2 LA CINÉMATIQUE EN DEUX OU TROIS DIMENSIONS

Un pilote veut que son avion se dirige directement vers le nord. Toutefois, il y a un vent du nord-est à 25 nœuds. Il va donc diriger l'avion un peu à la droite du nord pour que la vitesse résultante soit directement vers le nord. La vitesse de l'avion dans l'air est de 80 nœuds. Dans quelle direction le pilote doit-il diriger l'avion pour que l'avion se dirige directement vers le nord ?

code7700.com/crosswind_landing.htm#ref

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

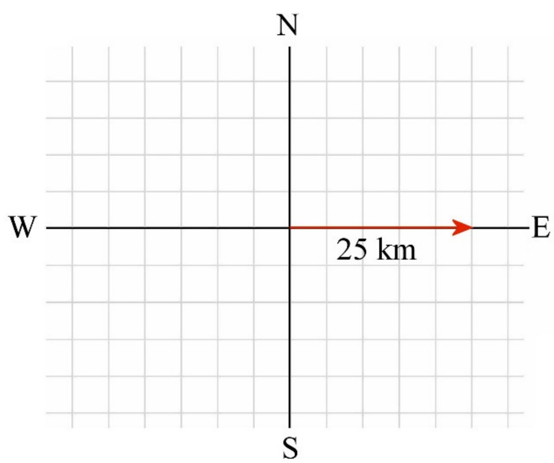
2.1 LES VECTEURS

Qu'est-ce qu'un vecteur ?

En 2 ou 3 dimensions, plusieurs quantités sont décrites par des vecteurs (un terme sophistiqué pour dire flèche).

Quand la quantité doit être décrite par une grandeur et une direction, on utilise un vecteur pour la décrire. Par exemple, le déplacement est un vecteur, car il faut spécifier la grandeur et la direction du déplacement. Il ne suffit pas de dire qu'un avion s'est déplacé de 25 km pour savoir le déplacement, il faut aussi connaitre la direction.

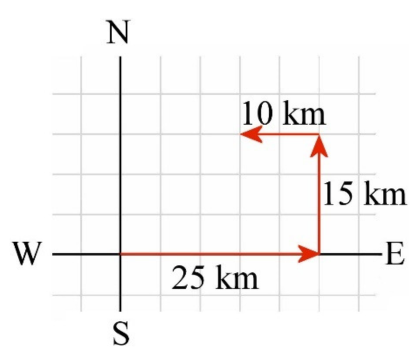
Par exemple, on pourrait avoir un déplacement de 25 km vers l'est. On représenterait alors ce déplacement par ce vecteur.



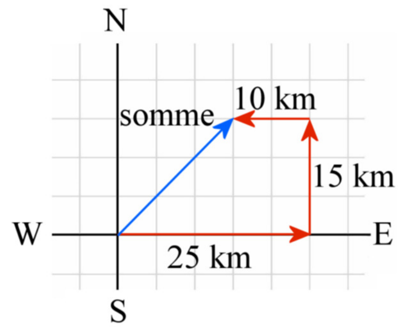
Le déplacement, la vitesse et l'accélération deviennent des vecteurs pour des mouvement en 2 ou 3 dimensions.

L'addition des vecteurs

Voyons ce qui arrive si on additionne 2 déplacements. Par exemple, on pourrait faire un déplacement de 25 km vers l'est, suivi d'un déplacement de 15 km vers le nord, suivi d'un déplacement de 10 km vers l'ouest. On représente cette somme en plaçant simplement les vecteurs les uns à la suite des autres.



La somme est simplement le déplacement qu'on aurait dû faire pour aller directement du début du mouvement à la fin du mouvement.



On obtient donc la somme des vecteurs ainsi :

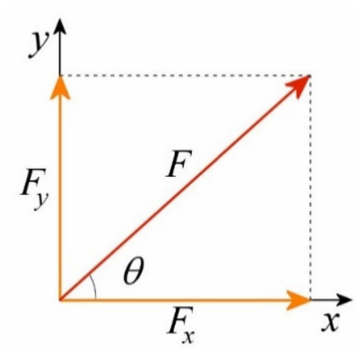
1) On place tous les vecteurs les uns à la suite des autres.
2) La somme est un vecteur qui va du début du premier vecteur à la fin du dernier vecteur.

Les composantes d'un vecteur

Nous allons essentiellement travailler avec les composantes des vecteurs. Il faut donc être capable de trouver les composantes d'un vecteur à partir de sa grandeur et de sa direction ou être capable de trouver la grandeur et la direction du vecteur à partir des composantes.

Les composantes à partir du vecteur

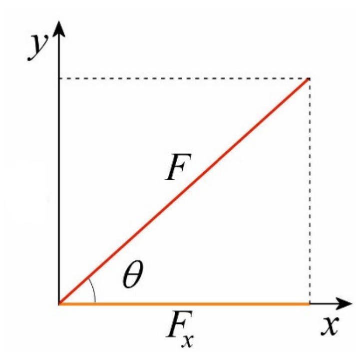
La figure de droite illustre ce que sont les composantes x et y d'un vecteur F en deux dimensions.



Bien que les vecteurs déplacement, vitesse et accélération qu'on verra dans ce chapitre soient en 3 dimensions, nous allons presque toujours travailler en deux dimensions. C'est pourquoi nous allons uniquement examiner les composantes des vecteurs en 2 dimensions.

On peut trouver les composantes assez facilement avec les fonctions trigonométriques.

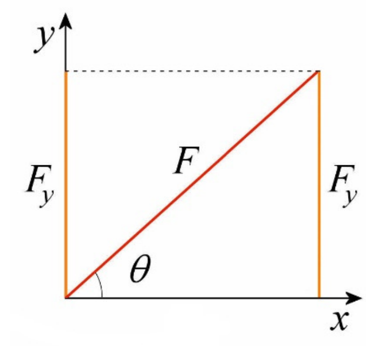
Pour la composante en x, on a la situation montrée sur la figure.



Nous avons un beau triangle rectangle. La composante en x se trouve donc avec

$$\cos\theta = \frac{F_x}{F}$$

$$F_x = F\cos\theta$$



Pour la composante en *y,* on a la situation montrée sur la figure.

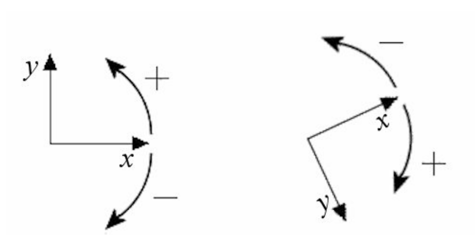
Nous avons encore un beau triangle. Avec le côté opposé à l'angle et l'hypoténuse, on a

$$\sin\theta = \frac{F_y}{F}$$

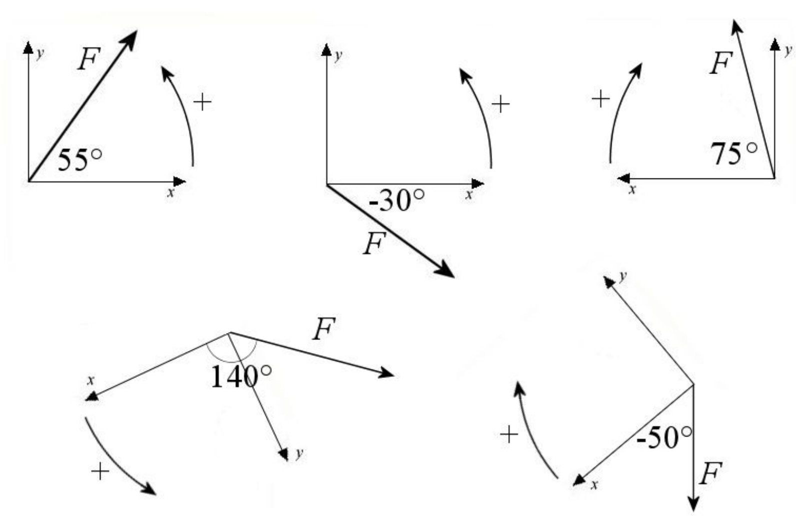
$$F_y = F\sin\theta$$

Pour séparer en composantes en utilisant ces formules, il faut trouver l'angle que fait le vecteur avec **l'axe des *x* positifs.** Avec cet angle, ces formules donneront toujours les bons signes de composantes et il ne sera jamais nécessaire d'ajouter un signe négatif pour obtenir la bonne composante. Bien sûr, il y a d'autres façons de trouver les composantes à partir d'autres angles et vous pouvez les prendre si vous êtes à l'aise avec ces méthodes. Cependant, une grande partie des erreurs de calcul dans le cours de mécanique vient d'une mauvaise séparation en composantes d'un vecteur. En prenant toujours l'angle avec l'axe des *x*, on évite ces erreurs. Un bon truc pour trouver l'angle si vous n'êtes pas sûr : tracer le vecteur et l'axe des *x* en partant d'un même point et chercher l'angle entre les deux.

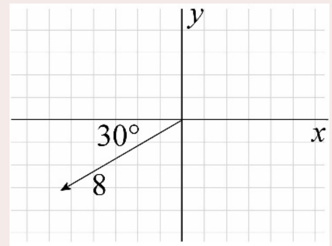
Il n'y a qu'un seul danger, l'angle peut être négatif ! La règle est la suivante : le sens positif est toujours dans la direction de rotation qui va de l'axe des *x* positif vers l'axe des *y* positifs. La figure de droite vous montre les directions de rotation positives et négatives dans deux situations.



Le signe de l'angle se trouve en trouvant dans quel sens on tourne quand on <u>va de l'axe des *x* positifs vers la force</u>. Si on tourne dans le sens positif, l'angle est positif et si on tourne dans le sens négatif, l'angle est négatif. Voici les valeurs des angles (avec le bon signe) dans différentes situations.

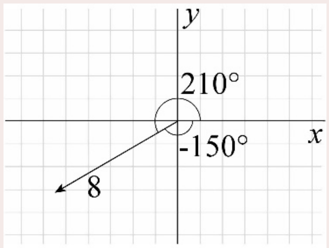


Exemple 2.1.1



Quelles sont les composantes de ce vecteur de longueur 8 ?

Pour trouver les composantes, il nous faut l'angle entre le vecteur et l'axe des x positifs.



La figure de gauche nous donne cet angle. (En fait, 2 possibilités d'angle. Il y a un angle dans la direction positive et un angle dans la direction négative.)

La composante en x est

$$\begin{aligned} F_x &= F\cos\theta \\ &= 8\cdot\cos 210° \\ &= -6,928 \end{aligned}$$

On aurait obtenu exactement la même valeur avec $8\cdot\cos(-150°)$.

La composante en y est

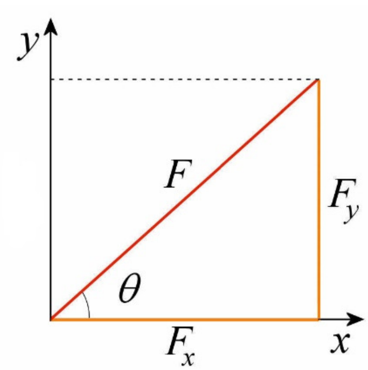
$$\begin{aligned} F_y &= F\sin\theta \\ &= 8\cdot\sin 210° \\ &= -4 \end{aligned}$$

On aurait obtenu exactement la même valeur avec $8\cdot\sin(-150°)$.

Le vecteur à partir des composantes

On peut aussi trouver la grandeur d'un vecteur à partir des composantes. La figure de droite montre que la grandeur du vecteur est l'hypoténuse du triangle. On a donc

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$



À partir des composantes du vecteur, on peut également trouver la direction du vecteur avec

$$\theta = \arctan\frac{F_y}{F_x}$$

Vous avez probablement vu dans votre jeunesse que cette formule est valide uniquement dans le premier quadrant. En fait, elle peut être utilisée pour des vecteurs dans n'importe quelle direction à condition de suivre la règle suivante : il faut ajouter 180° à la valeur donnée par la calculatrice si la valeur de F_x est négative.

Exemple 2.1.2

Les composantes d'un vecteur sont A_x = -6 et A_y = 8. Quelles sont la grandeur et la direction de ce vecteur ?

La grandeur du vecteur est

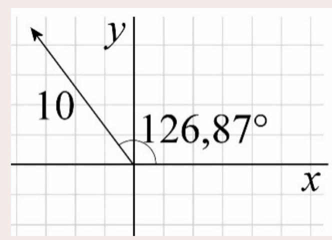
$$\begin{aligned} A &= \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2 + 8^2} \\ &= 10 \end{aligned}$$

La direction du vecteur est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{A_y}{A_x} \\ &= \arctan \frac{8}{-6} \\ &= 126{,}87° \end{aligned}$$

(On a ajouté 180° à la réponse donnée par la calculatrice puisque la valeur de A_x est négative.)

L'angle obtenu avec cette formule est toujours l'angle avec l'axe des x positifs. La figure de droite nous montre la direction de ce vecteur.



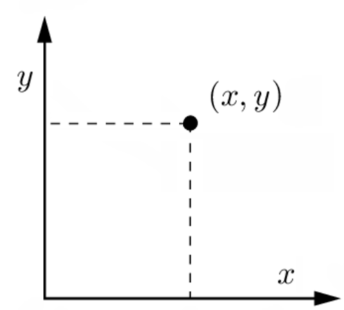
2.2 LES LOIS DE LA CINÉMATIQUE EN DEUX OU TROIS DIMENSIONS

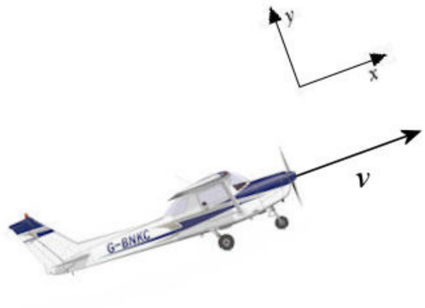
La position

Les axes

En 2 dimensions, on doit utiliser 2 axes pour spécifier la position d'un objet.

