Solutionnaire du chapitre 8

1. Le travail est

$$\begin{aligned} W &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 30N\cdot 15m\cdot\cos(40°) \\ &= 344,7J \end{aligned}$$

2. a) Le travail fait par la gravitation est

$$\begin{aligned} W_g &= F_g\Delta s\cos\theta \\ &= \left(30kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\right)\cdot 25m\cdot\cos(98°) \\ &= -1022,9J \end{aligned}$$

b) Le travail fait par la force de friction est

$$\begin{aligned} W_f &= F_f\Delta s\cos\theta \\ &= 70N\cdot 25m\cdot\cos(180°) \\ &= -1750J \end{aligned}$$

c) Pour trouver le travail fait par Honoré, il faut premièrement trouver la force exercée par celui-ci. On trouve cette force avec l'équation des forces en x sur la caisse.

Il y a 4 forces sur la caisse.

1) La gravitation de 294 N vers le bas.
2) Une normale perpendiculaire à la pente.
3) La friction de 70 N vers le bas de la pente.
4) La force F faite par Honoré vers le haut de la pente.

L'équation des forces en x est donc (avec un axe des x vers le haut de la pente)

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x \\ 294N\cdot\cos(-98°)-70N+F &= 30kg\cdot 1\tfrac{m}{s^2} \\ F &= 140,9N \end{aligned}$$

Le travail fait par Honoré est donc

$$\begin{aligned} W_H &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 140,9N\cdot 25m\cdot\cos(0°) \\ &= 3522,9J \end{aligned}$$

d) Comme la normale ne fait pas de travail dans ce cas, le travail net est la somme des 3 travaux calculés précédemment. On a donc

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g + W_f + W_H \\ &= -1022,9J + -1750N + 3522,9J \\ &= 750J \end{aligned}$$

3. *Première partie du mouvement*

Le déplacement est

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Delta s} &= \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k} \\ &= \left(5\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{k}\right)m \end{aligned}$$

Le travail fait par la force 1 est

$$\begin{aligned} W_1 &= F_{1x}\Delta x + F_{1y}\Delta y + F_{1z}\Delta z \\ &= 2N\cdot 5m + 1N\cdot(-3m) + (-4N)\cdot(-5m) \\ &= 27J \end{aligned}$$

Le travail fait par la force 2 est

$$\begin{aligned} W_2 &= F_{2x}\Delta x + F_{2y}\Delta y + F_{2z}\Delta z \\ &= (-4N)\cdot 5m + 5N\cdot(-3m) + 2N\cdot(-5m) \\ &= -45J \end{aligned}$$

Le travail net pour la première partie du mouvement est donc

$$\begin{aligned} W_{net1} &= W_1 + W_2 \\ &= 27J - 45J = -18J \end{aligned}$$

Deuxième partie du mouvement

Le déplacement est

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Delta s} &= \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k} \\ &= \left(3\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}\right)m\end{aligned}$$

Le travail fait par la force 1 est

$$\begin{aligned}W_1 &= F_{1x}\Delta x + F_{1y}\Delta y + F_{1z}\Delta z \\ &= 2N \cdot 3m + 1N \cdot 4m + (-4N)\cdot(-2m) \\ &= 18J\end{aligned}$$

Le travail fait par la force 2 est

$$\begin{aligned}W_2 &= F_{2x}\Delta x + F_{2y}\Delta y + F_{2z}\Delta z \\ &= (-4N)\cdot 3m + 5N \cdot 4m + 2N \cdot (-2m) \\ &= 4J\end{aligned}$$

Le travail net est donc

$$\begin{aligned}W_{net2} &= W_1 + W_2 \\ &= 18J + 4J = 22J\end{aligned}$$

Travail total

$$\begin{aligned}W_{net} &= W_{net1} + W_{net2} \\ &= -18J + 22J \\ &= 4J\end{aligned}$$

N.B.
On aurait pu aussi trouver la force nette en additionnant les forces

$$\vec{F}_{nette} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

et en calculant ensuite le travail net de chaque partie du mouvement avec

$$W_{net} = F_{nette\ x}\Delta x + F_{nette\ y}\Delta y + F_{nette\ z}\Delta z$$

4. a) Le travail fait par la force de gravitation est

$$\begin{aligned} W_g &= F_g \Delta s \cos\theta \\ &= mg\Delta s \cos\theta \\ &= 80kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 300m \cdot \cos(60°) \\ &= 117\ 600J \end{aligned}$$

b) Pour trouver le travail fait par la force de friction, il faut trouver la grandeur de la force de friction. Pour la trouver, il nous faut la grandeur de la normale, qu'on trouve avec l'équation des forces en *y*.

