1 LA CINÉMATIQUE

Un Boeing 747 doit avoir une vitesse de 150 nœuds pour décoller. Sachant que l'accélération maximale du Boeing est de 2,8 m/s², quelle doit être la longueur de la piste pour que le Boeing puisse décoller ?

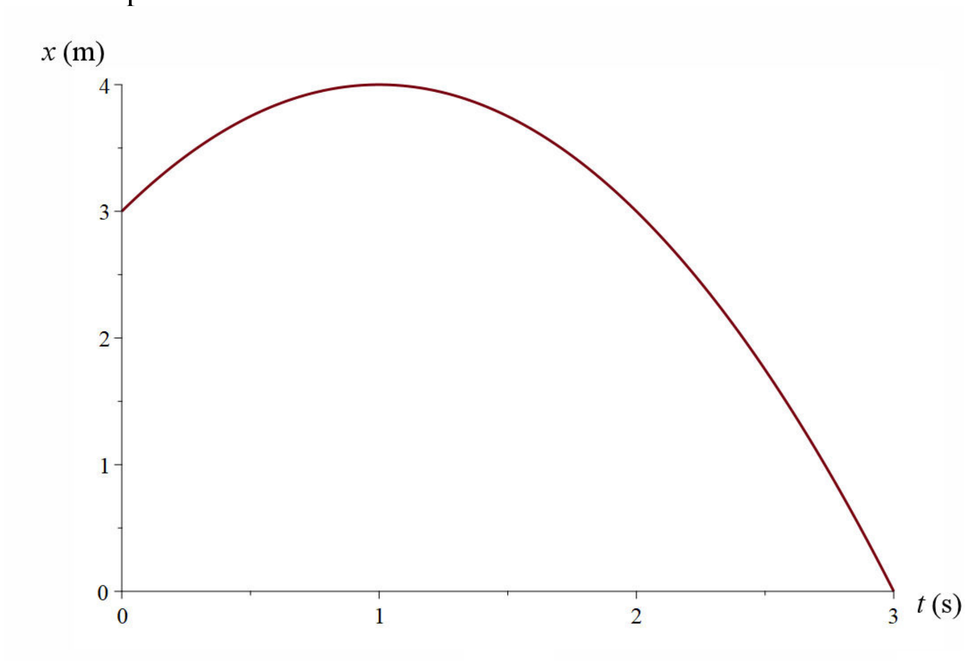
i194.photobucket.com/albums/z194/skitless/232209-1920x1200.jpg

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

1.1 QU'EST-CE QUE LA CINÉMATIQUE ?

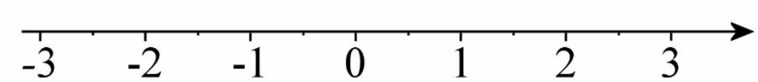
La cinématique est la branche de la physique qui décrit le mouvement des objets. Par exemple, on peut donner la position en fonction du temps à l'aide d'une formule telle que $x = (3 + 2t - t^2)$ m pour décrire un mouvement.

Il existe en fait toute une variété de possibilités de façon de décrire le mouvement puisqu'on pourrait, par exemple, donner la vitesse en fonction du temps ou en fonction de la position. On pourrait aussi donner un graphique de la position ou de la vitesse en fonction du temps. Avec la formule donnée précédemment, on a le graphique suivant pour la position en fonction du temps.

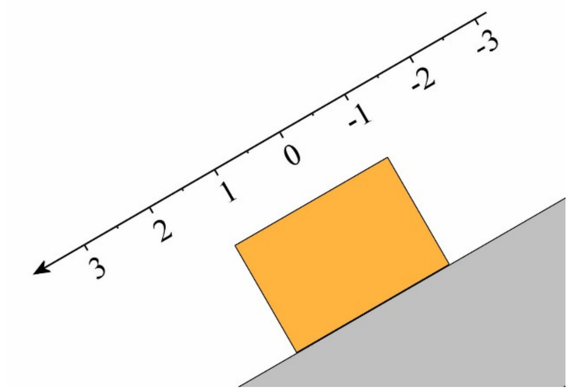


1.2 LA POSITION, LA DISTANCE ET LE DÉPLACEMENT

Dans ce chapitre, nous étudierons le mouvement en une dimension, c'est-à-dire le mouvement des objets qui se déplacent en ligne droite. Pour donner la position le long de cette ligne, nous allons bien sûr utiliser un axe.



Les valeurs de x augmentent en allant vers la droite, mais on pourrait très bien choisir un axe des x avec des valeurs qui augmentent à mesure qu'on va vers la gauche. L'axe peut aussi prendre n'importe quelle orientation. Par exemple, on utilise un axe vertical si on veut décrire un mouvement de chute libre. Les valeurs de la position pourraient augmenter à mesure qu'on monte ou augmenter à mesure qu'on descend. On pourrait alors noter la position avec le symbole y, quoiqu'il serait correct de continuer de l'appeler x.



L'axe pourrait également être incliné, par exemple, si on voulait décrire le mouvement d'un objet qui descend le long d'un plan incliné.

Il restera simplement à décider où est l'origine $x = 0$. Très souvent, on met le $x = 0$ à la position initiale de l'objet.

Le **déplacement** de l'objet est simplement le changement de position de l'objet. Si l'objet est au départ à la position $x_1$et que, plus tard, il est la position x_2, alors le déplacement est

Déplacement

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

La **distance** parcourue est la longueur totale du trajet par lequel est passé l'objet pour aller d'un endroit à un autre. Ainsi, si on lance un objet à une hauteur de 20 m et qu'on le rattrape, la distance parcourue par l'objet est de 40 m alors que le déplacement est nul puisqu'on est revenu à la position de départ. Pour le déplacement, on regarde uniquement les positions initiale et finale. Ce qui s'est passé entre ces deux instants n'a aucune importance.

1.3 LA VITESSE MOYENNE

La vitesse moyenne est définie comme étant le déplacement divisé par le temps qui s'est écoulé durant ce déplacement.

Vitesse moyenne

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Pour avoir une vitesse en km/h, la distance doit être en kilomètres et le temps en heures. Pour avoir une vitesse en mètres par seconde, la distance doit être en mètres et le temps en secondes.

Voici donc une table de conversion des unités de distance et de temps.

Unités de longueur

Unité 1	→ multiplier par ← diviser par	Unité 2
Pieds	0,3048	m
Pouces	0,0254	m
m	0,001	km
Miles terrestres (mi)	1,609	km
Miles nautiques (NM)	1,852	km
Miles terrestres (mi)	1,151	Miles nautiques (NM)

Unités de temps

Unité 1	→ multiplier par ← diviser par	Unité 2
Minutes	60	Secondes
Heures	3600	Secondes
Heures	60	Minutes

Unités de vitesse

En aviation, on utilise aussi les nœuds. 1 nœud correspond à une vitesse de 1 mile nautique en 1 heure, donc à une vitesse de 1,853 km/h.

Unité 1	→ multiplier par ← diviser par	Unité 2
Mph	1,609	km/h
Nœuds (kts)	1,852	km/h
Nœuds (kts)	1,151	Mph
m/s	3,6	km/h
m/s	2,237	Mph
m/s	1,943	Nœuds (kts)

Exemple 1.3.1

Conrad part de Québec pour se rendre à Montréal en Cessna. Il fait les 250 km en 50 minutes.

a) Quel est le déplacement du Cessna ?

   Le déplacement est 250 km.

b) Quelle est la vitesse moyenne du Cessna (en nœuds) ?

La vitesse moyenne est

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Pour avoir la vitesse moyenne en nœuds, on doit avoir la distance en miles nautiques et le temps en heures.

La distance est donc

$$\frac{250km}{1,853} = 134,9NM$$

Le temps en heures est

$$\frac{50\min}{60} = 0,8333h$$

La vitesse moyenne est donc

$$\begin{aligned}\overline{v} &= \frac{\Delta x}{\Delta t}\\ &= \frac{134,9M}{0,8333h}\\ &= 161,9kts\end{aligned}$$

Exemple 1.3.2

Un avion se déplace sur une piste de décollage. Il va de x = 0 m à x = 200 m en 5 secondes puis va de x = 200 m à x = 400 m en 3 secondes.

a) Quel est le déplacement de cet objet (en mètres) ?

Le déplacement est 400 m.

b) Quelle est la vitesse moyenne de cet objet (en nœuds) ?

La vitesse moyenne est

$$\begin{aligned}\overline{v} &= \frac{\Delta x}{\Delta t}\\ &= \frac{400m}{8s}\\ &= 50\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

On peut ensuite convertir les m/s en nœuds.

$$50\tfrac{m}{s}\cdot 1,943 = 97,15kts$$

Exemple 1.3.3

Conrad part de Québec pour se rendre à Montréal en Cessna. Il parcourt les 125 premiers kilomètres à une vitesse constante de 300 km/h, puis les 125 derniers kilomètres à une vitesse constante de 260 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne (en nœuds) ?

C'est tentant de dire 280 km/h, mais ce n'est pas la bonne réponse. Faisons correctement la solution en calculant

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

On doit donc trouver le déplacement total et la durée totale du trajet.

Le déplacement est facile à trouver.

$$\begin{aligned}\Delta x &= 125km + 125km \\ &= 250km\end{aligned}$$

Il y a par contre un peu plus de calculs à faire pour trouver le temps que prend Conrad pour aller à Montréal. En prenant l'équation de la vitesse moyenne pour la première partie, on trouve la durée de cette partie.

$$\begin{aligned}\overline{v}_1 &= \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \\ 300\tfrac{km}{h} &= \frac{125km}{\Delta t_1} \\ \Delta t_1 &= 0,4167h\end{aligned}$$

En prenant l'équation de la vitesse moyenne pour la deuxième partie, on trouve la durée de cette partie.

$$\begin{aligned}\overline{v}_2 &= \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \\ 260\tfrac{km}{h} &= \frac{125km}{\Delta t_2} \\ \Delta t_2 &= 0,4808h\end{aligned}$$

La durée totale du voyage est donc

$$\begin{aligned}\Delta t &= 0,4167h + 0,4808h \\ &= 0,8974h\end{aligned}$$

La vitesse moyenne est donc

$$\begin{aligned}\bar{v} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ &= \frac{250km}{0,8974h} \\ &= 278,6\tfrac{km}{h}\end{aligned}$$

En nœuds, cette vitesse est

$$\frac{278,6\tfrac{km}{h}}{1,852} = 150,4kts$$

Exemple 1.3.4

La position d'un avion sur une piste de décollage est donnée par la formule $x = 300m + 20\tfrac{m}{s} \cdot t + 4\tfrac{m}{s^2} \cdot t^2$. Quelle est la vitesse moyenne entre t = 0 s et t = 10 s ?

La vitesse moyenne

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Il faut donc trouver les positions à t = 0 s et t = 10 s.

À t = 0 s, la position est

$$\begin{aligned}x_1 &= 300m + 20\tfrac{m}{s} \cdot 0s + 4\tfrac{m}{s^2} \cdot (0s)^2 \\ &= 300m\end{aligned}$$

À t = 10 s, la position est

$$\begin{aligned}x_2 &= 300m + 20\tfrac{m}{s} \cdot 10s + 4\tfrac{m}{s^2} \cdot (10s)^2 \\ &= 900m\end{aligned}$$

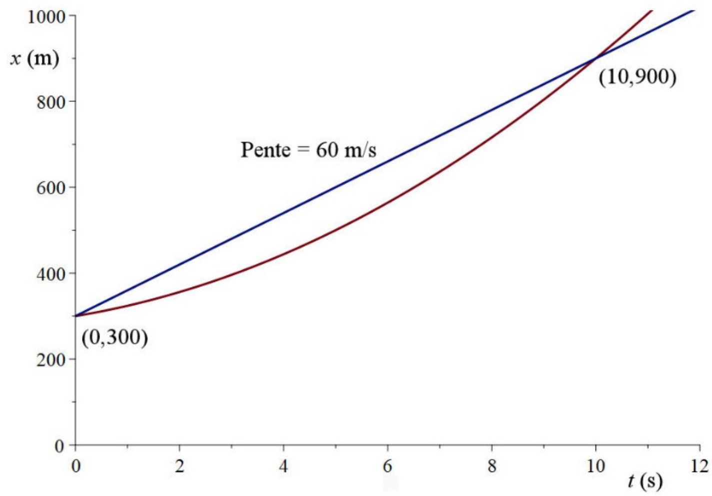
La vitesse moyenne est donc

$$\begin{aligned}\bar{v} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ &= \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} \\ &= \frac{900m - 300m}{10s} \\ &= 60\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

La représentation graphique de la vitesse moyenne

Sur un graphique de la position en fonction du temps, la vitesse moyenne représente la pente de la droite qui relie les points qui correspondent aux temps entre lesquels on veut savoir la vitesse moyenne. Prenons l'exemple précédent pour illustrer ce que cela veut dire.

