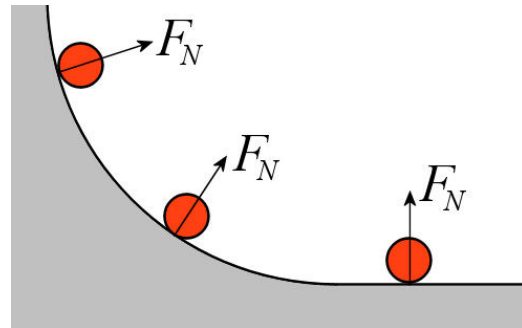
Répulsion entre les objets, perpendiculaire à la surface de contact.

- 3) Point d'application de la force

Roues de l'avion
(à moins d'un problème de train d'atterrissage)

La force est toujours perpendiculaire à la surface de contact entre les objets. Prenons les trois boules de droite pour illustrer cela.

On peut voir que la force sur la boule est toujours une force de répulsion (la pente repousse la boule) et que cette force est toujours perpendiculaire à la surface de contact (la pente dans ce cas).



Le calcul de la normale

Il n'y a pas de formule qui permet de trouver directement la grandeur de la normale. Il faut utiliser la deuxième loi de Newton pour la trouver. Voici quelques exemples.

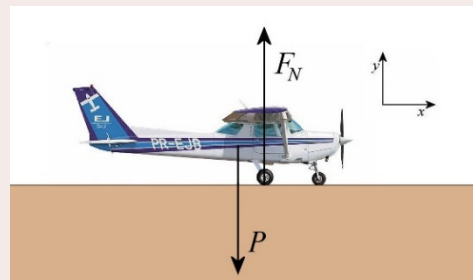
Exemple 4.2.1

Un Cessna de 950 kg est au repos sur le sol. Quelle est la grandeur de la normale exercée par le sol sur le Cessna ?

Les forces agissant sur l'objet

Il y a deux forces sur l'avion.

- 1) Le poids (P) dirigé vers le bas et qui a une grandeur de
 $950 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} = 9310 \text{ N}$.



www.bcompletejohh.com/index.php?main_page=product_info&products_id=116992

- 2) La normale (F_N). C'est une force de répulsion exercée par le sol et donc dirigée vers le haut.

Somme des forces

La somme des forces est

$$\sum F_y = -9310N + F_N$$

2^e loi de Newton

Puisque le Cessna n'accélère pas en y, on a

$$\sum F_y = ma_y \rightarrow -9310N + F_N = 0$$

Solution de l'équation

La normale est donc

$$\begin{aligned} -9310N + F_N &= 0 \\ F_N &= 9310N \end{aligned}$$

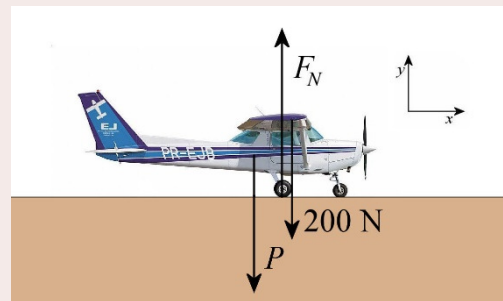
Exemple 4.2.2

Un Cessna de 950 kg avance sur une piste. Les ailes exercent une force de 200 N vers le bas. Quelle est la grandeur de la normale exercée par le sol sur le Cessna ?

Les forces agissant sur l'objet

Il y a trois forces sur l'avion.

- 1) Le poids (P) de 9310 N vers le bas.
- 2) La normale (F_N) vers le haut.
- 3) La force de 200 N vers le bas.



Somme des forces

La somme des forces est

$$\sum F_y = -9310N + F_N - 200N$$

2^e loi de Newton

Puisque le Cessna n'accélère pas en y, on a

$$\sum F_y = ma_y \rightarrow -9310N + F_N - 200N = 0$$

Solution de l'équation

La normale est donc

$$-9310N + F_N - 200N = 0$$

$$F_N = 9510N$$

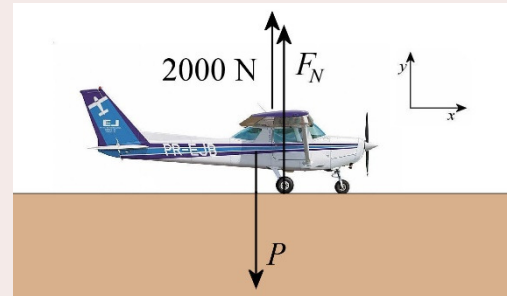
Exemple 4.2.3

Un Cessna de 950 kg avance sur une piste. Les ailes exercent une force de 2000 N vers le haut. Quelle est la grandeur de la normale exercée par le sol sur le Cessna ?

Les forces agissant sur l'objet

Il y a trois forces sur la boîte.

- 1) Le poids (P) de 9310 N vers le bas.
- 2) La normale (F_N) vers le haut.
- 3) La force de 2000 N vers le haut.



Somme des forces

La somme des forces est

$$\sum F_y = -9310N + F_N + 2000N$$

2^e loi de Newton

Puisque le Cessna n'accélère pas en y , on a

$$\sum F_y = ma_y \rightarrow -9310N + F_N + 2000N = 0$$

Solution de l'équation

La normale est donc

$$-9310N + F_N + 2000N = 0$$

$$F_N = 7310N$$

On voit dans ces deux derniers exemples que la normale n'a pas toujours la même grandeur que le poids.

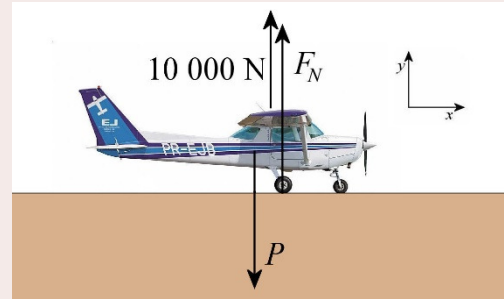
Exemple 4.2.4

Un Cessna de 950 kg avance sur une piste. Les ailes exercent une force de 10 000 N vers le haut. Quelle est la grandeur de la normale exercée par le sol sur le Cessna ?

Les forces agissant sur l'objet

Il y a trois forces sur la boîte.

- 1) Le poids (P) de 9310 N vers le bas.
- 2) La normale (F_N) vers le haut.
- 3) La force de 10 000 N vers le haut.



Somme des forces

La somme des forces est

$$\sum F_y = -9310N + F_N + 10\,000N$$

2^e loi de Newton

Puisque le Cessna n'accélère pas en y, on doit avoir

$$\sum F_y = ma_y \rightarrow -9310N + F_N + 10\,000N = 0$$

Solution de l'équation

La normale est donc

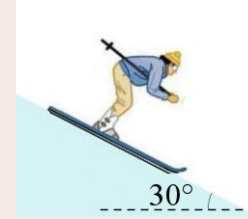
$$\begin{aligned} -9310N + F_N + 10\,000N &= 0 \\ F_N &= -690N \end{aligned}$$

Cette réponse est impossible, la normale ne peut pas avoir une valeur négative. Si c'était le cas, cela voudrait dire que la normale est dans le sens contraire de la direction indiquée sur la figure. Or, comme on sait que la force normale est une force de répulsion entre les objets, on avait déjà indiqué correctement sa direction sur la figure. Si elle est négative et donc dans le sens contraire, la normale devient une attraction entre les objets ce qui ne peut jamais arriver.

Cette situation est donc impossible. Bien sûr, il peut y avoir une force de 10 000 N sur le Cessna. Ce qui est impossible, c'est de dire que l'avion reste au sol. Si on soulève avec une force de 10 000 N un avion dont le poids est de 9310 N, il y a une force résultante de 690 N vers le haut qu'aucune autre force ne peut annuler. L'avion accélère donc vers le haut dans cette situation. Elle n'est donc plus en contact avec le sol (l'avion décolle) et la normale est nulle.

Exemple 4.2.5

Un skieur de 50 kg est sur une pente inclinée de 30° . Quelle est l'accélération du skieur et quelle est la normale s'exerçant sur ce skieur s'il n'y a pas de friction ?

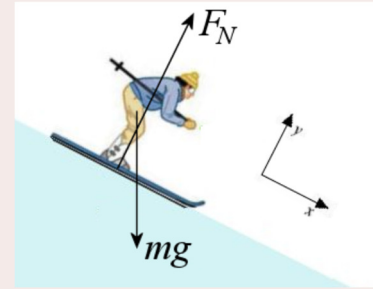


On trouve l'accélération et la normale avec la 2^e loi de Newton en examinant les forces qui s'appliquent sur le skieur.

Les forces agissant sur l'objet

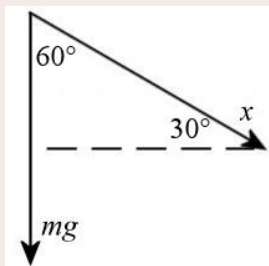
Il y a deux forces sur le skieur.

- 1) Le poids (mg) vers le bas.
- 2) La normale faite par la pente (F_N).



vhcc2.vhcc.edu/ph1fall19/frames_pages/openstax_problems.htm

Somme des forces



L'axe des x est incliné dans la direction de la pente, car on se doute bien que c'est dans cette direction que le skieur se déplace ou va se déplacer.

L'angle entre l'axe des x et la force de gravitation est de -60° .

Le tableau des forces est donc

Forces	x	y
Poids	$mg \cos(-60^\circ)$	$mg \sin(-60^\circ)$
Normale	0	F_N

Les sommes des forces en x et y sont donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= mg \cos(-60^\circ) \\ \sum F_y &= mg \sin(-60^\circ) + F_N\end{aligned}$$

2^e loi de Newton

Puisque l'axe des x est dans la direction de la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des x .

$$a_x = a$$

$$a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad mg \cos(-(90^\circ - \alpha)) = ma$$

$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad mg \sin(-(90^\circ - \alpha)) + F_N = 0$$

Solution des équations

On trouve l'accélération avec la première équation.

$$mg \cos(-60^\circ) = ma$$

$$a = g \cos(-60^\circ)$$

$$a = 9,8 \frac{N}{kg} \cdot \cos(-60^\circ)$$

$$a = 4,9 \frac{m}{s^2}$$

On peut ensuite trouver la normale avec la deuxième équation.

$$mg \sin(-60^\circ) + F_N = 0$$

$$F_N = -mg \sin(-60^\circ)$$

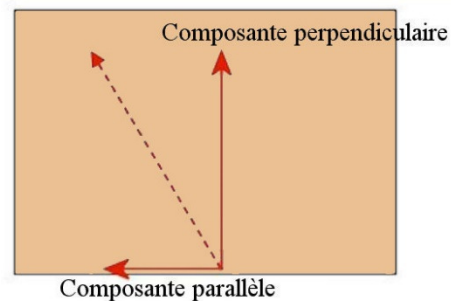
$$F_N = -50kg \cdot 9,8 \frac{N}{kg} \cdot \sin(-60^\circ)$$

$$F_N = 424,4N$$

Remarque intéressante : l'accélération d'un objet sur une pente sans friction est indépendante de la masse. Dans une course de luge sur une piste sans friction, tous arrivent en même temps au bas de la pente, les gros comme les maigres, s'ils partent en même temps avec la même vitesse. C'est un peu normal qu'il en soit ainsi parce que l'accélération gravitationnelle est la même pour tous les objets.

4.3 LA FORCE DE FRICTION ENTRE DEUX SURFACES

Retournons à la force de contact entre deux objets. Nous avons séparé cette force en deux composantes : une composante perpendiculaire (la normale) et la composante parallèle. Cette composante parallèle est la force de friction.



Pour un avion, la force de friction faite par le sol ne peut agir que si l'avion est en contact avec le sol. Elle ne peut pas agir quand l'avion est en vol.

Il y a deux types de force de friction : le frottement cinétique et le frottement statique.

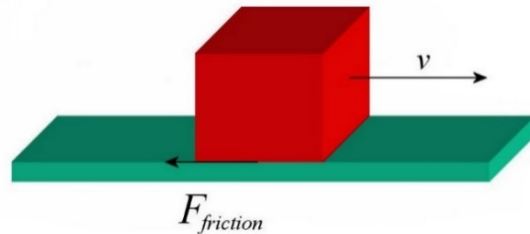
La force de friction cinétique

Quand il y a glissement entre les surfaces, la force de friction est donnée par la formule

$$F_f = \mu_c F_N$$

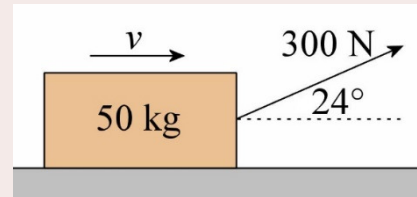
où μ_c est le coefficient de frottement cinétique. Il dépend uniquement de la nature des surfaces en contact.

Pour un objet qui glisse sur le sol, la force de friction cinétique s'oppose au mouvement.



Exemple 4.3.1

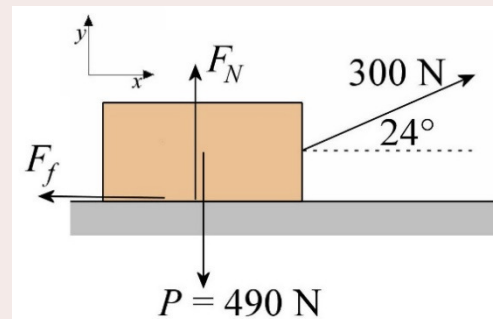
Quelle est l'accélération du bloc montré sur la figure si le coefficient de friction cinétique entre le sol et la boîte est 0,4 ? (Le bloc se déplace initialement vers la droite.)



Les forces agissant sur l'objet

Il y a quatre forces sur la boîte.

- 1) Le poids (P) de 490 N vers le bas.
- 2) La normale (F_N) vers le haut.
- 3) La force de friction ($\mu_c F_N$) vers la gauche.
- 4) La force de 300 N à 24° .



Somme des forces

Le tableau des forces est donc

Forces	x	y
Poids	0	- 490 N
Normale	0	F_N
Friction	$-0,4 \cdot F_N$	0
Force de 300 N	$300 \text{ N} \cdot \cos(24^\circ)$	$300 \text{ N} \cdot \sin(24^\circ)$

La somme des forces est donc

$$\sum F_x = -0,4 \cdot F_N + 300 \text{ N} \cdot \cos 24^\circ$$

$$\sum F_y = -490N + F_N + 300N \cdot \sin 24^\circ$$

2^e loi de Newton

Comme toute l'accélération est en x , on a $a_x = a$ et $a_y = 0$. Alors, la deuxième loi de Newton nous donne

$$\begin{aligned}\sum F_x = ma_x &\rightarrow -0,4 \cdot F_N + 300N \cdot \cos 24^\circ = 50kg \cdot a \\ \sum F_y = ma_y &\rightarrow -490N + F_N + 300N \cdot \sin 24^\circ = 0\end{aligned}$$

Solution de l'équation

L'accélération se trouve avec la première équation.

$$-0,4 \cdot F_N + 300N \cdot \cos 24^\circ = 50kg \cdot a$$

Pour trouver l'accélération, il nous faut la normale. On trouve cette normale avec la 2^e équation.

$$\begin{aligned}-490N + F_N + 300N \cdot \sin 24^\circ &= 0 \\ -490N + F_N + 122,02N &= 0 \\ F_N - 367,98N &= 0 \\ F_N &= 367,98N\end{aligned}$$

Si on utilise cette valeur dans la 1^{re} équation, on a

$$\begin{aligned}-0,4 \cdot F_N + 300N \cdot \cos 24^\circ &= 50kg \cdot a \\ -0,4 \cdot 367,98N + 300N \cdot \cos 24^\circ &= 50kg \cdot a \\ 126,87N &= 50kg \cdot a \\ a &= 2,537 \frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

La vitesse de la boîte augmente donc (puisque l'accélération est dans le même sens que la vitesse) au rythme de 2,537 m/s²

C'est plutôt rare que des forces de friction cinétique agissent sur un avion. Cela se produit seulement si on bloque les roues au freinage ou si le train d'atterrissage ne sort pas et que l'avion glisse sur la piste. Par exemple, le 1er novembre 2011, le vol LOT Polish Airlines 16 assurant la liaison entre Newark et Varsovie s'est posé à l'aéroport de Varsovie avec le train d'atterrissage rentré.

<https://www.youtube.com/watch?v=Q9WNnJprwzU>

On peut donc résumer ainsi ce qu'on sait sur la force de friction cinétique sur un avion. (Rappelez-vous quand même qu'on ne l'utilise pas souvent puisque que c'est plutôt rare que les roues soient bloquées ou que l'avion glisse sur la piste sans train d'atterrissage.)