Il y a 3 forces sur Rita.

1) Le poids de Rita de 784 N vers le bas.
2) La normale perpendiculaire à la surface.
3) La friction vers le haut de la pente.

L'équation des forces en *y* est donc (avec un axe des *x* vers le bas de la pente)

$$\begin{aligned} \sum F_y &= ma_y \\ 784N \cdot \sin(-60°) + F_N &= 0 \\ F_N &= 678{,}96N \end{aligned}$$

La grandeur de la force de friction est donc

$$\begin{aligned} F_f &= \mu_c F_N \\ &= 0{,}1 \cdot 678{,}96N \\ &= 67{,}896N \end{aligned}$$

Le travail fait par la force de friction est donc

$$\begin{aligned} W_f &= F_f \Delta s \cos\theta \\ &= 67{,}896N \cdot 300m \cdot \cos(-180°) \\ &= -20\ 369J \end{aligned}$$

c) Comme la normale ne fait pas de travail, le travail net est

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g + W_f \\ &= 117\ 600J + -20\ 369J \\ &= 97\ 231J \end{aligned}$$

5. Au départ, le ressort est comprimé de 50 cm. On a donc x = 0,50 m. à l'instant 2, le ressort n'est pas comprimé. On a donc x' = 0 m. Le travail fait par le ressort est donc

$$\begin{aligned} W_R &= -\frac{1}{2} k \left(x_2^2 - x_1^2 \right) \\ &= -\frac{1}{2} \cdot 2000 \tfrac{N}{m} \cdot \left((0m)^2 - (0,5m)^2 \right) \\ &= 250J \end{aligned}$$

6. Pour trouver le travail, il faut séparer la trajectoire en trois parties.

Pour la première partie, on a

$$\begin{aligned} W_1 &= F \Delta s \cos\theta \\ &= 40N \cdot 3m \cdot \cos 35° \\ &= 98,30J \end{aligned}$$

Pour la deuxième partie, on a

$$\begin{aligned} W_2 &= F \Delta s \cos\theta \\ &= 80N \cdot 2m \cdot \cos 145° \\ &= -131,06J \end{aligned}$$

Pour la troisième partie, on a

$$\begin{aligned} W_3 &= F \Delta s \cos\theta \\ &= 100N \cdot 1m \cdot \cos 35° \\ &= 81,92J \end{aligned}$$

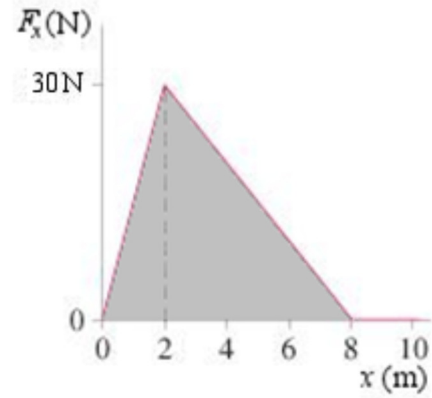
Le travail total est donc

98,30 J + -131,06 J + 81,92 J = 49,15 J

7. Pour trouver le travail, il faut calculer l'aire sous la courbe entre x = 0 m et x = 6 m. Cette aire est l'aire de tout le triangle entre x = 0 m et x = 8 m à laquelle il faut soustraire l'aire du petit triangle entre x = 6 m et x = 8 m.

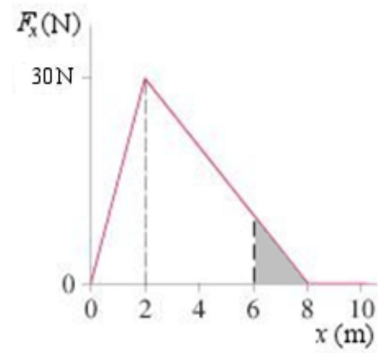
L'aire du grand triangle entre x = 0 m et x = 8 m est de