Puisqu'on voulait la vitesse moyenne entre $t = 0\ \text{s}$ et $t = 10\ \text{s}$, on doit utiliser la position de l'objet à ces deux instants sur le graphique. Nos deux points importants sont donc (0, 300) et (10, 900). La vitesse moyenne représente la pente de la droite reliant ces deux points.



1.4 LA VITESSE INSTANTANÉE

Définition de la vitesse instantanée

Tout au long d'un déplacement, la vitesse peut varier. Comme dans un exemple précédent, on avait une vitesse moyenne de 88,89 km/h, mais notre vitesse avait varié durant le trajet. On pourrait aussi aller à Montréal en ayant une vitesse variant constamment, par exemple en allant toujours de plus en plus vite. Comment alors savoir notre vitesse à un moment précis de la trajectoire ?

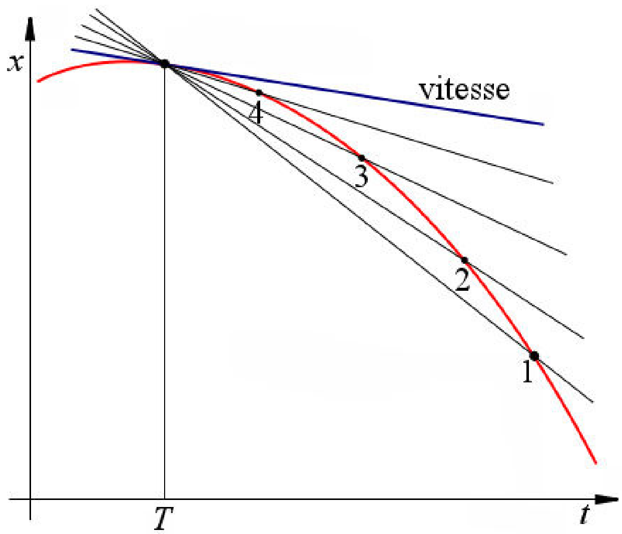
Pour y arriver, il faut calculer la vitesse de la même façon que celle utilisée pour calculer la vitesse moyenne, mais en prenant un temps très court, de sorte que la vitesse n'ait pas le temps de changer. Mais quel temps est suffisamment petit ? Est-ce qu'une seconde c'est assez court ? Pour une auto, ça peut sembler correct sauf que la vitesse d'une voiture peut changer très rapidement lors d'un freinage intense et encore plus lors d'un accident. Il faudrait donc un temps encore plus court. Peut-être un milliardième de seconde ? Pour une auto, c'est surement bon, mais c'est trop long pour des particules, comme des électrons qui peuvent changer de vitesse très rapidement.

En fait, pas besoin de trouver ce temps très petit qui pourrait s'adapter à toutes les situations puisque ce temps très court existe en mathématique : c'est une durée de temps infinitésimale. En prenant cette valeur, on obtient, pour la vitesse instantanée,

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{où } \Delta t \text{ est vraiment très petit}$$

À partir de maintenant, quand on parle simplement d'« vitesse », on veut dire « vitesse instantanée ».

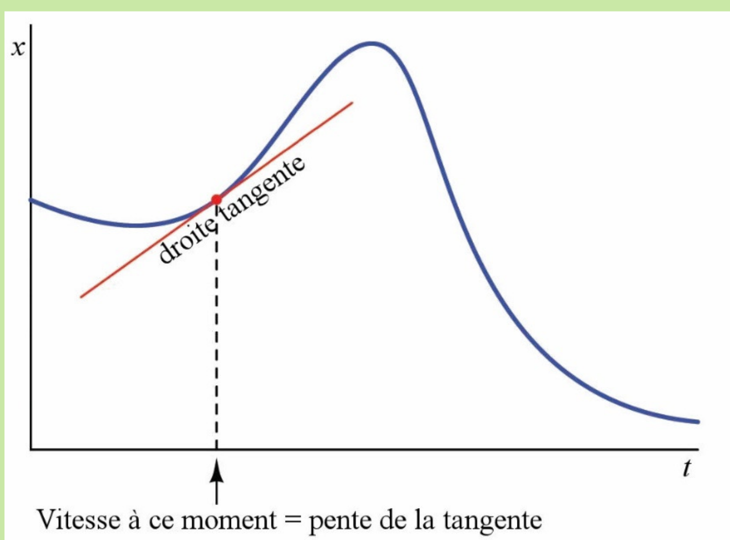
La vitesse instantanée sur le graphique de la position



Graphiquement, cela signifie qu'on calcule la pente (qui est la vitesse moyenne), mais en prenant 2 points qui sont de plus en plus près l'un de l'autre. Sur le graphique de gauche, on a calculé la vitesse moyenne au moment *T* en utilisant la pente entre le temps *T* et le point 1. On obtient la vitesse instantanée en prenant des points de plus en plus près de *T*. On passe alors au point 2, puis au point 3, puis au point 4 et on continue de s'approcher pour finalement prendre un point tellement près de celui au temps *T*, qu'on ne voit même plus qu'il y a 2 points sur le graphique. Avec un temps très court entre les 2 points, on obtient une droite dont la pente est la vitesse instantanée (ligne identifiée par le mot vitesse.)

Cela signifie que, sur un graphique de la position en fonction du temps, la vitesse instantanée est la pente de la tangente.

Sur un graphique de la **position** d'un objet en fonction du temps, la pente de la tangente est la vitesse de l'objet.



control.com/textbook/calculus/how-derivatives-and-integrals-relate-to-one-another/

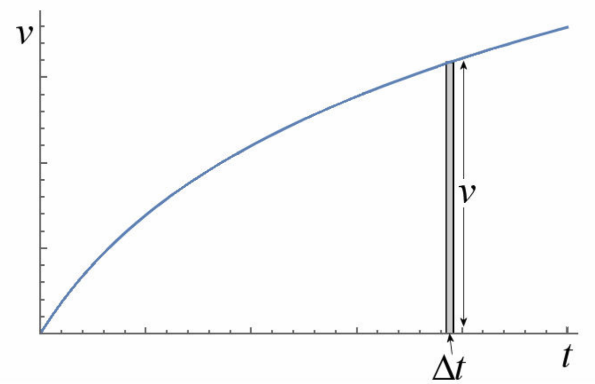
Le déplacement sur le graphique de la vitesse

On peut également trouver le déplacement d'un objet à partir de la vitesse. Comme on a

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

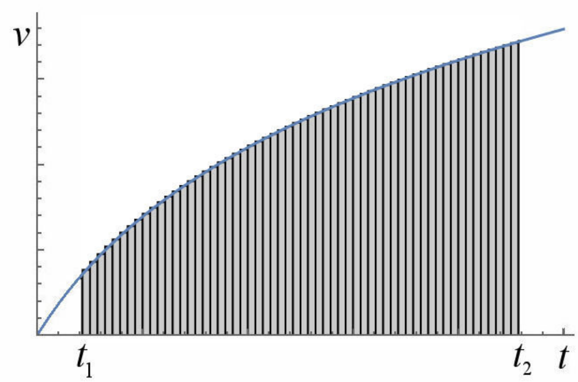
où Δt est très petit, on peut calculer le déplacement pendant un petit temps Δt. Ce déplacement est

$$\Delta x = v\Delta t$$



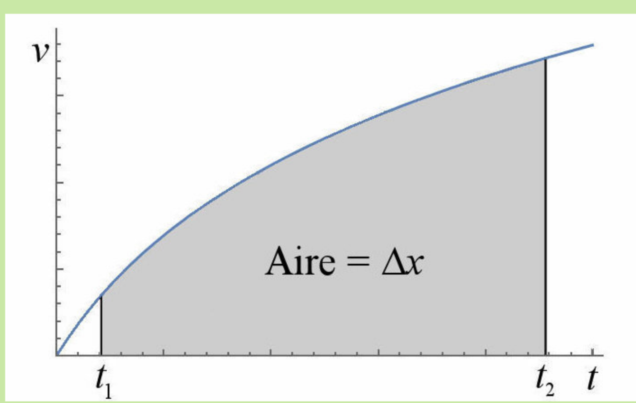
Graphiquement, $v\Delta t$ est l'aire d'un rectangle très mince, comme sur la figure de droite.

L'aire de ce petit rectangle est seulement le déplacement pendant un petit temps Δt. Si on veut connaitre le déplacement total entre les temps t_1 et t_2, on doit additionner tous les petits déplacements, donc toutes les aires des petits rectangles entre ces deux temps.

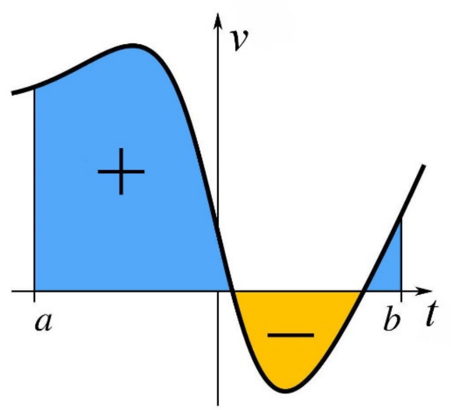


La somme des aires de ces rectangles donne l'aire sous la courbe. (L'aire ne semble pas exactement la même puisqu'il y a des petits bouts de rectangles qui dépassent ou qui manquent, mais ces petits bouts ne sont pas là en réalité puisque nos rectangles sont très très minces.)

L'aire sous la courbe dans un graphique de la vitesse en fonction du temps est égale au déplacement

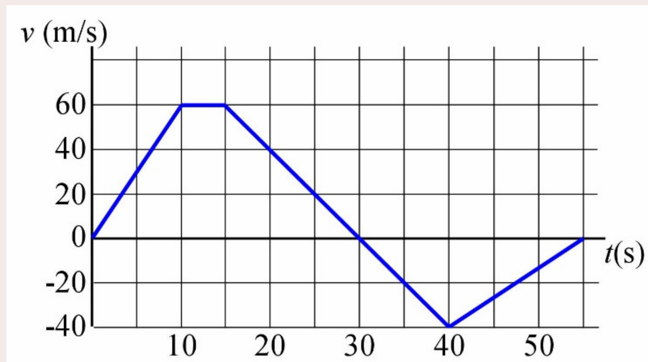


<u>Attention : quand l'aire est sous l'axe du temps, elle a une valeur négative.</u>



Exemple 1.4.1

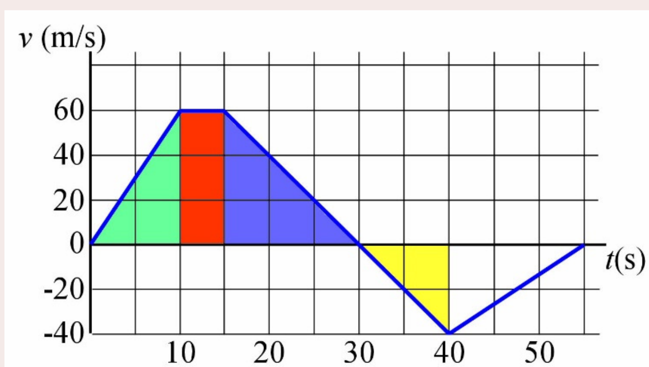
Voici le graphique de la vitesse en fonction du temps d'un objet.



Quel est le déplacement entre t = 0 s et t = 40 s ?

Pour trouver le déplacement, il faut calculer l'aire sous la courbe entre t = 0 s et t = 40 s.

Séparons l'aire en plusieurs parties pour y arriver.



On a premièrement un triangle (en vert). L'aire est 300 m.

On a ensuite un rectangle (en rouge). L'aire est 300 m.

On a ensuite un triangle (en bleu). L'aire est 450 m.

On a finalement un autre triangle (en jaune). L'aire est 200 m.

(On arrête là puisqu'on demandait le déplacement entre 0 et **40 s.**)

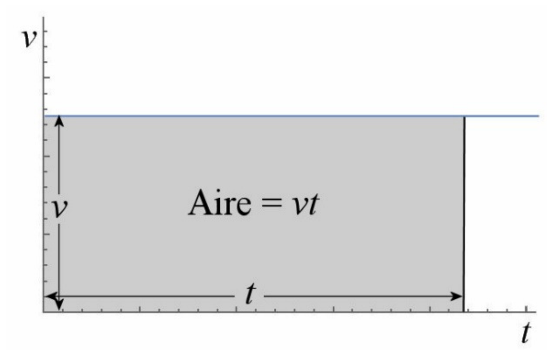
Le déplacement total est donc 300 m + 300 m + 450 m – 200 m = 850 m.