La force de friction cinétique (F_f) sur un avion qui glisse sur une piste

- 1) Grandeur de la force

$$F_f = \mu_c F_N$$

- 2) Direction de la force

Parallèle à la surface de contact, opposée à la vitesse

- 3) Point d'application de la force

Points de contact entre les roues et la piste
(ou l'avion et la piste s'il n'y a pas de roues)

Exemple 4.3.2

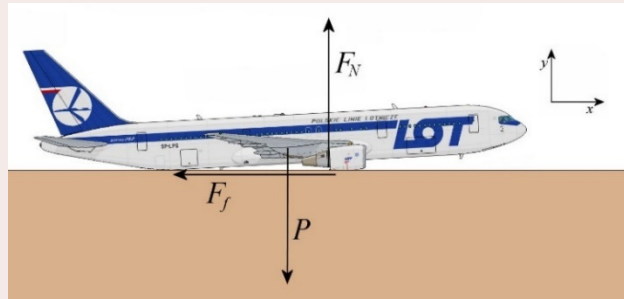
Reprenons le cas du Boeing 767 de la Polish Airlines qui s'est posé sans train d'atterrissage. L'avion est arrivé sur la piste avec une vitesse de 127 nœuds. Sachant que le coefficient de friction cinétique était de 0,25 (c'est plutôt bas, mais c'est parce que la piste était recouverte de mousse antifeu), quelle a été la distance d'arrêt de l'avion ?

Trouvons l'accélération de l'avion avec la 2^e loi de Newton en examinant les forces qui s'appliquent sur l'avion. Comme on va mettre l'axe des x dans la direction de la vitesse, on doit s'attendre à trouver une accélération négative.

Les forces agissant sur l'objet

Les forces sur l'avion sont :

- 1) Le poids (mg) vers le bas
- 2) La normale (F_N) faite par la piste.
- 3) La friction ($F_f = \mu_c F_N$) faite par la piste et dirigée vers la gauche.



shipbucket.com/vehicles/6949

(Sur la figure, on a mis les points d'application de la friction et de la normale à des positions un peu arbitraires. En réalité, ces forces agissent sur tous les points de contact entre la piste et l'avion.)

Il pourrait y avoir d'autres forces sur l'avion. Ici, on fait comme si la friction cinétique était la seule force qui fait ralentir l'avion et comme si les ailes ne créaient pas du tout de force vers le haut. On a donc simplifié un peu le problème.

Somme des forces

Les sommes des forces sont donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -\mu_c F_N \\ \sum F_y &= -mg + F_N\end{aligned}$$

2^e loi de Newton

Comme toute l'accélération est en x , on a $a_x = a$ et $a_y = 0$. Alors, la deuxième loi de Newton nous donne

$$\begin{aligned}\sum F_x = ma_x &\rightarrow -\mu_c F_N = ma \\ \sum F_y = ma_y &\rightarrow -mg + F_N = 0\end{aligned}$$

Solution de l'équation

On peut trouver l'accélération avec la première équation. Toutefois, nous devons premièrement connaître la normale pour trouver a . On la trouve avec la deuxième équation.

$$\begin{aligned}-mg + F_N &= 0 \\ F_N &= mg\end{aligned}$$

On peut alors trouver l'accélération.

$$\begin{aligned}-\mu_c F_N &= ma \\ -\mu_c mg &= ma\end{aligned}$$

Les masses s'annulent et on arrive à

$$a = -\mu_c g$$

L'accélération de l'avion est donc

$$\begin{aligned}a &= -\mu_c g \\ &= -0,25 \cdot 9,8 \frac{N}{kg} \\ &= -2,45 \frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

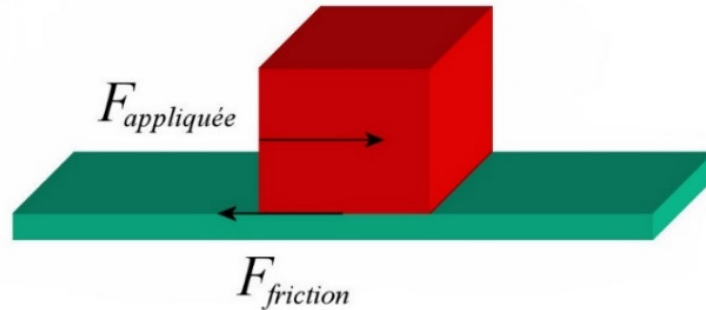
On peut maintenant trouver la distance d'arrêt sur la piste avec les équations de la cinématique.

$$\begin{aligned}2a_x(x - x_0) &= v^2 - v_0^2 \\ 2 \cdot (-2,45 \frac{m}{s^2}) \cdot (x - 0) &= 0 - (65,36 \frac{m}{s})^2 \\ -4,9 \frac{m}{s^2} \cdot x &= -4272,3 \frac{m^2}{s^2} \\ x &= 871,9m\end{aligned}$$

(C'est normal que l'accélération soit négative puisque l'avion ralentit et sa vitesse est dans la direction positive.)

La force de friction statique

Quand on pousse faiblement sur une caisse très lourde, elle ne bouge pas. Si on augmente graduellement la force, la caisse ne bougera toujours pas jusqu'à ce que la force atteigne une certaine valeur. Alors seulement, la caisse commencera à bouger. Dans cette section, on s'intéresse à la situation où la caisse ne bouge pas, c'est-à-dire la situation statique.



Si la caisse reste en place, c'est qu'elle n'accélère pas et donc que la somme des forces sur la caisse est nulle. Cela veut donc dire que la force de friction vient exactement annuler la force appliquée.

Ainsi, si la force appliquée est de 10 N et que la caisse ne bouge pas, alors la force de friction doit aussi être de 10 N dans la direction opposée. Si la force appliquée est de 20 N et que la caisse ne bouge toujours pas, alors la force de friction doit être 20 N dans la direction opposée. Et si la force appliquée est de 30 N et que la caisse ne bouge pas, alors la force de friction doit être 30 N dans la direction opposée.

Il y a toutefois un maximum à la force de friction statique. Des études, commencées par Guillaume Amontons en 1699, ont montré que la force de friction statique ne peut pas dépasser la valeur donnée par la formule

$$F_{f \max} = \mu_s F_N$$

où μ_s est le coefficient de friction statique et F_N est la normale entre les deux objets en contact. La valeur de μ_s dépend seulement de la nature des surfaces en contact. Nous donnerons des valeurs typiques un peu plus loin.

Exemple 4.3.3

Une boîte de 10 kg est sur un plancher. Le coefficient de friction statique entre le plancher et la boîte est de 0,5 et le coefficient de friction cinétique entre le plancher et la boîte est de 0,4. Quelle est la force de friction si on applique sur la boîte une force horizontale de a) 20 N b) 40 N c) 60 N ?

Calculons la valeur maximale de la force de friction statique. Pour y arriver, on doit premièrement calculer la valeur de la normale entre le sol et la boîte.

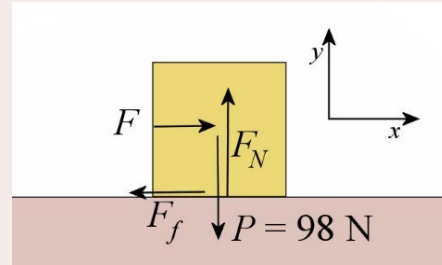
Les forces sur la boîte sont indiquées sur la figure. La somme des forces en y est

$$\sum F_y = -98\text{ N} + F_N$$

Puisque l'accélération en y est nulle, on a

$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad -98\text{ N} + F_N = 0$$

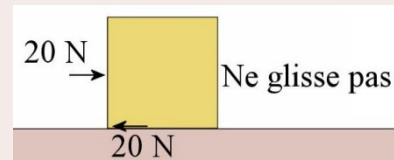
De là, on obtient $F_N = 98\text{ N}$.



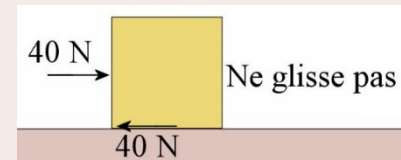
On peut alors trouver le maximum de la force de friction statique

$$\begin{aligned} F_{f\text{ max}} &= \mu_s F_N \\ &= 0,5 \cdot 98\text{ N} \\ &= 49\text{ N} \end{aligned}$$

On sait maintenant que si la force appliquée (F) est de 20 N, la force de friction sera de 20 N et l'objet reste en place.

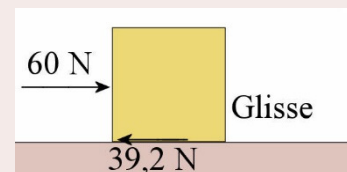


Si la force appliquée est de 40 N, la force de friction sera de 40 N et la boîte ne glisse pas.



Si la force est de 60 N, alors l'objet glisse puisqu'on a dépassé le maximum de la force de friction statique. On tombe alors avec la force de friction cinétique. Dans ce cas, la force de friction est

$$\begin{aligned} F_f &= \mu_c F_N \\ &= 0,4 \cdot 98\text{ N} \\ &= 39,2\text{ N} \end{aligned}$$



Exemple 4.3.4

Une boîte est sur un plancher d'un avion qui s'apprête à décoller. Quel doit être le coefficient de friction minimum entre la boîte et le plancher de l'avion pour que la boîte ne glisse pas sur le plancher quand l'avion va décoller avec une accélération de $2,5\text{ m/s}^2$?

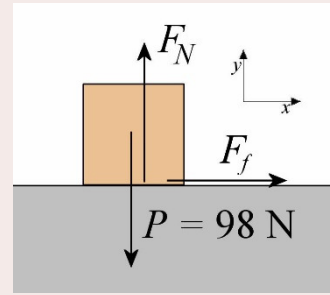
On va supposer que l'avion accélère vers la droite. Sur la figure, le plancher (qui est l'avion) accélère donc vers la droite avec une accélération de $2,5\text{ m/s}^2$ et la boîte accélère aussi vers la droite puisqu'elle suit le mouvement de l'avion.

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 3 forces sur la boîte.

- 1) Le poids (mg) vers le bas.
- 2) La normale (F_N) vers le haut.
- 3) La friction (F_f) vers la droite.

Il y a une force de friction puisque cette force est la seule force qui peut faire la force horizontale qui va permettre à la boîte d'accélérer vers la droite.

Somme des forces

La somme des forces en x est

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_f \\ \sum F_y &= -mg + F_N\end{aligned}$$

(On ne peut pas remplacer la force de friction par $\mu_s F_N$ parce que, dans le cas de la friction statique, la friction peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et $\mu_s F_N$.)

2^e loi de Newton

La deuxième loi de Newton nous donne alors les équations suivantes.

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x & \rightarrow & & F_f &= ma \\ \sum F_y &= ma_y & \rightarrow & & -mg + F_N &= 0\end{aligned}$$

Solution des équations

Puisque l'accélération est de $2,5 \text{ m/s}^2$, la force de friction doit être

$$\begin{aligned}F_f &= ma \\ &= 15\text{kg} \cdot 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ &= 37,5\text{N}\end{aligned}$$

Cette force de friction doit être entre 0 et $\mu_s F_N$ (qui est la force de friction maximale) pour que la boîte ne glisse pas. On peut diminuer la valeur du coefficient de friction, mais il ne faut pas que $\mu_s F_N$ devienne plus petit que 37,5 N. Au pire, on peut diminuer μ_s jusqu'à ce que $\mu_s F_N$ soit égale à 37,5 N. Donc, avec la valeur minimale de μ_s , on a

$$\mu_{s\min} F_N = 37,5\text{N}$$

On trouve F_N avec l'équation des forces en y . On a alors

$$-mg + F_N = 0$$

$$F_N = mg$$

$$F_N = 15\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$F_N = 147\text{N}$$

On a donc

$$\mu_{s\min} F_N = 37,5\text{N}$$

$$\mu_{s\min} \cdot 147\text{N} = 37,5\text{N}$$

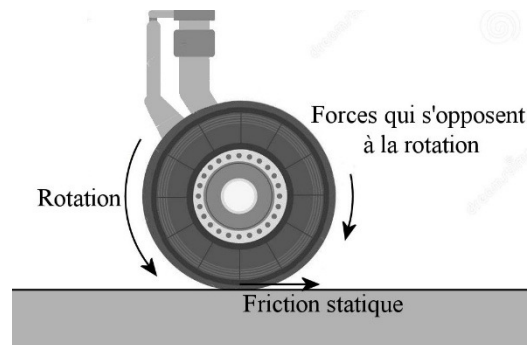
$$\mu_{s\min} = 0,2551$$

Le coefficient doit être plus grand ou égal à 0,2551.

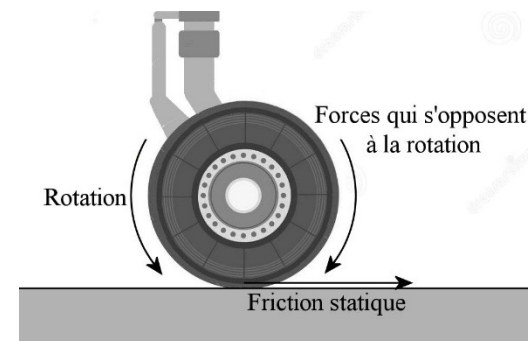
Cet exemple montre aussi que la force de friction statique n'est pas nécessairement une force qui s'applique sur des objets au repos. Ici, l'objet accélère et c'est la force de friction statique qui fait accélérer l'objet.

On pourrait penser que la force de friction statique n'a pas beaucoup d'intérêt pour les avions puisqu'elle s'appliquerait seulement sur un avion arrêter sur la piste, mais c'est faux. C'est la force de friction statique qui agit sur l'avion quand on freine lors de l'atterrissage. **La force de friction statique est la force de freinage.** Même si l'avion se déplace sur la piste, les roues ne glissent pas sur le sol, elles tournent. Comme elles ne glissent pas, c'est une force de frottement statique qui agit sur les roues.

Voyons pourquoi il y a une force de friction sur une roue qui tourne. Même quand on ne freine pas, il doit y avoir une force de friction entre le pneu et la roue. Cette force existe uniquement pour compenser toutes les forces de friction dans la roue qui s'oppose à la rotation. La friction statique fait alors une force qui annule toutes les forces qui s'opposent à la rotation et la roue peut tourner sans glisser. On voit alors que la force de friction s'oppose au mouvement de l'avion (qui se déplace vers la gauche selon la direction de rotation de la roue).



Quand on ne freine pas, les forces qui s'opposent à la rotation ne sont pas tellement grandes et la force de friction statique qui s'applique sur la roue n'est pas tellement grande. Quand on freine, on augmente les forces qui s'opposent à la rotation. La friction doit alors augmenter pour que la roue continue de tourner. Ainsi, en freinant, il y a encore plus de force de friction statique qui s'oppose au mouvement de l'avion



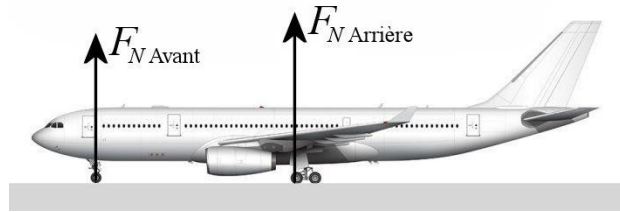
www.dreamstime.com/stock-photo-engineer-repairing-aircraft-landing-gear-repair-maintenance-airplane-vector-illustration-image77004030

C'est cette force de friction statique qui s'oppose au mouvement de l'avion qui fait ralentir l'avion.

Il n'y a pas de système de freinage sur le train avant des avions. Cela signifie que la force de friction statique va uniquement agir sur le train arrière. (En fait, il y a une petite sur le train avant, mais comme il n'y a pas de frein, elle est très petite. On va la négliger.)



Cela signifie que la friction statique maximale sur l'avion correspond uniquement à la force de friction statique maximale sur le train arrière. Cette force maximale dépend de la normale qui agit uniquement sur le train arrière, pas de la normale totale.



On a vu que la normale totale sur l'avion est séparée en 2 normales : celle sur le train avant et celle sur le train arrière. Comme il n'y a que de la friction statique sur le train arrière, on doit prendre uniquement la friction sur le train arrière pour calculer la force de friction statique maximale qui peut agir sur un avion. Cette normale correspond à une certaine fraction de la normale totale. Comme on ne peut pas, pour l'instant, calculer cette fraction, la valeur de cette proportion (qui sera notée k) sera simplement donnée. Par exemple, si $k = 0,7$, alors 70 % de la normale totale s'applique sur le train arrière.

On peut donc résumer ainsi ce qu'on sait sur la force de friction statique sur un avion.

La force de friction statique (F_f) sur un avion

1) Grandeur de la force

$$\text{Valeur maximale } F_{f \text{ max}} = \mu_s F_{N \text{ Arrière}} = k \mu_s F_N$$

2) Direction de la force

Parallèle à la surface de contact, opposée au mouvement

3) Point d'application de la force

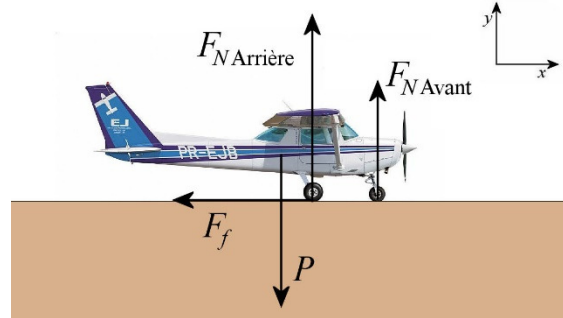
Surface de contact entre les objets (roues de l'avion)

Voyons l'accélération qu'on obtient si on suppose que les pneus ne glissent pas et que la force de friction statique est la seule force qui fait ralentir l'avion (on verra au prochain chapitre qu'il y a d'autres forces sur l'avion quand il ralentit sur la piste lors de l'atterrissage) et que les seules forces verticales sont le poids et la normale. On fait donc comme si les ailes ne créaient pas du tout de force vers le haut ou vers le bas, ce qui n'est pas souvent le cas.