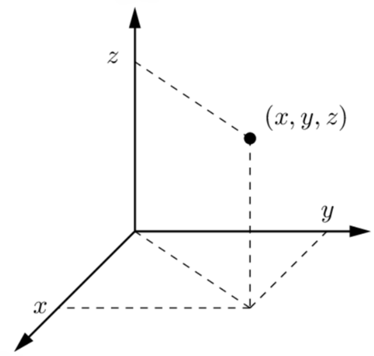
Souvent, on utilise des axes très classiques, c'est-à-dire avec un axe des x positifs vers la droite et un axe des y positifs vers le haut.





Cependant, il faut parfois incliner les axes. En fait, il n'y a qu'une seule contrainte : les deux axes doivent être perpendiculaires. Par exemple, on utilisera les axes montrés sur la figure de gauche pour un objet se déplaçant. (On verra au chapitre 4 qu'on doit mettre un axe dans le sens de la vitesse si l'objet se déplace.)

En trois dimensions, on utilise 3 axes perpendiculaires.

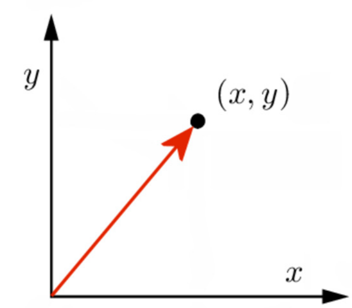


www.researchgate.net/figure/Systeme-de-coordonnees-cartesiennes_fig2_278632180

<u>Le vecteur position</u>

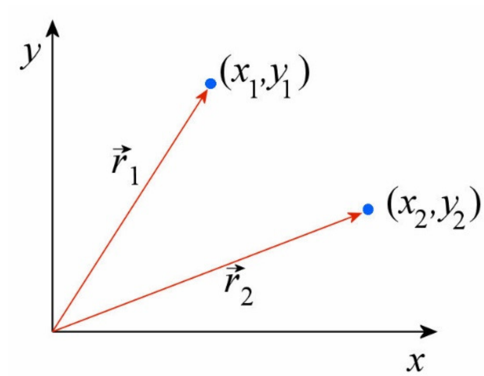
La position d'un objet peut alors être donnée par de simples coordonnées (x, y) ou (x, y, z) selon le nombre de dimensions.

La position peut aussi être donnée par un vecteur. Voici un vecteur position en deux dimensions.



Le déplacement

Un objet passe de la position 1 à la position 2, représentées par ces deux vecteurs.

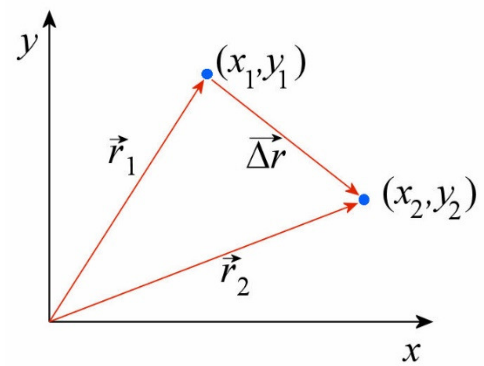


Le déplacement $\overrightarrow{\Delta r}$, c'est-à-dire le changement de position, est un vecteur allant de la position 1 à la position 2. On voit clairement sur la figure que

$$\vec{r}_1 + \overrightarrow{\Delta r} = \vec{r}_2$$

ce qui signifie que

$$\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



La vitesse

La vitesse moyenne

La vitesse moyenne est définie comme étant le déplacement divisé par le temps nécessaire pour effectuer ce déplacement.

Vitesse moyenne

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$$

Les composantes de la vitesse moyenne se calculent de la façon suivante.

Composantes de la vitesse moyenne

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \bar{v}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} \qquad \bar{v}_z = \frac{\Delta z}{\Delta t}$$

On remarque que ces formules sont identiques à celle qu'on avait en une dimension sauf que maintenant on en a trois, une pour *x,* une pour *y* et une pour *z.* On remarque également que le mouvement en *x* n'a aucune influence sur les vitesses moyennes en *y* et en *z,* que le mouvement en *y* n'a aucune influence sur les vitesses moyennes en *x* et *z* et que le mouvement en *z* n'a aucune influence sur les vitesses moyennes en *x* et *y*. Nous verrons que c'est le cas pour toutes les formules de la cinématique en deux ou trois dimensions.

La vitesse instantanée

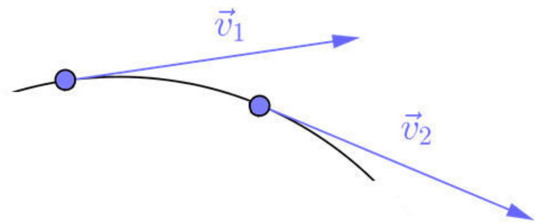
Le raisonnement pour arriver à la vitesse instantanée est identique à ce qui a été fait pour la cinématique en une dimension : il faut calculer la vitesse en prenant le temps le plus court possible de sorte que la vitesse n'ait pas le temps de changer. On arrive alors à

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \text{ où } \Delta t \text{ est vraiment très petit}$$

Ce qui donne les composantes suivantes.

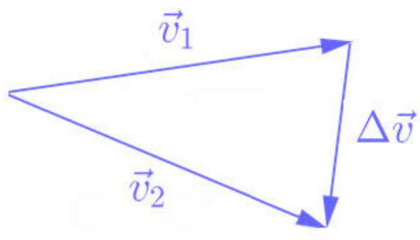
$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} \qquad v_z = \frac{\Delta z}{\Delta t} \quad \text{où les } \Delta t \text{ est vraiment très petits}$$

Le changement de vitesse



Quand un objet change de vitesse, il y a une accélération. Voici la vitesse d'un objet à 2 endroits sur sa trajectoire. (La vitesse change si la grandeur ou la direction de la vitesse change.)

La variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta v}$ est un vecteur allant de $\vec{v}_1$ à $\vec{v}_2$ (figure). On voit clairement que



$$\vec{v}_1 + \Delta\vec{v} = \vec{v}_2$$

ce qui signifie que

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

L'accélération

L'accélération moyenne

L'accélération moyenne est le changement de vitesse divisé par le temps nécessaire pour effectuer ce changement de vitesse.

Accélération moyenne

$$\vec{\bar{a}} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$$

Les composantes de l'accélération moyenne sont

Composantes de l'accélération moyenne

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \qquad \bar{a}_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \qquad \bar{a}_z = \frac{\Delta v_z}{\Delta t}$$

L'accélération instantanée

Cette fois-ci, il faut calculer l'accélération en prenant le temps le plus court possible de sorte que celle-ci n'ait pas le temps de changer. On arrive alors

$$\vec{a} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} \text{ où } \Delta t \text{ est vraiment très petit}$$

Les composantes de l'accélération instantanée sont

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \qquad a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \qquad a_z = \frac{\Delta v_z}{\Delta t} \text{ où les } \Delta t \text{ est vraiment très petits}$$

Le mouvement uniformément accéléré en plusieurs dimensions

Si l'accélération est constante, alors les trois composantes de l'accélération (a_x, a_y et a_z) sont aussi constantes. On peut donc résoudre ces équations pour obtenir les équations de la vitesse et la position en fonction du temps. Inutile de faire tout en détail puisque ce sont les mêmes équations qu'au chapitre 1, sauf qu'on a une série d'équations en x, une autre en y et une autre en z. On obtiendra donc les mêmes solutions que celles obtenues au chapitre 1, mais avec trois séries d'équations : une pour le mouvement en x, une autre pour le mouvement en y et une autre pour le mouvement en z.

Mouvement uniformément accéléré en plusieurs dimensions

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad v_y = v_{0y} + a_y t \qquad v_z = v_{0z} + a_z t$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \qquad y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \qquad z = z_0 + v_{0z} t + \frac{1}{2} a_z t^2$$

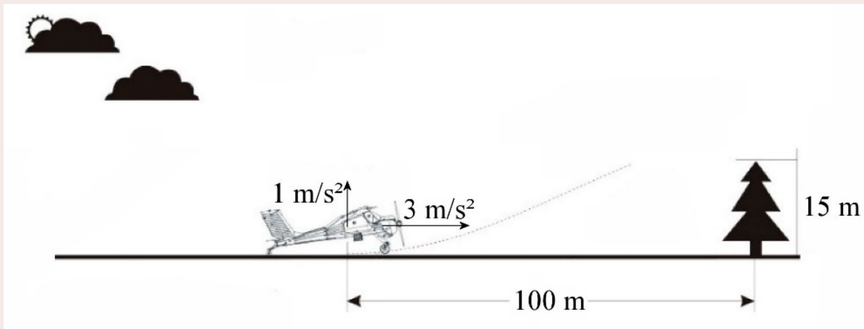
$$2a_x (x - x_0) = v_x^2 - v_{x0}^2 \qquad 2a_y (y - y_0) = v_y^2 - v_{y0}^2 \qquad 2a_z (z - z_0) = v_z^2 - v_{z0}^2$$

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_{x0} + v_x) t \qquad y = y_0 + \frac{1}{2}(v_{y0} + v_y) t \qquad z = z_0 + \frac{1}{2}(v_{z0} + v_z) t$$

On remarque encore une fois la séparation des mouvements en x, y et z. Puisqu'il n'y a pas de y ou de z dans la colonne de gauche, le mouvement en x n'est pas influencé par ce qui se passe en y ou en z. Comme il n'y a pas de x ou de z dans la colonne du milieu, le mouvement en y n'est pas influencé par ce qui se passe en x ou en z. Le mouvement en z est également indépendant de ce qui se passe en x et en y.

Exemple 2.2.1

Juste après avoir quitté la piste, un avion a une accélération horizontale de 3 m/s² et une accélération verticale de 1 m/s². La vitesse initiale de l'avion en quittant la piste est de 80 nœuds. Cette vitesse en horizontale. Si l'accélération reste la même, l'avion va-t-il heurter l'arbre ?



www.mdpi.com/1424-8220/19/24/5492/htm

Ce qu'on cherche est la hauteur de l'avion quand il est arrivé à l'arbre. Cela va se trouver avec les équations du mouvement en y (qui est la hauteur).

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$2a_y \left(y - y_0 \right) = v_y^2 - v_{y0}^2$$

$$y = y_0 + \frac{1}{2} \left(v_{y0} + v_y \right) t$$

Toutefois, il nous manque le temps ou la vitesse v_y pour pouvoir trouver y. On peut cependant trouver le temps avec ce qu'on sait du mouvement en x. Pour le mouvement horizontal, on connait la position (100 m), la vitesse initiale (80 kts = 41,17 m/s) et l'accélération (3 m/s²). On peut donc trouver combien de temps il faut pour que l'avion arrive à l'arbre.

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$100m = 0m + 41{,}17 \tfrac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 3 \tfrac{m}{s^2} \cdot t^2$$

$$-1{,}5 \tfrac{m}{s^2} \cdot t^2 - 41{,}17 \tfrac{m}{s} \cdot t + 100m = 0$$

Le temps est donc

$$\begin{aligned} t &= \frac{41{,}17 \tfrac{m}{s} \pm \sqrt{\left(41{,}17 \tfrac{m}{s}\right)^2 - 4 \cdot \left(-1{,}5 \tfrac{m}{s^2}\right) \cdot 100m}}{-3 \tfrac{m}{s^2}} \\ &= 2{,}245 s \end{aligned}$$

(Il y a une autre solution, mais elle est négative et n'a pas de sens ici.)

On peut maintenant trouver la hauteur de l'avion (y) quand il est arrivé à l'arbre. La hauteur est

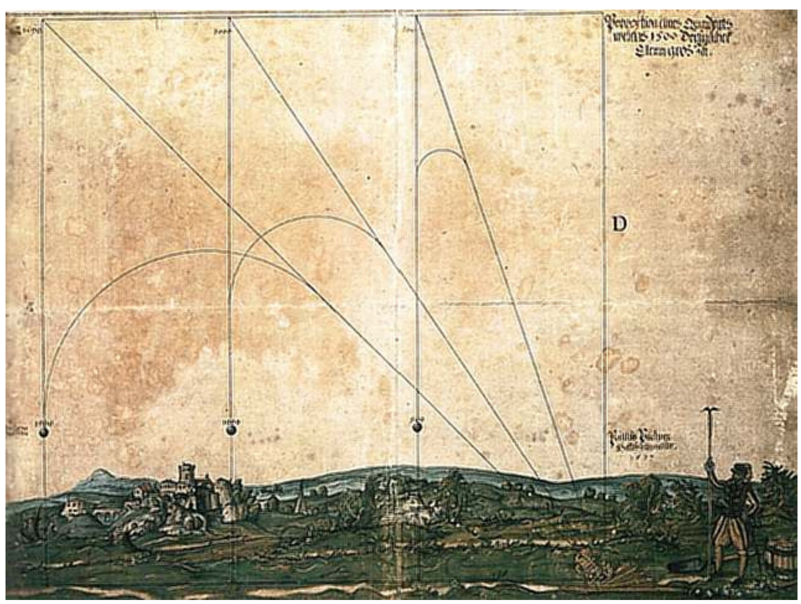
$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \\ &= 0m + 0 \cdot 2,245s + \frac{1}{2} \cdot 1\tfrac{m}{s^2} \cdot \left(2,245s\right)^2 \\ &= 2,5m \end{aligned}$$

L'avion frappe donc l'arbre qui a 15 m de haut…

2.3 LE PROJECTILE

Historique

Le projectile a été un important sujet d'étude tout au long de l'histoire à cause de son importance pour la science militaire. Basées sur une physique fausse (que l'on verra au chapitre suivant), ces études arrivaient presque toujours à de mauvaises conclusions. On croyait par exemple que la trajectoire était bien droite au départ, qu'il y avait ensuite une brève période au cours de laquelle la trajectoire s'incurvait vers le bas jusqu'à ce que, finalement, l'objet tombe verticalement vers le sol. C'est ce que montre cette image datant de 1577 (par Paulus Puchner).