On a compté la dernière aire comme étant négative puisqu'elle est sous l'axe du temps. C'est normal de la compter comme un déplacement négatif, car la vitesse est alors négative.

1.5 LE MOUVEMENT À VITESSE CONSTANTE

Les équations du mouvement à vitesse constante

Pour un mouvement à vitesse constante, le graphique de la vitesse une droite horizontale.



On sait alors que le déplacement entre le temps t = 0 et un temps t est donnée par l'aire montrée sur cette figure.

Comme l'aire est celle d'un rectangle, on a $\Delta x = vt$. Avec cette équation, on arrive à

$$x - x_0 = vt$$

et donc à

Équation du mouvement si la vitesse est constante

$$x = x_0 + vt$$

Exemple 1.5.1

Combien faut-il de temps pour faire une distance de 200 km à une vitesse constante de 80 km/h ?

En posant que x_0 = 0 km et que x = 200 km, on a

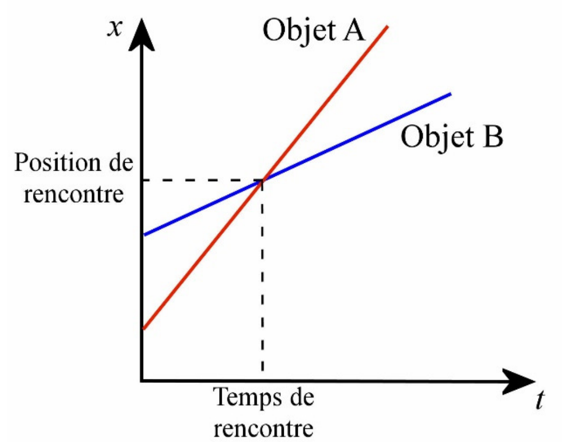
$$\begin{gathered} x = x_0 + vt \\ 200km = 0km + 80\tfrac{km}{h} \cdot t \\ t = \frac{200km}{80\frac{km}{h}} \\ t = 2{,}5h \end{gathered}$$

Notez que dans cette formule x_0 est toujours la position à t = 0 et x est toujours la position au temps t.

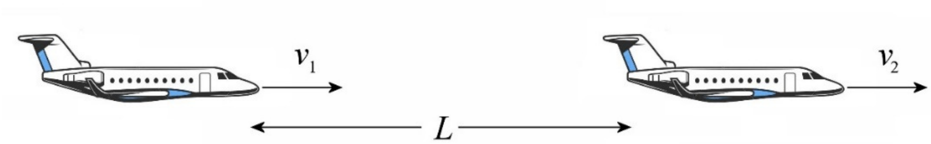
Quand deux objets vont-ils être à la même place ?

Dans les problèmes de cinématique, on demande souvent quand deux objets vont être à la même position en demandant quand ils vont entrer en collision ou quand un objet A va rattraper un objet B. Le truc est bien simple : quand un objet en rattrape un autre ou qu'il y a collision, les deux objets sont à la même place, ce qui signifie que vous n'avez alors qu'à poser l'équation $x_A = x_B$ et résoudre.

Notez que graphiquement, cela revient à chercher le point de croisement des droites de la position en fonction du temps des deux objets.



Voyons ce qu'on obtient pour deux objets allant à vitesse constante. Deux objets, à une distance L l'un de l'autre, se déplacent à des vitesses différentes. On cherche quand ils seront au même endroit, donc quand $x_1 = x_2$.



www.123rf.com/photo_144256477_stock-vector-private-plane-isolated-business-passengers-airplane-vector-small-charter-corporate-aircraft-or-airpl.html

La position de l'objet 1 est

$$x_1 = 0 + v_1 t$$

(On a placé l'origine $x = 0$ à la position initiale de l'objet 1.) La position de l'objet 2 (qui est toujours celui qui a une valeur de x plus élevée)

$$x_2 = L + v_2 t$$

Quand ils sont à la même position, on a

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 \\ v_1 t &= L + v_2 t \\ (v_1 - v_2) t &= L \end{aligned}$$

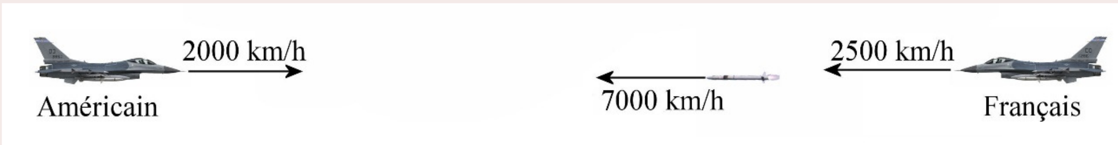
Ce qui nous donne

Moment où deux objets initialement distants de L sont à la même place s'ils se déplacent à vitesse constante.

$$t = \frac{L}{v_1 - v_2}$$

Exemple 1.5.2

Un avion français et un avion américain se dirigent l'un vers l'autre. La vitesse de l'avion français est de 2500 km/h et la vitesse de l'avion américain est de 2000 km/h. Quand ils sont à 6000 m l'un de l'autre, l'avion français envoie un missile vers l'avion américain.



Combien faudra-t-il de temps pour que le missile arrive à l'avion américain si la vitesse du missile est de 7000 km/h ?

L'avion américain est l'objet 1 et que le missile est l'objet 2, on a

$$v_1 = 2000 \tfrac{km}{h}$$
$$v_2 = -7000 \tfrac{km}{h}$$

En m/s, ces vitesses sont

$$v_1 = 555,6 \tfrac{m}{s}$$
$$v_2 = -1944,4 \tfrac{m}{s}$$

Le temps de rencontre est donc

$$\begin{aligned} t &= \frac{L}{v_1 - v_2} \\ &= \frac{6000m}{555,6 \tfrac{m}{s} - -1944,4 \tfrac{m}{s}} \\ &= 2,4s \end{aligned}$$

Que faire si la vitesse change ?

Même si la vitesse change, il est possible de résoudre le problème avec les équations pour une vitesse constante si la vitesse change par coup, c'est-à-dire qu'elle est constante pour un certain temps puis qu'elle change soudainement pour une autre valeur constante qu'elle gardera pour un certain temps. Il peut y avoir autant de changements qu'on veut.

Dans ce cas, on fait le problème par parties. La première partie est le mouvement avec la vitesse constante qu'il y a au départ, la deuxième partie est celle avec la deuxième vitesse constante et ainsi de suite… La valeur de la position à la fin de la première partie devient alors la position initiale de la deuxième partie.

Exemple 1.5.3

Un avion va à 350 m/s pendant 200 secondes, puis va à 200 m/s pendant 100 secondes. Quel est le déplacement de l'avion pendant ces 300 secondes ?

Séparons ce problème en deux parties où la vitesse est constante. Dans la première partie, la voiture se déplace à 350 m/s pendant 200 s. Posons que la position de départ est l'origine de notre axe. On a donc x_0 = 0 m. La position à la fin de cette première partie est

$$\begin{aligned} x &= x_0 + vt \\ &= 0m + 350\tfrac{m}{s} \cdot 200s \\ &= 70\,000m \end{aligned}$$

Dans la deuxième partie, l'avion se déplace à 200 m/s pendant 100 s et sa position initiale est la position finale de la première partie. On a donc x_0 = 70 000 m. La position à la fin de cette phase est

$$\begin{aligned} x &= x_0 + vt \\ &= 70\,000m + 200\tfrac{m}{s} \cdot 100s \\ &= 90\,000m \end{aligned}$$

Le déplacement total de l'avion est donc

$$\begin{aligned} \Delta x &= 90\,000m - 0m \\ &= 90\,000m \end{aligned}$$

1.6 L'ACCÉLÉRATION

L'accélération moyenne

L'accélération nous indique si la vitesse d'un objet varie. Elle nous dit de combien la vitesse change à chaque unité de temps. L'accélération moyenne est définie par

Accélération moyenne

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

où $\Delta v = v_2 - v_1$ est le changement de vitesse.

Les unités SI de l'accélération sont des $\frac{m/s}{s}$, que l'on peut écrire m/s².

Si un objet a une accélération moyenne de 3 m/s², alors cela signifie qu'en moyenne sa vitesse augmente de 3 m/s chaque seconde.

Exemple 1.6.1

Voici la vitesse d'un avion à deux moments.

À $t = 0$ s, $v = 0$ m/s
À $t = 2$ s, $v = 10$ m/s vers la droite

Quelle est son accélération moyenne entre ces deux moments ?

L'accélération moyenne est

$$\begin{aligned}\bar{a} &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= \frac{10\frac{m}{s} - 0\frac{m}{s}}{2s} \\ &= 5\frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

L'exemple suivant montre qu'il faut faire attention au signe de la vitesse quand on calcule l'accélération moyenne.

Exemple 1.6.2

Voici la vitesse d'un avion à deux moments.

À $t = 0$ s, $v = 10$ m/s vers la gauche
À $t = 20$ s, $v = 50$ m/s vers la gauche

Quelle est son accélération moyenne entre ces deux moments ?

L'accélération moyenne est

$$\begin{aligned}\bar{a} &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= \frac{-50\frac{m}{s} - -10\frac{m}{s}}{20s} \\ &= -2\frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

Dans ce dernier exemple, on a inscrit les valeurs des vitesses avec des signes négatifs puisque la vitesse est vers la gauche. (Cela implique qu'on a utilisé un axe pointant vers la droite.) En fait, on peut décider, à chaque problème, dans quelle direction est notre axe (donc la direction du sens positif). Si la vitesse est dans cette direction, elle est positive, si elle est dans la direction opposée, elle est négative.

Cet exemple montre également qu'une accélération négative ne veut pas nécessairement dire que la grandeur de la vitesse de l'objet diminue. L'accélération était négative et pourtant la grandeur de la vitesse est passée de 10 m/s à 50 m/s. La règle correcte est plutôt la suivante :

Si la vitesse et l'accélération ont des signes identiques, alors la grandeur de la vitesse augmente.
Si la vitesse et l'accélération ont des signes opposés, alors la grandeur de la vitesse diminue.

Pour comprendre cette règle, il ne faut pas oublier que l'accélération représente la vitesse qui est ajoutée chaque instant. Ainsi, si un objet a une vitesse de -100 m/s et une accélération moyenne de 5 m/s², cela veut dire que, chaque seconde, on ajoute 5 m/s à la vitesse. On aura alors

t = 0 s, v = -100 m/s
t = 1 s, v = -95 m/s
t = 2 s, v = -90 m/s
t = 3 s, v = -85 m/s
t = 4 s, v = -80 m/s

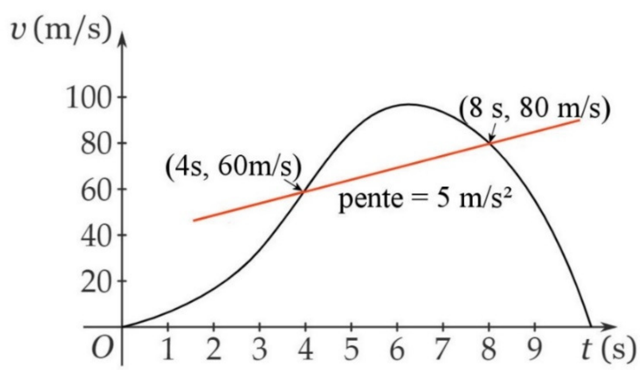
et ainsi de suite. On voit que la grandeur de la vitesse diminue même si l'accélération est positive. C'est ce qui arrive quand la vitesse et l'accélération sont de signes contraires selon nos règles.