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 4 forces sur l'avion.

- 1) Le poids (mg) vers le bas.
- 2) La normale sur le train arrière ($F_{N \text{ Arrière}}$) vers le haut.
- 3) La normale sur le train avant ($F_{N \text{ Avant}}$) vers le haut.
- 4) La friction (F_f) vers la gauche.

Somme des forces

La somme des forces en x est

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -F_f \\ \sum F_y &= -mg + F_N\end{aligned}$$

Tel que mentionné précédemment $\mu_s F_N$ est la normale totale, qui est la somme de $\mu_s F_{N \text{ Arrière}}$ et de $\mu_s F_{N \text{ Avant}}$.

On ne peut pas remplacer la force de friction par $\mu_s F_{N \text{ Arrière}}$ parce que, dans le cas de la friction statique, la friction peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et $\mu_s F_{N \text{ Arrière}}$.

2^e loi de Newton

La deuxième loi de Newton nous donne alors les équations suivantes.

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x & \rightarrow & -F_f = ma \\ \sum F_y &= ma_y & \rightarrow & -mg + F_N = 0\end{aligned}$$

Solution des équations

On trouve l'accélération maximale avec la force de friction maximale.

$$-F_{f \text{ max}} = ma_{\text{max}}$$

Comme la grandeur de la force de friction maximale est $\mu_s F_{N \text{ Arrière}}$, on a

$$-\mu_s F_{N \text{ Arrière}} = ma_{\text{max}}$$

On trouve F_N avec l'équation des forces en y . On a alors

$$\begin{aligned}-mg + F_N &= 0 \\ F_N &= mg\end{aligned}$$

Ce n'est pas tout à fait ce qu'on cherche (on veut $F_{N \text{ Arrière}}$). On a dit précédemment que la normale sur le train arrière est une certaine proportion de la normale qui est k . On a donc

$$\begin{aligned} F_{N \text{ Arrière}} &= kF_N \\ &= kmg \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} -\mu_s F_{N \text{ Arrière}} &= ma_{\max} \\ -\mu_s kmg &= ma_{\max} \end{aligned}$$

Les masses s'annulent et il nous reste

$$a_{\max} = -k\mu_s g$$

L'accélération peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et cette valeur maximale.

Freinage d'un avion sur une piste par la friction statique (si les freins sont la seule force qui fait ralentir l'avion et si les ailes ne font pas de force verticale)

L'accélération est entre 0 et $-k\mu_s g$ selon l'intensité du freinage

L'accélération ne dépend donc pas de la masse de l'avion. (Par contre, la distance et le temps de freinage dépendent de la vitesse initiale sur la piste qui, elle, dépend du type d'avion.)

Exemple 4.3.4

Julie veut décoller avec son Cessna. Elle commence le décollage quand, soudainement, elle s'aperçoit qu'elle est sur la mauvaise piste, qu'il y a des travaux sur la piste qu'elle a utilisée et qu'il y a un énorme trou devant elle. Elle commence à freiner à 120 pieds (36,57 m) du trou alors qu'elle avait atteint une vitesse de 40 nœuds. Va-t-elle tomber dans le trou si elle freine au maximum si le coefficient de friction statique entre les pneus et la piste est de 0,9 et si la proportion de la normale agissant sur le train arrière est de 70 % ?

On va trouver la distance parcourue avec l'accélération et la vitesse initiale. Si on freine au maximum, alors l'accélération est

$$\begin{aligned} a_{\max} &= -k\mu_s g \\ &= -0,7 \cdot 0,9 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ &= -6,174 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

Le déplacement de l'avion est donc de

$$\begin{aligned} 2a_{\max} (x - x_0) &= v^2 - v_0^2 \\ 2 \cdot (-6,174 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \cdot (x - 0\text{m}) &= 0 - (20,59 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \\ -12,348 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot x &= -423,9481 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

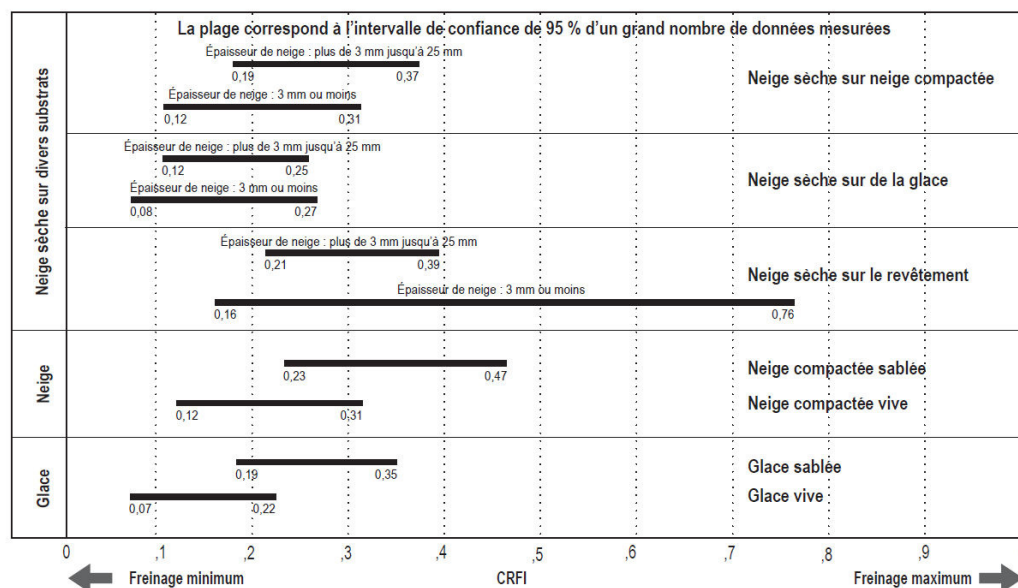
$$x = 34,33m$$

Comme le trou était à 36,57 m et qu'elle s'arrête sur une distance de 34,33 m, elle ne tombe pas dans le trou.

Voici quelques valeurs typiques de coefficient de friction statique entre les pneus et la piste pour diverses conditions.

Surface	μ_s
Asphalte/béton sec	0,90
Asphalte/béton humide (moins de 0,01 pouce d'eau)	0,65
Béton avec pluie	0,55 (0,01 pouce d'eau) 0,40 (0,03 pouce d'eau)
Asphalte avec pluie	0,60 (0,01 pouce d'eau) 0,30 (0,03 pouce d'eau)
Asphalte et béton avec pluie forte	0,30 (0,03 pouce d'eau) 0,27 (0,1 pouce d'eau)
Asphalte et béton avec eau stagnante (0,1 pouce d'eau et plus)	0,05
Neige compactée (sous -15 °C)	0,45
Neige compactée (-15 °C et plus)	0,23
Glace (avec sable)	0,40
Glace (sous -10 °C)	0,15
Glace (0 °C)	0,07

Le tableau suivant montre la valeur du coefficient de friction statique par rapport à celui d'une piste sèche. Autrement dit, si le coefficient de ce tableau est de 0,3, alors le coefficient de friction est égal à $0,3\mu_{\text{piste sèche}}$ (mais comme le coefficient sur piste sèche est près de 1, alors la valeur donnée est presque égale au coefficient de friction).



Évidemment, ces valeurs sont approximatives parce qu'il y a plusieurs types de pneus, d'asphalte et de béton.

Sur une piste en béton avec 0,03 pouce d'eau (0,76 mm), l'accélération maximale de Julie de l'exemple précédent aurait été d'environ

$$\begin{aligned} a_{\max} &= -k\mu_s g \\ &= -0,7 \cdot 0,4 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ &= -2,744 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

La distance d'arrêt de Julie aurait alors été de 77,25 m et elle serait tombée dans le trou.

La situation change complètement si on freine au point de bloquer les roues. Les roues vont alors glisser sur l'asphalte et on va passer en friction cinétique. Comme il n'y a que des freins sur les roues arrière, il n'y a que les roues du train arrière qui vont glisser et il n'y aura de la friction que sur ces roues. On doit donc calculer la friction cinétique en prenant uniquement la normale sur le train arrière. On arrive alors à la formule suivante.

Freinage d'un avion sur une piste par la friction cinétique (roues bloquées) (si les freins sont la seule force qui fait ralentir l'avion et si les ailes ne font pas de force verticale)

$$a = -k\mu_c g$$

Les coefficients de friction statique sont toujours plus grands que les coefficients de friction cinétique. Ainsi, si on freine de plus en plus, la friction statique va augmenter jusqu'à atteindre sa valeur maximum qui est

$$F_{f\max} = k\mu_s F_N$$

Si on freine un peu plus alors qu'on est à la friction statique maximale, les roues vont bloquer et on va passer en friction cinétique. La force de friction sera alors

$$F_f = k\mu_c F_N$$

Comme le coefficient de friction cinétique est toujours un peu plus petit que le coefficient de friction statique, il y a moins de force de friction si on bloque les roues. On a plus de force en restant en friction statique, donc en évitant de bloquer les roues. Pour avoir le meilleur freinage possible, on doit donc freiner au maximum (pour atteindre le maximum de la friction statique), mais sans bloquer les roues pour éviter de tomber en friction cinétique.

La force est plus grande si la surface est détruite

La formule de la friction cinétique donnée précédemment est valide quand il y a glissement sans destruction de surface. Elle augmente radicalement si le glissement entraîne la destruction d'une des surfaces, c'est-à-dire quand il se forme des marques profondes sur

une des surfaces. Par exemple, la force de friction sur un avion qui roule hors-piste n'est pas donnée par la formule de friction donnée précédemment puisque le passage de l'avion génère une déformation du sol. On voit bien sur cette image les profondes traces laissées par le passage de l'avion.

e.vnexpress.net/news/news/aircraft-skids-off-runway-in-hcmc-amid-heavy-rains-4115370.html



Parfois, il y a des marques profondes sur la piste d'atterrissage, comme sur la figure de gauche. Dans ce cas, la friction est beaucoup plus grande que la valeur donnée par la formule, mais c'est quand même assez rare qu'un avion parvienne à créer des sillons sur une piste.

aviation.stackexchange.com/questions/11452/do-runways-need-to-be-repaired-after-gear-up-landings

4.4 LA POUSSÉE

La poussée (F_t pour « thrust ») est la force exercée par les moteurs d'un avion.



Le rapport poussée sur poids

On compare souvent la poussée au poids de l'avion avec le rapport poussée sur poids.

Le rapport poussée sur poids (Thrust-to-weight Ratio)

$$T / W = \frac{F_t}{mg}$$

Ce facteur indique à combien de fois le poids la poussée est égale.

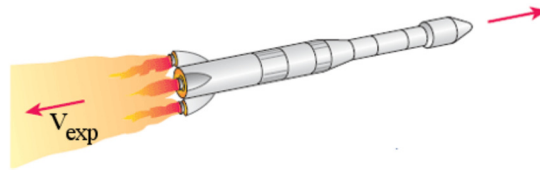
Il y a un maximum à la poussée que peut exercer un moteur. On donne parfois la valeur maximale de la poussée et on donne parfois la valeur maximale du rapport poussée sur poids. Ce rapport maximal est assez similaire pour tous les avions du même type. Généralement, les avions civils ont un rapport maximal se situant entre 0,2 et 0,35. Un des avions avec le plus bas rapport maximum est l'Airbus A340 (rapport de 0,223) et un des avions qui a le plus grand rapport maximum est le Boeing 757 (rapport de 0,341). Le Concorde avait un rapport maximum un peu plus élevé à 0,372. Les avions de chasse ont des rapports maximums beaucoup plus élevés, souvent entre 0,85 et 1,15. Le F-22 Raptor est un des avions qui a le rapport maximum le plus grand (1,26). Un avion qui a un rapport supérieur à 1 peut monter à la verticale sans perdre de vitesse.



en.wikipedia.org/wiki/Lockheed_Martin_F-22_Raptor

Poussée d'un moteur sans prise d'air

Examinons maintenant ce qui arrive avec un moteur qui expulse du gaz avec une vitesse d'expulsion v_{exp} . Notez que cette vitesse est la vitesse par rapport à la fusée ou l'avion et non par rapport au sol. On expulse le gaz à un rythme R , qui donne le nombre de kilogrammes de gaz expulsé chaque seconde. Notez qu'avec ce type de moteur, le gaz éjecté provient de l'avion ou de la fusée. L'air expulsé ne provient pas de l'air de l'atmosphère. Il est plutôt généré par la combustion d'un carburant contenu dans la fusée ou l'avion.



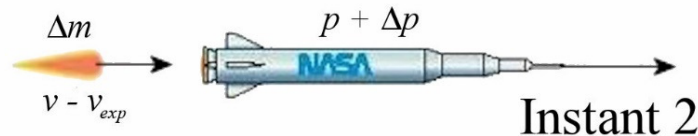
Voyons comment cela fait avancer la fusée. En donnant de la quantité de mouvement au gaz dans une direction, alors la fusée reçoit la même quantité de mouvement dans l'autre direction puisque la quantité de mouvement est conservée dans cette situation.

On peut aussi le voir avec la 3^e loi de Newton. Si la fusée exerce une force sur l'air pour la propulser vers l'arrière, alors l'air exerce une force de même grandeur sur la fusée vers l'avant.

Dans la figure de droite, la fusée expulse une petite quantité de gaz.



Comme la quantité de mouvement totale du système (fusée et gaz) doit être la même avant l'éjection qu'après l'éjection, on a



nothingnerdy.wikispaces.com/FORCES+CHANGE+MOMENTUM

$$\begin{aligned}
 p &= p' \\
 p_{\text{fusée}} + p_{\text{gaz}} &= p'_{\text{fusée}} + p'_{\text{gaz}} \\
 p_{\text{fusée}} + v\Delta m &= (p_{\text{fusée}} + \Delta p_{\text{fusée}}) + \Delta m(v - v_{\text{exp}}) \\
 0 &= \Delta p_{\text{fusée}} - v_{\text{exp}}\Delta m \\
 \Delta p_{\text{fusée}} &= v_{\text{exp}}\Delta m
 \end{aligned}$$

Si on divise par Δt , on a

$$\begin{aligned}
 \Delta p_{\text{fusée}} &= v_{\text{exp}}\Delta m \\
 \frac{\Delta p_{\text{fusée}}}{\Delta t} &= v_{\text{exp}} \frac{\Delta m}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Comme la force sur la fusée est $\Delta p_{\text{fusée}}/\Delta t$ et le rythme de changement de masse de la fusée $\Delta m/\Delta t$ correspond au rythme d'expulsion des gaz R . On a alors

Force de poussée des moteurs d'une fusée

$$F_t = v_{\text{exp}} R$$

Exemple 4.4.1

Au décollage, une fusée initialement au repos commence à éjecter du gaz avec $v_{\text{exp}} = 2000 \text{ m/s}$. Le gaz est éjecté au rythme de 1000 kg/s . La masse initiale de la fusée est de 100 tonnes , ce qui inclut 60 tonnes de gaz qui sera éjecté. Quelle est l'accélération initiale de la fusée ?

Il y a deux forces sur la fusée : la force de gravitation et la force de poussée des moteurs. L'équation des forces est donc

$$\begin{aligned}
 \sum F_y &= ma_y \\
 -F_g + F_t &= ma_y \\
 -mg + Rv_{\text{exp}} &= ma_y \\
 -100\,000\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 2000 \frac{\text{m}}{\text{s}} &= 100\,000\text{kg} \cdot a_y \\
 a_y &= 10,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}
 \end{aligned}$$



Comme cette accélération est positive, elle est vers le haut et la fusée réussit à décoller. Elle ne pourrait être négative (vers le bas). Si la fusée ne parvint pas à décoller, une normale s'ajoute pour donner $a = 0$.

Remarquez que cette accélération de $10,2 \text{ m/s}^2$ ne sera pas constante. Elle va augmenter à mesure que la masse de la fusée va diminuer.

Notez qu'il n'y a plus d'avions qui utilisent ce genre de moteur, mais il y en a déjà eu (surtout des avions expérimentaux et la navette spatiale).

Poussée d'un moteur avec prise d'air

C'est vraiment rare d'avoir un moteur sans prise d'air sur un avion (c'est ce qu'il y avait sur la navette spatiale). Habituellement, l'air poussé par le moteur provient de l'air de l'atmosphère. Si l'air expulsé provient de l'atmosphère, alors la conservation de la quantité de mouvement donne

$$\begin{aligned}
 p &= p' \\
 p_{\text{avion}} + p_{\text{gaz}} &= p'_{\text{avion}} + p'_{\text{gaz}} \\
 p_{\text{avion}} + 0 &= (p_{\text{avion}} + \Delta p_{\text{avion}}) + \Delta m(v - v_{\text{exp}}) \\
 0 &= \Delta p_{\text{avion}} + (v - v_{\text{exp}})\Delta m \\
 \Delta p_{\text{avion}} &= (v_{\text{exp}} - v)\Delta m \\
 \frac{\Delta p_{\text{avion}}}{\Delta t} &= (v_{\text{exp}} - v)\frac{\Delta m}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

(La différence, c'est que la quantité de mouvement initiale du gaz est nulle puisque l'air est au repos avant de se faire pousser par le moteur de l'avion.)