$$Aire_1 = \frac{base \cdot hauteur}{2} = \frac{8m \cdot 30N}{2} = 120J$$



L'aire du petit triangle entre x = 6 m et x = 8 m est de

$$Aire_2 = \frac{base \cdot hauteur}{2} = \frac{2m \cdot 10N}{2} = 10J$$

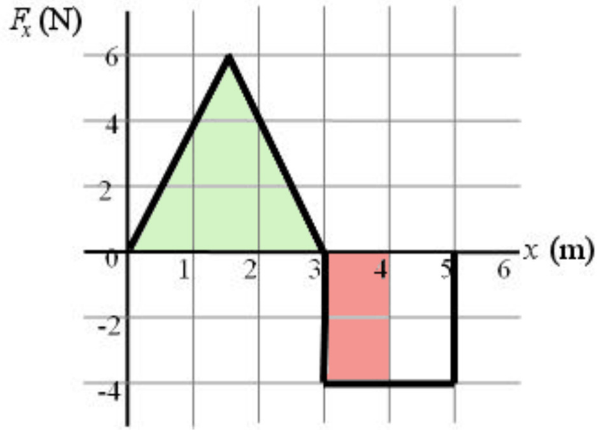


Le travail est donc

$$W = Aire_1 - Aire_2 = 120J - 10J = 110J$$

8. Il faut compter l'aire sous la courbe entre x = 0 m et x = 4 m. Comme l'objet va vers les x négatifs, l'aire au-dessus de l'axe doit être comptée comme une aire négative et l'aire en dessous de l'axe doit être comptée comme une aire positive. Le travail est donc

W = aire du rectangle rose + (- aire du triangle vert)



On a donc

$$\begin{aligned} W &= 4N \cdot 1m + -\frac{3m \cdot 6N}{2} \\ &= -5J \end{aligned}$$

9. Pour trouver le travail, il faut séparer la trajectoire en trois parties.

Pour la première partie, on a

$$\begin{aligned} W_1 &= F \Delta s \cos\theta \\ &= 10N \cdot 10m \cdot \cos 0° \\ &= 100J \end{aligned}$$

Pour la deuxième partie, on a

$$\begin{aligned} W_2 &= F \Delta s \cos\theta \\ &= 15N \cdot 8m \cdot \cos 180° \\ &= -120J \end{aligned}$$

Pour la troisième partie, on a

$$\begin{aligned} W_3 &= F \Delta s \cos\theta \\ &= 20N \cdot 12m \cdot \cos 135° \\ &= -169,71J \end{aligned}$$

Le travail total est donc

100 J + -120 J + -169,71 J = -189,71 J

10. Le travail est

$$\begin{aligned} W &= \int_{x}^{x'} F_x dx \\ &= \int_{-1m}^{3m} 18\tfrac{N}{m^2} \cdot x^2 dx \\ &= 18\tfrac{N}{m^2} \cdot \int_{-1m}^{3m} x^2 dx \\ &= 18\tfrac{N}{m^2} \cdot \left[\frac{x^3}{3}\right]_{-1m}^{3m} \\ &= 18\tfrac{N}{m^2} \cdot \left(\frac{(3m)^3}{3} - \frac{(-1m)^3}{3}\right) \\ &= 168J \end{aligned}$$

11. *Calcul de W<u>net</u>*

Pendant la montée, il n'y a que la force de gravitation qui agit sur l'objet. Le travail fait par la gravitation est donc égal au travail net

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g \\ &= F_g \Delta s \cos\theta \\ &= \left(0,43kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\right) \cdot 20m \cdot \cos(180°) \\ &= -84,28J \end{aligned}$$

Calcul de ΔE<u>k</u>

La variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,43kg \cdot \left(30\tfrac{m}{s}\right)^2$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - 193,5J$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$
\begin{aligned}
W_{net} &= \Delta E_k \\
-84{,}28J &= \frac{1}{2}mv'^2 - 193{,}5J \\
109{,}22J &= \frac{1}{2}mv'^2 \\
109{,}22J &= \frac{1}{2}\cdot 0{,}43kg \cdot v'^2 \\
v' &= 22{,}54\tfrac{m}{s}
\end{aligned}
$$

12. *Calcul de W_{net}*

Pendant la descente, il y a trois forces sur Mara.

1) Une force de gravitation de 245 N vers le bas.
2) Une force normale perpendiculaire à la glissade.
3) Une force de friction vers le haut de la glissade.