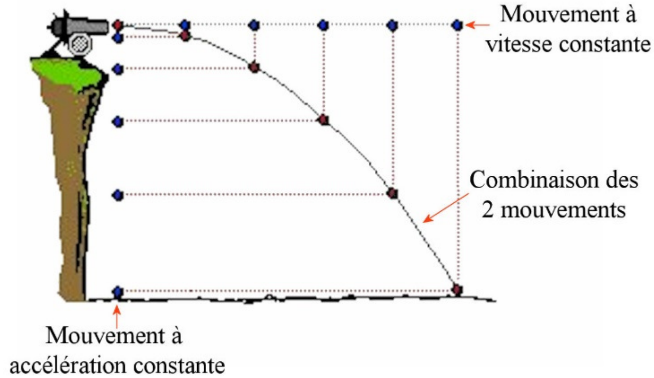


www.mlahanas.de/Greeks/AristotlePhysics.htm

Il faut attendre Galilée pour se rendre compte que tout cela était faux. Il arrive à la conclusion que les mouvements en x et y sont indépendants l'un de l'autre. C'est d'ailleurs ce que nous disent les formules à la section précédente : ce qui se passe en x n'a aucune influence sur le mouvement en y et ce qui se passe en y n'a aucune influence sur ce qui se passe en x. Comme Galilée avait découvert que la chute libre se fait à accélération constante vers le bas, il arrive à la conclusion que le mouvement de projectile était une combinaison de deux mouvements :

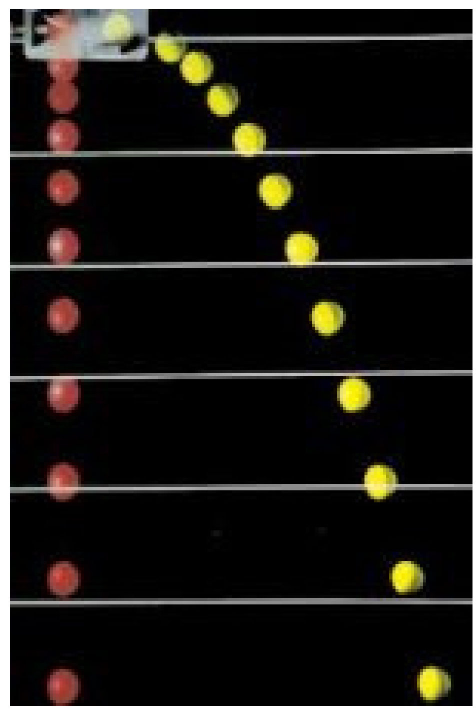
1) Un mouvement à vitesse constante dans la direction horizontale.

2) Un mouvement à accélération constante (9,8 m/s² vers le bas) dans la direction verticale.



www.physicsclassroom.com/class/vectors/u3l2a.cfm

L'image de droite montre bien ce fait. Les deux balles ont été relâchées simultanément. La balle de gauche tombe directement vers le bas tandis que la balle de droite se déplace initialement vers la droite. On voit très bien que, même si la balle de droite se déplace horizontalement, elles tombent exactement de la même façon de sorte qu'elles frapperont le sol en même temps. Le mouvement en x de la balle de droite n'a aucune influence sur sa chute. Si on examine bien la balle de droite, on voit qu'elle avance toujours de la même quantité vers la droite à chaque instant, ce qui indique qu'elle se déplace à vitesse constante en x.



fphoto.photoshelter.com/image/I0000rRLe6wDNbBY

Cela veut dire que si on tire une balle de fusil exactement à l'horizontale, elle touchera le sol en même temps qu'une balle qu'on laisserait tomber en même temps qu'on tire le fusil à partir de la même hauteur que le fusil. La vitesse horizontale de la balle ne change rien au temps de chute. C'est ce qu'on tente de vérifier dans ce vidéo de Mythbuster.
http://www.youtube.com/watch?v=D9wQVIEdKh8

(En réalité, la friction de l'air vient modifier cette conclusion. Si on fait les calculs plus poussés en tenant compte de cette friction, la balle de fusil tirée tombe un peu après la balle en chute verticale, car l'énorme friction de l'air agissant sur la balle tirée génère une composante verticale plus grande que la friction totale agissant sur la balle qui tombe verticalement. Pour une balle de calibre 22 (balle presque sphérique ayant un rayon de 5,67 mm et une masse de 3 g) tirée d'une hauteur de 10 m à 1000 m/s, le temps de chute est de 1,433 s pour la balle tombant verticalement et de 1,762 s pour la balle qui a été tirée horizontalement. C'est l'explication correcte du retard qu'on peut observer dans le vidéo.)

Formules de base

Le mouvement de projectile est donc un mouvement à accélération constante. Avec un axe des x horizontal et un axe des y vertical positif vers le haut. L'accélération est

Accélération du projectile

$$a_x = 0$$
$$a_y = -9{,}8 \tfrac{m}{s^2} = -g$$

Les équations pour le mouvement de projectiles sont donc

Équations de base du projectile

$$x = x_0 + v_{0x} t$$
$$v_y = v_{0y} - gt$$
$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$-2g\left(y - y_0\right) = v_y^2 - v_{y0}^2$$

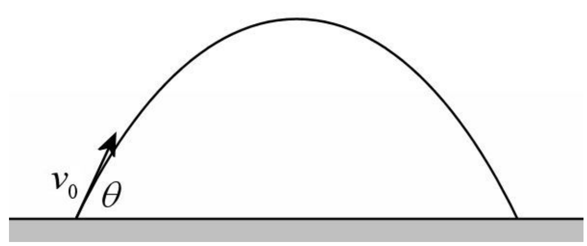
Ce sont en fait les équations de la section précédente pour un mouvement à accélération constante. La première est la seule équation qui reste pour le mouvement en x avec une accélération nulle. Les trois suivantes sont les équations pour le mouvement en y avec une accélération de $-g$. (La quatrième équation pour le mouvement vertical, qui est $y = y_0 + \frac{1}{2}\left(v_{0y} + v_y\right) t$, n'est pas vraiment utile pour un projectile parce qu'on utilise cette équation quand on ne connait pas l'accélération et ici on sait que l'accélération est 9,8 m/s².) <u>Pour pouvoir utiliser ces équations, on doit avoir un axe des x parfaitement horizontal et un axe des y exactement vertical et pointant vers le haut puisqu'on a mis l'accélération négative.</u>

Autres formules parfois utiles

1) Durée du vol si le projectile retombe à la même hauteur

Si le projectile revient à la même hauteur qu'il a été lancé, on trouve le temps de vol avec

$$y = y_0 + v_{0y} t - \tfrac{1}{2} g t^2$$
$$y_0 = y_0 + v_{0y} t_{vol} - \tfrac{1}{2} g t_{vol}^2$$
$$0 = v_{0y} t_{vol} - \tfrac{1}{2} g t_{vol}^2$$
$$0 = v_{0y} - \tfrac{1}{2} g t_{vol}$$
$$\tfrac{1}{2} g t_{vol} = v_{0y}$$



Si on isole le temps, on obtient

$$t_{vol} = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0 \sin\theta}{g}$$

Cette formule n'est pas vraiment utile puisqu'on peut facilement retrouver le temps de vol à partir de l'équation

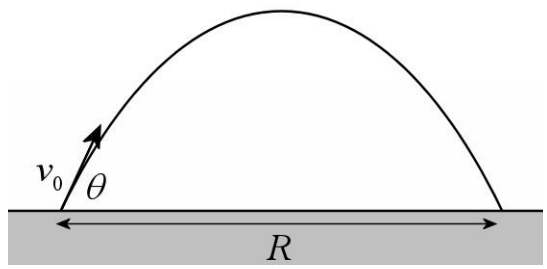
$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

qui est une des équations de base du projectile. De plus, l'équation du temps de vol est assez restrictive puisque l'objet doit retomber à la même hauteur qu'il a été lancé.

2) Portée si le projectile retombe à la même hauteur

La portée R est la distance horizontale parcourue par le projectile durant son vol, ce qui signifie que $R = x - x_0$. Si l'objet revient à la même hauteur qu'il a été lancé, on a donc, en utilisant la formule du temps de vol trouvée précédemment,

$$x = x_0 + v_{0x}t$$
$$x - x_0 = v_{0x}t$$
$$R = v_{0x}t_{vol}$$
$$R = v_{0x}\frac{2v_0 \sin\theta}{g}$$
$$R = v_0 \cos\theta \frac{2v_0 \sin\theta}{g}$$



On peut simplifier cette équation en utilisant l'identité trigonométrique $2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$ pour finalement obtenir

Portée d'un projectile retombant à la même hauteur que son point de départ

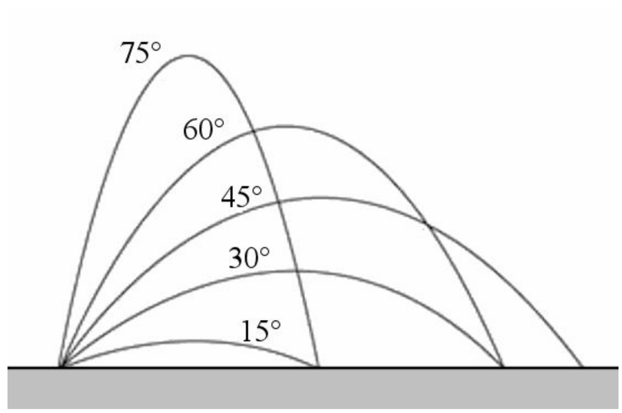
$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

Cette formule est plus utile que celle du temps de vol. Comme on a utilisé une identité trigonométrique pour la simplifier, elle permet de résoudre plus facilement des problèmes où on demande l'angle de départ d'un projectile. De plus, il faut faire attention, car on ne peut l'employer que si le projectile retombe à la même hauteur que son point de départ.

On peut alors trouver facilement à quel angle on doit lancer un projectile pour avoir la plus grande portée si on lance toujours à la même vitesse. Dans ce cas, puisque v_0 et g sont des constantes, la portée est maximale quand le sinus a sa valeur maximale. La plus grande valeur que peut avoir un sinus est 1 et cela se produit pour sin 90° = 1. On a donc une portée maximale quand $2\theta = 90°$ et donc quand $\theta = 45°$.

La portée d'un projectile est maximale si l'angle de départ est 45°.

C'est évidemment Galilée qui prouva en premier que la portée était maximale pour un angle de départ de 45°, mais il semble que cette information était déjà connue des artilleurs. Tartaglia mentionne d'ailleurs ce fait en 1532, bien avant la preuve de Galilée.

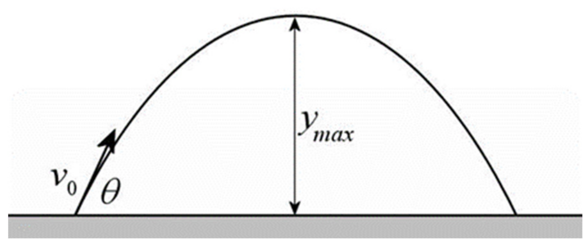


On peut voir ce fait à l'aide de la figure suivante qui montre la trajectoire de différents projectiles qui ont tous été lancés à la même vitesse, mais avec des angles de départ différents.

On remarque que la portée est la même pour des angles de 30° et de 60° et qu'elle est aussi la même pour des angles de 75° et 15°. En fait, les portées sont toujours les mêmes pour les angles θ et 90° - θ. On a la même portée parce que le sin 2θ a la même valeur pour ces deux angles.

3) Hauteur maximale atteinte par un projectile

Tout comme au chapitre précédent, on trouve la hauteur maximale d'un projectile en trouvant l'endroit où il ne monte plus. Il faut donc trouver sa position quand $v_y = 0$. Cela se trouve directement avec



$$-2g\left(y - y_0\right) = v_y^2 - v_{0y}^2$$
$$-2g\left(y_{\max} - 0\right) = -v_{0y}^2$$

Comme on a mis $y_0 = 0$, la hauteur est toujours mesurée à partir du point de départ du projectile. En isolant la hauteur maximale, on a

$$y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$
$$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

Comme on obtient cette équation directement à partir d'une des équations de base, elle n'a pas vraiment d'intérêt pour résoudre des problèmes.

On voit que le temps de vol et la hauteur maximale

$$y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} \qquad t_{vol} = \frac{2v_{0y}}{g}$$

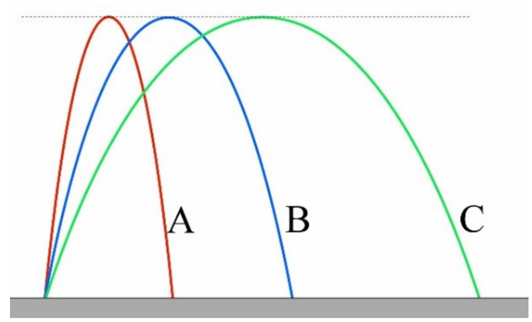
dépendent tous les deux uniquement de la vitesse initiale en y et que le mouvement horizontal n'a aucune influence sur ces quantités.

On peut isoler la vitesse initiale en y dans la formule du temps de vol et la remplacer dans l'équation de la hauteur maximale pour obtenir

$$y_{\max} = \frac{g t_{vol}^2}{8}$$

Il est clair maintenant que le temps de vol est directement relié à la hauteur maximale du projectile.

Les trois projectiles de la figure ont donc tous le même temps de vol puisqu'ils ont tous la même hauteur maximale. Ils n'ont cependant pas tous la même portée.