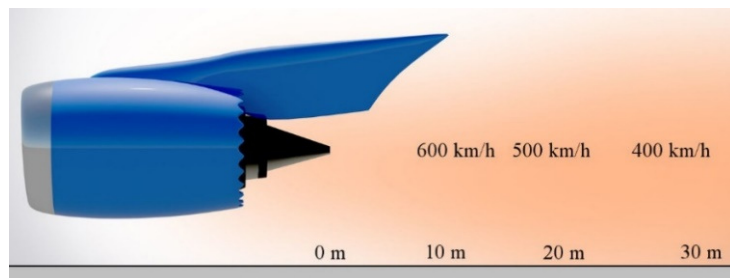
Comme la force est $\Delta p_{\text{avion}}/\Delta t$ et le rythme d'expulsion des gaz R est $\Delta m/\Delta t$. On a

Force de poussée des moteurs d'un avion

$$F_t = (v_{\text{exp}} - v)R$$

Notez qu'on pourrait écrire cette formule sous la forme $F_t = R\Delta v$ où Δv est la vitesse supplémentaire donnée à l'air par le moteur.

La poussée du moteur augmente avec Δv . Plus le moteur donne de la vitesse à l'air, plus la poussée est grande. C'est pourquoi la vitesse d'expulsion peut être très grande. La figure de droite montre que la vitesse d'éjection des gaz d'un moteur d'avion commercial est de l'ordre de 600 km/h juste à la sortie du moteur quand l'avion est au décollage. Même à 30 m de distance, la vitesse est encore de 400 km/h.



www.boldmethod.com/learn-to-fly/maneuvers/taxiing-behind-jet-blast/?fb_comment_id=2974279795962393_2988416497882056

(C'est la vitesse d'expulsion pour un moteur au début de la piste de décollage. En vol, la vitesse d'éjection est encore plus grande.)

On peut voir les effets de cet air très rapide dans ces vidéos.

<https://www.youtube.com/watch?v=DFP4x10V0mk>

<https://www.youtube.com/watch?v=GqVjD3nBSQg>

Exemple 4.4.2

Il passe 1350 kg d'air par seconde dans un moteur d'Airbus A350-1000. L'air est expulsé du moteur à une vitesse de 320 m/s. Quelle est la grandeur de la poussée du moteur quand l'avion est arrêté sur la piste ?

La force est

$$\begin{aligned} F_t &= (v_{\text{exp}} - v) R \\ &= \left(320 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot 1350 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \\ &= 432\,000 \text{ N} \end{aligned}$$

Exemple 4.4.3

Quand un Airbus A350-1000 se déplace à 480 nœuds, il passe 700 kg d'air par seconde dans un moteur. L'air est expulsé du moteur à une vitesse de 760 nœuds. Quelle est la grandeur de la poussée du moteur ?

La force est

$$\begin{aligned} F_t &= (v_{\text{exp}} - v) R \\ &= \left(391,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 247,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot 700 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \\ &= 100\,870 \text{ N} \end{aligned}$$

Les types de moteurs

Le moteur à hélice

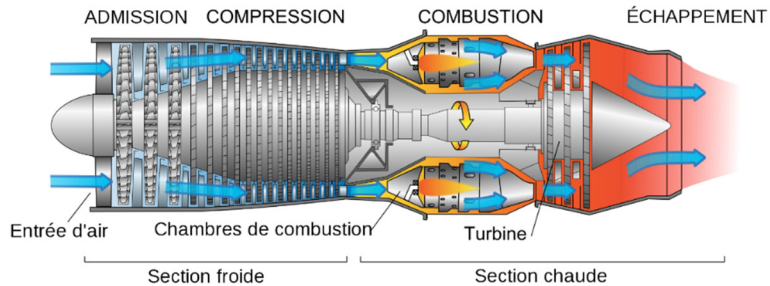
Un moteur à hélice pousse simplement l'air de l'atmosphère vers l'arrière de l'avion. Le gaz éjecté ne provient pas d'un carburant dans l'avion, mais de l'atmosphère.



www.youtube.com/watch?v=BCqjMhSzhFM

Le turbojet

Dans un turboréacteur (*turbojet* en anglais), l'air est poussé par la combustion d'un carburant dans l'air. Avec la combustion, le gaz s'échauffe, prend de l'expansion et s'échappe par l'arrière du moteur.



fr.wikipedia.org/wiki/Turbor%C3%A9acteur

Grâce à la combustion et la dilatation du gaz, la vitesse d'expulsion est plus grande que la vitesse d'entrée et le moteur peut exercer une poussée.

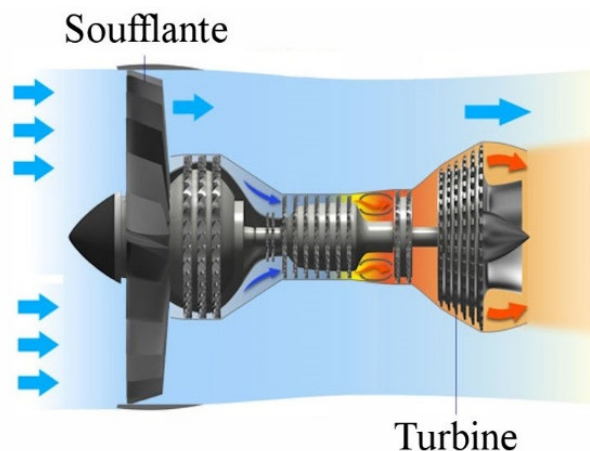
Avec un turboréacteur, on triche un peu avec les formules de poussée parce qu'il y a un peu plus de gaz éjecté que de gaz qui entre dans le moteur parce qu'on éjecte aussi le carburant ajouté en plus de l'air qui entre dans le moteur. Toutefois, la quantité de carburant éjectée est souvent très petite par rapport à la quantité d'air qui passe dans le moteur, ce qui fait que la formule obtenue est une très bonne approximation.

Il n'y a pas beaucoup d'avions qui ont des turbojets. Le Concorde était le dernier modèle d'avions commerciaux à les utiliser. On ne les utilise plus, car le turbofan est beaucoup plus efficace.

Le turbofan

Le turboréacteur à double flux (*turbofan* en anglais) combine les deux types de moteurs vus précédemment. Le carburant qui brûle est éjecté vers l'arrière comme pour un turbojet, mais, en sortant, le gaz éjecté à haute vitesse fait tourner une turbine qui, elle-même, fait tourner un immense fan (la soufflante) à l'entrée du turboréacteur. Ce fan agit comme une hélice qui pousse de l'air vers l'arrière de l'avion. On a donc une partie de la poussée qui provient de gaz éjecté par la combustion du carburant (comme pour un turbojet) et une partie de la poussée qui provient de l'air de l'atmosphère poussé vers l'arrière par le fan (comme pour un moteur à hélice).

Sur la figure, vous voyez, en bleu, le flux d'air poussé par le fan et, en rouge, le flux d'air provenant de la combustion du carburant.



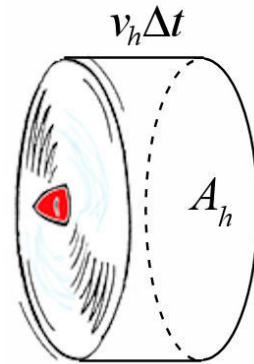
unehistoiredavions.weebly.com/le-reacutecteur.html

L'importance de la poussée de chaque flux varie selon le modèle. Pour les turbofans qualifiés de *low bypass*, seulement une petite quantité d'air passe à l'extérieur de la turbine. On retrouve souvent ce genre de turbofan dans les avions de combat. Plus souvent, la poussée faite par l'air poussé par le fan et qui contourne le turbojet domine. C'est ce genre de moteur qu'on a sur les avions à réaction commerciaux.

Comme la poussée vient essentiellement de l'air poussé par la soufflante dans les avions commerciaux, on va faire comme si toute la poussée venait de l'air poussé par la soufflante. On va donc négliger la partie de la poussée qui vient de la combustion du gaz. Dans ces conditions, le turbofan se comporte essentiellement comme un moteur à hélice.

Autre version de la formule de la poussée

On peut aussi faire une autre version de cette équation. Pour trouver cette nouvelle formule, examinons l'air éjecté par le moteur durant un certain temps Δt . En simplifiant un peu, cet air forme un cylindre (figure de droite).



La quantité d'air qui est passé dans l'hélice ou la soufflante est égale à la masse volumique multipliée par le volume de ce cylindre.

$$m = \rho A_h v_h \Delta t$$

v_h est la vitesse de l'air quand il passe dans l'hélice, A_h est l'aire du cercle décrit par l'hélice ou la soufflante quand elle tourne, d'où le symbole A_h et ρ est la masse volumique de l'air qui indique le nombre de kilogramme d'air qu'il y a dans un mètre cube (plus de détails un peu plus loin pour savoir comment calculer cette quantité).

Si on divise par le temps, on obtient le rythme de passage de la masse, donc R .

$$\begin{aligned} R &= \frac{m}{\Delta t} \\ &= \rho A_h v_h \end{aligned}$$

Il reste à trouver la vitesse de l'air quand il passe dans l'hélice. On pourrait démontrer que l'air qui passe dans une hélice ou le fan gagne la moitié de sa vitesse avant l'hélice et l'autre moitié de sa vitesse après son passage dans l'hélice. La vitesse de l'air dans l'hélice est donc égale à la moyenne des vitesses.

$$v_h = \frac{v_{\text{exp}} + v}{2}$$

On a donc

Quantité d'air qui passe chaque seconde dans un moteur

$$R = \frac{1}{2} \rho A_h (v_{\text{exp}} + v)$$

La formule de poussée

$$F_t = (v_{\text{exp}} - v) R$$

devient donc

$$F_t = \frac{1}{2} (v_{\text{exp}} - v) \rho A_h (v_{\text{exp}} + v)$$

On arrive finalement à

Force de poussée des moteurs d'un avion

$$F_t = \frac{1}{2} (v_{\text{exp}}^2 - v^2) \rho A_h$$

Dans cette formule, il y a la masse volumique de l'air. Cette quantité dépend de la température et de la pression de l'air. En partant de la loi des gaz, on peut arriver à la formule suivante (où la pression est en kPa).

La masse volumique de l'air (en kg/m³)

$$\rho = 3,483\,677 \cdot \left(\frac{P}{T + 273,15} \right)$$

Si on sait la pression et la température à un endroit, on peut trouver la masse volumique de l'air à cet endroit. Par exemple, si on vous dit que, à l'aéroport de Québec, la température est de -25 °C et que la pression est de 98,3 kPa, la masse volumique de l'air est

$$\begin{aligned} \rho &= 3,483\,677 \cdot \left(\frac{P}{T + 273,15} \right) \\ &= 3,483\,677 \cdot \left(\frac{98,3}{-25 + 273,15} \right) \\ &= 1,380 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

Si on voulait, on pourrait faire une correction avec l'humidité de l'air. La formule utilisée précédemment donne la masse volumique de l'air sec (0 % d'humidité). Si on augmente l'humidité relative, la masse volumique de l'air diminue. Ainsi, avec la même température et la même pression, la masse volumique serait de 1,337 kg/m³ si on avait 100 % d'humidité. On ne va pas faire la correction pour l'humidité ici.

Exemple 4.4.4

Au décollage, chacun des deux moteurs PW150A de Pratt and Whitney installés sur les Bombardier Q-400 exerce une poussée de 20 000 N. Les hélices ont un diamètre de 4,1 m. (La température est de 15°C et la pression est de 100 kPa.)



a) Quelle est la vitesse d'expulsion du gaz ?

On va trouver la vitesse d'expulsion avec

$$F_t = \frac{1}{2} (v_{\text{exp}}^2 - v^2) \rho A_h$$

Il faut premièrement trouver l'aire de cercle décrit par les hélices quand elles tournent (A_h). Puisque le rayon est de 2,05 m, l'aire est

$$\begin{aligned} A_h &= \pi r^2 \\ &= \pi \cdot (2,05\text{m})^2 \\ &= 13,20\text{m}^2 \end{aligned}$$

Il faut ensuite trouver la masse volumique de l'air (ρ). La masse volumique est

$$\begin{aligned} \rho &= 3,483\,677 \cdot \left(\frac{P}{T + 273,15} \right) \\ &= 3,483\,677 \cdot \left(\frac{100}{15 + 273,15} \right) \\ &= 1,209 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2} (v_{\text{exp}}^2 - v^2) \rho A_h \\ 20\,000\text{N} &= \frac{1}{2} \cdot \left(v_{\text{exp}}^2 - \left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \right) \cdot 1,209 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 13,2\text{m}^2 \\ 20\,000\text{N} &= 7,979 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot v_{\text{exp}}^2 \\ v_{\text{exp}} &= 50,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

b) Combien de kilogrammes d'air sont poussés par un moteur chaque seconde ?

La poussée est aussi donnée par

$$F_t = (v_{\text{exp}} - v)R$$

On a donc

$$20\,000\text{N} = \left(50,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot R$$

$$R = 399 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Changement de poussée avec la vitesse de l'avion

Les moteurs ajoutent une vitesse Δv à l'air qui passe dans le moteur. Plus l'air arrive avec une grande vitesse dans le moteur, plus c'est de plus en plus difficile de donner un Δv important. En même temps, la quantité d'air R qui passe dans le moteur augmente avec la vitesse. Comme la poussée est donnée par $F_t = R\Delta v$ et que Δv et R changent avec la vitesse, la poussée des moteurs change avec la vitesse. Toutefois, le changement dépend de la façon dont Δv diminue pendant que R augmente.

Sans entrer dans les détails techniques pour chaque type de moteur, disons que la poussée des moteurs à hélice et des turbofans diminue un peu à mesure que la vitesse de l'avion augmente alors que la poussée des turbojets est à peu près toujours la même, peu importe la vitesse de l'avion.

Changement de poussée avec l'altitude

La poussée dépend de la quantité d'air poussée par le moteur. Près du sol, on pousse une masse d'air importante puisque la masse volumique de l'air est grande. Toutefois, la masse volumique de l'air diminue avec l'altitude, ce qui fait que la masse d'air poussée par le moteur diminue avec l'altitude. On voit très bien cette dépendance avec la masse volumique de l'air dans la formule de la poussée faite par un moteur à hélice.

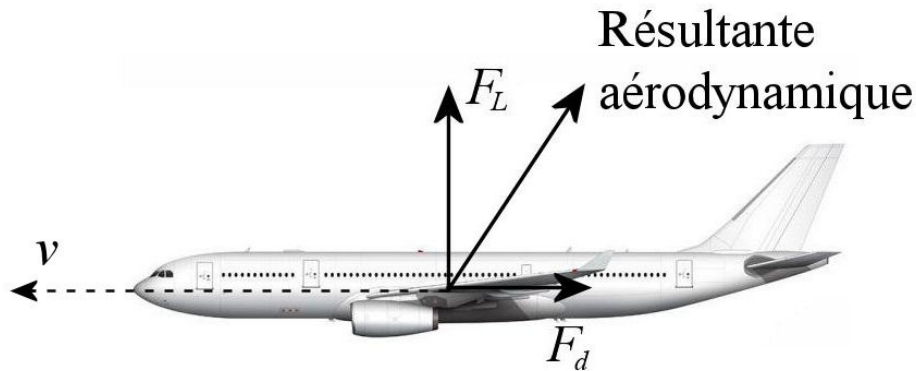
$$F_t = \frac{1}{2} (v_{\text{exp}}^2 - v^2) \rho A_h$$

Selon cette formule, la force de poussée diminue si la masse volumique de l'air diminue. Si la masse volumique est deux fois plus petite, alors la poussée est deux fois plus petite. (Ce n'est pas exactement vrai, mais c'est une excellente approximation.)

En conclusion, la poussée faite par les moteurs diminue avec l'altitude. On verra au prochain chapitre que cela limite l'altitude que peut atteindre un avion.

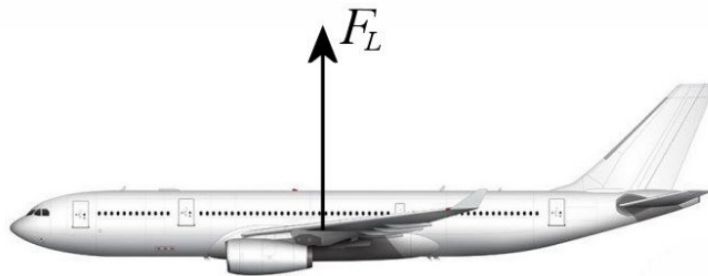
4.5 LA PORTANCE

L'air exerce une force sur l'avion. Cette force est appelée la *résultante aérodynamique*. Cette force est séparée en deux composantes : la *portée* (composante perpendiculaire à la vitesse de l'avion ou au flux d'air, notée F_L pour « lift ») et la trainée (composante parallèle à la vitesse de l'avion ou au flux d'air, notée F_d pour « drag »).