L'accélération moyenne sur le graphique de la vitesse

Sur un graphique de la vitesse en fonction du temps, l'accélération moyenne

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

représente la pente de la droite qui relie les points qui correspondent aux temps entre lesquels on veut savoir l'accélération moyenne. Par exemple, si la vitesse change de la façon montrée sur ce graphique, alors l'accélération moyenne entre 4 s et 8 s est 5 m/s².



www.phyley.com/average-acceleration

L'accélération instantanée

Évidemment, l'accélération moyenne est une valeur moyenne. Parfois, la vitesse pourrait augmenter rapidement et parfois elle pourrait augmenter plus lentement. C'est le cas en voiture quand on démarre : notre vitesse augmente rapidement au départ et plus lentement par la suite. On pourrait donc définir une accélération instantanée qui nous renseigne sur le rythme auquel la vitesse change à un moment précis. L'astuce est la même que pour la vitesse instantanée : il faut calculer l'accélération avec le changement de vitesse durant un temps très court, de sorte que l'accélération n'ait pas le temps de changer. On obtient ainsi

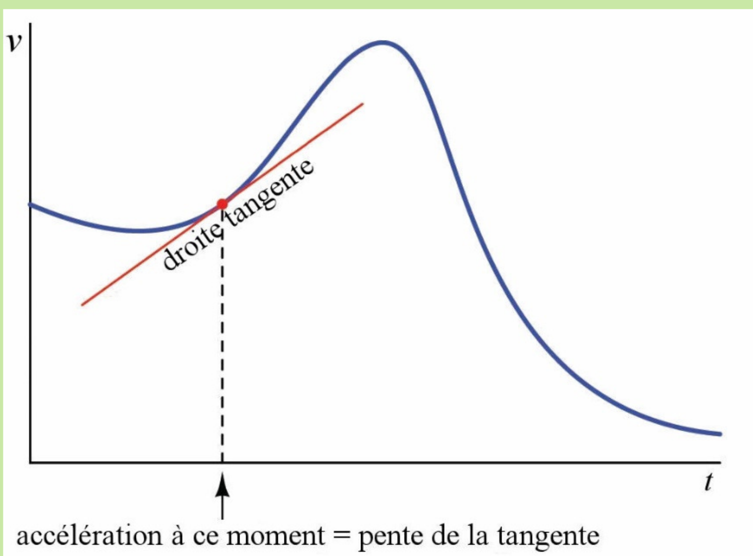
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ où } \Delta t \text{ est vraiment très petit}$$

À partir de maintenant, quand on parle simplement d'« accélération », on veut dire « accélération instantanée ».

L'accélération instantanée sur le graphique de la vitesse

Encore une fois, la formule nous dit de calculer la pente en prenant 2 points de plus en près l'une de l'autre. Cela signifie qu'ici aussi on en arrive à calculer la pente de la tangente.

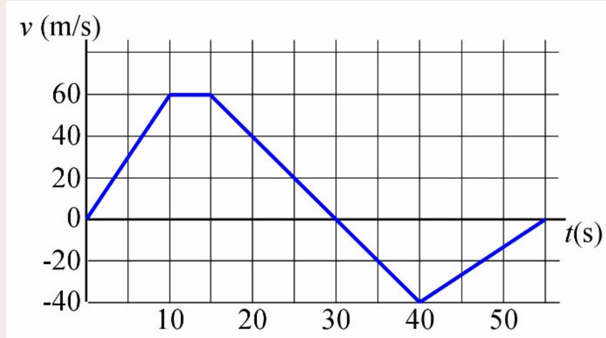
Sur un graphique de la **<u>vitesse</u>** d'un objet en fonction du temps la valeur de la pente de la tangente est l'accélération de l'objet.



control.com/textbook/calculus/how-derivatives-and-integrals-relate-to-one-another/

Exemple 1.6.3

Voici le graphique de la vitesse en fonction du temps d'un objet. Quelle est l'accélération de l'objet à t = 20 s ?



Pour trouver l'accélération, on doit trouver la pente à t = 20 s. On va prendre les points (15 s, 60 m/s) et (30 s, 0 m/s) (2 points pris au hasard sur la droite) pour calculer la pente.

$$\begin{aligned} a &= \frac{0\frac{m}{s} - 60\frac{m}{s}}{30s - 15s} \\ &= -4\frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

La variation de vitesse sur le graphique de l'accélération

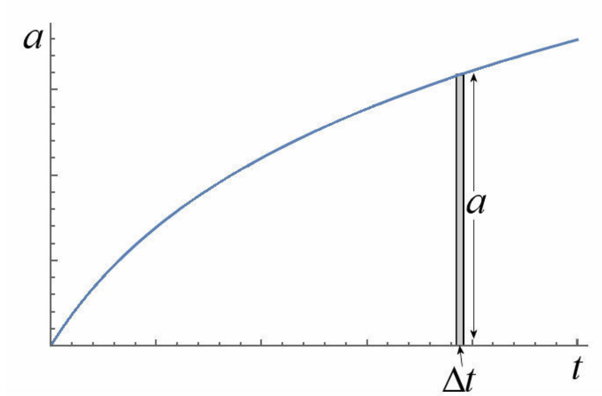
On peut également trouver la variation de vitesse d'un objet à partir de l'accélération. Comme on a

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

où Δt est très petit, on peut calculer la variation de vitesse pendant un petit temps Δt. Cette variation de vitesse est

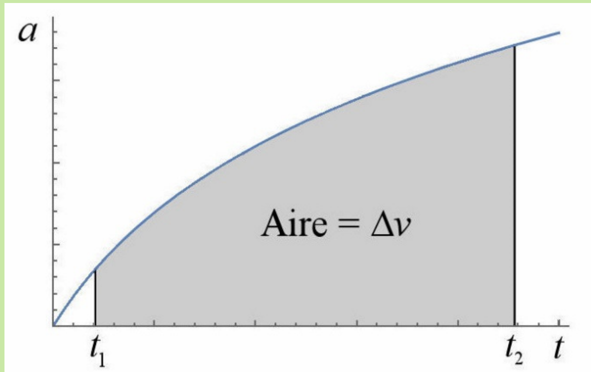
$$\Delta v = a\Delta t$$

Graphiquement, $a\Delta t$ est l'aire d'un rectangle très mince, comme sur la figure de droite.



L'aire de ce petit rectangle est seulement la variation de vitesse pendant un petit temps Δt. Si on veut connaitre la variation de vitesse totale entre les temps t_1 et t_2, on doit additionner toutes les petites variations de vitesse, donc toutes les aires des petits rectangles entre ces deux temps. Comme précédemment, la somme des aires de ces rectangles donne l'aire sous la courbe.

L'aire sous la courbe dans un graphique de l'**accélération** en fonction du temps est égale à la variation de vitesse.

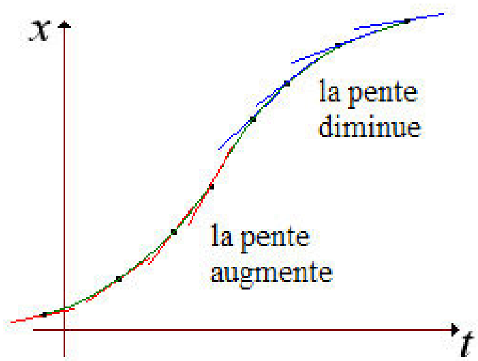


L'accélération sur le graphique de la position

Sur un graphique de la position en fonction du temps, on peut connaitre assez facilement le signe de l'accélération. Pour cela, il suffit d'examiner si la pente diminue ou augmente avec le temps.

Quand la pente augmente, c'est que la vitesse augmente. L'accélération est alors positive.

Quand la pente diminue, c'est que la vitesse diminue. L'accélération est alors négative.



serge.mehl.free.fr/anx/Inflexion.html

1.7 LE MOUVEMENT À ACCÉLÉRATION CONSTANTE

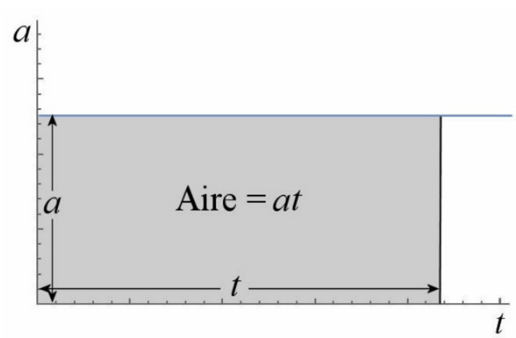
Les équations du mouvement

Examinons ce qui arrive dans un mouvement rectiligne à accélération constante, aussi appelé mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA).

On va commencer avec le graphique de l'accélération. L'accélération étant constante, on a le graphique de droite.

Comme l'aire est celle d'un rectangle, on a $\Delta v = at$. Avec cette équation, on arrive à

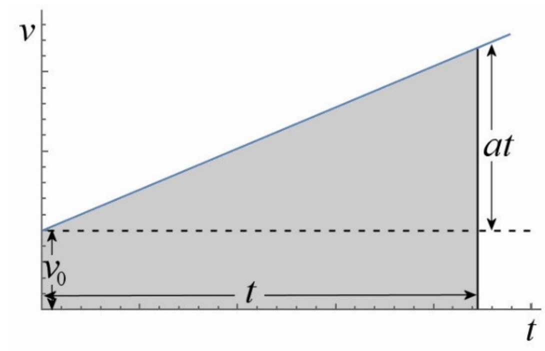
$$v - v_0 = at$$



et donc à

$$v = v_0 + at$$

On peut également trouver la position en fonction du temps avec le graphique de la vitesse. Comme l'accélération est constante, on a un graphique dans lequel la pente est constante.



L'augmentation de la hauteur de graphique est égale à at puisque cette variation est égale à Δv et on sait que $\Delta v = at$.

Le déplacement est égal à l'aire en gris sur le graphique. On a séparé cette aire en 2 parties : un rectangle et un triangle. L'aire est donc égale à

$$\begin{aligned} \Delta x &= \text{aire du rectangle + aire du triangle} \\ &= v_0 t + \frac{1}{2} t \cdot at \end{aligned}$$

On a alors

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Avec la position et la vitesse en fonction du temps, on peut résoudre tous les problèmes. Toutefois, on peut aussi trouver deux autres équations qui nous permettront de résoudre certains problèmes plus rapidement. On va premièrement faire une équation qui relie la vitesse et la position, sans faire appel au temps. Pour y arriver, il faut isoler t dans l'équation de la vitesse

$$v = v_0 + at$$

ce qui donne

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

On remplace ensuite dans l'équation

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

pour obtenir

$$x = x_0 + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

Avec un peu d'algèbre, cette équation devient

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \frac{v_0 v - v_0^2}{a} + \frac{v^2 - 2v_0 v + v_0^2}{2a} \\ x - x_0 &= \frac{v_0 v - v_0^2}{a} + \frac{v^2 - 2v_0 v + v_0^2}{2a} \\ 2a\left(x - x_0\right) &= 2v_0 v - 2v_0^2 + v^2 - 2v_0 v + v_0^2 \end{aligned}$$

$$2a\left(x - x_0\right) = v^2 - v_0^2$$

On va finalement faire une équation qui donne la position en fonction du temps, mais qui ne fait pas appel à l'accélération. Si on isole *a* dans l'équation

$$v = v_0 + at$$

on a

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

Si on remplace dans l'équation

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

on obtient

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\left(\frac{v - v_0}{t}\right)t^2$$

Si on simplifie, on a alors

$$x = x_0 + \frac{1}{2}\left(v_0 + v\right)t$$

Nous avons maintenant quatre belles équations qui nous permettent de résoudre les problèmes de MRUA.

Équations du mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ 2a\left(x - x_0\right) &= v^2 - v_0^2 \\ x &= x_0 + \frac{1}{2}\left(v_0 + v\right)t \end{aligned}$$

Attention : rappelez-vous que ces quatre équations ne sont bonnes que pour un mouvement à **accélération constante**. Ne les utilisez pas si l'accélération change…

Dans la plupart des cas, la résolution des problèmes de mouvement à accélération constante est assez simple puisqu'il y aura presque toujours une des quatre équations qui va vous permettre de trouver ce que vous cherchez. On passe les quatre équations l'une après l'autre en identifiant les inconnues dans chaque équation. Presque toujours, il y aura une équation pour laquelle la seule inconnue sera ce qu'on cherche.

Exemple 1.7.1

Un avion passe de 0 m/s à 100 m/s en 8 secondes avec une accélération constante.

a) Quelle est son accélération ?

La première équation nous donne

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ 100\tfrac{m}{s} &= 0\tfrac{m}{s} + a \cdot 8s \\ a &= \frac{100\tfrac{m}{s}}{8s} \\ a &= 12{,}5\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

b) Quelle distance a fait l'avion en 8 secondes ?

La deuxième équation nous donne

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= 0 + 0 \cdot 8s + \frac{1}{2} \cdot 12{,}5\tfrac{m}{s^2} \cdot (8s)^2 \\ &= 400m \end{aligned}$$

On aurait pu utiliser la troisième ou la quatrième équation pour résoudre cette partie du problème puisque dans ces trois équations, la seule inconnue était la position.

Notez que dans cette formule x_0 et v_0 sont toujours la position et la vitesse à $t = 0$ alors que x et v sont toujours la position et la vitesse au temps t.

Exemple 1.7.2

Un avion au décollage a une vitesse de 50 m/s et une accélération constante. Après un déplacement de 100 m, la vitesse de l'avion est maintenant de 80 m/s. En combien de temps l'avion a-t-il parcouru ces 100 m ?