Trouvons le travail fait par chacune de ces forces. Pour y arriver, il nous faudra la grandeur du déplacement, qui est égale à la longueur de la glissade. On trouve cette longueur avec

$$
\begin{aligned}
\sin(70°) &= \frac{3m}{\Delta s} \\
\Delta s &= 3{,}1925m
\end{aligned}
$$

Le travail fait par la gravitation est

$$
\begin{aligned}
W_g &= F_g \Delta s \cos\theta \\
&= 245N \cdot 3{,}1925m \cdot \cos(20°) \\
&= 735J
\end{aligned}
$$

Le travail fait par la normale est nul, car il y a 90° entre le déplacement et la force.

Pour trouver le travail fait par la friction, il nous faut la grandeur de la force de friction et cette force dépend de la grandeur de la force normale. On trouve la grandeur de la force normale avec l'équation des forces *y*.

$$
\begin{aligned}
\sum F_y &= ma_y \\
245N \cdot \sin(20°) + F_N &= 0 \\
F_N &= 83{,}79N
\end{aligned}
$$

La force de friction est donc

$$\begin{aligned} F_f &= \mu_c F_N \\ &= 0,1 \cdot 83,79N \\ &= 8,379N \end{aligned}$$

Le travail fait par la force de friction est donc

$$\begin{aligned} W_f &= F_f \Delta s \cos\theta \\ &= 8,379N \cdot 3,1925m \cdot \cos(180°) \\ &= -26,75J \end{aligned}$$

Le travail net est donc

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g + W_N + W_f \\ &= 735J + 0J - 26,75J \\ &= 708,25J \end{aligned}$$

Calcul de ΔE_k

La variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}\cdot 25kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$708,25J = \frac{1}{2}mv'^2$$
$$109,22J = \frac{1}{2}25kg \cdot v'^2$$
$$v' = 7,527\tfrac{m}{s}$$

13. Arrêt total

Sachant le travail qu'il faut faire pour arrêter le skieur, on pourra trouver sa masse.

Calcul de W_{net}

Pendant l'arrêt, seule la friction fait un travail sur le skieur et on sait que le travail fait par cette force est de -3000 J.

Calcul de ΔE_k

Avec une vitesse qui passe de 10 m/s à 0 m/s, la variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$\Delta E_k = -\frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$-3000J = -\frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$m = 60kg$$

Arrêt partiel

Calcul de W_{net}

Pendant l'arrêt, seule la friction fait un travail sur le skieur et on sait que le travail fait par cette force est de -1500 J.

Calcul de ΔE_k

La variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\cdot 60kg\cdot v'^2 - \frac{1}{2}\cdot 60kg\cdot\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$\Delta E_k = 30kg\cdot v'^2 - 3000J$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$-1500J = 30kg \cdot v'^2 - 3000J$$
$$v' = 7,071\tfrac{m}{s}$$

14. *Calcul de W_{net}*

Pendant la chute, il y a deux forces qui s'appliquent sur René.

1) La force de gravitation de 539 N vers le bas.
2) Une force de friction vers le haut.

Le travail fait par la force de gravitation est

$$\begin{aligned} W_g &= F_g \Delta s \cos\theta \\ &= 539N \cdot 300m \cdot \cos(0°) \\ &= 161\,700J \end{aligned}$$

Quant au travail fait par la friction, rien ne nous permet de le trouver pour l'instant. Le travail net est donc de

$$W_{net} = W_g + W_f$$
$$W_{net} = 161\,700J + W_f$$

Calcul de ΔE_k

Avec une vitesse qui passe de 0 m/s à 39,4 m/s, la variation d'énergie cinétique est

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}55kg \cdot \left(39,4\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}55kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 42\,689,9J \end{aligned}$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$161\,700J + W_f = 42\,689,9J$$
$$W_f = -119\,010,1J$$

15. <u>*Calcul de W_{net}*</u>

Pendant la descente du bloc, il y a deux forces sur le bloc :

1) Une force de gravitation de 1,96 N vers le bas.
2) Une force faite par le ressort.

Appelons l'étirement du ressort *d*. Cet étirement est égal au déplacement de la masse.