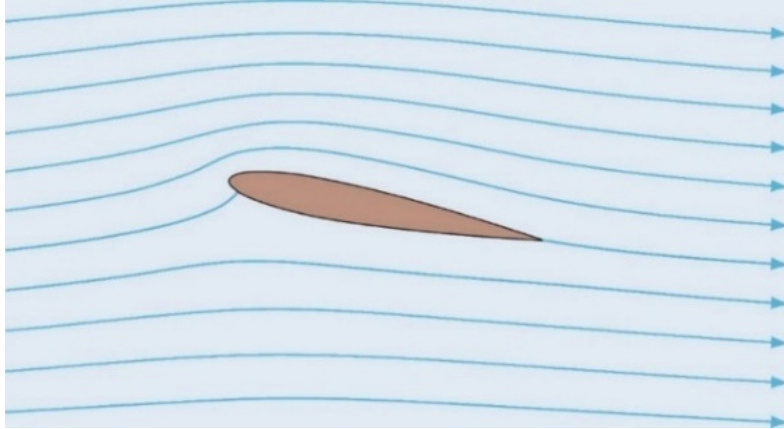
On va premièrement s'intéresser à la portance.

La portance est la force faite par l'air sur les ailes qui permet à l'avion de rester dans les airs.



Pour qu'il y ait de la portance, les ailes doivent absolument pousser de l'air vers le bas. Si l'avion donne de la quantité de mouvement vers le bas à l'air, alors l'air donne de la quantité de mouvement à l'avion vers le haut. La 3^e loi de Newton dit la même chose : si l'air exerce une force sur avion vers le haut, alors l'avion exerce une force sur l'air vers le bas.

Cette image montre le mouvement de l'air autour d'une aile. Voyez comme les lignes qui suivent le déplacement de l'air sont légèrement inclinées vers le bas après le passage de l'air autour de l'aile. C'est le signe que l'aile a poussé l'air vers le bas et que, en vertu de la 3^e loi de Newton, l'air a poussé l'aile vers le haut. La déviation n'est pas bien grande, mais comme on dévie beaucoup d'air, la force est appréciable.



commons.wikimedia.org/wiki/File:Streamlines_around_a_NACA_0012.svg



www.aviatest.eu/2020/04/08/the-word-of-the-week-downwash/

On voit très bien l'effet de cette poussée sur les nuages juste en dessous de cet avion (qu'on appelle le *downwash* en anglais).

Nous préciserons davantage comment s'exerce cette force qui permet à l'avion de voler au chapitre 9.

Le facteur de charge

Le facteur de charge n (ou parfois N) est défini par la formule suivante.

Le facteur de charge (Load Factor)

$$n = \frac{F_L}{mg}$$

Ce facteur indique à combien de fois le poids la portance est égale. Parfois, il y a un instrument qui mesure le facteur de charge (qui s'appelle en anglais le G LOAD ou le G FORCE).



www.lxnavigation.com/iris-g-force-80/iris-g-80

Ce facteur est important, car il y a un maximum à la force qu'une aile peut exercer. Si on dépasse cette portance maximale, les ailes risquent de se déformer ou même de casser. La limite n'est pas donnée par une force maximale, mais par un facteur de charge maximal.

Généralement, les avions qui transportent des passagers sont limités à un facteur de charge de 3,8. Si la masse de l'avion est supérieure à 4000 livres, la limite diminue. Les gros transporteurs ont une limite de 2,5 sans volets et de 2 quand les volets sont déployés. Les avions de la catégorie utility (petits avions autorisés à faire quelques acrobaties) peuvent aller jusqu'à 4,4 et les avions de la catégorie acrobatique doivent pouvoir atteindre un facteur de charge de 6.

Les avions de chasse peuvent atteindre des facteurs de charge encore plus élevés. Sur internet, on dit qu'on limite le facteur de charge d'un F-18 à 7,5 (limite qui monte à 10 si on appuie sur le g-limit ovrd pour *g-limit override*). Certains avions de voltige (comme les Sukhoi Su-26) peuvent aller jusqu'à un facteur de charge de 12 sans subir de dommage.



en.wikipedia.org/wiki/Sukhoi_Su-26

La formule de la portance

Des mesures effectuées sur des ailes ont montré que la portance est

La portance

- 1) Grandeur de la force

$$F_L = \frac{1}{2} C_L A \rho v^2$$

- 2) Direction de la force

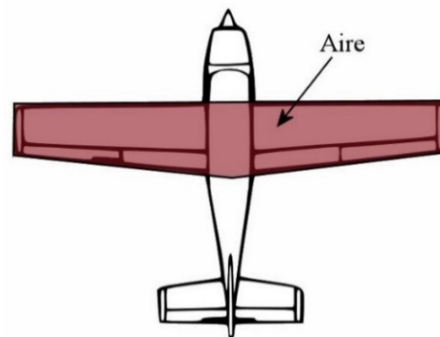
Perpendiculaire à la vitesse de l'avion

- 3) Point d'application de la force

Centre de poussée

(Le $\frac{1}{2}$ est là et n'a pas été inclus dans C_L parce qu'on voulait avoir $\frac{1}{2}\rho v^2$, une quantité appelée *pression dynamique* utilisée en mécanique des fluides.)

L'aire A correspond à l'aire des ailes (appelé *l'aire alaire*) quand on regarde l'avion du dessus (figure).

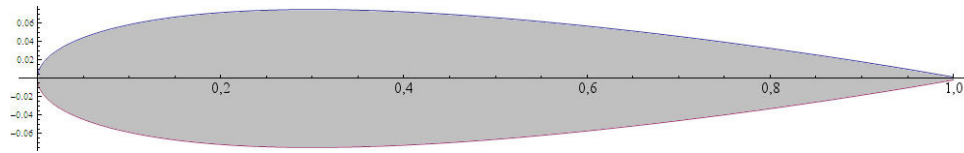


aerotoobox.com/wing-area/

ρ est la masse volumique de l'air.

v est la vitesse de l'avion dans l'air. On remarque que la portance augmente rapidement avec la vitesse. Doublez votre vitesse et la portance sera quatre fois plus grande.

C_L est le coefficient de portance. Sa valeur dépend de la forme de l'aile et de son angle par rapport au mouvement de l'air. Pour vous donner une idée de la valeur du coefficient, voici les valeurs pour une aile de forme symétrique dont l'épaisseur maximale est de 12,5 % de la largeur de l'aile. La longueur de l'aile est de 6 m et sa largeur est de 1,5 m.



Angle d'attaque	C_L
0°	0
0,4°	0,05
0,8°	0,10
1,2°	0,15
1,6°	0,19
2,0°	0,24
2,4°	0,29
2,8°	0,33
3,2°	0,38
3,6°	0,43
4,0°	0,47
4,4°	0,52
4,8°	0,56
5,2°	0,61
5,6°	0,65
6,0°	0,69
6,4°	0,74
6,8°	0,78
7,2°	0,82
7,6°	0,86
8,0°	0,91
8,4°	0,95
8,8°	0,99
9,2°	1,03
9,6°	1,07
10,0°	1,11
10,4°	1,15
10,8°	1,19
11,2°	1,22
11,6°	1,25
12,0°	1,28
12,4°	1,31
12,8°	1,34
13,2°	1,36
13,6°	1,37
14,0°	1,39
14,4°	1,40

14,8°	1,41
15,2°	1,41
15,6°	1,41
16,0°	1,41
16,4°	1,40
16,8°	1,39
17,2°	1,37
17,6°	1,35
18,0°	1,32
18,4°	1,29
18,8°	1,25
19,2°	1,20
19,6°	1,15
20,0°	1,10

Vous pouvez en fait vous amuser pour trouver les valeurs de ce coefficient pour différentes conditions avec un simulateur de la NASA.

<https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/foilsimstudent/>

Exemple 4.5.1

Un Bombardier Q-400 vole à 300 nœuds à une altitude de 20 000 pieds (6096 m). On va supposer que les ailes ont une forme symétrique avec une épaisseur égale à 12,5 % de la largeur (comme pour le tableau). L'aire des ailes est de 63,1 m² et la masse volumique de l'air à cette altitude est de 0,653 kg/m³. Quelle est la grandeur de la portance si l'angle d'attaque est de 3,2° ?

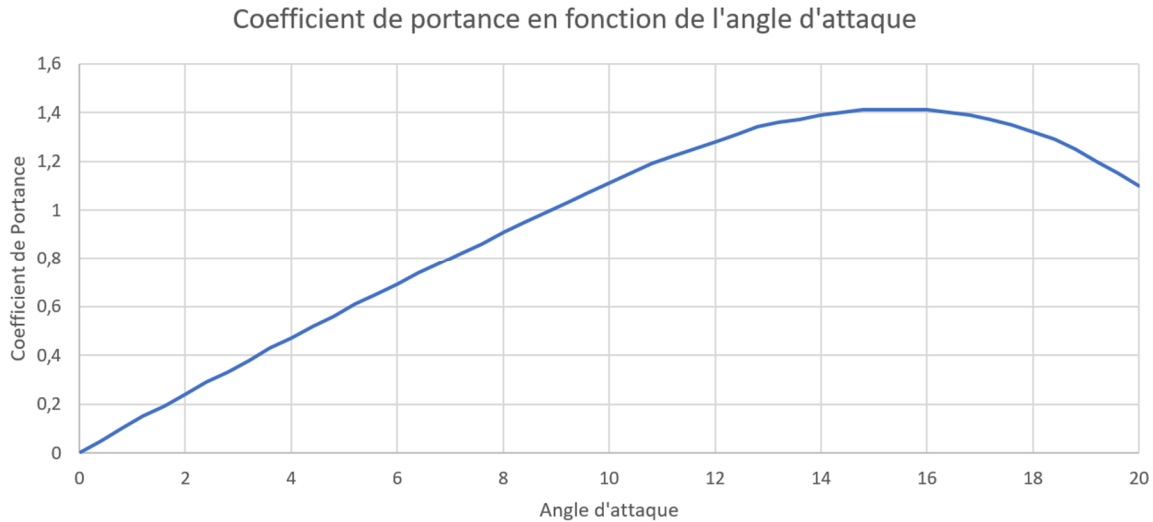
Le tableau nous indique que le coefficient de portance est de 0,38 quand l'angle d'incidence est de 3,2°. La portance est donc

$$\begin{aligned}
 F_L &= \frac{1}{2} C_L A \rho v^2 \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 0,38 \cdot 63,1 \text{ m}^2 \cdot 0,653 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(154,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \\
 &= 186\,664 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Coefficient de portance maximal

Si on examine le tableau des valeurs des coefficients de portance, on constate que le coefficient augmente avec l'angle d'incidence de l'angle. Généralement, on augmente donc l'angle d'attaque si on veut plus de portance.

On remarque toutefois que si on dépasse 16°, le coefficient se met à descendre. Voici d'ailleurs un graphique du coefficient en fonction de l'angle d'attaque.



Il y a donc une valeur maximale pour le coefficient de portance.

4.6 LA TRAINÉE (FORCE DE FRICTION DE L'AIR)

La formule de la trainée

La trainée est la force de friction faite par l'air qui s'oppose au mouvement d'un objet qui se déplace dans l'air. Des mesures effectuées sur des objets en mouvement dans des fluides (gaz et liquide) ont montré que la force de friction de l'air sur un objet est

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$

Dans cette formule, ρ est la masse volumique de l'air, v est la vitesse de l'avion et A est une aire dont la définition dépend de la forme de l'objet.

C_d est le coefficient de trainée. La valeur de ce coefficient dépend de la forme et de l'orientation de l'objet par rapport au mouvement de l'air.

Voici valeurs de C_d et les formules pour A pour 2 formes.

		Coefficient de trainée	A
Sphère	→ 	0,47	πR^2
Cube	→ 	1,05	L^2

en.wikipedia.org/wiki/Drag_coefficient

Exemple 4.6.1

Quelle est la grandeur de la trainée sur une balle ayant un rayon de 3,7 cm se déplaçant à 90 km/h dans l'air (masse volumique = 1,20 kg/m³) ?

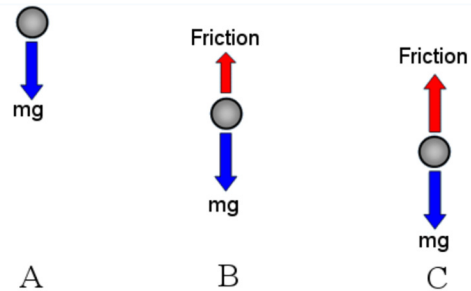
Comme la balle est une sphère, la force est

$$\begin{aligned}
 F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 0,47 \cdot \pi \cdot (0,037\text{m})^2 \cdot 1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \\
 &= 0,758\text{N}
 \end{aligned}$$

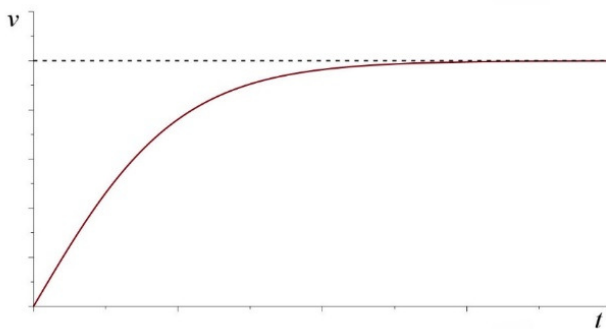
La vitesse limite

Si on laisse tomber un objet, il accélère vers le bas, car la force de gravitation l'attire. Au départ (A), il n'y a que la gravitation et l'objet a une accélération de 9,8 m/s². À mesure que la vitesse de l'objet va augmenter, la force de friction s'opposant à son mouvement va augmenter. Un peu plus tard (B), la friction annulera la moitié de la gravitation et l'accélération ne sera plus que de 4,9 m/s². Un peu plus tard (C), la force de friction vers le haut sera de la même grandeur

que la force de gravité vers le bas et la somme des forces sera nulle. L'objet va alors aller à vitesse constante. C'est ce qu'on appelle la vitesse limite.



tap.iop.org/mechanics/drag/209/page_46353.html



On obtient le graphique de gauche pour la vitesse de chute en fonction du temps pour un objet ayant une vitesse limite de 30 m/s.

Au départ, la pente est de 9,8 m/s². On voit la pente, donc l'accélération, diminuer en fonction du temps pour finalement atteindre la vitesse limite.

Comme on atteint la vitesse limite quand la force de friction est égale à la force de gravitation, on trouve cette vitesse avec

$$mg = \frac{1}{2} C_d A \rho v_L^2$$

En isolant la vitesse, on obtient

Vitesse limite d'un objet qui tombe dans un fluide

$$v_L = \sqrt{\frac{2mg}{C_d A \rho}}$$

Exemple 4.6.2

Quelle est la vitesse limite d'une balle (masse = 145 g et rayon = 3,7 cm) qui tombe dans l'air à 20 °C (masse volumique = 1,20 kg/m³) ?

La vitesse limite est

$$\begin{aligned} v_L &= \sqrt{\frac{2mg}{C_d A \rho}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 0,145 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{0,47 \cdot \pi (0,037 \text{ m})^2 \cdot 1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \\ &= 34,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Si un objet est lancé vers le bas avec une vitesse supérieure à la vitesse limite, alors la force de friction est plus grande que le poids et l'objet ralentit jusqu'à atteindre la vitesse limite.

La chute d'un objet dans l'air

On peut maintenant reconsidérer la chute d'un objet en tenant compte de la friction de l'air. Au chapitre 1, on a dit que tous les objets, peu importe leur masse, vont tomber avec la même accélération. En tenant compte de la friction de l'air, ce n'est plus vrai.

Pour illustrer, imaginons qu'on laisse tomber deux sphères de même taille, mais de masses différentes (disons un ballon de soccer et une boule en métal de même grosseur). Pendant la chute, l'accélération des boules est (en prenant un axe vers le bas).

$$\begin{aligned} ma &= mg - \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ a &= g - \frac{C_d A \rho v^2}{2m} \end{aligned}$$

On remarque alors que l'accélération dépend de la masse de l'objet. L'accélération est plus petite que g et ce qu'on soustrait de g est divisé par la masse. Comme ce qu'on soustrait est plus petit pour l'objet plus massif, l'accélération de l'objet massif est plus grande. On peut très bien voir cela dans ce vidéo

<http://www.youtube.com/watch?v=8ytIANs7Nz8>

Au départ, l'accélération est pratiquement la même puisque la vitesse est petite et ce qu'on soustrait à g est très petit pour les deux sphères. Mais à mesure que la vitesse augmente, le terme de friction prend de plus en plus d'importance et ce qu'on soustrait à g est plus important pour le ballon de soccer. L'accélération du ballon étant plus petite, il prend du retard par rapport à la boule de métal. Pour voir cette différence, il faut une distance de chute assez importante pour que les vitesses s'approchent de la vitesse limite de chaque sphère.