4) Lien entre la position en *x* et la position en *y*

Nous avons une formule donnant la position en x en fonction du temps et une autre donnant la position en y en fonction du temps. Nous allons maintenant combiner ces deux équations pour obtenir une formule donnant la position en y en fonction de la position en x du projectile. Isolons premièrement t dans la formule de la position en x.

$$x = x_0 + v_{0x} t$$

$$t = \frac{x}{v_{0x}}$$

Comme on a mis $x_0 = 0$, <u>le point de départ du projectile sera toujours notre $x = 0$ ici</u>. On remplace maintenant dans l'équation du mouvement en y pour obtenir

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 0 + v_{0y}\left(\frac{x}{v_{0x}}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2$$

$$y = 0 + v_0 \sin\theta \left(\frac{x}{v_0 \cos\theta}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\theta}\right)^2$$

Comme on a mis y_0 = 0, le point de départ du projectile est toujours notre y = 0 ici. En simplifiant, on obtient

Lien entre les positions x et y pour un projectile

$$y = (\tan\theta)\,x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$$

Le point de départ doit être (0,0)

Cette équation est particulièrement utile pour résoudre des problèmes dans lesquels on vous donne la position x et y du projectile sur sa trajectoire ou encore si on vous donne l'équation de la trajectoire.

Cette équation nous montre également que la forme de la trajectoire est une parabole concave vers le bas puisqu'elle est de la forme $y = Ax - Bx^2$ où A et B sont des constantes.

Les jets d'eau sur cette figure sont donc des paraboles puisqu'ils sont constitués d'eau en chute libre. Il s'agit d'une fontaine au Detroit Metropolitan Wayne Airport.

mathtourist.blogspot.ca/2011/05/fountain-parabolas.html

Vous pouvez également observer différentes positions d'un projectile (un ballon) dans le vidéo suivant et admirer la forme parabolique de la trajectoire.
http://www.youtube.com/watch?v=EUqpyia45PM

Exemples

La plupart des problèmes peuvent être solutionnés uniquement à partir des formules de base du projectile.

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$-2g(y - y_0) = v_y^2 - v_{y0}^2$$

Erreur fréquente : Mettre a = 9,8 m/s² en x.

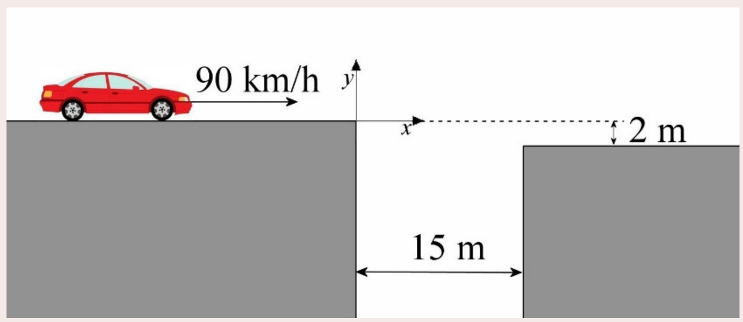
Il n'y a pas d'accélération en x. L'accélération de 9,8 m/s² vers le bas est uniquement une accélération en y.

Erreur fréquente : utiliser g = -9,8 m/s²

Quand vous voyez g dans une formule, il faut remplacer g par 9,8 m/s² et non pas par -9,8 m/s². Le signe ne fait pas partie de g. On a déjà tenu compte du signe de l'accélération en faisant la formule pour la portée.

Exemple 2.3.1

Un automobiliste tente de traverser un canyon très profond. L'auto se déplace à 90 km/h et le ravin a une largeur de 15 m. Le sol, de l'autre côté du ravin, est 2 m plus bas que le sol du côté où arrive la voiture. La traversée est-elle réussie ou l'auto tombe-t-elle dans le ravin ?



fr.depositphotos.com/2577683/stock-illustration-Car.html

Pour résoudre ce problème, on va calculer de combien la voiture aura descendu lorsqu'elle arrivera de l'autre côté du ravin. Si elle a descendu de plus de 2 m, elle frappera le côté du ravin et tombera en bas. Si elle a descendu de moins de 2 m, elle tombera sur le sol et la traversée sera réussie.

On sait ici que $v_{0x} = 25$ m/s et $v_{0y} = 0$. Comme dans plusieurs problèmes de projectile, on peut mettre l'origine des axes de coordonnées où on veut. On va la mettre juste au début du ravin, en haut (voir figure). La position initiale de la voiture, quand elle commence son mouvement de projectile, est donc $x_0 = 0$ et $y_0 = 0$. On cherche y quand la voiture est à $x = 15$ m. Si on examine les équations pour le projectile

$$x = x_0 + v_{0x}t$$
$$v_y = v_{0y} - gt$$
$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$-2g\left(y - y_0\right) = v_y^2 - v_{y0}^2$$

on se rend compte qu'aucune équation ne nous permet de trouver directement *y* quand *x* vaut 15 m. On remarque cependant que la première équation nous permettrait de trouver *t*. Une fois qu'on aura *t*, on pourra trouver *y* avec la troisième équation puisque ce sera la seule inconnue dans cette équation.

1) Calcul de *t*

$$x = x_0 + v_{0x}t$$
$$15m = 0m + 25\tfrac{m}{s} \cdot t$$
$$t = 0,6s$$

2) Calcul de *y*

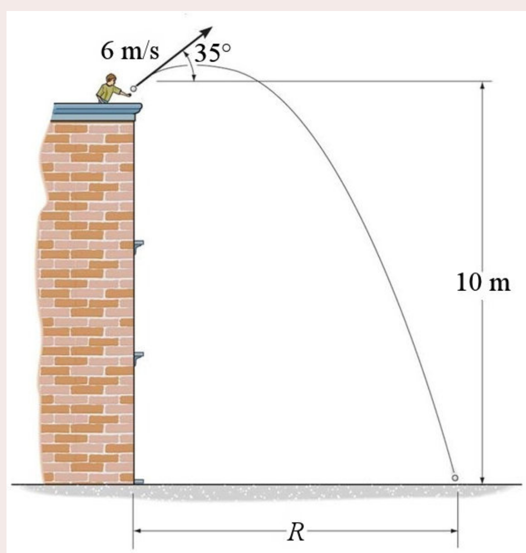
$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ &= 0m + 0\tfrac{m}{s} \cdot 0,6s - \frac{1}{2} \cdot 9,8\tfrac{m}{s^2} \cdot (0,6s)^2 \\ &= -1,764m \end{aligned}$$

La voiture va donc réussir à traverser ce ravin.

De toute évidence, la traversée du ravin ne pourra pas être réussie si l'autre côté est de la même hauteur. Dès que le véhicule commence sa traversée, il commence à descendre à cause de la gravitation et sera plus bas que l'autre côté. À moins que le véhicule soit un autobus dans un film.
http://www.youtube.com/watch?v=9tEAMLOupKs

Exemple 2.3.2

On lance un projectile à partir du haut d'un toit avec une vitesse de 6 m/s et un angle de 35° avec l'horizontale. Le toit est à une hauteur de 10 m par rapport au sol.



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/x--i5-tossed-upper-story-window-building-ball-given-initial-velocity-840-m-s-angle-150-hor-q601151

a) Quel est le temps de vol de ce projectile ?

On trouve directement le temps de vol avec

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Il nous faut la composante en y de la vitesse initiale. Tant qu'à y être, on va calculer les deux composantes, on en a presque toujours besoin.

$$\begin{aligned} v_{0x} &= v_0 \cos\theta \\ &= 6\tfrac{m}{s} \cdot \cos 35° \\ &= 4,915\tfrac{m}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} v_{0y} &= v_0 \sin\theta \\ &= 6\tfrac{m}{s} \cdot \sin 35° \\ &= 3,441\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

On doit également décider où sera l'origine de nos coordonnées. On choisit ici que $x = 0$ et $y = 0$ seront au point de départ du projectile.

On trouve directement le temps de vol avec

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$-10m = 0m + 3,441\tfrac{m}{s} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8\tfrac{m}{s^2} \cdot t^2$$

On résout cette équation quadratique pour obtenir deux solutions t = -1,120 s et t = 1,822 s. De toute évidence, la première ne peut être acceptée puisque le mouvement du projectile commence à t = 0 s. Le temps de vol est donc 1,822 s.

b) Quelle est la portée (R) de ce projectile ?

La portée se calcule avec la formule du mouvement en x. On a alors

$$x = x_0 + v_{0x}t$$
$$R = 0m + 4,915\tfrac{m}{s} \cdot 1,822s$$
$$R = 8,955m$$

c) Quelle est la hauteur maximale (mesurée à partir du sol) de ce projectile ?

On sait qu'à la hauteur maximale, on a v_y = 0. On a donc

$$-2g\left(y - y_0\right) = v_y^2 - v_{y0}^2$$
$$-2 \cdot 9,8\tfrac{m}{s^2} \cdot \left(y_{\max} - 0m\right) = \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(3,441\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$y_{\max} = 0,604m$$

Comme cette valeur est toujours la hauteur par rapport à notre $y = 0$ m, il faut parfois faire une petite correction. Comme on voulait la hauteur par rapport au sol et que notre $y = 0$ m est vis-à-vis du haut du toit, on doit ajouter 10 m à la hauteur obtenue. La hauteur maximale par rapport au sol est donc de 10,604 m.

d) Quelle sera la vitesse du projectile (grandeur et direction) immédiatement avant de frapper le sol ?

On ne peut trouver directement la grandeur et la direction de la vitesse. On doit d'abord trouver les composantes de la vitesse. Pour la vitesse en x, c'est facile puisqu'elle est constante. On a donc

$$v_x = v_{0x} = 4,915 \tfrac{m}{s}$$

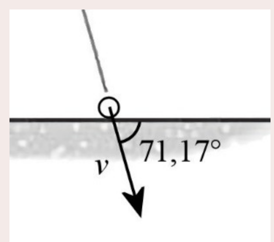
On trouve la vitesse en y avec

$$\begin{aligned} v_y &= v_{0y} - gt \\ &= 3,441 \tfrac{m}{s} - 9,8 \tfrac{m}{s^2} \cdot 1,822 s \\ &= -14,42 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Une fois qu'on a les composantes, on peut trouver la grandeur et la direction.

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{\left(4,915 \tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(14,42 \tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 15,23 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{v_y}{v_x} \\ &= \arctan \frac{-14,42 \tfrac{m}{s}}{4,915 \tfrac{m}{s}} \\ &= -71,17° \end{aligned}$$



L'image de droite nous montre ce que signifie cet angle négatif selon les règles données à la section 2.1.

Les formules de base permettent de trouver la solution de presque tous les problèmes de projectiles. Même s'il y a une formule pour la portée, la hauteur maximum ou le temps de vol, on peut très bien trouver ces quantités à partir des formules de base.

Il y a toutefois des cas où c'est difficile d'obtenir une solution à partir des formules de base. Trouver l'angle de départ d'un projectile est un de ces cas difficiles. Dans ce cas, on peut prendre la formule de la portée pour trouver l'angle.

Exemple 2.3.3

Le 24 mai 1941, le navire de guerre allemand *Bismarck* coula le navire britannique *HMS Hood* en l'atteignant avec un obus de 800 kg directement dans une réserve de munition. Ce qui est remarquable, c'est que le Bismarck était à ce moment à une distance de 14 km du

Hood. Avec quel angle l'obus du Bismarck est-il parti sachant que sa vitesse initiale était de 820 m/s ?

On trouve l'angle avec

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$14\,000m = \frac{\left(820 \frac{m}{s}\right)^2 \cdot \sin 2\theta}{9,8 \frac{m}{s^2}}$$

$$\sin 2\theta = 0,204$$

Notez qu'il peut arriver qu'avec cette équation, on arrive à un sinus plus grand que 1, ce qui aurait pu se produire ici si la vitesse avait été inférieure à 370 m/s. Dans ce cas, il n'y a pas de solution, ce qui signifie que c'est impossible d'atteindre la cible, peu importe l'angle de tir.

Heureusement, le sinus est inférieur à 1 ici, ce qui signifie qu'il y a une solution. La solution est

$$\sin 2\theta = 0,204$$

$$2\theta = 11,77°$$

$$\theta = 5,89°$$

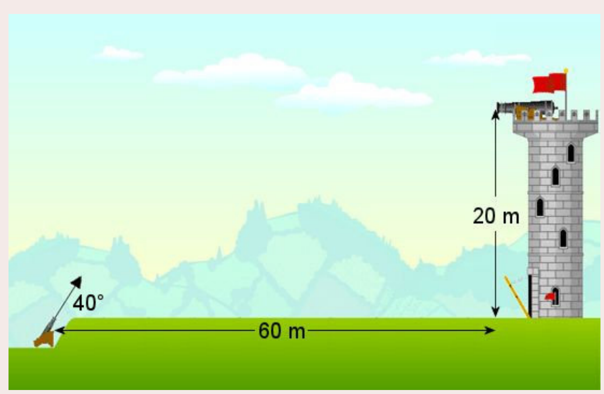
Rappelez-vous qu'on peut uniquement trouver l'angle de départ avec cette formule de la portée si le projectile retombe à la même hauteur qu'il a été lancé.