Le travail fait par la gravitation est

$$W_g = F_g \Delta s \cos\theta$$
$$W_g = 1,96N \cdot d \cdot \cos(0°)$$
$$W_g = 1,96N \cdot d$$

Le travail fait par le ressort est

$$W_R = -\frac{1}{2}k\left(x'^2 - x^2\right)$$
$$W_R = -\frac{1}{2} \cdot 50\tfrac{N}{m} \cdot \left(d^2 - (0m)^2\right)$$
$$W_R = -25\tfrac{N}{m} \cdot d^2$$

Le travail net est donc

$$W_{net} = W_g + W_R$$
$$W_{net} = 1,96N \cdot d - 25\tfrac{N}{m} \cdot d^2$$

<u>*Calcul de ΔE_k*</u>

Au départ, la vitesse est nulle et elle redevient nulle quand le ressort atteint l'étirement maximal. La variation d'énergie cinétique est donc

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,2kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,2kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 0J\end{aligned}$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$1,96N \cdot d - 25\tfrac{N}{m} \cdot d^2 = 0$$

On remarque qu'il y a une solution qui est d = 0 m. Cette position est en fait la position initiale. On la retrouve puisque le théorème va nous donner toutes les positions où la vitesse est nulle. Comme elle était nulle au départ, on retrouve cette solution. Ce n'est toutefois pas celle qui nous intéresse. Trouvons maintenant l'autre solution.

$$1,96N \cdot d - 25\tfrac{N}{m} \cdot d^2 = 0$$
$$1,96N - 25\tfrac{N}{m} \cdot d = 0$$
$$d = 0,0784m = 7,84cm$$

16. *Calcul de W_{net}*

Pendant la montée, il y a deux forces sur la balle.

1) Une force de gravitation de 4,9 N vers le bas (qui agit toujours).
2) Une force faite par le ressort (qui agit seulement au début).

Le déplacement total de la balle est

$$\Delta s = 0,1m + h_{\max}$$

Le travail fait par la gravitation est

$$W_g = F_g \Delta s \cos\theta$$
$$W_g = 4,9N \cdot (0,1m + h_{\max}) \cdot \cos(180°)$$
$$W_g = -4,9N \cdot (0,1m + h_{\max})$$

Le travail fait par le ressort est

$$\begin{aligned} W_R &= -\frac{1}{2}k\left(x'^2 - x^2\right) \\ &= -\frac{1}{2} \cdot 500\tfrac{N}{m} \cdot \left((0m)^2 - (0,10m)^2\right) \\ &= 2,5J \end{aligned}$$

Le travail net est donc

$$W_{net} = W_g + W_R$$
$$W_{net} = -4,9N \cdot (0,1m + h_{\max}) + 2,5J$$

Calcul de ΔE_k

Au départ, la vitesse est nulle et elle redevient nulle quand la balle atteint son point le plus haut. La variation d'énergie cinétique est donc

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0,5kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 0,5kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 0J\end{aligned}$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$-4,9N \cdot (0,1m + h_{\max}) + 2,5J = 0$$
$$h_{\max} = 0,4102m = 41,02cm$$

17. *Calcul de W_{net}*

Pendant la montée, il y a trois forces sur le bloc :

1) Une force de gravitation de 4,9 N vers le bas (qui agit toujours).
2) Une force normale perpendiculaire à la pente (qui agit toujours).
3) Une force faite par le ressort (qui agit seulement au début).

Le déplacement total de la balle est

$$\Delta s = 0,5m + L$$

Le travail fait par la gravitation est

$$W_g = F_g \Delta s \cos\theta$$
$$W_g = 4,9N \cdot (0,5m + L) \cdot \cos(110°)$$

Le travail fait par le ressort est

$$\begin{aligned} W_R &= -\frac{1}{2}k\left(x'^2 - x^2\right) \\ &= -\frac{1}{2}\cdot 100\tfrac{N}{m}\cdot\left(\left(0m\right)^2 - \left(0,50m\right)^2\right) \\ &= 12,5J \end{aligned}$$

Le travail net est donc

$$W_{net} = W_g + W_R$$
$$W_{net} = 4,9N\cdot\left(0,5m + L\right)\cdot\cos\left(110°\right) + 12,5J$$

Calcul de ΔE_k

Au départ, la vitesse est nulle et elle redevient nulle quand la balle atteint son point le plus haut. La variation d'énergie cinétique est donc