Toutefois, l'accélération ne dépend pas uniquement de la masse. Elle dépend de plusieurs autres facteurs comme C_d et A . Pour y voir plus clair, on peut écrire l'accélération sous la forme suivante.

$$a = g - \frac{C_d A \rho v^2}{2m}$$

$$a = g - g \frac{C_d A \rho}{2mg} v^2$$

$$a = g - g \frac{v^2}{v_L^2}$$

$$a = g \left(1 - \frac{v^2}{v_L^2} \right)$$

L'accélération étant toujours plus grande pour l'objet qui a la plus grande vitesse limite, c'est toujours l'objet qui a la plus grande vitesse limite qui va arriver au sol en premier si on les laisse tomber simultanément de la même hauteur. Ainsi, la forme, la taille de l'objet et sa masse sont autant de facteurs qui vont déterminer quel objet arrivera au sol en premier. Si on ajuste bien ces facteurs pour obtenir la même vitesse limite, les deux objets vont arriver au sol en même temps même s'ils ont des masses et des formes très différentes.

<http://www.youtube.com/watch?v=Pgs3wv3VYy4>

(En fait, dans tous les vidéos qui montrent que les objets arrivent en même temps au sol dans lesquels la distance de chute est relativement grande, on a dû tricher un peu et prendre des objets pour lesquels la vitesse limite est pratiquement identique. C'est ce que j'ai fait en laissant tomber ces citrouilles.

<http://www.youtube.com/watch?v=gVAJcd4JXyE>

Comme elles sont vides, la masse est pratiquement proportionnelle à A , ce qui fait en sorte que l'effet dû à la masse et l'effet dû à l'aire s'annulent mutuellement pour donner la même vitesse limite à toutes les citrouilles.)

On pourrait même avoir une situation dans laquelle l'objet ayant la masse la plus petite arrive en premier au sol. Si on laisse tomber simultanément d'une même hauteur une balle de baseball ($m = 145$ g, $v_L = 42$ m/s) et un ballon de basketball ($m = 600$ g, $v_L = 20$ m/s), c'est la balle de baseball qui va arriver au sol en premier, même si sa masse est plus petite ! (Clip à venir...)

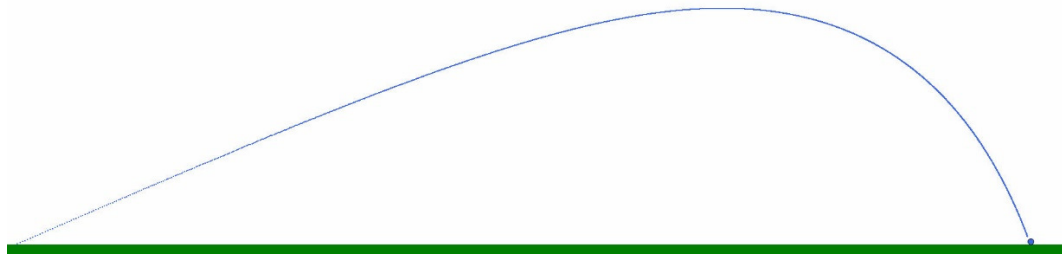
Les projectiles

La friction de l'air peut changer considérablement les conclusions obtenues au chapitre 2 concernant les projectiles. Cependant, il est très difficile de déterminer la forme exacte de la trajectoire puisqu'il n'y a pas de solution analytique (une formule) donnant la position du projectile en fonction du temps quand il y a de la friction. On sait quand même ce qui se passe, car on peut faire des simulations sur ordinateur. Vous pouvez d'ailleurs essayer mon simulateur en le téléchargeant.

<http://www.college-merici.qc.ca/professeurs/luc-tremblay/Programmes.html>

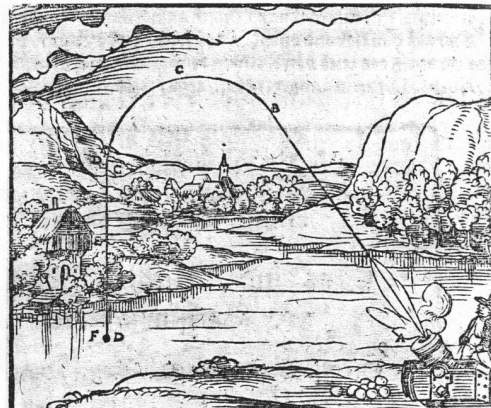
Voici quelques conclusions intéressantes :

- 1- Il n'est plus vrai que l'angle optimal pour obtenir la plus grande portée est de 45° . L'angle devient plus petit pour diminuer le temps pendant lequel agit la friction. Par exemple, pour un objet ayant une vitesse limite de 42 m/s et ayant été lancée à 70 m/s, la portée maximale est obtenue avec un angle de départ d'environ $37,6^\circ$.
- 2- La portée diminue grandement, surtout si l'objet est lancé avec une vitesse beaucoup plus grande que la vitesse limite. Par exemple, pour un objet ayant une vitesse limite de 42 m/s et lancé à 70 m/s à 40° , la portée, sans friction, est de 492 m alors qu'avec la friction elle est de 186 m.
- 3- La forme de la trajectoire n'est plus une parabole. Voici la trajectoire d'un objet ayant une vitesse limite de 42 m/s lancé avec une vitesse de 300 m/s et un angle de 40° .



Il est retombé à 434 m du point de départ (alors qu'il serait tombé à 9044 m sans friction).

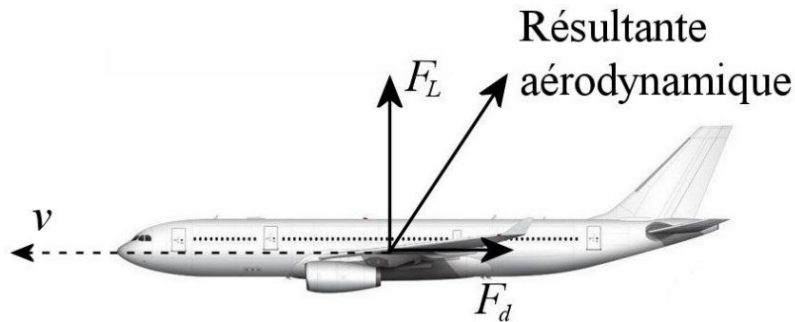
Remarquez la similarité entre cette trajectoire réelle et la trajectoire des projectiles selon la physique d'avant Galilée ! Ils n'étaient peut-être pas si fous que ça en fin de compte.



www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0893608011000852

La trainée sur un avion

Sur un avion, rappelons-nous que la trainée correspond à la composante de la résultante aérodynamique parallèle à la vitesse de l'avion.



Il s'agit donc d'une force qui s'oppose à la vitesse de l'avion.



La formule donnée précédemment s'applique aussi pour un avion. La force de trainée sur un avion est donc donnée par

La trainée

- 1) Grandeur de la force

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$

- 2) Direction de la force

Opposée à la vitesse de l'avion

- 3) Point d'application de la force

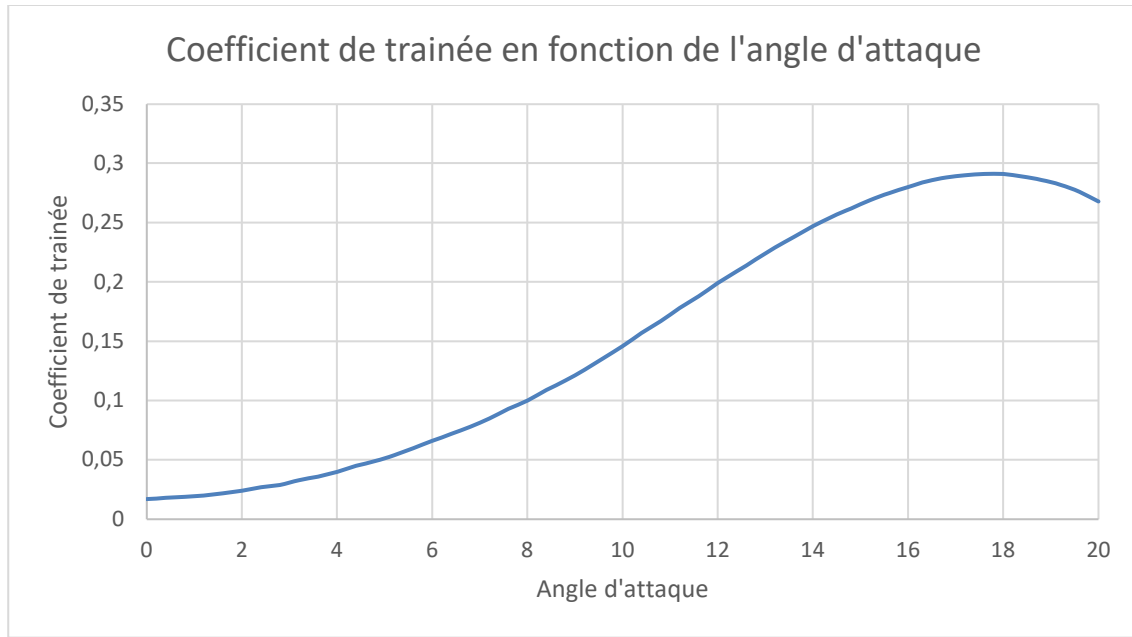
Surface de l'avion

Pour un avion, l'aire A est l'aire des ailes.

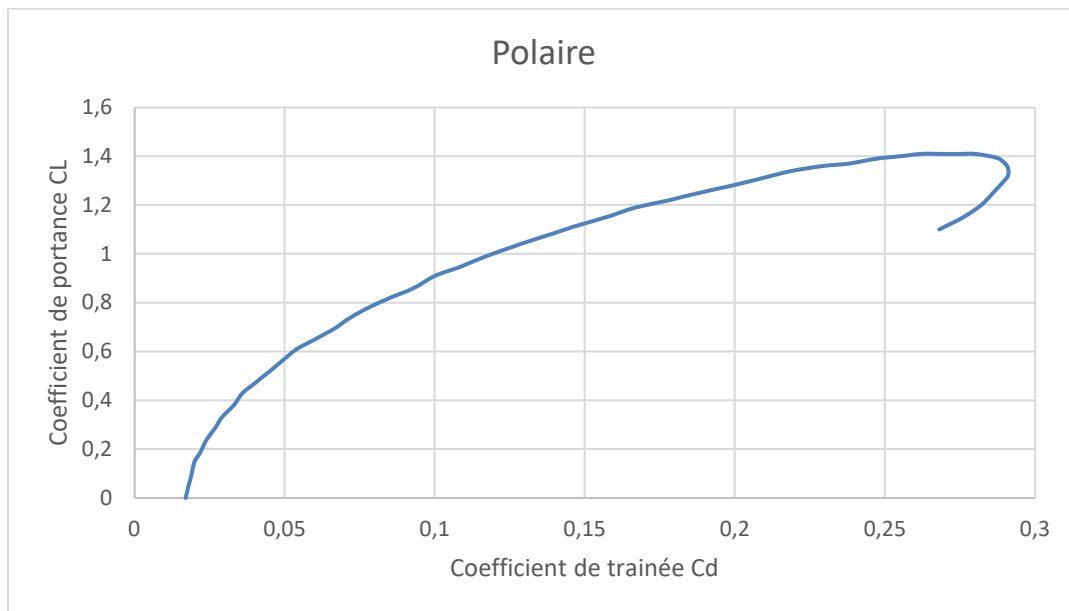
Encore une fois, le coefficient de trainée dépend de l'angle d'attaque. Avec notre modèle d'aile (à 250 km/h et 6000 m), on a les valeurs suivantes.

Angle d'attaque	C_L	C_d
0°	0	0,017
0,4°	0,05	0,018
0,8°	0,10	0,019
1,2°	0,15	0,020
1,6°	0,19	0,022
2,0°	0,24	0,024
2,4°	0,29	0,027
2,8°	0,33	0,029
3,2°	0,38	0,033
3,6°	0,43	0,036
4,0°	0,47	0,040
4,4°	0,52	0,045
4,8°	0,56	0,049
5,2°	0,61	0,054
5,6°	0,65	0,060
6,0°	0,69	0,066
6,4°	0,74	0,072
6,8°	0,78	0,078
7,2°	0,82	0,085
7,6°	0,86	0,093
8,0°	0,91	0,100
8,4°	0,95	0,109
8,8°	0,99	0,117
9,2°	1,03	0,126
9,6°	1,07	0,136
10,0°	1,11	0,146
10,4°	1,15	0,157
10,8°	1,19	0,167
11,2°	1,22	0,178
11,6°	1,25	0,188
12,0°	1,28	0,199
12,4°	1,31	0,209
12,8°	1,34	0,219
13,2°	1,36	0,229
13,6°	1,37	0,238
14,0°	1,39	0,247
14,4°	1,40	0,255
14,8°	1,41	0,262
15,2°	1,41	0,269
15,6°	1,41	0,275
16,0°	1,41	0,280
16,4°	1,40	0,285
16,8°	1,39	0,288
17,2°	1,37	0,290
17,6°	1,35	0,291
18,0°	1,32	0,291
18,4°	1,29	0,289
18,8°	1,25	0,286
19,2°	1,20	0,282
19,6°	1,15	0,276
20,0°	1,10	0,268

Voici le graphique du coefficient de trainée en fonction de l'angle d'attaque.

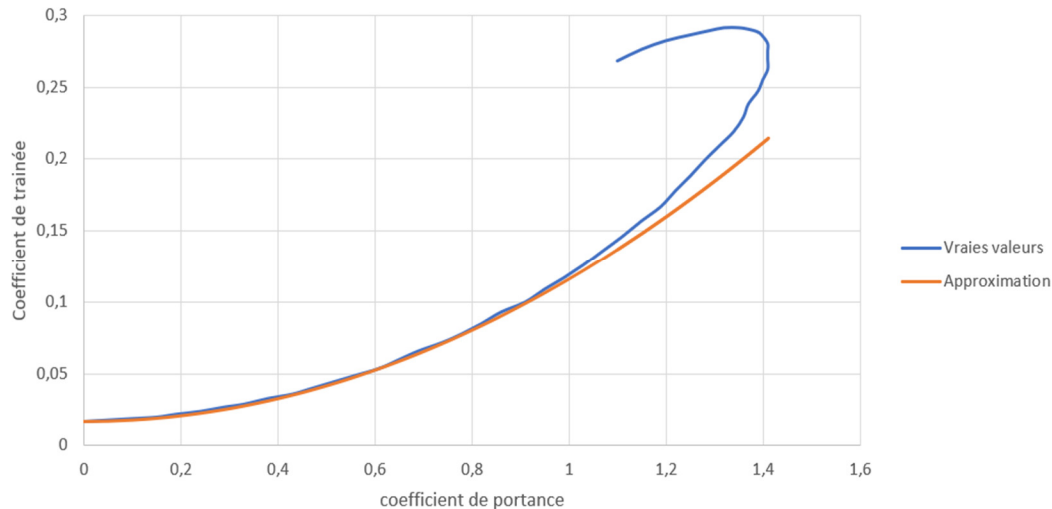


Quand on fait le graphique de C_L en fonction de C_d , on obtient la *polaire* (ou *polaire d'Eiffel*). En anglais, cette courbe s'appelle le *polar drag*.



Cette courbe est une caractéristique importante de l'avion. Souvent, on a aussi la partie de la courbe pour des C_L négatifs. Avec notre modèle d'aile, la partie pour les C_L négatifs est identique à celle pour les C_L positifs, mais elle est inversée verticalement.

Le lien entre C_L et C_d semble compliqué, mais on peut obtenir une bonne approximation. En examinant cette courbe, certains ont constaté que la courbe ressemble beaucoup à une parabole (courbe orange sur le graphique) si on inverse les axes.



La courbe « Approximation » est la parabole qui donne environ la valeur de C_d . L'approximation est assez bonne pourvu qu'on ne s'approche pas trop de $C_{L\max}$. C'est cette approximation qu'on va prendre ici. Dans cette approximation, on commence à une certaine valeur C_{d0} et le coefficient de trainée augmente avec le carré de C_L . Cette formule est

Coefficient de trainée d'un avion

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

Le premier terme C_{d0} s'appelle le *coefficient de trainée à portance nulle* (zero-lift drag coefficient) ou le *coefficient de trainée parasite*. La valeur de C_{d0} se situe souvent entre 0,015 et 0,035 pour les avions commerciaux.

Le deuxième terme de la formule s'appelle le *coefficient de trainée induite*.

$$C_{di} = \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

Dans cette formule, S est l'envergure (*span* en anglais) de l'aile, donc sa longueur. Le e est un facteur d'efficacité (appelé le *coefficient d'Oswald*) qui dépend de la forme de l'avion et des ailes. Souvent, ce coefficient est entre 0,75 et 0,8 pour des avions commerciaux.

Voici les valeurs de C_{d0} et de e pour quelques modèles d'avion.