Il y a un autre cas où on n'utilise pas les formules de base. Il s'agit des cas où on connait des positions du projectile sur sa trajectoire. Dans ce cas, on utilise

$$y = (\tan\theta)\,x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta}x^2$$

Exemple 2.3.4

Un canon lance un projectile avec un angle de 40° pour détruire un autre canon sur un château. Les distances du canon ennemi sont indiquées sur la figure. À quelle vitesse faut-il lancer le projectile ?



www.kineticbooks.com/physics/librarycheck.php?src=triallabs

Comme on connait un point de la trajectoire (60 m, 20 m), on peut utiliser l'équation de la trajectoire d'un projectile pour résoudre ce problème.

$$y = (\tan\theta)\, x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta} x^2$$

$$20m = (\tan 40°) \cdot 60m - \frac{9,8\frac{m}{s^2}}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 40°} \cdot (60m)^2$$

$$20m - (\tan 40°) \cdot 60m = -\frac{9,8\frac{m}{s^2}}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 40°} \cdot (60m)^2$$

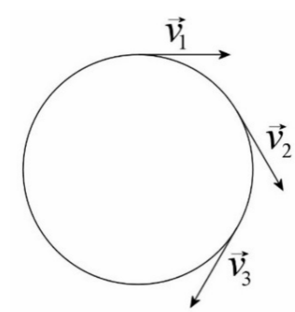
$$-30,346m = -\frac{9,8\frac{m}{s^2}}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 40°} \cdot (60m)^2$$

$$v_0^2 = \frac{9,8\frac{m}{s^2} \cdot (60m)^2}{2 \cdot 30,346m \cdot \cos^2 40°}$$

$$v_0 = 31,47\,\tfrac{m}{s}$$

2.4 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

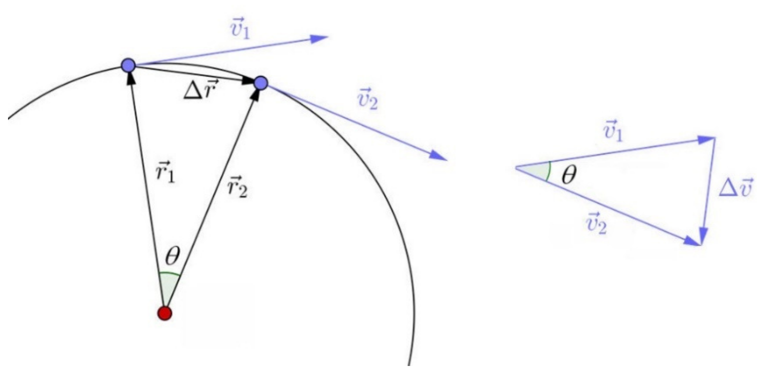
Formule de l'accélération centripète



Dans un mouvement circulaire uniforme, l'objet décrit une trajectoire circulaire avec une vitesse dont la grandeur est constante. On pourrait penser que, puisque la grandeur de la vitesse est constante, l'accélération est nulle, mais ce n'est pas le cas.

On voit sur cette figure la vitesse à trois endroits sur le cercle. Bien que les vecteurs aient tous la même longueur, ils n'ont pas la même orientation. Cela signifie que la vitesse change puisque sa direction change et qu'il y a donc une accélération quand l'objet fait un mouvement circulaire. Le très court vidéo suivant vous montre comment le vecteur vitesse change d'orientation durant le mouvement circulaire.
http://www.youtube.com/watch?v=XeOI6YTwFpE

Pour trouver l'accélération, examinons la vitesse à deux endroits et trouvons la variation de vitesse.



On obtient alors 2 triangles semblables. Celui fait avec les vecteurs *r* et celui fait avec les vecteurs *v*. Comme les rapports des côtés sont égaux pour des triangles semblables, on a

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

Pour avoir l'accélération instantanée, il faut prendre un temps très petit, ce qui signifie que les positions 1 et 2 doivent être très très près l'une de l'autre. Dans ce cas, la longueur de l'arc de cercle entre les points 1 et 2 est pratiquement égal à $\Delta\vec{r}$. Or, la longueur de l'arc de cercle est égale au déplacement de l'objet durant le temps Δt à vitesse constante, donc à $v\Delta t$. On a donc

$$\frac{v\Delta t}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

Ce $\Delta v/\Delta t$ est l'accélération quand Δt est très petit. C'est donc notre accélération instantanée.

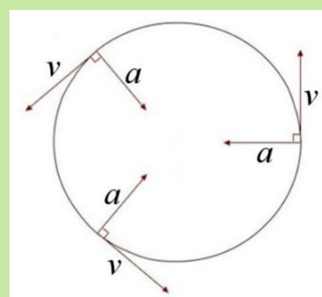
De plus, dans le triangle, l'angle entre v et Δv devient égal à 90° quand l'angle q devient très petit. Cela signifie que la direction de Δv est perpendiculaire à *v, vers le centre du cercle.*

On constate donc que l'accélération vaut toujours v^2/r et est dirigée vers le centre du cercle. On appelle cette accélération *l'accélération centripète* puisque centripète signifie « dirigée vers le centre ». On la notera a_c.

Accélération centripète

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Dirigée vers le centre

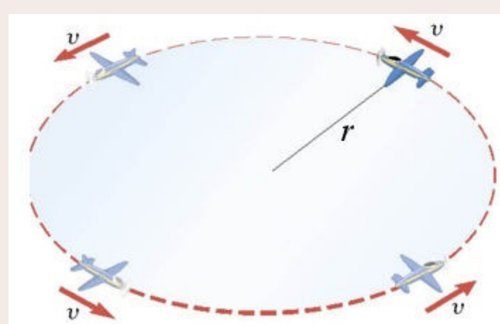


Le vidéo suivant vous montre l'orientation des vecteurs vitesse et accélération durant le mouvement circulaire.
http://www.youtube.com/watch?v=wJutTmcHE4s

Exemple 2.4.1

Un avion fait un mouvement circulaire ayant un rayon 2 km. Quelle est l'accélération centripète si la vitesse de l'avion est de 360 km/h ?

L'accélération est



www.embibe.com/study/uniform-circular-motion-in-a-horizontal-plane-concept

$$\begin{aligned} a_c &= \frac{v^2}{r} \\ &= \frac{\left(100\frac{m}{s}\right)^2}{2000m} \\ &= 5\frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

On peut également faire une formule de cette accélération en utilisant la période T du mouvement circulaire qui correspond au temps nécessaire pour faire un tour. Ce temps est

$$\begin{aligned} T &= \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} \\ &= \frac{2\pi r}{v} \end{aligned}$$

(Cette équation n'est valide que si la grandeur de la vitesse est constante.) On peut donc éliminer v dans la formule de l'accélération centripète

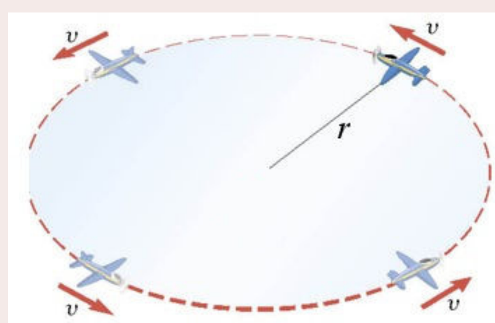
$$\begin{aligned} a_c &= \frac{v^2}{r} \\ &= \frac{\left(2\pi r / T\right)^2}{r} \end{aligned}$$

pour obtenir

Accélération centripète (valide uniquement si la grandeur de la vitesse est constante)

$$a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \qquad \text{Dirigée vers le centre}$$

Exemple 2.4.2



Un avion fait un mouvement circulaire ayant un rayon 2 km. Quelle est l'accélération centripète si la période est de 2 minutes ?

L'accélération est

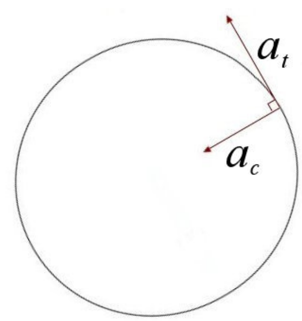
$$\begin{aligned} a_c &= \frac{4\pi^2 r}{T^2} \\ &= \frac{4\pi^2 \cdot 2000m}{\left(120s\right)^2} \\ &= 5{,}483\frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Erreur fréquente : Utiliser l'accélération centripète dans les formules du MRUA.

Il ne faut surtout pas utiliser la valeur de l'accélération centripète dans les équations du MRUA, car cette accélération n'est pas constante. En effet, on remarque sur la figure précédente que la direction de l'accélération change continuellement, ce qui fait qu'elle n'est pas constante.

2.5 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE NON UNIFORME

Dans le mouvement circulaire non uniforme, l'objet fait toujours un mouvement circulaire, mais avec une vitesse dont la grandeur varie. Pour parvenir à étudier ce phénomène, on sépare l'accélération en deux composantes.



La première composante a_c est l'accélération centripète. Elle est responsable de la courbure de la trajectoire du mouvement. Sa grandeur est toujours donnée par v^2/r, où v est la vitesse instantanée de l'objet.

Accélération centripète : fait dévier l'objet

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad \text{Dirigée vers le centre}$$

Erreur fréquente : Utiliser $a_c = 4\pi^2 r/T^2$ pour calculer l'accélération centripète dans un mouvement circulaire non uniforme.

Cette formule a été obtenue en supposant que la grandeur de la vitesse est constante. Elle n'est donc pas bonne dans un mouvement circulaire non uniforme, dans lequel la grandeur de la vitesse varie.

La deuxième composante a_t fait changer la vitesse de l'objet. Elle est tangente au cercle et c'est pourquoi elle est appelée *l'accélération tangentielle*. Si elle est dans la même direction que la vitesse, la vitesse de l'objet augmente et si elle est dans la direction opposée à la vitesse, l'objet ralentit. Cette accélération correspond au rythme de changement de la vitesse et est donc

Accélération tangentielle : change la grandeur de la vitesse

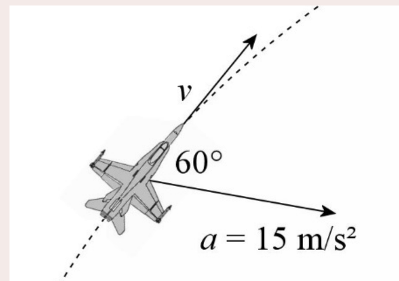
$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \text{Tangente au cercle}$$

L’accélération totale (a) de l’objet se trouve à partir des deux composantes avec

Accélération totale dans un mouvement circulaire

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$$

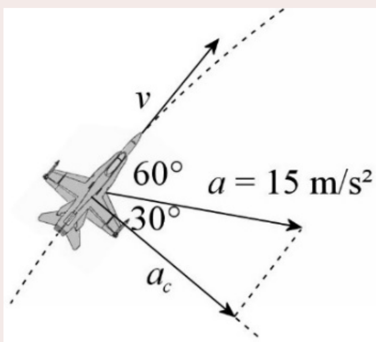
Exemple 2.5.1



La figure de droite montre la grandeur et la direction de l’accélération d’un avion dans un virage. Le rayon de courbure du virage est de 5 km.

a) Quelle est la grandeur de l’accélération centripète de l’avion ?

L’accélération centripète de l’avion correspond à la composante de l’accélération dirigée vers le centre.



Selon la figure de gauche, cette composante est

$$\frac{a_c}{a} = \cos 30°$$

$$\frac{a_c}{15 \frac{m}{s^2}} = \cos 30°$$

$$a_c = 12,99 \tfrac{m}{s^2}$$

b) Quelle est la grandeur de la vitesse de l’avion ?

On trouve la vitesse avec la formule de l’accélération centripète.

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

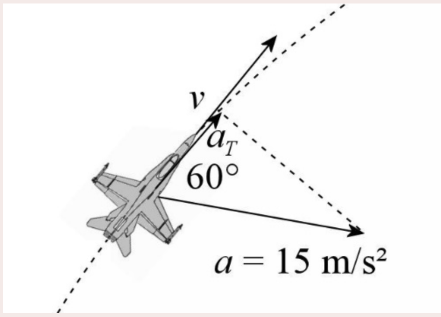
$$12,99 \tfrac{m}{s^2} = \frac{v^2}{5000m}$$

$$v = 254,8 \tfrac{m}{s}$$

$$v = 495 kts$$

c) Quelle est la grandeur de l’accélération tangentielle de l’avion ?

L’accélération tangentielle est la composante de l’accélération perpendiculaire au rayon.



Selon la figure de gauche, cette composante est

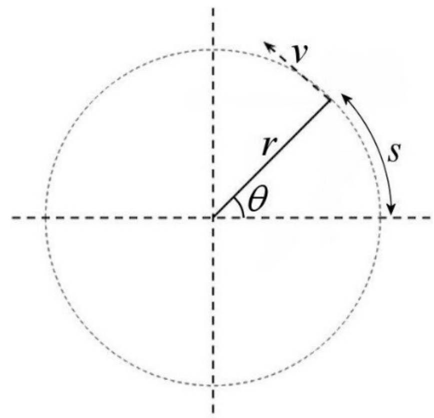
$$\frac{a_t}{a} = \cos 60°$$

$$\frac{a_t}{15\frac{m}{s^2}} = \cos 60°$$

$$a_t = 7,5\frac{m}{s^2}$$

d) Est-ce que la vitesse de l'avion est en train d'augmenter ou de diminuer ?

Comme l'accélération tangentielle est dans le même sens que la vitesse, la vitesse de la voiture est en train d'augmenter.



Dans un mouvement circulaire, la position de l'objet le long de l'arc de cercle sera notée *s* (ainsi, Δ*s* est la distance parcourue le long du cercle). La grandeur de la vitesse de l'objet correspond au rythme à laquelle cette position change, ce qui veut dire que

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Comme cette formule et

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

sont exactement les mêmes formules que celles qu'on avait au chapitre 1, sauf que la position est notée *s* au lieu de *x,* nous avons les mêmes solutions si l'accélération tangentielle est constante.

Formules de cinématique du mouvement circulaire si a_t est constante

$$v = v_0 + a_t t$$

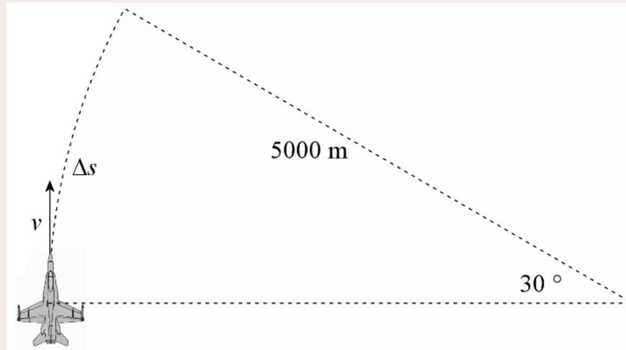
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_t t^2$$

$$2a_t\left(s - s_0\right) = v^2 - v_0^2$$

$$s = s_0 + \frac{1}{2}\left(v_0 + v\right)t$$

Exemple 2.5.2

Un avion est dans un virage. L'accélération tangentielle de l'avion est constante et vaut 8 m/s² et sa vitesse initiale est de 100 m/s. Le rayon de courbure du virage est de 5000 m. Au bout d'un certain temps, l'avion a parcouru une distance égale à 1/12 de la circonférence du cercle.



a) Quelle est la distance parcourue par l'avion à ce moment (Δs sur la figure) ?