On trouve le temps avec

$$x = x_0 + \frac{1}{2}\left(v_0 + v\right)t$$

$$100m = 0m + \frac{1}{2}\cdot\left(50\tfrac{m}{s} + 80\tfrac{m}{s}\right)\cdot t$$

$$100m = 65\tfrac{m}{s}\cdot t$$

$$t = \frac{100m}{65\tfrac{m}{s}}$$

$$t = 1{,}538s$$

Exemple 1.7.3

Un Boeing 747 doit avoir une vitesse de 150 kts pour décoller. Sachant que l'accélération maximale du Boeing est de 2,8 m/s², quelle doit être la longueur de la piste pour que le Boeing puisse décoller ?

La vitesse à atteindre est de

$$\frac{150kts}{1{,}943} = 77{,}2\tfrac{m}{s}$$

La distance parcourue est donc

$$2a\left(x - x_0\right) = v^2 - v_0^2$$

$$2\cdot 2{,}8\tfrac{m}{s^2}\cdot\left(x - 0m\right) = \left(77{,}2\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2$$

$$5{,}6\tfrac{m}{s^2}\cdot x = 5959{,}84\tfrac{m^2}{s^2}$$

$$x = \frac{5959{,}84\tfrac{m^2}{s^2}}{5{,}6\tfrac{m}{s^2}}$$

$$x = 1064{,}3m$$

Erreur fréquente : mauvais signe pour *v* ou *a*

Assurez-vous de définir clairement une direction positive. Si un vecteur (vitesse ou accélération) est dans la direction opposée à votre direction positive, sa valeur est négative.

Exemple 1.7.4

Un Bombardier Challenger 350 arrive sur une piste avec une vitesse de 140 kts. Une fois au sol, l'avion ralentit avec une accélération de 3 m/s². Quelle est la distance d'arrêt de l'avion ?

La vitesse de départ est de

$$\frac{140kts}{1{,}943} = 72{,}05\tfrac{m}{s}$$

La distance parcourue est donc

$$2a\left(x - x_0\right) = v^2 - v_0^2$$
$$2\cdot\left(-3\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot\left(x - 0m\right) = \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(72{,}05\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$-6\tfrac{m}{s^2}\cdot x = -5191{,}71\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$x = \frac{-5191{,}71\tfrac{m^2}{s^2}}{-6\tfrac{m}{s^2}}$$
$$x = 865{,}3m$$

Que faire si l'accélération change ?

C'est possible de résoudre le problème avec les équations du MRUA si l'accélération change par coup, c'est-à-dire qu'elle est constante pour un certain temps puis elle change soudainement pour une autre valeur constante qu'elle gardera pour un certain temps. Il peut y avoir autant de changements qu'on veut.

Dans ce cas, on fait le problème par parties. La première partie est le mouvement avec l'accélération constante qu'il y a au départ, la deuxième partie est celle avec la deuxième accélération constante et ainsi de suite… Les valeurs de position et de vitesse à la fin de la première partie deviennent alors les valeurs initiales de la deuxième partie. En appliquant les équations du MRUA dans chacune des parties, on respecte les conditions d'application de ces formules puisque l'accélération est bel et bien constante pour chacune des parties.

Exemple 1.7.5

Un avion s'approche d'une piste d'atterrissage avec une vitesse de 100 m/s. L'avion ralentit avec une accélération de 0,5 m/s² pendant 50 secondes, continue ensuite à vitesse constante pendant 30 secondes puis ralentit encore avec une accélération de 1 m/s² pendant 20 secondes. Quelle est la vitesse au bout de ces 100 secondes et quelle est la distance parcourue par l'avion pendant ces 100 secondes ?

1re partie : a = -0,5 m/s², x_0 = 0 m et v_0 = 100 m/s

La vitesse à la fin de cette partie est

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &= 100\tfrac{m}{s} + \left(-0,5\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot 50s \\ &= 75\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La position à la fin de cette partie est

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= 0 + 100\tfrac{m}{s}\cdot 50s + \frac{1}{2}\cdot\left(-0,5\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot(50s)^2 \\ &= 4375m \end{aligned}$$

2e partie : a = 0 m/s², x_0 = 4375 m et v_0 = 75 m/s

(Remarquez bien : les valeurs initiales des positions et des vitesses pour cette phase sont les valeurs à la fin de la première partie.)

La vitesse à la fin de cette partie est

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &= 75\tfrac{m}{s} + 0\tfrac{m}{s^2}\cdot 30s \\ &= 75\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La position à la fin de cette partie est

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= 4375m + 75\tfrac{m}{s}\cdot 30s + \frac{1}{2}\cdot 0\tfrac{m}{s^2}\cdot(30s)^2 \\ &= 6625m \end{aligned}$$

3e partie : a = -1 m/s², x_0 = 6625 m et v_0 = 75 m/s

La vitesse à la fin de cette partie est

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &= 75\tfrac{m}{s} + \left(-1\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot 20s \\ &= 55\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La position à la fin de cette partie est

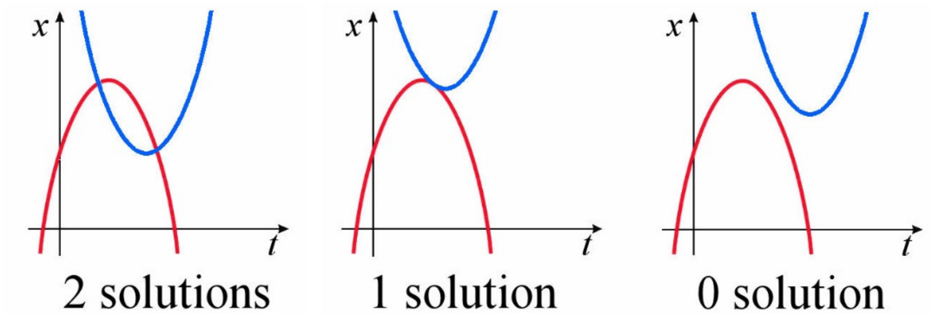
$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= 6625m + 75\tfrac{m}{s} \cdot 20s + \frac{1}{2} \cdot \left(-1\tfrac{m}{s^2}\right) \cdot \left(20s\right)^2 \\ &= 7925m \end{aligned}$$

La vitesse finale est donc de 55 m/s et l'avion a parcourue 7,925 km durant ces 100 secondes.

Quand deux objets vont-ils être à la même place ?

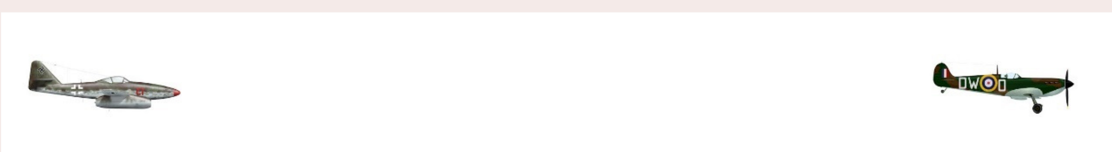
Comme mentionné précédemment, vous n'avez qu'à poser l'équation $x_A = x_B$ et résoudre.

Encore une fois, cela revient à chercher les points de croisement des deux fonctions donnant la position en fonction du temps. Si l'accélération est constante, on cherche donc le point de croisement de deux paraboles. Dans ce cas, il peut y avoir 2 points de croisement, 1 point de croisement ou même aucun point de croisement.



Exemple 1.7.6

Un Spitfire se déplaçant avec une vitesse constante de 324 km/h est poursuivi par un Messerschmitt Me262. Le Messerschmitt est 5 km derrière le Spitfire. L'avion allemand a une vitesse de 360 km/h et une accélération de 2 m/s². Dans combien de temps le Messerschmitt va-t-il rattraper le Spitfire ?



L'avion allemand va rattraper l'avion britannique quand $x_A = x_B$.

Pour le Messerschmitt (avion A), on a $x_0 = 0$ m, $v_0 = 100$ m/s et $a = 2$ m/s². Sa position en fonction du temps est donc

$$\begin{aligned} x_A &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ &= 0m + 100 \tfrac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \tfrac{m}{s^2} \cdot t^2 \\ &= 100 \tfrac{m}{s} \cdot t + 1 \tfrac{m}{s^2} \cdot t^2 \end{aligned}$$

Pour le Spitfire (avion B), on a x_0 = 5000 m, v_0 = 90 m/s et a = 0 m/s². Sa position en fonction du temps est donc

$$\begin{aligned} x_B &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ &= 5000m + 90 \tfrac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 0 \tfrac{m}{s^2} \cdot t^2 \\ &= 5\,000m + 90 \tfrac{m}{s} \cdot t \end{aligned}$$

Si les deux positions sont identiques, on a

$$\begin{gathered} x_A = x_B \\ 100 \tfrac{m}{s} \cdot t + 1 \tfrac{m}{s^2} \cdot t^2 = 5000m + 90 \tfrac{m}{s} \cdot t \\ 1 \tfrac{m}{s^2} \cdot t^2 + 10 \tfrac{m}{s} \cdot t - 5000m = 0 \end{gathered}$$

On peut alors résoudre cette équation quadratique pour obtenir

$$t = \frac{-10 \tfrac{m}{s} \pm \sqrt{\left(-10 \tfrac{m}{s}\right)^2 - 4 \cdot 1 \tfrac{m}{s^2} \cdot \left(-5000m\right)}}{2 \tfrac{m}{s^2}}$$

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{20\,100}}{2} s$$

Les deux solutions sont donc t = 65,9 s et t = -75,9 s. Seule la réponse positive est bonne.

On peut même trouver la vitesse du Messerschmitt quand il rattrape le Spitfire.

$$\begin{aligned} v_A &= v_0 + at \\ &= 100 \tfrac{m}{s} + 2 \tfrac{m}{s^2} \cdot 65,9s \\ &= 231,8 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

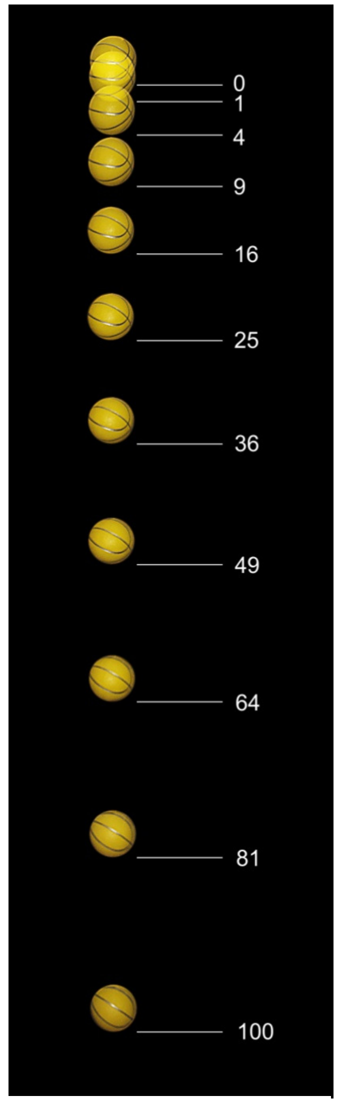
Cela représente une vitesse de 834 km/h. (Cet avion pouvait atteindre une vitesse de 878 km/h).

1.8 LA CHUTE LIBRE

L'accélération gravitationnelle

Quand on parle de chute libre, on parle d'un objet sur lequel s'exerce uniquement la force de gravitation. Cela veut dire qu'il n'y a pas de friction qui agit sur l'objet. Notez qu'un objet lancé vers le haut est en chute libre pendant tout son mouvement (montée et descente).

On peut étudier le mouvement d'un objet en chute libre en utilisant, par exemple, un stroboscope pour photographier l'objet à intervalle régulier pour ainsi facilement mesurer les positions (comme sur la figure de droite).



en.wikipedia.org/wiki/Equations_for_a_falling_body

Avec les positions de l'objet en fonction du temps, on se rend compte que le mouvement de chute libre est un mouvement à accélération constante et que tous les objets, peu importe leur masse, ont une accélération de 9,8 m/s² vers le bas.

$$a_{\text{gravitationnelle}} = 9{,}8 \tfrac{m}{s^2} \text{ vers le bas}$$

On utilise le symbole g pour représenter la grandeur de cette accélération.

$$g = 9{,}8 \tfrac{m}{s^2}$$

La masse n'a pas d'importance

On ne le répètera jamais assez : tous les objets tombent avec la même accélération en chute libre, peu importe leur masse. Ainsi, si on laisse tomber simultanément de la même hauteur à partir du repos 2 objets de masse différente dans le vide, ils arriveront au sol en même temps.