Modèle	C_{d0}	e
Cessna 310	0,027	0,73
Cessna 172/182	0,027	0,75
Embraer E190	0,019	0,81
Bombardier Q-400	0,020	0,75
Airbus A320	0,018	0,80

Airbus A330-200	0,029	0,73
Airbus A350-900	0,031	0,73
Airbus A380-800	0,028	0,78
Boeing 737-700	0,029	0,74
Boeing 747-400	0,028	0,77
Boeing 777-300ER	0,037	0,69
Boeing 787-9	0,029	0,74

La formule de C_d montre clairement que le coefficient de trainée induite diminue si on augmente l'envergure des ailes. De très longues ailes minces, comme les ailes d'un planeur, sont donc avantageuses. Elles font moins de trainée pour la même portance. L'allongement des ailes des avions de ligne est cependant limité parce que de très longues ailes ne sont pas aussi solides et aussi parce que les installations aéroportuaires limitent l'envergure des avions à 80 m.

Exemple 4.6.1

Un Bombardier Q-400 vole à 300 nœuds à une altitude de 20 000 pieds (6096 m). On va supposer qu'à ce moment, on a $C_L = 0,48$. L'aire des ailes est de $63,1 \text{ m}^2$, la température à cette altitude est de -25°C et la pression de l'air à cette altitude est de $46,6 \text{ kPa}$. L'envergure des ailes est de $28,4 \text{ m}$. Quelle est la grandeur de la trainée ?

La trainée est donnée par

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$

Pour la trouver, on doit connaître le coefficient de trainée C_d . Ce coefficient est donné par

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e \pi S^2}$$

Comme $C_{d0} = 0,020$ et $e = 0,75$ pour cet avion (tableau montré juste avant l'exemple), on a

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e \pi S^2} \\ &= 0,020 + \frac{(0,48)^2 \cdot 63,1 \text{ m}^2}{0,75 \cdot \pi \cdot (28,4 \text{ m})^2} \\ &= 0,020 + 0,008 \\ &= 0,028 \end{aligned}$$

Il nous faut également la masse volumique de l'air. La masse volumique est

$$\rho = 3,483\,677 \cdot \left(\frac{P}{T + 273,15} \right)$$

$$= 3,483\,677 \cdot \left(\frac{46,6}{-25 + 273,15} \right)$$

$$= 0,654 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

La trainée est donc

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,028 \cdot 63,1 \text{ m}^2 \cdot 0,654 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(154,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2$$

$$= 13\,773 \text{ N}$$

La finesse

Le rapport entre la portance et la trainée (F_L/F_d) s'appelle la *finesse* (*L/D ratio* en anglais). Ce rapport des forces est aussi le rapport des coefficients.

$$f = \frac{F_L}{F_d}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} C_L \rho A v^2}{\frac{1}{2} C_d \rho A v^2}$$

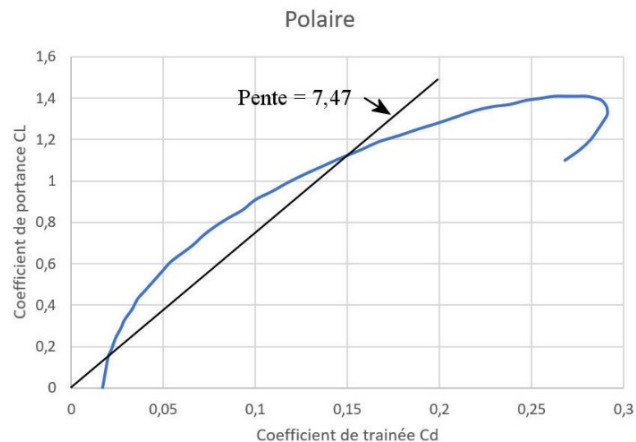
$$= \frac{C_L}{C_d}$$

La finesse est donc

Finesse

$$f = \frac{F_L}{F_d} = \frac{C_L}{C_d}$$

Sur la polaire, la finesse est la pente de la droite qui va de l'origine au point qui correspond aux valeurs de C_L et de C_d qui nous intéresse. Par exemple, un point de la polaire de notre modèle d'aile est $C_L = 1,13$ et $C_d = 0,151$ (qui correspond à un angle d'attaque de $10,2^\circ$). Cela correspond à une finesse de 7,47. Cela signifie que la pente de la droite montrée sur le graphique de droite a une pente de 7,47.



Angle d'attaque optimal

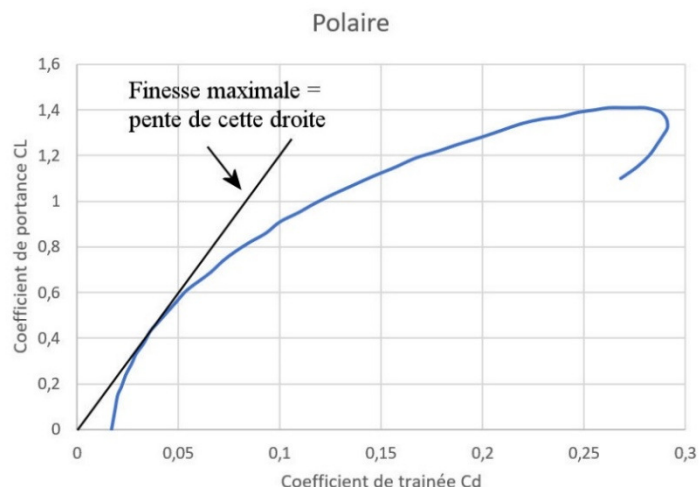
Le tableau et le graphique des valeurs du coefficient de portance C_L pour notre modèle d'aile pourrait nous laisser croire qu'un angle d'attaque de l'ordre de 15° serait souhaitable puisque C_L atteint sa valeur maximale à cet angle. Toutefois, la trainée augmente avec C_L ce qui veut dire qu'il y aura beaucoup de trainée si l'angle d'attaque est de 15° , ce qui n'est pas souhaitable. Pour diminuer les coûts d'exploitation de l'avion, on doit avoir le moins de trainée générée par rapport à la portance, ce qui signifie qu'on doit avoir la finesse maximale.

Le tableau suivant vous donne les valeurs des coefficients de portance et de trainée sur notre modèle d'aile (envergure = 6 m, aire = 9 m², vitesse = 135 nœuds (250 km/h) et altitude = 19 685 pieds (6000 m))

Angle d'attaque	C_L	C_d	Finesse
0°	0,00	0,017	0,0
0,5°	0,06	0,018	3,4
1°	0,12	0,019	6,3
1,5°	0,18	0,021	8,5
2°	0,24	0,024	10,0
2,5°	0,30	0,027	11,0
3°	0,36	0,031	11,5
3,5°	0,41	0,035	11,7
4°	0,47	0,040	11,7
4,5°	0,53	0,046	11,5
5°	0,58	0,052	11,3
5,5°	0,64	0,058	10,9
6°	0,69	0,066	10,6
6,5°	0,75	0,073	10,2
7°	0,80	0,082	9,8
7,5°	0,85	0,091	9,4
8°	0,91	0,100	9,0

On voit que la finesse est maximale à un angle d'attaque entre $3,5^\circ$ et 4° pour ce type d'aile (plus précisément, c'est à $3,7^\circ$). À $3,7^\circ$, l'aile génère 11,73 fois plus de portance que de trainée. Avec ce type d'aile, on viserait cet angle d'attaque pour le vol de croisière pour limiter les coûts de carburant.

On peut obtenir la finesse maximale à partir de la polaire. Pour la trouver, il faut tracer la droite partant de l'origine qui a la plus grande pente tout en touchant à la courbe, comme sur le graphique de droite.



On remarque que cette droite passe par le point (0,1, 1,2). Comme la droite passe aussi nécessairement par le point (0,0), la pente est

$$pente = \frac{1,2-0}{0,1-0} = 12$$

La finesse maximale est donc de 12. (Ce n'est pas loin du 11,73 trouvé précédemment. Évidemment, la valeur est un peu approximative avec un graphique.)

On peut également obtenir la finesse maximale à partir de la formule qui donne le coefficient de trainée à partir du coefficient de portance.

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

En utilisant cette formule, on obtient la finesse suivante.

$$\begin{aligned} f &= \frac{C_L}{C_d} \\ &= \frac{C_L}{C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}} \\ &= \left(\frac{C_{d0}}{C_L} + \frac{C_L A}{e\pi S^2} \right)^{-1} \end{aligned}$$

On peut ensuite chercher la valeur maximale de cette fonction. Cette valeur maximale se produit quand

$$C_L = \sqrt{\frac{C_{d0} e\pi S^2}{A}}$$

Cela signifie qu'à la finesse maximale, le coefficient de trainée est

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= C_{d0} + \frac{C_{d0} e\pi S^2}{A} \frac{A}{e\pi S^2} \\ &= C_{d0} + C_{d0} \\ &= 2C_{d0} \end{aligned}$$

(ce qui signifie qu'avec notre modèle d'aile, on devrait avoir $C_d = 0,034$ au maximum puisque $C_{d0} = 0,017$. Ce n'est pas exactement le cas puisqu'on a $C_d = 0,037$ à la finesse maximale, mais on n'est pas loin.)

La valeur maximale de la finesse est alors

$$f_{\max} = \frac{C_L}{C_d}$$

$$= \frac{1}{2C_{d0}} \sqrt{\frac{C_{d0} e \pi S^2}{A}}$$

En simplifiant, on obtient la formule suivante.

Finesse maximale

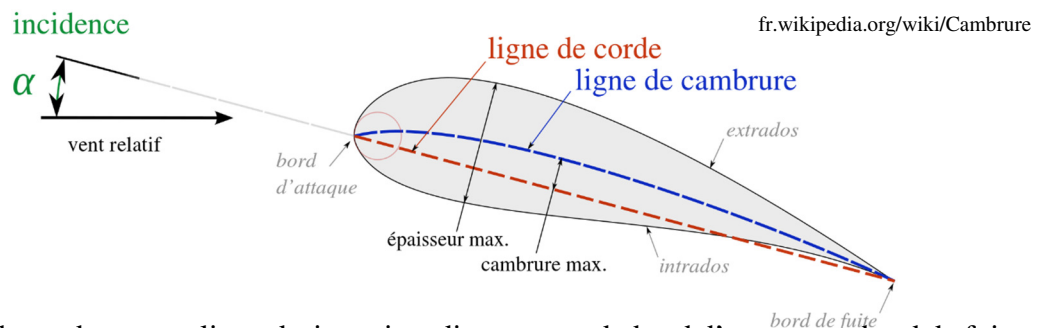
$$f_{\max} = \frac{S}{2} \sqrt{\frac{\pi e}{C_{d0} A}}$$

Notre modèle d'aile a $S = 6 \text{ m}$, $A = 9 \text{ m}^2$, $C_{d0} = 0,017$ et $e = 0,75$. On arrive, en théorie, à une finesse maximale de 11,8 (alors que la véritable valeur est de 11,7).

Autres formes d'ailes

Description de l'aile

On va commencer par comprendre le vocabulaire qui décrit la forme de l'aile.



La ligne de corde est une ligne droite qui va directement du bord d'attaque au bord de fuite.

L'angle entre la ligne de corde et le vent relatif est l'angle d'attaque ou l'angle d'incidence de l'aile.

La ligne de cambrure va du bord d'attaque au bord de fuite, mais en restant toujours au milieu de l'aile (à mi-chemin entre l'extrados, le dessus de l'aile, et l'intrados, le dessous de l'aile).

La plus grande distance entre la ligne de corde et la ligne de cambrure est la cambrure maximum. On l'appelle aussi la flèche.

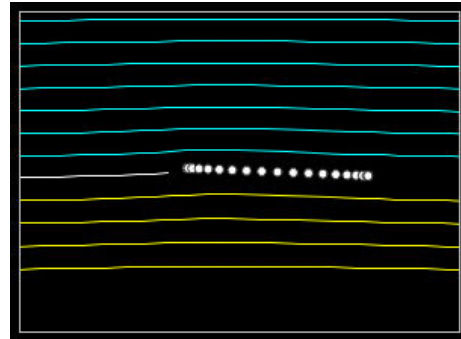
La cambrure est le rapport entre la cambrure maximale (la flèche f) et la longueur de la ligne de corde (C).

$$\text{Cambrure} = \frac{f}{C}$$

Voyons ce qu'on obtient pour d'autres formes d'ailes. Dans toutes ces simulations, l'aile a une largeur de 1,5 m et une longueur de 6 m.

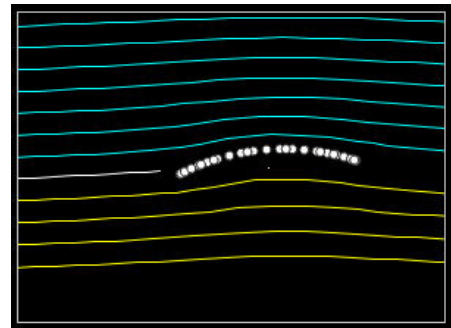
Aile mince (1 % de la largeur)

Avec cette aile, la finesse atteint sa valeur maximale quand l'angle d'attaque est de $2,4^\circ$. À cet angle, la finesse est de 13,57 et le coefficient de portance est de 0,26. La finesse est meilleure qu'avec notre aile symétrique (c'était 11,7), mais on a moins de portance (qui avait 0,47 à la finesse maximum). Il faudrait donc de plus grandes ailes. Toutefois, il serait difficile de fabriquer ces grandes ailes très minces tout en gardant une structure suffisamment rigide.



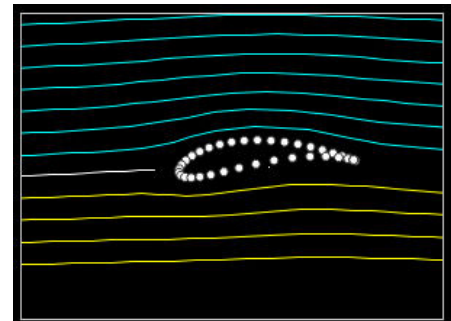
Aile mince cambrée

Avec cette aile cambrée de 10 %, la finesse atteint sa valeur maximale quand l'angle d'attaque est de $-4,4^\circ$. À cet angle, la finesse est de 7,89 et le coefficient de portance est de 0,73. La finesse n'est pas aussi bonne qu'avec l'aile symétrique, mais on a plus de portance. Ce profil d'aile ressemble beaucoup au profil des ailes utilisées au début de l'aviation.



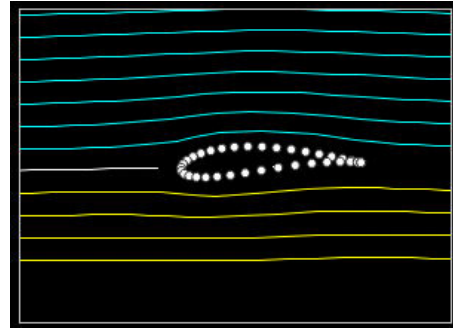
Aile cambrée

Avec cette aile qui a une cambrure de 10 % et une épaisseur égale à 10 % de la corde, la finesse atteint sa valeur maximale quand l'angle d'attaque est de $-3,6^\circ$. À cet angle, la finesse est de 7,97 et le coefficient de portance est de 0,76. La finesse n'est pas aussi bonne qu'avec l'aile symétrique, mais on a plus de portance.

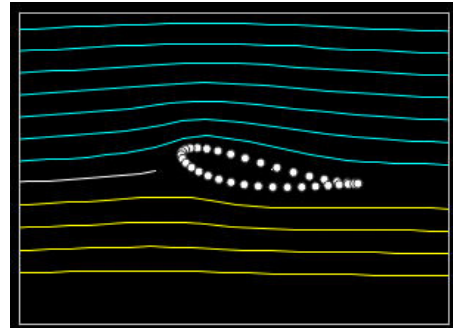


Aile un peu moins cambrée

Avec cette aile qui a une cambrure de 5 % et une épaisseur de 10 % de la corde, la finesse atteint sa valeur maximale quand l'angle d'attaque est de $-2,6^\circ$. À cet angle, la finesse est de 19,14 et le coefficient de portance est de 0,30. C'est tout près de la meilleure finesse qu'on peut obtenir avec le simulateur. (On obtient une finesse un peu plus grande de 19,16 avec une cambrure de 4,9 et un angle d'attaque de $-2,5^\circ$. En tout cas, je n'ai pas pu faire mieux. Le défi est lancé.)

Aile à cambrure négative

Avec cette aile qui a une cambrure de -5 % et une épaisseur de 10 % de la corde, la finesse atteint sa valeur maximale quand l'angle d'attaque est de $10,3^\circ$. À cet angle, la finesse est de 6,504 et le coefficient de portance est de 0,59. Cette faible finesse n'est pas très avantageuse. Toutefois, cela montre qu'un avion peut voler sur le dos, mais il faut un angle d'attaque assez élevé.

**La traînée à très haute vitesse**

Les formules montrées précédemment sont valides tant que l'avion ne dépasse pas environ 85 % de la vitesse du son. À des vitesses supérieures à 85 % de la vitesse du son, la force de traînée devient beaucoup plus grande que ce que nos formules donnent. On ne va pas examiner les corrections à apporter quand la vitesse de l'avion s'approche de la vitesse du son.

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS**Force de gravitation (F_g) ou Poids (P) (formule valide près de la surface de la Terre)**

- 1) Grandeur de la force

$$P = mg$$

où $g = 9,8 \frac{N}{kg}$

- 2) Direction de la force

Vers le bas (centre de la Terre).