La distance parcourue correspond à 1/12 de cercle. On a donc

$$\begin{aligned}\Delta s &= \frac{1}{12}2\pi r\\ &= \frac{1}{12}\cdot 2\pi\cdot 5000m\\ &= 2618m\end{aligned}$$

b) Quelle est la vitesse de l'avion à ce moment ?

Avec une accélération tangentielle constante, on a (si on dit que la position initiale est $s = 0$ m)

$$2a_t\left(s-s_0\right)=v^2-v_0^2$$
$$2\cdot 8\tfrac{m}{s^2}\cdot\left(2618m-0m\right)=v^2-\left(100\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$v=227,8\tfrac{m}{s}$$

c) Quelle est la grandeur de l'accélération de l'avion à ce moment ?

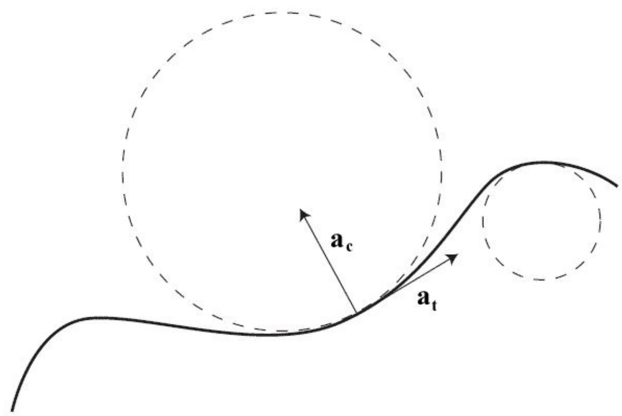
On va trouver les deux composantes de l'accélération. On sait déjà que l'accélération tangentielle est de 8 m/s². Reste à trouver l'accélération centripète. Celle-ci vaut

$$\begin{aligned}a_c &= \frac{v^2}{r}\\ &= \frac{\left(227,8\tfrac{m}{s}\right)^2}{5000m}\\ &= 10,38\tfrac{m}{s^2}\end{aligned}$$

L'accélération est donc

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_c^2 + a_t^2} \\ &= \sqrt{\left(8\tfrac{m}{s^2}\right)^2 + \left(10{,}38\tfrac{m}{s^2}\right)^2} \\ &= 13{,}10\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Notez qu'on peut analyser n'importe quel mouvement à l'aide de ces formules puisqu'on peut considérer que n'importe quelle partie d'une trajectoire courbe est une partie d'un cercle.



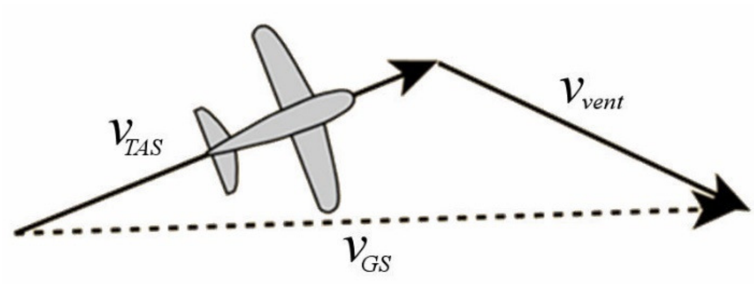
Partout, l'accélération centripète, perpendiculaire au mouvement, fait dévier l'objet alors que l'accélération tangentielle, parallèle au mouvement, change la grandeur de la vitesse de l'objet.

Bien sûr, il n'est pas obligatoire de séparer l'accélération en composantes centripète et tangentielle. Par exemple, on compliquerait beaucoup l'analyse du mouvement du projectile en procédant de cette façon.

2.6 LA VITESSE D'UN AVION PAR RAPPORT AU SOL

Souvent, on connait la vitesse d'un avion dans l'air, mais ce qu'on veut vraiment connaitre, c'est la vitesse de l'avion par rapport au sol. Cette vitesse est différence si l'air se déplace par rapport au sol, donc s'il y a du vent.

Pour obtenir la vitesse de l'avion par rapport au sol (qu'on va appeler $\vec{v}_{GS}$ pour *Ground speed*), il suffit d'additionner la vitesse de l'avion par rapport à l'air (qu'on va appeler $\vec{v}_{TAS}$ pour *true airspeed*) à la vitesse de l'air par rapport au sol (qui est la vitesse du vent $\vec{v}_{vent}$)



hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/airpw.html

Vitesse d'un avion par rapport au sol

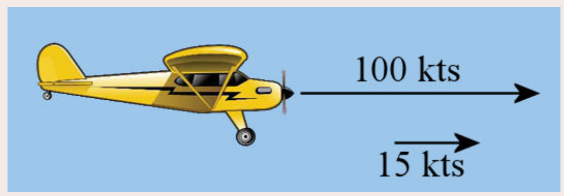
$$\vec{v}_{GS} = \vec{v}_{TAS} + \vec{v}_{vent}$$

$\vec{v}_{GS}$ est la vitesse de l'avion par rapport au sol (*groundspeed*)
$\vec{v}_{TAS}$ est la vitesse de l'avion par rapport à l'air (*true airspeed)*
$\vec{v}_{vent}$ est la vitesse de l'air par rapport au sol (le vent)

Attention, c'est une addition de vecteurs, pas une simple addition de chiffres.

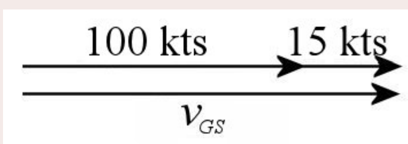
Exemple 2.6.1

Un avion se déplace à 100 nœuds par rapport à l'air (c'est la vitesse indiquée par les instruments) et il y a un vent arrière à 15 nœuds. Quelle est la vitesse de l'avion par rapport au sol ?



www.flyrc.com/flying-in-the-wind/

On trouve la vitesse en additionnant les 2 vecteurs.



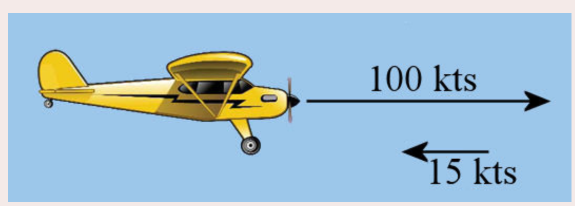
La longueur du vecteur qui représente cette somme est

$$100\ kts + 15\ kts = 115\ kts$$

La vitesse de l'avion par rapport au sol est donc de 115 nœuds.

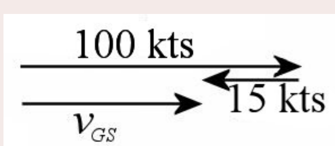
Exemple 2.6.2

Un avion se déplace à 100 nœuds par rapport à l'air (c'est la vitesse indiquée par les instruments) et il y a un vent de face à 15 nœuds. Quelle est la vitesse de l'avion par rapport au sol ?



www.flyrc.com/flying-in-the-wind/

On trouve la vitesse en additionnant les 2 vecteurs.



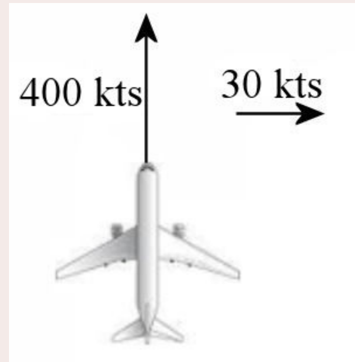
La longueur du vecteur qui représente cette somme est

$$100\ kts - 15\ kts = 85\ kts$$

La vitesse de l'avion par rapport au sol est donc de 85 nœuds.

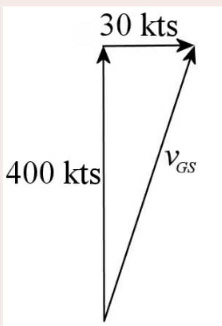
Dans l'exemple suivant, le calcul se complique un peu. Il va falloir utiliser le théorème de Pythagore pour les triangles rectangle.

Exemple 2.6.3



Un avion se déplace vers le nord à 400 nœuds par rapport à l'air et il y a un vent vers l'est à 30 nœuds.

a) Quelle est la grandeur de la vitesse de l'avion par rapport au sol ?



On trouve la vitesse en additionnant les 2 vecteurs montrées à gauche.

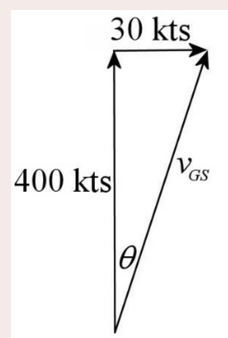
La longueur du vecteur qui représente cette somme est

$$\begin{aligned} v_{GS} &= \sqrt{(400kts)^2 + (30kts)^2} \\ &= 401{,}12kts \end{aligned}$$

La vitesse de l'avion par rapport au sol est donc de 401,12 nœuds.

b) Quel est l'angle de déviation causé par le vent (θ sur la figure de droite) ?

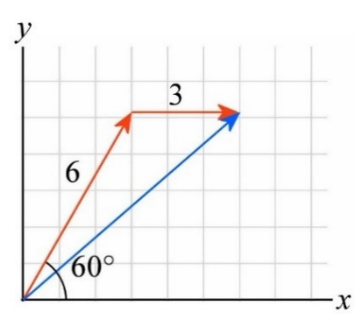
L'angle est



$$\begin{aligned} \tan\theta &= \frac{30kts}{400kts} \\ \tan\theta &= 0{,}075 \\ \theta &= \arctan 0{,}075 \\ \theta &= 4{,}29° \end{aligned}$$

L'avion ne se dirige donc pas directement vers le nord, mais à 4,29° du nord. Ça semble peu, mais au bout d'une heure, par exemple, on serait 55 km à côté de la trajectoire qui va directement vers le nord.

Parfois, le calcul se complique encore plus et il faut utiliser les lois des cosinus et des sinus pour résoudre les triangles formés par les vecteurs. Une petite révision de ces lois serait probablement utile.



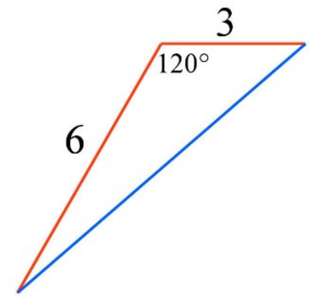
Supposons par exemple qu'on cherche la somme des 2 vecteurs suivants.

1) Un vecteur de longueur 6 dans la direction $\theta = 60°$.
2) Un vecteur de longueur 3 dans la direction $\theta = 0°$.

L'angle donne la direction du vecteur par rapport à l'axe des x, en allant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Graphiquement, cette somme consiste à trouver la grandeur et la direction du vecteur bleu.

Pour y arriver, on doit résoudre le triangle de droite pour trouver la longueur et la direction du côté inconnu.

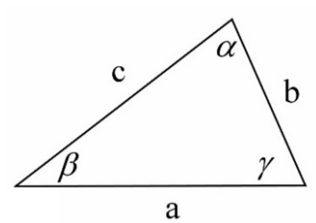


Cela se fait avec la loi des sinus et la loi des cosinus pour les triangles.

La loi des sinus spécifie que le rapport du sinus d'un angle divisé par la longueur du côté opposée est toujours la même.

Loi de sinus

$$\frac{\sin\alpha}{a}=\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c}$$



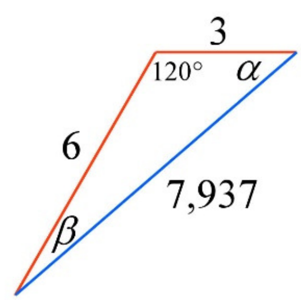
La loi des cosinus permet de trouver la longueur du 3e côté si on connait la longueur des 2 autres côtés et l'angle entre ces deux côtés.

Loi de cosinus

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$$

Utilisons ces lois pour trouver la somme vectorielle. Comme on connait 2 côtés et l'angle entre les côtés, on peut trouver la longueur du 3e côté avec la loi des cosinus.

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2+b^2-2ab\cos\gamma \\ &= 6^2+3^2-2\cdot 6\cdot 3\cdot\cos 120° \\ &= 63 \\ c &= 7{,}937 \end{aligned}$$



C'est la longueur de notre somme (figure de droite).

Il reste maintenant à trouver la direction du vecteur. On va la trouver avec l'angle β. Cet angle se trouve avec

$$\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c}$$

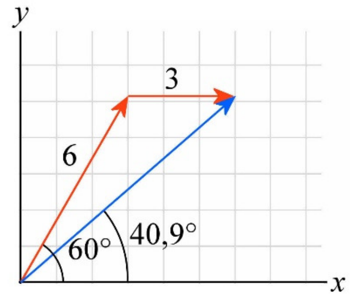
$$\frac{\sin\beta}{3}=\frac{\sin 120°}{7{,}937}$$

$$\sin\beta=0{,}3273$$

$$\beta=19{,}1°$$

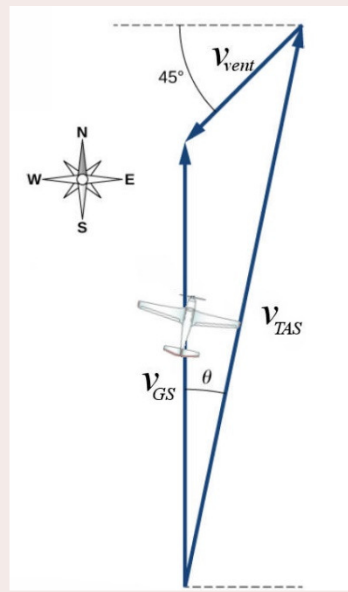
La direction de ce vecteur par rapport à l'axe des x est donc

$$60° - 19,1° = 40,9°$$



Exemple 2.6.4

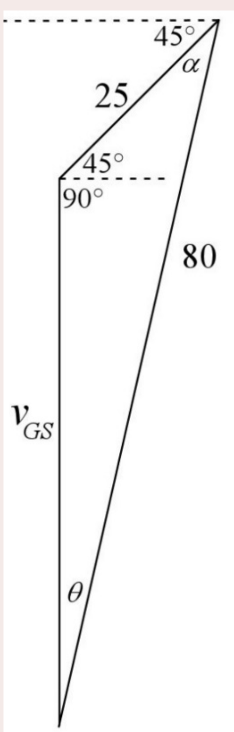
Un pilote veut que son avion se dirige directement vers le nord. Toutefois, il y a un vent du nord-est à 25 nœuds. Il va donc diriger l'avion un peu à la droite du nord (direction de v_{TAS} sur la figure) pour que la vitesse résultante (v_{GS} sur la figure) soit directement vers le nord. La vitesse de l'avion dans l'air (v_{TAS}) est de 80 nœuds.



openstax.org/details/books/university-physics-volume-1

a) Dans quelle direction le pilote doit-il diriger l'avion (θ sur la figure) pour que v_{GS} soit directement vers le nord ?