Ça peut paraitre surprenant, mais c'est probablement parce que vous n'avez jamais vu de chute d'objet dans le vide. Pour connaitre l'effet de la gravitation seule, on doit éliminer la friction de l'air. On peut le faire en laissant tomber des objets dans une pièce dans laquelle on fait le vide. Dans ce vidéo, on peut bien voir la plume et la boule de quilles arriver en même temps au sol dans une pièce dans laquelle il n'y a pas d'air.
http://physique.merici.ca/mecanique/Chute-vide.wmv
On peut aussi laisser tomber des objets sur la Lune, où il n'y a pas d'air. L'astronaute Dave Scott d'Apollo 15 a fait cette expérience en 1971.

http://www.youtube.com/watch?v=03SPBXALJZI
Par contre, on voit que les objets tombent avec une accélération plus faible. La force de gravité étant plus faible à la surface de la Lune, l'accélération des objets n'est que de 1,6 m/s².

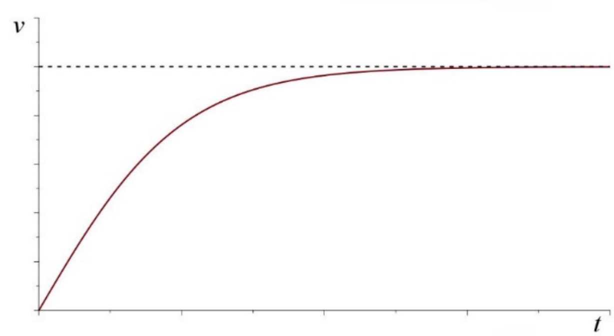
Ces clips montrent bien que l'accélération des objets est la même, peu importe la masse de l'objet, en chute libre.

Comment a-t-on découvert que la chute libre se fait à accélération constante, peu importe la masse ?

Il fallut environ 2000 ans d'études pour arriver à la conclusion que tous les objets en chute libre tombent de la même façon peu importe leur masse et qu'ils tombent avec une accélération constante. Le problème, c'est que c'est très difficile de découvrir ces informations quand on n'a aucun moyen d'éliminer la friction.

Effet de la masse

Quand il y a de la friction de l'air, la vitesse de chute varie de la façon montrée sur ce graphique (que l'on retrouvera au chapitre 4).



Le graphique montre que la vitesse des objets qui tombent dans l'air tend vers une vitesse limite (ligne pointillée horizontale). Comme cette vitesse limite dépend de la masse et la forme de l'objet, le mouvement des objets qui tombent dans l'air diffère selon la masse et la forme. On peut voir cet effet dans ce clip dans lequel on laisse tomber une cuisinière (l'appareil électroménager, pas la madame) et un oreiller.
http://www.youtube.com/watch?v=RGVcKYpo9EM
Pas facile de déduire que la masse n'a pas d'importance à partir d'une telle observation !

Cette expérience laisse plutôt fortement penser que les objets plus massifs tombent plus vite que les objets plus légers. Encore aujourd'hui, bien des gens vous diront que les objets plus lourds tombent plus vite que les objets légers, ce qui est généralement vrai pour une chute dans l'air, mais pas toujours (on verra au chapitre 5 qu'un objet plus léger pourrait tomber plus vite qu'un objet plus lourd). Ainsi, il n'est pas surprenant de constater que presque tous les savants jusqu'au 17e siècle, en commençant par Aristote au 4e siècle av. J.-C., ont pensé que les objets plus massifs tombent plus vite que les objets plus légers. Aristote va même jusqu'à dire qu'un objet 3 fois plus massif qu'un autre prendra trois fois moins de temps à atteindre le sol si on laisse tomber les objets en même temps à partir d'une même hauteur.

Cependant, quelques-uns ont constaté que les temps de chute peuvent être pratiquement identiques dans certains cas même si les masses sont très différentes. C'est ce qu'on peut voir dans ces vidéos de chutes de citrouilles.
http://www.youtube.com/watch?v=gVAJcd4JXyE
http://www.youtube.com/watch?v=r2-h_bpUSqM
Philopon est le premier, au 6e siècle, à affirmer que, dans certains cas, il n'y a pratiquement pas de différence entre les temps d'arrivée quand deux objets de masse différente tombent simultanément de la même hauteur. Quelques autres se sont opposés à Aristote pendant les 1000 ans qui suivent, mais ils n'ont pas été très nombreux.

Au 16e siècle, Giambattista Benedetti est un de ceux qui osent contredire Aristote. Ses théories (qui sont fausses selon la physique actuelle) l'amènent à conclure, en 1552, que les objets de même densité devraient tomber à la même vitesse dans l'air même s'ils ont des masses différentes. Il peut ainsi expliquer pourquoi les temps de chute sont parfois différents (objets de différentes densités) et parfois identiques (objets de même densité). En 1586, le hollandais Simon Stevin vérifie cette affirmation en laissant tomber, du haut d'une tour d'environ 10 mètres, deux objets ayant des densités identiques, mais des masses différentes. Il peut alors constater que les temps d'arrivée sont bel et bien identiques (ou presque). Le fait qu'il s'écoule 34 ans entre le moment où on formule l'idée et le moment où on fait une première vérification expérimentale en dit long l'attitude des savants de l'époque. Il n'y en a pas beaucoup qui pensent que l'expérimentation est une étape essentielle pour vérifier les affirmations. (L'idée que la chute ne devrait dépendre que de la densité s'était rapidement répandue en Europe. Le long délai ne vient donc pas d'une lenteur de la diffusion des idées.)

Galilée va aller encore plus loin. Selon lui, la chute est identique pour tous les objets qui tombent <u>dans le vide</u> même s'ils ont des densités différentes. Il commence par un raisonnement (fait aussi par Benedetti en 1553) qui montre qu'on arrive à une contradiction si on suppose que les objets plus massifs tombent plus vite. Si un objet de 10 kg tombe plus vite qu'un objet de 1 kg, voyons ce qui passe si on les attache ensemble. Un premier raisonnement nous amène à penser que cet objet de 11 kg va tomber avec une vitesse plus grande que l'objet de 10 kg puisqu'il est plus massif. Cependant, un autre raisonnement nous amène à penser que cet objet de 11 kg va tomber avec une vitesse plus petite que l'objet de 10 kg puisqu'il s'agit d'un objet de 10 kg qui doit trainer un objet de 1 kg qui va moins vite ! La seule façon de se sortir de cette contradiction consiste à dire que la vitesse de chute est identique pour toutes les masses. (Notez que le raisonnement est valide uniquement si la vitesse de chute dépend seulement de la masse.)

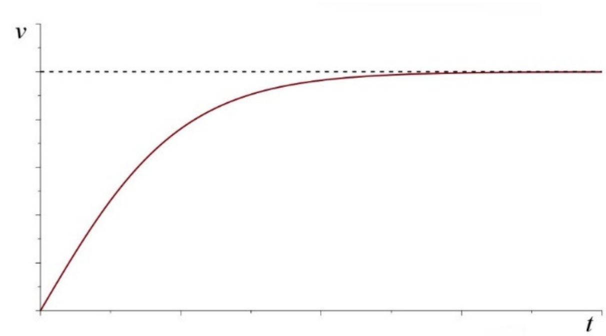
Galilée ne peut pas prouver expérimentalement sa théorie en laissant tomber des objets dans le vide puisque la pompe à vide n'est pas encore inventée. Toutefois, Galilée parvient à montrer qu'il y a un lien entre la chute libre et le mouvement des pendules (ce qui est normal puisque les 2 phénomènes sont liés à la gravitation). Il montre que si les temps de chutes sont identiques pour 2 objets, alors les temps d'oscillation du pendule devraient être les mêmes si on place ces 2 objets au bout de cordes de même longueur. Cette façon de faire permet même de faire des vérifications expérimentales plus précises que des chutes d'objets. Pour une chute, la friction devient vite importante et les temps de chutes sont très difficiles à mesurer avec beaucoup de précision. Avec de très longs pendules et de petites oscillations, on élimine le problème de la friction parce que la vitesse de l'objet n'est jamais très grande (la friction de l'air n'a pas beaucoup d'effet si la vitesse est petite). On peut également mesurer les périodes d'oscillation avec beaucoup plus de précision en mesurant le temps d'un grand nombre d'oscillations et en divisant par le nombre d'oscillations.

Galilée publie ses conclusions en 1638. Quelques-uns contestent, mais ses idées s'imposent en quelques décennies. Les mesures montraient clairement que le temps d'oscillation d'un pendule est toujours le même, peu importe la masse et la composition de l'objet au bout de la corde. Newton lui-même dit avoir fait cette expérience avec de nombreux types de matériaux et constater que la période était toujours la même. Newton est tellement convaincu que les temps de chutes sont identiques dans le vide qu'il en fait un des points de départ de sa mécanique en 1687. Dans la mécanique de Newton, tous les objets tombent de la même façon dans le vide, peu importe leur masse. L'observation des premières chutes dans le vide (pièce de monnaie et plume dans un tube) faites par Boyle en 1660 en a surement convaincu plusieurs autres.

Mais il restait un petit doute. Se pourrait-il que la chute ne soit pas exactement identique pour tous les objets dans le vide ? En fait, on a continué de vérifier que la chute était identique pour tous les objets avec des expériences de plus en plus précises. Vers 1900, on avait vérifié que la chute était identique avec une précision de 10^{-6} %. Aujourd'hui, la précision atteint 10^{-13} %. Aussi récemment qu'en 2016, on a envoyé le satellite Microscope dans l'espace pour vérifier que la chute est identique pour tous les objets. Selon le principe d'équivalence d'Einstein, il n'y aurait pas de différence du tout. (Ce principe est le point de départ de sa théorie sur la relativité générale.) Par contre, il pourrait y avoir une petite différence selon d'autres théories. Par exemple, la théorie des cordes prévoit que la gravitation pourrait être un peu différente selon la composition de l'objet.

L'accélération constante

Le graphique de la vitesse montre aussi que la chute d'un objet dans l'air n'est pas un mouvement à accélération constante (on voit bien que l'accélération, qui est la pente, n'est pas constante). Pas facile de découvrir que l'accélération est constante quand elle n'est pas vraiment constante !



Notez toutefois que l'accélération est à peu près constante à 9,8 m/s² pour tous les objets au début du mouvement (on voit que la pente est à peu près constante au début). À ce moment, la vitesse n'est pas très grande et l'effet de l'air n'est pas très grand comparé au poids de l'objet. L'accélération est donc à peu près constante si la distance de chute n'est pas trop grande.

Évidemment, personne ne peut découvrir que l'accélération est constante quand on ne sait même pas ce qu'est une accélération. Mais même après qu'on ait (un peu) clarifié le concept d'accélération et obtenu une des formules du mouvement à accélération constante au 14e siècle, il faut encore attendre près de 300 ans avant que Galilée ne montre que l'accélération est constante. Pourquoi est-ce si long ?

Tous savent à cette époque que la vitesse augmente pendant la chute. On dit que la vitesse augmente avec le temps de chute ou que la vitesse augmente avec la distance de chute. Il ne faut pas être un super génie pour arriver à cette conclusion. Parfois, au Moyen-Âge, on est un peu plus précis en disant que la vitesse est proportionnelle au temps ($v \propto t$) ou proportionnelle à la distance de chute ($v \propto y$). Ces deux possibilités sont bien différentes. La première correspond à un mouvement à accélération constante, mais pas la deuxième (dans un mouvement à accélération constante, on a plutôt $v \propto \sqrt{y}$). Très souvent, on pense que les deux possibilités sont vraies puisque personne n'a les outils mathématiques pour comprendre que ces deux possibilités sont bien différentes.

Personne ne fait d'expérience et personne ne pense que c'est pertinent d'en faire. On tente plutôt de déduire ce que sera le mouvement à partir des théories qui expliquent la cause du mouvement (qu'on verra au chapitre 3) et on ne vérifie pas ensuite si cela correspond au véritable mouvement. Il faut dire que l'expérience n'aurait pas été facile à faire, car on a, à cette époque, seulement cette équation du mouvement à accélération constante.

$$y = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

Évidemment, l'équation n'était pas donnée ainsi. Juste pour vous donner une idée, voici comment Oresme donne cette loi au milieu du 14e siècle.

Toute qualité, si elle est uniformément difforme, est elle-même autant que serait la qualité du même sujet, ou d'un sujet égal, uniforme selon le degré du point qui occupe le milieu de ce même sujet.

Ce n'est pas facile pour nous de retrouver la formule dans cette phrase (qui était en latin en plus). Le problème, c'est que la formule fait uniquement référence aux vitesses et on n'avait pas vraiment de moyen de mesurer une vitesse instantanée à cette époque.