- 3) Point d'application de la force

À partir du centre de masse de l'objet.

(À voir au chapitre sur le centre de masse.

Pour l'instant, prenez un point à peu près au centre de l'objet.)

Normale (N ou F_N)

- 1) Grandeur de la force

À déterminer avec les lois de Newton.

- 2) Direction de la force

Répulsion entre les objets, perpendiculaire à la surface de contact.

- 3) Point d'application de la force

Roues de l'avion

(à moins d'un problème de train d'atterrissage)

La force de friction cinétique (F_f) sur un avion qui glisse sur une piste

- 1) Grandeur de la force

$$F_f = \mu_c F_N$$

- 2) Direction de la force

Parallèle à la surface de contact, opposée à la vitesse

- 3) Point d'application de la force

Points de contact entre les roues et la piste

(ou l'avion et la piste s'il n'y a pas de roues)

La force de friction statique (F_f) sur un avion

- 1) Grandeur de la force

$$\text{Valeur maximale } F_{f \max} = \mu_s F_{N \text{ Arrière}} = k \mu_s F_N$$

- 2) Direction de la force

Parallèle à la surface de contact, opposée au mouvement

- 3) Point d'application de la force

Surface de contact entre les objets (roues de l'avion)

Freinage d'un avion sur une piste par la friction statique (si les freins sont la seule force qui fait ralentir l'avion et si les ailes ne font pas de force verticale)

L'accélération est entre 0 et $-k\mu_s g$ selon l'intensité du freinage

Freinage d'un avion sur une piste par la friction cinétique (roues bloquées) (si les freins sont la seule force qui fait ralentir l'avion et si les ailes ne font pas de force verticale)

$$a = -k\mu_c g$$

Le rapport poussée sur poids (Thrust-to-weight Ratio)

$$T / W = \frac{F_t}{mg}$$

Force de poussée des moteurs d'une fusée

$$F_t = v_{\text{exp}} R$$

Force de poussée des moteurs d'un avion

$$F_t = (v_{\text{exp}} - v) R \qquad F_t = \frac{1}{2} (v_{\text{exp}}^2 - v^2) \rho A_h$$

Quantité d'air qui passe chaque seconde dans un moteur

$$R = \frac{1}{2} \rho A_h (v_{\text{exp}} + v)$$

La masse volumique de l'air (en kg/m³)

$$\rho = 3,483\,677 \cdot \left(\frac{P}{T + 273,15} \right)$$

Le facteur de charge (Load Factor)

$$n = \frac{F_L}{mg}$$

La portance

- 1) Grandeur de la force

$$F_L = \frac{1}{2} C_L A \rho v^2$$

- 2) Direction de la force

Perpendiculaire à la vitesse de l'avion

- 3) Point d'application de la force

Centre de poussée

Vitesse limite d'un objet qui tombe dans un fluide

$$v_L = \sqrt{\frac{2mg}{C_d A \rho}}$$

La trainée

- 1) Grandeur de la force

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$

- 2) Direction de la force

Opposée à la vitesse de l'avion

- 3) Point d'application de la force

Surface de l'avion

Coefficient de trainée d'un avion

$$C_d = C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

Finesse

$$f = \frac{F_L}{F_d} = \frac{C_L}{C_d}$$

Finesse maximale

$$f_{\max} = \frac{S}{2} \sqrt{\frac{\pi e}{C_{d0} A}}$$

EXERCICES

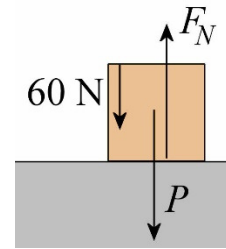
4.1 La force de gravitation

1. Quelle est la force gravitationnelle sur une personne de 100 kg dans les situations suivantes ?
 - a) Elle se tient debout sur le sol.
 - b) Elle est en chute libre.
 - c) Elle est debout sur le sol et elle tient un sac de farine de 20 kg dans ses bras.
2. Quelle est la force de gravitation qui s'exerce sur un Airbus 350, dont la masse est de 300 tonnes ?

4.2 La normale

3. Une personne de 65 kg se tient debout sur le sol.
- Quelle est la force de gravitation qui s'exerce sur cette personne ?
 - Quelle est la force normale exercée par le sol sur cette personne ?

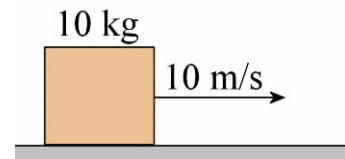
4. Une boîte de 20 kg est au repos sur le sol. On applique une force de 60 N vers le bas sur la boîte. Quelle est la normale exercée par le sol sur la boîte ?



5. William, dont la masse est de 72 kg, est dans un ascenseur.
- Quelle est la grandeur de la force normale s'exerçant sur William si l'ascenseur monte avec une vitesse constante de 5 m/s ?
 - Quelle est la grandeur de la force normale s'exerçant sur William si l'ascenseur monte avec une vitesse de 5 m/s et qui augmente à un rythme de 2 m/s² ?
 - Quelle est la grandeur de la force normale s'exerçant sur William si l'ascenseur monte avec une vitesse de 5 m/s et qui diminue à un rythme de 3 m/s² ?
6. Un Airbus A350 de 300 tonnes s'apprête à décoller.
- Quelle est la grandeur de la normale faite par la piste sur l'avion quand l'avion est arrêté en début de piste ?
 - Quand l'avion commence à rouler, la portance des ailes exerce une force vers le haut. À un certain moment, la portance a une grandeur égale à 60 % du poids de l'avion. Quelle est la grandeur de la normale faite par la piste sur l'avion à ce moment ?
 - Quelle est la grandeur de la normale faite par la piste sur l'avion juste comme l'avion quitte la piste ?

4.3 La force de friction

7. Un bloc de 10 kg ayant une vitesse de 10 m/s glisse sur une surface. Si ce bloc s'arrête en 4 secondes, quel est le coefficient de friction cinétique entre le bloc et le sol ?

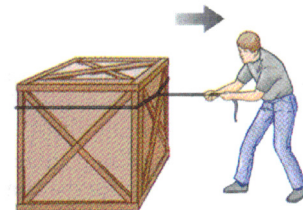


8. Un avion qui n'a pas pu sortir son train d'atterrissage se pose sur un champ gazonné. L'avion a une vitesse de 60 nœuds quand il touche le champ. Quels sont la distance (en pieds) et le temps d'arrêt de l'avion si le coefficient de friction cinétique entre l'avion et le gazon est de 0,5 ? (Faites comme si la friction cinétique était la seule force qui fait ralentir l'avion et comme si les ailes ne créaient pas du tout de force vers le haut.)



www.dailymail.co.uk/news/article-3167226/Incredible-moment-pilot-landed-Spitfire-without-WHEELS-strong-winds-landing-gear-failed-release.html

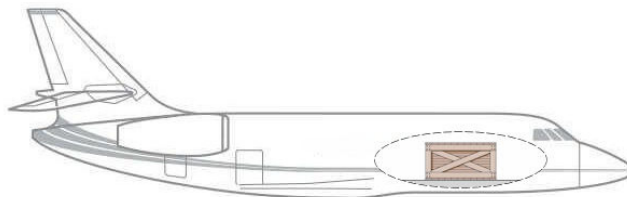
9. Hubert veut déplacer une caisse de 100 kg en tirant avec une corde. La caisse va-t-elle se mettre en mouvement s'il tire sur la corde avec une force de 600 N et que le coefficient de friction statique est de 0,6 ?



www.ux1.eiu.edu/~cfadd/1150/04Nwtn/frict.html

10. Un bloc de 5 kg est soumis à une force horizontale de 30 N. Il est posé sur une surface pour laquelle $\mu_s = 0,7$ et $\mu_c = 0,6$.
- Le bloc va-t-il bouger s'il est initialement au repos ?
 - Quelle est la force de friction agissant sur le bloc dans ce cas ?
 - Refaire a) et b) si la force est augmentée à 50 N.

11. Une boîte est dans un avion.



www.lufthansa.com/dz/en/lufthansa-private-jet-fleet

Le coefficient de friction statique entre la boîte et le plancher de l'avion est de 0,65. Quelle est l'accélération maximale que peut avoir l'avion pour que la boîte ne glisse pas sur le plancher de l'avion ?

12. Un Airbus A350 se déplaçant à 150 nœuds se pose sur une piste en béton. La proportion du poids soutenu par le train arrière est de 80 %. Calculez la distance d'arrêt (en pieds) dans les situations suivantes (en supposant que l'avion ralentit uniquement grâce à la friction entre les roues et le sol). Utilisez les coefficients de friction suivants.

Surface	μ (statique)	μ (cinétique)
Béton sec	0,9	0,8
Béton mouillé	0,4	
Neige	0,3	

- La piste est sèche et on freine au maximum sans bloquer les roues.
- La piste est mouillée et on freine au maximum sans bloquer les roues.
- La piste est recouverte de neige et on freine au maximum sans bloquer les roues.
- La piste est sèche et on freine en bloquant les roues.
- La piste est sèche et on freine sans bloquer les roues avec une force égale à la moitié de la friction statique maximale.

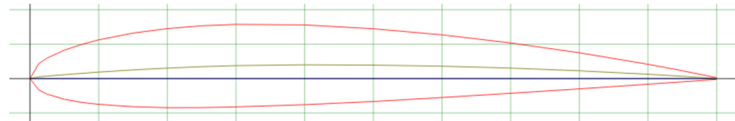
4.4 La poussée

- La fusée Ariane 5 éjecte des gaz à une vitesse de 3200 m/s au rythme de 3400 kg/s. La masse initiale de la fusée est de 710 000 kg, incluant le carburant. Quelle est la grandeur de la poussée des moteurs ?
- Chacun des moteurs d'un Airbus A350 peut exercer une poussée de 431 000 N au décollage. Au début du décollage (quand l'Airbus a une très basse vitesse), quelle masse d'air doit passer par chaque moteur si la vitesse d'expulsion des gaz est de 600 km/h ?
- En plein vol à 450 nœuds, chaque moteur d'un Airbus A350 exerce une poussée de 200 000 N. Quelle masse d'air doit passer par chaque moteur si la vitesse d'expulsion des gaz est de 500 nœuds ?
- Quelle est la masse volumique de l'air quand la température est de 12 °C et la pression est 100 kPa ?
- Au décollage, le moteur d'un Cessna 182 propulse l'air à une vitesse de 50 m/s. L'hélice a un diamètre de 2 m. Quelle est la grandeur de la poussée au début du décollage (quand l'avion est presque arrêté sur la piste) ? (La masse volumique de l'air est 1,2 kg/m³.)
- En vol à 145 nœuds à une altitude de 10 000 pieds (la masse volumique de l'air est 0,9 kg/m³), l'air expulsée par un moteur ayant une hélice d'un diamètre de 3 m a une vitesse de 155 nœuds. Quelle est la grandeur de la poussée exercée par ce moteur ?

19. En vol à 145 nœuds, le moteur d'un Cessna exerce une poussée de 500 N. L'hélice a un diamètre de 2 m. À quelle vitesse est expulsé l'air quand l'avion vole à une altitude de 10 000 pieds ? À cette altitude, la température de l'air est de -5°C et la pression est de 70 kPa.

4.5 La portance

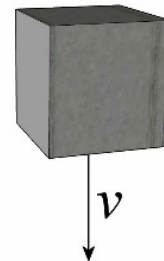
20. Un Cessna 182 vole à 145 nœuds à une altitude de 10 000 pieds (3048 m). L'aile de ce Cessna a le profil NACA 2412 (figure) qui a un C_L de 0,660 8 à un angle d'attaque de 4° . L'aire des ailes est de $16,2\text{ m}^2$ et la masse volumique de l'air à cette altitude est de $0,9\text{ kg/m}^3$. Quelle est la grandeur de la portance si l'angle d'attaque est de 4° ?



21. Un Cessna 182 vole à 140 nœuds à une altitude de 10 000 pieds (3048 m). On va supposer que les ailes ont une forme symétrique avec une épaisseur égale à 12,5 % de la largeur (comme pour le tableau de la section 4.5). L'aire des ailes est de $16,2\text{ m}^2$ et la masse volumique de l'air à cette altitude est de $0,9\text{ kg/m}^3$. Quelle doit être (approximativement) l'angle d'attaque pour que la portance soit égale à 14 000 N ? (Utilisez le tableau de la section 4.5 pour estimer l'angle.)

4.6 La trainée

22. Un ballon de soccer a un diamètre de 22 cm. Quelle est la grandeur de la trainée sur le ballon du soccer s'il se déplace à 20 m/s dans l'air, dont la masse volumique est de $1,3\text{ kg/m}^3$?
23. Un ballon de soccer a un diamètre de 22 cm et une masse de 440 g. Quelle est la vitesse limite de ce ballon dans l'air, dont la masse volumique est de $1,3\text{ kg/m}^3$?
24. Quelle est la vitesse limite du cube de fer tombant dans l'air avec l'orientation montrée sur la figure ? La masse volumique de l'air est de $1,3\text{ kg/m}^3$ et le cube a un volume de $0,01\text{ m}^3$ et une masse volumique de 7320 kg/m^3 .

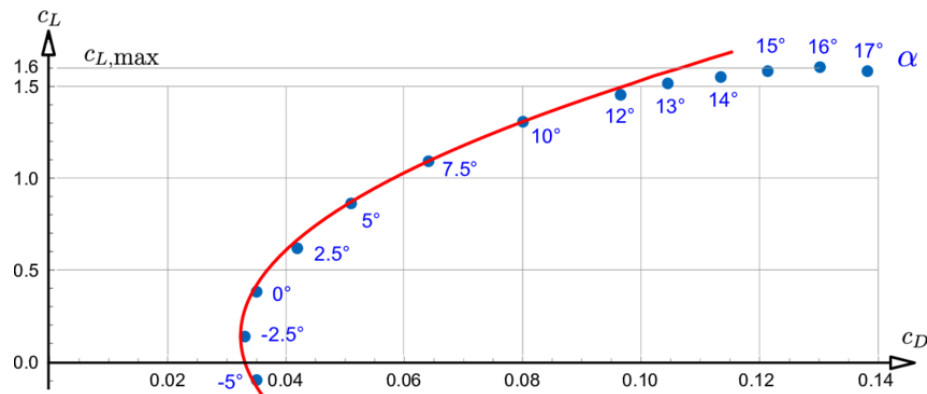


25. Un Airbus A350-900 vole à 480 nœuds à une altitude de 40 000 pieds (12 192 m). Le coefficient de portance doit être de 0,626 pour voler à cette altitude et à cette vitesse (comme vous le calculerez à l'exercice 1 du chapitre 5). Pour cet avion, on a $C_{d0} = 0,031$ et $e = 0,73$. L'aire des ailes est de 442 m² et l'envergure des ailes est de 64,75 m. À cette altitude, la température de l'air est de -56 °C et la pression est de 19 kPa. Quelle est la grandeur de la trainée ?

26. Un Cessna 182 vole à 145 nœuds à une altitude de 10 000 pieds (3048 m). L'aile de ce Cessna a le profil NACA 2412 qui a un C_L de 0,661 à un angle d'attaque de 4°. Le C_{d0} de l'avion est 0,027, le e de l'avion est de 0,75, l'aire des ailes est de 16,2 m² et l'envergure des ailes est de 11 m. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 0,9 kg/m³.

- Quelle est la grandeur de la trainée sur l'avion à cet angle d'attaque ?
- Quelle est la finesse maximale de cet avion ?

27. Voici la polaire d'un Cessna 172. Les points sur la courbe correspondent à différents angles d'attaque de l'aile.



- Quelle est (approximativement) la finesse si l'angle d'attaque est de 2,5° ?
- Quelle est (approximativement) la finesse maximale ?
- À quel angle d'attaque (approximativement) a-t-on la finesse maximale ?

RÉPONSES

4.1 La force de gravitation

- 980 N vers le bas dans tous les cas
- 2 940 000 N vers le bas

4.2 La normale

- 3. a) 637 N vers le bas b) 637 N vers le haut
- 4. 256 N vers le haut
- 5. a) 705,6 N b) 849,6 N c) 489,6 N
- 6. a) 2 940 000 N b) 1 176 000 N c) 0 N

4.3 La force de friction

- 7. 0,255
- 8. 320 pieds et 6,3 s
- 9. La caisse va se déplacer
- 10. a) Le bloc est immobile b) 30 N c) Le bloc bouge, la force est de 29,4 N.
- 11. 6,37 m/s²
- 12. a) 1385 ft b) 3118 ft c) 4157 ft d) 1559 ft e) 2271 ft

4.4 La poussée

- 13. $1,088 \times 10^7$ N
- 14. 2586 kg/s
- 15. 7752 kg/s
- 16. 1,222 kg/m³
- 17. 4712 N
- 18. 2554 N
- 19. 76,9 m/s

4.5 La portance

- 20. 26 809 N
- 21. 3,1°

4.6 La trainée

- 22. 4,645 N
- 23. 19,27 m/s
- 24. 150,5 m/s
- 25. 201 503 N
- 26. a) 2110 N b) 12,8
- 27. a) 14,7 b) 17,2 c) 6°