On peut trouver l'angle avec la loi des sinus. Avec le triangle de gauche, la loi des sinus nous donne



$$\frac{\sin(135°)}{80} = \frac{\sin\theta}{25}$$
$$\sin\theta = 0,22097$$
$$\theta = \arcsin(0,22097)$$
$$\theta = 12,77°$$

Le pilote doit donc prendre un cap de 12,77° pour que l'avoir se dirige directement vers le nord.

b) Quelle est la vitesse de l'avion par rapport au sol ?

On cherche la longueur du côté v_{GS} sur la figure. Cette longueur se trouve avec la loi des cosinus.

$$v_{GS}^2 = 80^2 + 25^2 - 2 \cdot 80 \cdot 25 \cdot \cos\alpha$$

Toutefois, il nous faut l'angle du sommet en haut à droite (angle α sur la figure). Comme la somme des angles d'un triangle est de 180°, cet angle est

$$12,77° + 135° + \alpha = 180°$$
$$\alpha = 180° - 12,77° - 135°$$
$$\alpha = 32,23°$$

On a donc

$$v_{GS}^2 = 80^2 + 25^2 - 2 \cdot 80 \cdot 25 \cdot \cos(32,23°)$$
$$v_{GS}^2 = 3641,5$$
$$v_{GS} = 60,34$$

La vitesse de l'avion par rapport au sol est donc de 60,34 nœuds.

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Déplacement

$$\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Composantes de la vitesse moyenne

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \bar{v}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} \qquad \bar{v}_z = \frac{\Delta z}{\Delta t}$$

Composantes de l'accélération moyenne

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \qquad \bar{a}_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \qquad \bar{a}_z = \frac{\Delta v_z}{\Delta t}$$

Mouvement uniformément accéléré en plusieurs dimensions

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad v_y = v_{0y} + a_y t \qquad v_z = v_{0z} + a_z t$$
$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \qquad y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \qquad z = z_0 + v_{0z} t + \frac{1}{2} a_z t^2$$
$$2a_x(x - x_0) = v_x^2 - v_{x0}^2 \qquad 2a_y(y - y_0) = v_y^2 - v_{y0}^2 \qquad 2a_z(z - z_0) = v_z^2 - v_{z0}^2$$
$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_{x0} + v_x)t \qquad y = y_0 + \frac{1}{2}(v_{y0} + v_y)t \qquad z = z_0 + \frac{1}{2}(v_{z0} + v_z)t$$

Accélération du projectile

$$a_x = 0$$
$$a_y = -9,8 m/s^2 = -g$$

<u>On doit avoir un axe des *x* parfaitement horizontal et un axe des *y* exactement vertical et pointant vers le haut.</u>

Équations de base du projectile

$$x = x_0 + v_{0x}t$$
$$v_y = v_{0y} - gt$$
$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$-2g\left(y - y_0\right) = v_y^2 - v_{y0}^2$$

Portée d'un projectile retombant à la même hauteur que son point de départ

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

Lien entre les positions x et y pour un projectile

$$y = \left(\tan\theta\right)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$$

Le point de départ doit être (0,0)

Accélération centripète

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \text{ou} \quad a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$ Dirigée vers le centre

(La deuxième formule est valide uniquement si la grandeur de la vitesse est constante.)

Accélération tangentielle : change la grandeur de la vitesse

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$ Tangente au cercle

Accélération totale dans un mouvement circulaire

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$$

Formules de cinématique du mouvement circulaire si a_t est constant

$$v = v_0 + a_t t \qquad 2a_t\left(s - s_0\right) = v^2 - v_0^2$$
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_t t^2 \qquad s = s_0 + \frac{1}{2}\left(v_0 + v\right)t$$

Vitesse d'un avion par rapport au sol

$$\vec{v}_{GS} = \vec{v}_{TAS} + \vec{v}_{vent}$$

$\vec{v}_{GS}$ est la vitesse de l'avion par rapport au sol (*groundspeed*)
$\vec{v}_{TAS}$ est la vitesse de l'avion par rapport à l'air (*true airspeed)*
$\vec{v}_{vent}$ est la vitesse de l'air par rapport au sol (le vent)

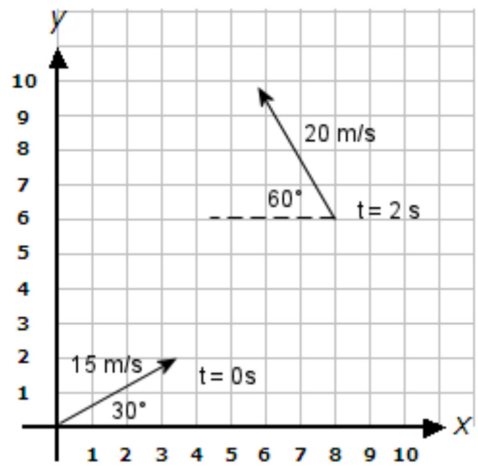
EXERCICES

2.2 Les lois de la cinématique à deux dimensions

1. À $t = 0$ s, un objet est à la position $x = 0$ m et $y = 0$ m. Sa vitesse est alors de 15 m/s dans une direction faisant 30° avec l'angle de x. À $t = 2$ s, l'objet est à la position $x = 8$ m et $y = 6$ m, et sa vitesse est maintenant de 20 m/s dans une direction faisant 60° avec l'angle des x négatifs.

   a) Quelles sont les vitesses moyennes en x et en y entre $t = 0$ s et $t = 2$ s ?

   b) Quelles sont les accélérations moyennes en x et en y entre $t = 0$ s et $t = 2$ s ?



www.helpingwithmath.com/printables/worksheets/geometry/geo0701coords11.htm

2. On connait les valeurs suivantes pour un avion à $t = 0$ s.

$$a_x = 1\tfrac{m}{s^2} \qquad a_y = -2\tfrac{m}{s^2} \qquad a_z = 0$$
$$v_{0x} = 100\tfrac{m}{s} \qquad v_{0y} = -50\tfrac{m}{s} \qquad v_{0z} = 20\tfrac{m}{s}$$
$$x_0 = 2000m \qquad y_0 = -2000m \qquad z_0 = 2000m$$

Quelles seront les positions x, y et z de l'avion à t = 50 s si l'accélération est constante ?

3. Voici la position et la vitesse d'un avion à deux moments.

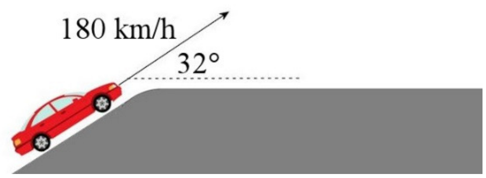
$$t = 0s \qquad x = 1000m \quad y = -1000m \quad z = 2000m$$
$$v_x = -100\tfrac{m}{s} \quad v_y = 0 \quad v_z = 50\tfrac{m}{s}$$

$$+\,tard \qquad x = 2000m \quad y = 1000m \quad z = 4000m$$
$$v_x = 150\tfrac{m}{s} \quad v_y = -100\tfrac{m}{s} \quad v_z = 100\tfrac{m}{s}$$

Quelles sont les composantes de l'accélération de cet avion, sachant qu'elles sont constantes ?

2.3 Le projectile

4. Anatole veut impressionner ses amis beaucerons en faisant un saut avec sa voiture. Il arrive donc en haut d'une côte à 180 km/h et il s'envole au sommet de la côte avec un angle de 32°.



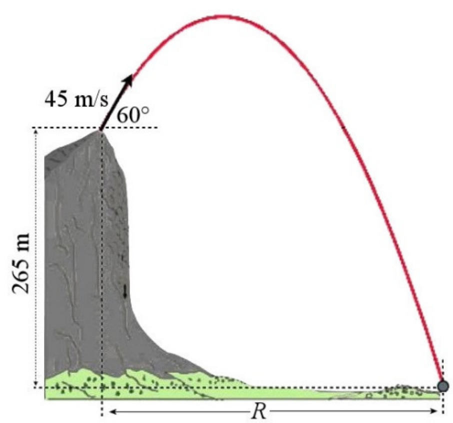
fr.depositphotos.com/2577683/stock-illustration-Car.html

Ça va ressembler un peu à ceci.
http://www.youtube.com/watch?v=5kMTHwjy6Z8
(N'essayez pas ça, c'est vraiment dangereux. On ne contrôle plus la voiture quand elle est dans les airs et ça peut être catastrophique si elle tourne un peu pendant qu'elle vole.)

a) Pendant combien de temps la voiture est-elle dans les airs ?
b) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la voiture ?
c) À quelle distance de la côte la voiture retombe-t-elle ?

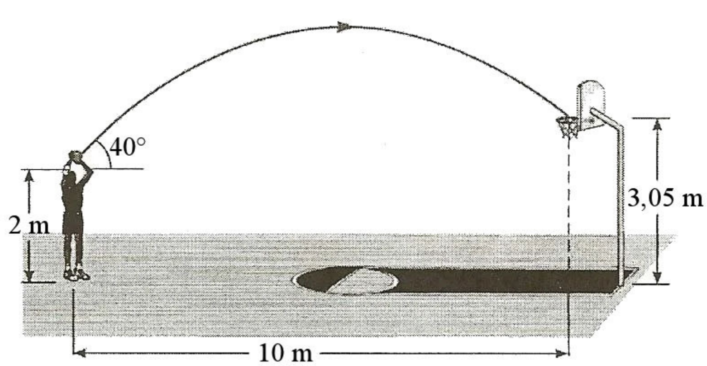
5. On lance Justin Bieber du haut d'une falaise de 265 m de haut avec une vitesse de 45 m/s et un angle de 60°.

a) Quelle est la hauteur maximale atteinte par Justin ? (À partir du sommet de la falaise.)
b) Quel est le temps de vol total de Justin ?
c) Quelle est la portée de Justin ?
d) Quelle est la vitesse (grandeur et direction) de Justin juste avant de frapper le sol ?



www.youtube.com/watch?v=HRFbruIXVaY

6. À quelle vitesse Alissia a-t-elle lancé le ballon pour faire un panier dans la situation représentée sur la figure ?



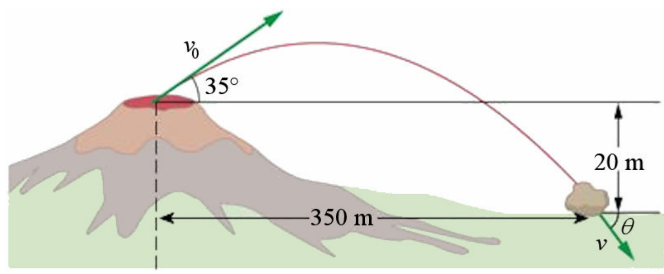
www.physicsforums.com/showthread.php?t=252905

7. Ruprecht a pour mission de sauter par-dessus le canal de Corinthe avec sa moto. La moto de Ruprecht va à 126 km/h et le canal a une largeur de 70 m. On suppose que le point de départ est à la même hauteur que le point d'arrivée.

a) Quel doit être l'angle de départ de Ruprecht ?
b) Quelle est la durée du vol de Ruprecht ?

functionofarubberduck.wordpress.com/2012/10/23/the-physics-of-getting-extreme-in-sports/

8. Lors de l'explosion du volcan Arenal au Costa Rica, une pierre est projetée telle qu'illustrée sur cette figure.

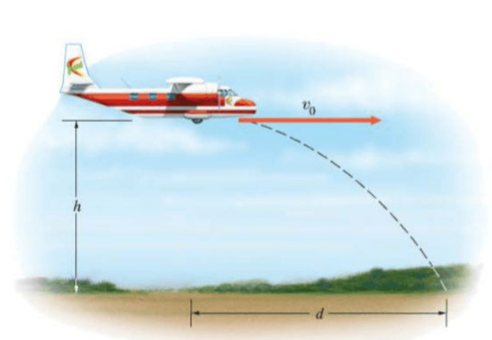


cnx.org/content/m42042/latest/?collection=col11406/latest

a) Quelle était la vitesse initiale de la pierre ?
b) Quel fut le temps de vol de la pierre ?
c) Quelle fut la hauteur maximale de la pierre, mesurée à partir de sa position de départ ?
d) Quelle était la vitesse (grandeur et direction) de la pierre juste avant de frapper le sol ?

9. Un pilote doit relâcher un paquet au sol en passant à 100 m au-dessus du sol. On va supposer que le paquet suit la trajectoire parabolique d'un projectile dans le vide. Quand on relâche simplement un paquet, la vitesse initiale du paquet est identique à celle de l'avion. La vitesse de l'avion est de 80 nœuds.