Reste que l'idée d'une chute à accélération constante ($v \propto t$) était déjà présente au moins depuis le 14e siècle, mais elle n'avait pas été formulée à partir d'observations. Ce n'était qu'une possibilité parmi d'autres et elle était considérée simplement parce que c'était une solution simple, tout comme $v \propto y$. On accepte souvent les deux possibilités en même temps, mais certains savants en viennent parfois à privilégier une solution plus qu'une autre. Par exemple, Albert de Saxe (14e siècle) pense que $v \propto y$ est la bonne solution alors que Domingo de Soto (1551) pense que $v \propto t$ est la bonne solution. Comme ce $v \propto t$ est un mouvement à accélération constante, Domingo de Soto pourrait passer pour un visionnaire, mais il n'en est pas vraiment un. Il ne fournit aucun argument et on ne sait pas comment il en est arrivé à préférer cette solution. Chose certaine, ce n'est pas une expérience qui l'a amené à cette loi. Il en est simplement venu à préférer cette loi probablement pour des raisons philosophiques, de la même façon que d'autres en sont venus à préférer $v \propto y$.

Au début du 17e siècle, la question n'est toujours pas réglée. Galilée, dans ses jeunes années (vers 1590), accepte encore $v \propto y$ et $v \propto t$ en même temps. Toutefois, Galilée amorce une révolution quelques années plus tard. En 1603-1604, il décide de vérifier expérimentalement comment se fait la chute des corps. C'est vraiment une toute nouvelle façon de faire !

Galilée va premièrement montrer que $v \propto t$ et $v \propto y$ sont des mouvements complètement différents. Aussi, il arrive à montrer que $v \propto t$ signifie qu'on a aussi

$$y \propto t^2$$

Cette loi permet de vérifier beaucoup plus facilement si la chute est un mouvement à accélération constante puisqu'il est beaucoup plus facile de mesurer la distance parcourue que la vitesse d'un objet en chute. Il montre finalement (bien que la preuve ne soit pas tellement convaincante) que si la chute verticale se fait avec une accélération constante, alors une chute le long d'un plan incliné devrait aussi avoir une accélération constante. L'accélération plus faible sur le plan permet alors de ralentir tout le processus de chute et de faciliter l'expérience.

Le seul problème qui reste, c'est qu'il n'y a pas de façon simple pour mesurer le temps à cette époque. Galilée l'a mesuré avec son pouls, avec la quantité d'eau écoulée d'un bassin et avec des petits obstacles placés sur la piste qui font un petit bruit quand l'objet qui glisse passe. On peut voir une variante de cette méthode sur l'image de droite. Cette méthode consiste à placer des petites cloches qui sont frappées par la balle qui roule le long du plan incliné. On ajuste la position des cloches pour que les tintements se fassent à intervalle régulier. Galilée s'assure de la régularité des sons émis en chantant une marche militaire durant l'expérience. On peut voir ce montage en action dans ce vidéo (filmé à Woolsthorpe Manor, lieu de naissance d'Isaac Newton).
https://www.youtube.com/watch?v=eUbv78PHaro

Les résultats de l'expérience montraient clairement que la distance parcourue par l'objet augmente avec le carré du temps ($y \propto t^2$) et que la chute est un mouvement à accélération constante.

Galilée publie ses découvertes plusieurs années plus tard (1632 et 1638), mais ses idées ne font pas l'unanimité. Beaucoup acceptent l'accélération constante, mais d'autres la contestent principalement parce qu'ils pensent que le mouvement de chute ne peut pas commencer avec une vitesse nulle. Pour eux, la vitesse doit soudainement passer d'une vitesse nulle à une certaine vitesse quand on lâche l'objet. D'autres, dont Descartes, se trompent quand vient le temps de calculer la position d'un objet qui a une accélération constante. C'est facile pour nous, mais ce n'était pas facile de traiter les changements continuels de vitesse quand le concept de vitesse instantanée n'est pas défini. Galilée avait parfaitement réussi ce calcul pour arriver à $y \propto t^2$, mais plusieurs l'ont raté. Lentement, ces opinions divergentes s'estompent, mais il faudra plusieurs décennies avant qu'elles ne disparaissent.

Newton dissipe tous les doutes en 1687. La chute libre est automatiquement un mouvement à accélération constante dans la théorie de Newton. En fait, Newton montre que l'accélération n'est pas tout à fait constante puisque la force de gravitation diminue un peu avec l'altitude. Toutefois, les variations d'accélération sont faibles près de la surface de la Terre et l'accélération est pratiquement constante.

Exemples pour la chute libre

La plupart du temps, on trouve assez rapidement la solution aux problèmes de chute libre en utilisant les équations du MRUA avec une accélération de 9,8 m/s² vers le bas.

Erreur fréquente : mauvais signe pour a.

L'accélération est toujours vers le bas pour la chute libre. On remarque que certains étudiants pensent que l'accélération est vers le haut quand l'objet monte et vers le bas quand l'objet descend. C'est faux. En montant, la vitesse est vers le haut et l'accélération est vers le bas. Comme la vitesse et l'accélération sont dans des directions opposées, l'objet ralentit. En descendant, la vitesse et l'accélération sont toutes les deux vers le bas. La grandeur de la vitesse augmente alors puisque c'est ce qui arrive quand l'accélération est dans le même sens que la vitesse.

Erreur fréquente : dire que a = 0 au point le plus haut.

L'accélération est toujours de 9,8 m/s² vers le bas pendant la chute, incluant au point le plus haut. C'est seulement la vitesse qui est nulle au point le plus haut. Si l'accélération était nulle, la vitesse de l'objet resterait constante. Comme la vitesse à cet endroit est nulle, l'objet resterait toujours immobile au point le plus haut.

Erreur fréquente : dire que v = 0 quand l'objet frappe le sol.

Si on demande, par exemple, quand un objet va arriver au sol, et qu'on peut résoudre ce problème avec une équation dans laquelle il y a une vitesse, certains étudiants vont mettre que v = 0 au sol. Il est vrai que la vitesse après la collision avec le sol est nulle, mais ce qu'on doit mettre dans l'équation est la <u>vitesse juste avant le contact avec le sol</u>. Dès que l'objet touche au sol, l'accélération change et l'équation de la chute libre ne s'applique plus.

Exemple 1.8.1

On lance un objet vers le haut avec une vitesse de 20 m/s à partir du sol.

a) Jusqu'à quelle hauteur va-t-il monter ?

Pour résoudre ce problème, nous allons utiliser un axe dirigé vers le haut et dont l'origine $y = 0$ m est au sol.

Nous avons donc $a = -9{,}8$ m/s² (négatif, car on a choisi un axe est vers le haut et l'accélération est vers le bas), $v_0 = 20$ m/s et $y_0 = 0$ m. On atteint la hauteur maximale quand la vitesse est nulle. (L'objet monte quand la vitesse est positive et descend quand la vitesse est négative. On a donc la hauteur maximale quand $v = 0$.) On cherche donc y quand $v = 0$. On résout directement ce problème avec l'équation

$$2a(y - y_0) = v^2 - v_0^2$$
$$2 \cdot \left(-9{,}8 \tfrac{m}{s^2}\right) \cdot \left(y - 0m\right) = 0 - \left(20 \tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$y = 20{,}4m$$

b) Combien faut-il de temps pour atteindre cette hauteur maximale ?

On résout directement ce problème avec l'équation

$$v = v_0 + at$$
$$0 = 20 \tfrac{m}{s} + \left(-9{,}8 \tfrac{m}{s^2}\right) \cdot t$$
$$t = 2{,}04s$$

c) Quelle sera la vitesse de l'objet quand il va revenir au sol ?

Quand l'objet revient au sol, il revient à $y = 0$. On peut donc résoudre directement ce problème avec l'équation

$$2a(y - y_0) = v^2 - v_0^2$$
$$2 \cdot \left(-9{,}8 \tfrac{m}{s^2}\right) \cdot \left(0m - 0m\right) = v^2 - \left(20 \tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$v = \pm 20 \tfrac{m}{s}$$

On note souvent une tendance à faire ce problème en deux parties : la montée et la descente. Bien que ce ne soit pas mauvais de faire cette séparation, elle est inutile puisqu'on peut faire ce calcul directement puisque l'accélération est toujours constante dans ce mouvement.

d) Combien faut-il de temps pour que l'objet revienne au sol ?

On résout directement ce problème avec l'équation

$$v = v_0 + at$$
$$-20\tfrac{m}{s} = 20\tfrac{m}{s} + \left(-9,8\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot t$$
$$t = 4,08s$$

(Vous voyez qu'il ne fallait pas mettre v = 0 pour la vitesse au sol. On doit mettre la vitesse juste avant le contact avec le sol.)

e) Quel est le déplacement entre 1 s et 1,5 s après le départ de l'objet ?

Pour résoudre ce problème, calculons les positions à t = 1 s et t = 1,5 s.

À t = 1 s, on a

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= 0m + 20\tfrac{m}{s}\cdot 1s + \frac{1}{2}\cdot\left(-9,8\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot(1s)^2 \\ &= 15,1m \end{aligned}$$

À t = 1,5 s, on a

$$\begin{aligned} y_2 &= y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= 0m + 20\tfrac{m}{s}\cdot 1,5s + \frac{1}{2}\cdot\left(-9,8\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot(1,5s)^2 \\ &= 18,98m \end{aligned}$$

Le déplacement est donc

$$\begin{aligned} \Delta y &= y_2 - y_1 \\ &= 18,98m - 15,1m \\ &= 3,88m \end{aligned}$$

f) Au bout de combien de temps l'objet sera-t-il à 10 m du sol ?

On peut résoudre directement à l'aide de

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$10m = 0m + 20\tfrac{m}{s}\cdot t + \frac{1}{2}\cdot\left(-9,8\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot t^2$$
$$4,9\tfrac{m}{s^2}\cdot t^2 - 20\tfrac{m}{s}\cdot t + 10m = 0$$

La solution de cette équation quadratique est

$$t = \frac{20\frac{m}{s} \pm \sqrt{\left(20\frac{m}{s}\right)^2 - 4\cdot\left(4,9\frac{m}{s^2}\right)\cdot 10m}}{9,8\frac{m}{s^2}}$$

$$t = \frac{20 \pm \sqrt{204}}{9,8}s$$

$$t = 0,583s \quad \text{et} \quad 3,498s$$

Il y a deux réponses et ces deux réponses sont bonnes puisque l'objet est à 10 m de sol une fois en montant et une autre fois en redescendant.

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Déplacement

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Vitesse moyenne

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Équation du mouvement si la vitesse est constante

$$x = x_0 + vt$$

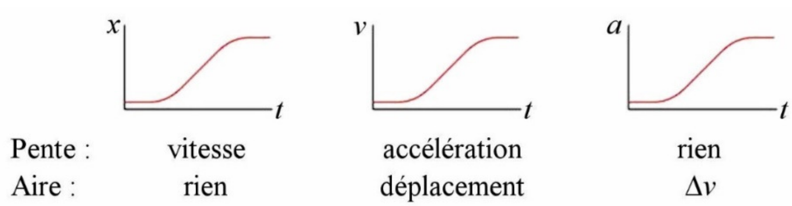
Moment où deux objets initialement distants de *L* sont à la même place s'ils se déplacent à vitesse constante.

$$t = \frac{L}{v_1 - v_2}$$

Accélération moyenne

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Interprétations graphiques



Équations pour le MRUA

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$2a\left(x - x_0\right) = v^2 - v_0^2$$

$$x = x_0 + \frac{1}{2}\left(v_0 + v\right)t$$

Chute gravitationnelle

$$a_{\text{gravitationnelle}} = 9,8 m/s^2 \text{ vers le bas}$$

$$g = 9,8 \tfrac{m}{s^2}$$

EXERCICES

1.3 La vitesse moyenne

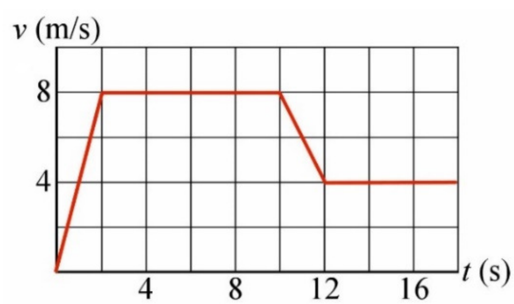
1. Quelle était la vitesse moyenne de la capsule Apollo 11 (en km/h) sachant qu'elle s'est rendue à la Lune, distante de 384 400 km, en 72 heures et 49 minutes ?

2. En 1937, un DC-3 faisait le vol entre New York et Paris en 17 heures et 30 minutes avec une vitesse moyenne de 180 nœuds. En 1927, Charles Lindberg avait fait cette traversée avec une vitesse moyenne de 94 nœuds. Combien de temps de plus a-t-il fallu à Lindberg pour traverser l'Atlantique ?

www.britannica.com/technology/DC-3

1.4 La vitesse instantanée

3. La vitesse d'un panda en colère en fonction du temps est donnée par le graphique de droite. Quel est le déplacement du panda entre t = 2 s et t = 14 s ?