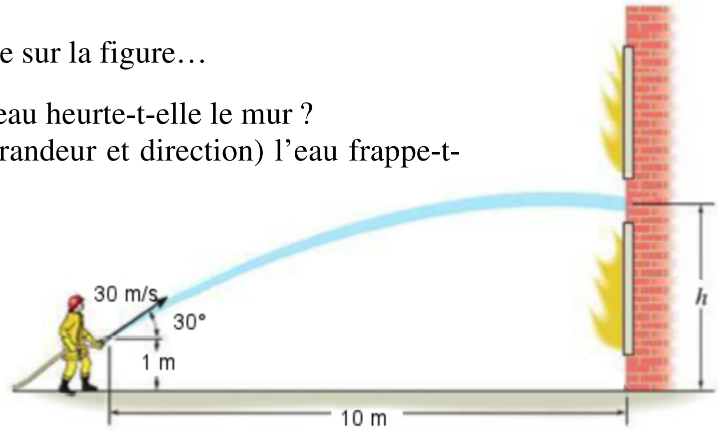
a) Combien de temps avant le passage au-dessus du point d'arrivée au sol désiré doit-on relâcher le paquet ?
b) À quelle distance du point d'arriver au sol désiré doit-on relâcher le paquet ?



www.physicsforums.com/threads/projectile-motion-drop-a-mass.887314/

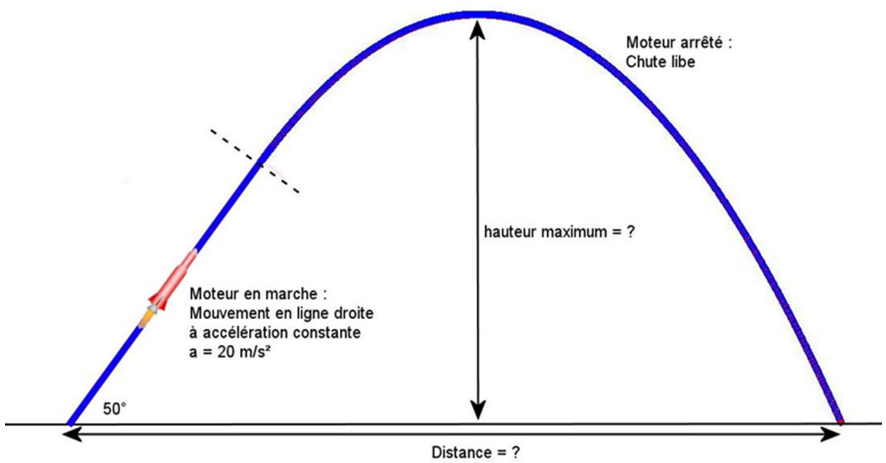
10. Dans la situation illustrée sur la figure…

a) à quelle hauteur l'eau heurte-t-elle le mur ?
b) à quelle vitesse (grandeur et direction) l'eau frappe-t-elle le mur ?



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/determine-minimum-height-wall-firefighter-project-water-hose-water-strikes-wall-horizontal-q3546033

11. Une fusée initialement au repos décolle avec un angle de 50°. Tant que le moteur fonctionne, la fusée fait un mouvement en ligne droite avec une accélération de 20 m/s². Au bout de 20 secondes, le moteur s'arrête et la fusée est maintenant en chute libre.



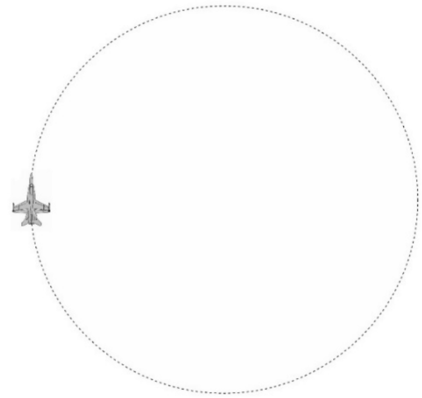
a) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la fusée ?
b) Quel est le temps de vol total de la fusée ?
c) À quelle distance de son point de départ la fusée retombe-t-elle ?

2.4 Le mouvement circulaire uniforme

12. La Lune tourne autour de la Terre avec une vitesse de 1024 m/s. Le rayon de l'orbite de la Lune est de 384 400 km. Quelle est la grandeur de l'accélération centripète de la Lune ?

13. L'avion de la figure de droite fait un tour en 50 s. Si la circonférence du cercle est de 500 m, quelle est la grandeur de l'accélération centripète de l'avion ?

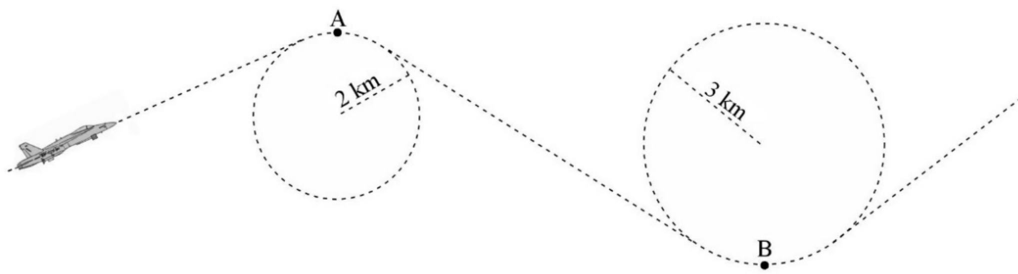
14. L'avion de la figure de droite fait le mouvement circulaire à vitesse constante. La grandeur de l'accélération centripète de l'avion est de 12 m/s². En combien de temps l'avion fera-t-il un tour si la trajectoire a un rayon de 800 m ?



15. L'avion de la figure de droite se déplace avec une vitesse de 360 m/s en suivant une trajectoire circulaire. Quelle est la grandeur de son accélération centripète si l'avion fait un tour en 180 s ?

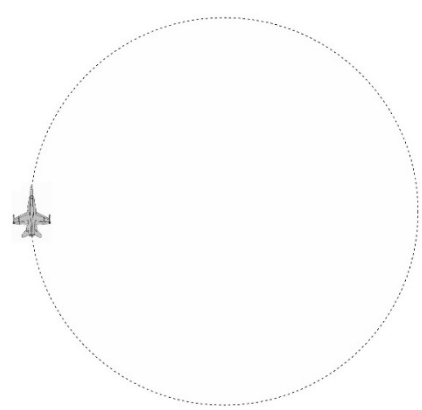
2.5 Le mouvement circulaire non uniforme

16. Un avion de chasse se déplace à une vitesse de 400 m/s au point A et de 600 m/s au point B.



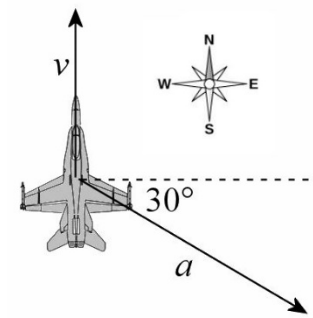
Quelles sont la grandeur et la direction de l'accélération centripète de l'avion aux points A et B ?

17. Un avion décrit une trajectoire circulaire de 10 000 m de diamètre. La vitesse initiale de l'avion est de 500 nœuds. L'avion ralentit avec une accélération tangentielle constante de sorte qu'elle atteint une vitesse de 200 nœuds après 2 tours.



a) Quelle est la grandeur de l'accélération tangentielle de l'avion ?
b) Quelles sont la grandeur et la direction de l'accélération centripète après que l'avion ait fait un tour ?
c) Quelles sont la grandeur et la direction de l'accélération après que l'avion ait fait un tour ? (Pour la direction, donner l'angle entre la vitesse et l'accélération.)

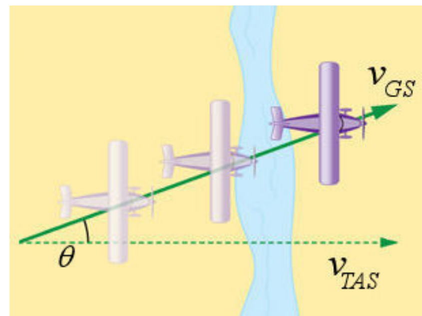
18. Un avion se dirige vers le nord à 300 m/s. L'accélération de l'avion est de 20 m/s² dans la direction montrée sur la figure.



a) Est-ce que la vitesse de cet avion augmente ou diminue ?
b) Quelle est l'accélération tangentielle ?
c) Est-ce que cet avion tourne vers l'est ou vers l'ouest ?
d) Quel est le rayon de courbure de la route ?

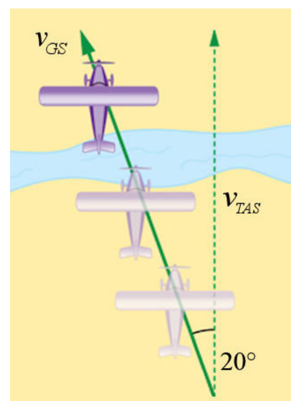
2.6 La vitesse d'un avion par rapport au sol

19. Un avion se dirige à 150 nœuds directement vers l'est par rapport à l'air, mais il y a un vent du sud à 40 nœuds qui fait dévier la trajectoire. Quel est l'angle de déviation (θ sur la figure) ?



courses.lumenlearning.com/physics/chapter/3-5-addition-of-velocities/

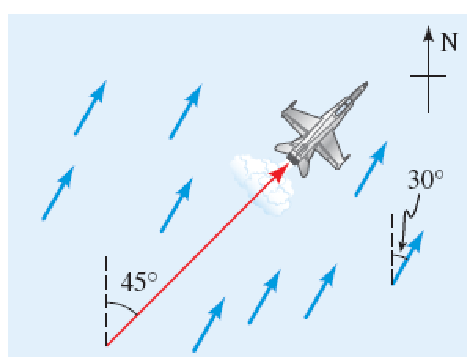
20. Un avion se dirige directement vers le nord par rapport à l'air, mais il y a un vent d'est qui fait dévier la trajectoire de 20°. La vitesse de l'avion par rapport à l'air est de 150 nœuds. Quelle est la vitesse du vent ?



courses.lumenlearning.com/physics/chapter/3-5-addition-of-velocities/

21. Un jet se déplace à 300 nœuds à 45° par rapport à l'air. Il y a un vent à 40 nœuds à 30°.

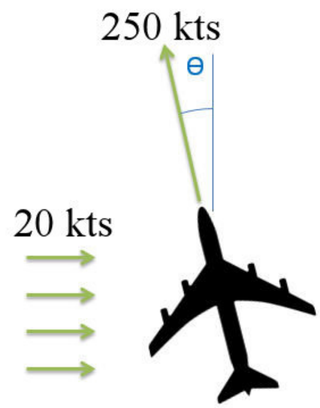
a) Quelle est la vitesse du jet par rapport au sol ?
b) Dans quelle direction se déplace le jet par rapport au sol (cap par rapport au nord) ?



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/jet-flying-wind-blowing-speed-60-mi-h-direction-n-30-e-see-figure--jet-speed-775mi-h-relat-q37799458

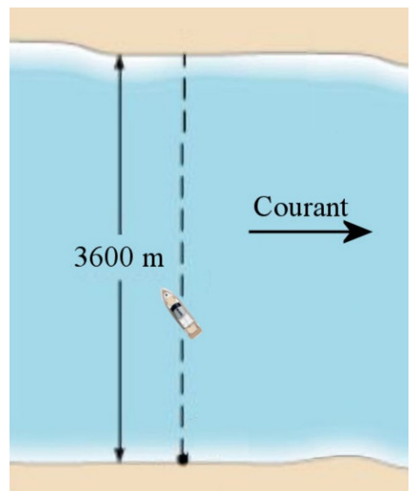
22. Un avion veut se diriger directement vers le nord, mais il y a un vent d'ouest à 20 nœuds. Quelle doit être l'angle θ dans cette figure pour que l'avion se dirige directement vers le nord par rapport au sol ?

   a) Quelle est la vitesse du jet par rapport au sol ?
   b) Dans quelle direction se déplace le jet par rapport au sol (cap par rapport au nord) ?



mechanicsmap.psu.edu/websites/7_particle_kinematics/relative_motion/relative_motion.html

23. Ce bateau traverse d'un côté à l'autre de cette rivière en 15 minutes en suivant la trajectoire montrée sur la figure. La vitesse du bateau dans l'eau est de 5 m/s. Quelle est la vitesse du courant ?



RÉPONSES

2.2 Les lois de la cinématique à deux dimensions

1. a) $\bar{v}_x = 4$ m/s $\bar{v}_y = 3$ m/s b) $\bar{a}_x = -11{,}495$ m/s² $\bar{a}_y = 4{,}91$ m/s²
2. a) $x = 8250$ m $y = -7000$ m $z = 3000$ m
3. a) $a_x = 6{,}25$ m/s² $a_y = 2{,}5$ m/s² $a_z = 1{,}875$ m/s²

2.3 Le projectile

4. a) 5,407 s b) 35,82 m c) 229,3 m
5. a) 77,49 m au-dessus de son point de départ b) 12,34 s c) 277,6 m
   d) 85,0 m/s à -74,6°
6. 10,67 m/s
7. a) 17,03° b) 2,09 s
8. a) 58,09 m/s b) 7,355 s c) 56,65 m d) 61,37 m/s à -39,16°
9. a) 4,518 s b) 186 m

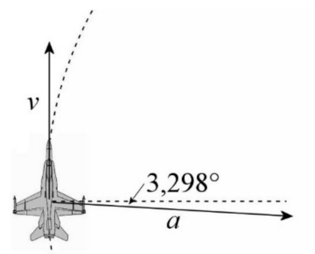
10. a) 6,048 m b) 28,3 m/s à 23,4°
11. a) 7855 m b) 91,3 s c) 20 905 m

2.4 Le mouvement circulaire uniforme

12. 0,002 728 m/s²
13. 1,257 m/s²
14. 51,3 s
15. 12,57 m/s²

2.5 Le mouvement circulaire non uniforme

16. Point A : 80 m/s² vers le bas Point B : 120 m/s² vers le haut
17. a) 0,4427 m/s² dans la direction opposée à la vitesse de l'avion b) 7,68 m/s² vers le centre du cercle c) 7,69 m/s² à 93,3° de la vitesse (voir figure)



18. a) Il ralentit b) -10 m/s² c) vers l'est d) 5196 m

2.6 La vitesse d'un avion par rapport au sol

19. 14,93°
20. 54,6 kts
21. a) 338,8 kts b) 43,25°
22. a) 249,2 kts b) 355,4°
23. 3 m/s