1.5 Le mouvement à vitesse constante

4. Richard fait une promenade en ultra léger en ligne droite avec une vitesse constante de 75 km/h. Combien de temps a duré sa promenade si son déplacement fut de 10 km ?

5. Dans combien de temps et à quel endroit ces deux avions vont-ils entrer en collision s'ils sont à 4 km l'un de l'autre au départ ?

6. Alors qu'elle était en vacances près d'une rivière, la petite Nicole attrape un poisson avec ses mains, ce qui ne plait pas à une famille de Grizzli qui se régalait tout près de là. Les ours, fâchés, se lance à la poursuite de la petite Nicole. Affolée, Nicole court à 15 km/h vers la voiture familiale, qui est à une distance de 100 m, alors que les ours, qui sont à 30 m de Nicole au départ, se lancent à sa poursuite avec une vitesse de 25 km/h. Les ours vont-ils attraper Nicole ?

www.shoppedornot.com/shopped-or-not/girl-running-from-bear/

7. En allant de Québec à Chicago, Dieudonné vole à 220 km/h pendant 4 heures et à 360 km/h pendant 2 heures.

   a) Quel est son déplacement total ?
   b) Quelle est sa vitesse moyenne (en nœuds) ?

8. Phil vole à 100 m/s pendant 80 s, puis revient sur ses pas avec une vitesse de 80 m/s pendant 15 s.

   a) Quel est son déplacement total ?
   b) Quelle est la distance parcourue par Phil ?
   c) Quelle est sa vitesse moyenne ?

9. La position d'un objet en fonction du temps est donnée par le graphique de droite.

   a) Quel est le déplacement de l'objet entre $t = 0$ s et $t = 9$ s ?
   b) Quelle est la distance parcourue par l'objet entre $t = 0$ s et $t = 9$ s ?
   c) Quelle est la vitesse moyenne entre $t = 3$ s et $t = 9$ s ?
   d) Quelle est la vitesse à $t = 1$ s ?
   e) Quelle est la vitesse à $t = 8$ s ?

10. La position d'un avion est donnée par la formule

$$x = 4\tfrac{m}{s^2} \cdot t^2 - 50\tfrac{m}{s} \cdot t + 100m$$

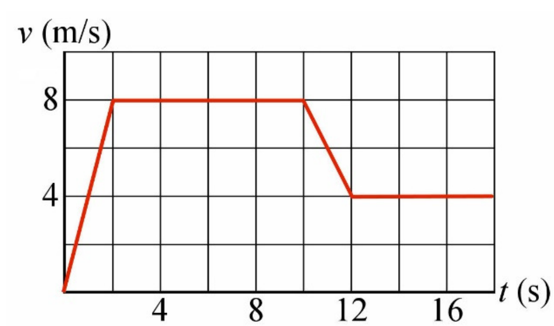
Quelle est la vitesse moyenne entre $t = 0$ s et $t = 20$ s ?

1.6 L'accélération

11. Un F-18 passe d'une vitesse nulle à une vitesse de 100 km/h en 3,05 s. Quelle est l'accélération moyenne de l'avion ?

12. Un F-18 allant à 125 kts s'arrête en 1,2 s en se posant sur un porte-avions. Quelle est l'accélération moyenne du F-18 lors de l'arrêt ?

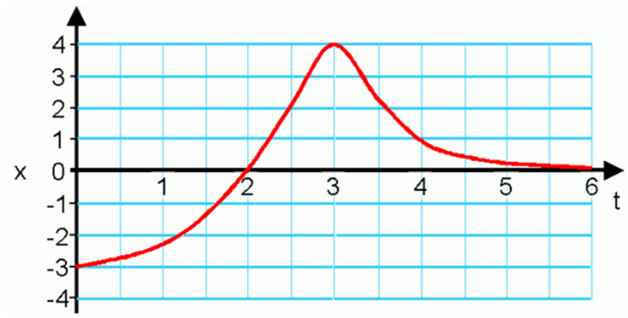
13. La vitesse d'un objet en fonction du temps est donnée par le graphique suivant.



   a) Quelle est l'accélération moyenne entre $t = 0$ s et $t = 4$ s ?
   b) Quelle est l'accélération moyenne entre $t = 10$ s et $t = 12$ s ?
   c) Quelle est l'accélération moyenne entre $t = 4$ s et $t = 8$ s ?
   d) Quelle est l'accélération à $t = 1$ s ?
   e) Quelle est l'accélération à $t = 14$ s ?

14. Voici le graphique de la position en fonction du temps pour un objet.

a) Quel est le signe de l'accélération à t = 1 s ?
b) Quel est le signe de l'accélération à t = 3 s ?
c) Quel est le signe de l'accélération à t = 4 s ?



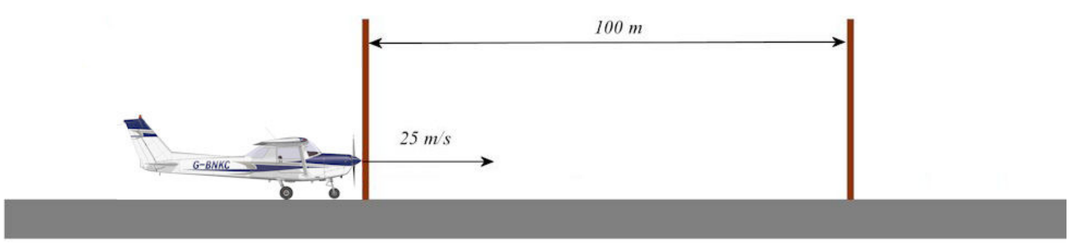
www.kwantlen.ca/science/physics/faculty/mcoombes/webtests/xtgraphquiz/xtGraphQuiz.htm

1.7 Le mouvement rectiligne à accélération constante

15. Un Airbus A320 part d'une vitesse nulle pour accélérer avec une accélération de 2,7 m/s² pendant 30 s.

a) Quelle est la distance parcourue par l'avion pendant cette période ?
b) Quelle est la vitesse de l'avion 30 s après le départ (en nœuds) ?

16. Il y a deux poteaux distants de 100 m sur le bord d'une piste de décollage. Ulysse passe sur cette piste en se déplaçant avec une accélération constante. Quand Ulysse passe à côté du premier poteau, il a une vitesse de 25 m/s. Quand Ulysse passe à côté du deuxième poteau, sa vitesse est maintenant de 15 m/s.



a) Combien de temps a-t-il fallu à Ulysse pour faire le trajet entre les deux poteaux ?
b) Quelle est l'accélération de l'avion ?
c) Supposons qu'il y a un troisième poteau à 100 m à droite du deuxième poteau. Quelle sera la vitesse de l'avion quand il arrivera à ce troisième poteau si l'accélération reste la même ?

17. Près de la fin de la course de 1600 m (en ligne droite), Mahamadou donne un dernier effort pour terminer la course. Alors qu'il est à 1400 m de la ligne de départ et qu'il a une vitesse de 5 m/s, ses efforts lui permettent d'avoir une accélération constante jusqu'à la fin et de parcourir les 200 derniers mètres en 25 secondes.

    a) Quelle est l'accélération de Mahamadou durant ces 200 derniers mètres ?
    b) Quelle est la vitesse de Mahamadou quand il arrive à la fin de la course ?

18. Lors d'une compétition de bowling, Olivier lance sa boule avec une vitesse de 10 m/s. Pendant qu'elle se dirige vers les quilles, la friction fait ralentir la boule au rythme de 0,2 m/s², de sorte que la boule frappe les quilles avec une vitesse de 9,65 m/s. Quelle est la distance entre l'endroit où Olivier a lancé sa boule et les quilles ?

19. Un avion qui accélère doit traverser une piste de 30 m de large en 1,2 s. De l'autre côté de la piste, la vitesse de l'avion est de 20 m/s. Quelle était la vitesse de la voiture au début de la traversée de la piste ?

20. La vitesse d'un avion qui freine sur une piste d'atterrissage avec une accélération constante passe de 30 m/s à 24 m/s sur une distance de 32 m. Quelle est la distance d'arrêt de cet avion s'il freine avec la même accélération et que la vitesse initiale est de 42 m/s ?

21. En traversant le parc de la Vérandrye en pleine nuit à 108 km/h, Marie-Pascale aperçoit soudainement un orignal en plein milieu de la rue, à 100 m devant sa voiture. Sa voiture continue alors de se déplacer à 108 km/h pendant 0,5 seconde, le temps que Marie-Pascale réagisse et applique les freins, puis la voiture ralentit avec une accélération de 4 m/s². Va-t-elle frapper l'orignal ?

22. Deux fusées sont initialement au repos l'une à côté de l'autre. La première fusée part avec une accélération constante de 5 m/s², alors que l'autre fusée part deux secondes plus tard avec une accélération constante de 6 m/s². Où et quand la deuxième fusée va-t-elle rattraper la première ?

1.8 La chute libre

23. Voici un vidéo montrant une curieuse activité de chute de citrouilles
    http://www.youtube.com/watch?v=tbNKVmWj1K4
    On laisse tomber la citrouille d'une hauteur de 12 m.

    a) Quelle est la vitesse de la citrouille quand elle frappe la voiture ?
    b) Combien de temps a duré à chute de la citrouille ?

24. Arthur lance une pierre vers le haut avec une vitesse de 28 m/s à partir du bord d'une falaise de 80 m de haut.

a) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la pierre ?
b) À quel moment la pierre est-elle à 25 m au-dessus de son point de départ ?
c) À quel moment la pierre est-elle 25 m en dessous de son point de départ ?
d) Quelle est la vitesse de la pierre quand elle est à une hauteur de 20 m au-dessus de son point de départ ?
e) À quels moments la grandeur de la vitesse de la pierre est-elle de 10 m/s ?
f) À quelle hauteur est la pierre quand la grandeur de la vitesse est de 12 m/s ?
g) Quelle est la vitesse de la pierre quand elle arrive au bas de la falaise ?
h) Quel est le temps de vol total de la pierre ?

25. Tony reçoit une balloune remplie d'eau se déplaçant à 24 m/s sur la tête. Elle a été lancée par Tryphon à partir d'une fenêtre située 10 m au-dessus de la tête de Tony. Quelle était la vitesse initiale du ballon ?

26. Julien lance une balle directement vers le haut. À quelle vitesse a été lancée la balle si elle monte jusqu'à une hauteur de 80 m au-dessus de son point de départ ?

27. Hubert botte un ballon directement vers le haut avec son pied. Quelle était la vitesse initiale du ballon s'il est revenu sur le pied d'Hubert après un vol de 12 s ?

28. Une fusée, initialement arrêtée au sol, décolle verticalement. Pendant que ses moteurs fonctionnent, la fusée a une accélération de 4 m/s² vers le haut. Au bout de 20 s, les moteurs s'arrêtent et la fusée est en chute libre.

a) Jusqu'à quelle hauteur va monter cette fusée ?
b) Au bout de combien de temps cette fusée revient-elle au sol ?

RÉPONSES

1.3 La vitesse moyenne

1. 5279 km/h
2. 16 h 0 min 38 s

1.4 La vitesse instantanée

3. 84 m

1.5 Le mouvement à vitesse constante

4. 8 min 0 s
5. 3,2 s à 1777,8 m devant la position de l'avion américain montrée sur la figure.
6. Les ours la rattrapent avant qu'elle arrive à la voiture et la petite Nicole doit gentiment redonner le poisson aux grizzlis.
7. a) 1600 km b) 144 kts
8. a) 6800 m b) 9200 m c) 71,58 m/s
9. a) -8 m b) 24 m c) -2,67 m/s d) 2,67 m/s e) -4 m/s
10. 30 m/s

1.6 L'accélération

11. 9,11 m/s²
12. – 53,61 m/s²
13. a) 2 m/s² b) -2 m/s² c) 0 m/s² d) 4 m/s² e) 0 m/s²
14. a) positive b) négative c) positive

1.7 Le mouvement rectiligne à accélération constante

15. a) 1215 m b) 157,4 kts
16. a) 5 s b) -2 m/s² c) L'avion ne se rend pas jusqu'au troisième poteau
17. a) 0,24 m/s² b) 11 m/s
18. 17,19 m
19. 30 m/s
20. 174,2 m
21. Elle frappe l'orignal
22. 22,954 s après le départ de la première fusée, à 1317 m du point de départ

1.8 La chute libre

23. a) 15,34 m/s b) 1,565 s
24. a) 40 m au-dessus du haut de la falaise b) 1,108 s et 4,607 s c) 6,499 s
    d) ±19,8 m/s e) 1,837 s et 3,878 s f) 32,65 m g) -48,50 m/s h) 7,806 s
25. ±19,49 m/s
26. 39,6 m/s
27. 58,8 m/s
28. a) 1127 m b) 43,326 s