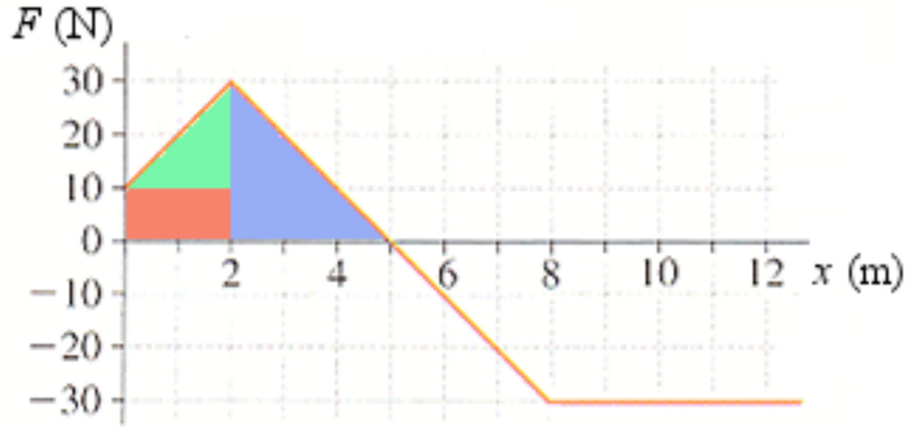
$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0,5kg\cdot\left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 0,5kg\cdot\left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 0J \end{aligned}$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$4,9N\cdot\left(0,5m + L\right)\cdot\cos\left(110°\right) + 12,5J = 0$$
$$L = 6,959m$$

18. a) *Calcul de W_{net}*

Ici, on calcule le travail avec l'aire sous la courbe. On calcule cette aire en séparant ainsi la surface (ce n'est pas la seule façon de le faire).



L'aire du rectangle rouge est 10 N · 2 m = 20 J.

L'aire du triangle vert est ½ (2 m · 20 N) = 20 J.

L'aire du triangle bleu est ½ (3 m · 30 N) = 45 J.

L'aire totale est donc de 20 J + 20 J + 45 J = 85 J.

Le travail net est donc

$$W_{net} = 85J$$

Calcul de ΔE_k

La variation d'énergie cinétique est

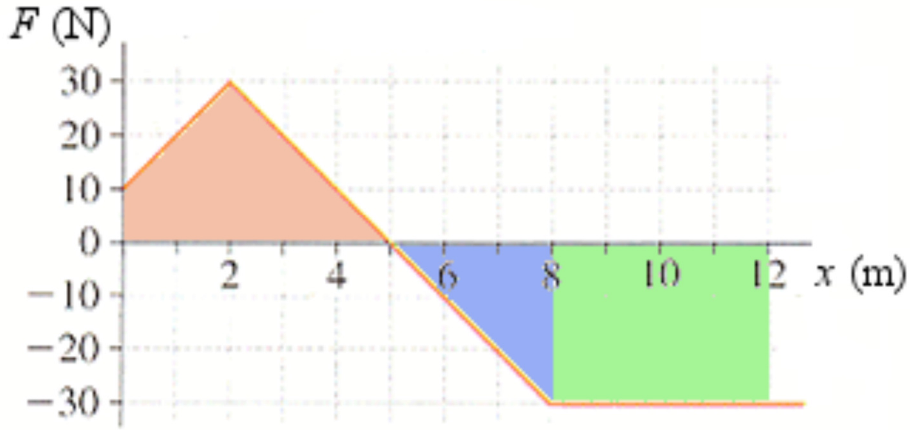
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot v'^2 - \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot \left(2\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$\Delta E_k = 2,5kg \cdot v'^2 - 10J$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$85J = 2,5kg \cdot v'^2 - 10J$$
$$v' = 6,164\tfrac{m}{s}$$

b) *Calcul de W_{net}*

Ici, on calcule le travail avec l'aire sous la courbe. On calcule cette aire en séparant ainsi la surface (ce n'est pas la seule façon de le faire).



L'aire de la partie rouge est 85 J (calculée en à la partie a)

L'aire du triangle bleu est -½ (3 m · 30 N) = -45 J.

L'aire du rectangle vert est - (4 m · 30 N) = -120 J.

L'aire totale est donc de 85 J + -45 J + -120 J = -80 J.

Le travail net est donc

$$W_{net} = -80J$$

Calcul de ΔE_k

La variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot v'^2 - \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot \left(2\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$\Delta E_k = 2,5kg \cdot v'^2 - 10J$$

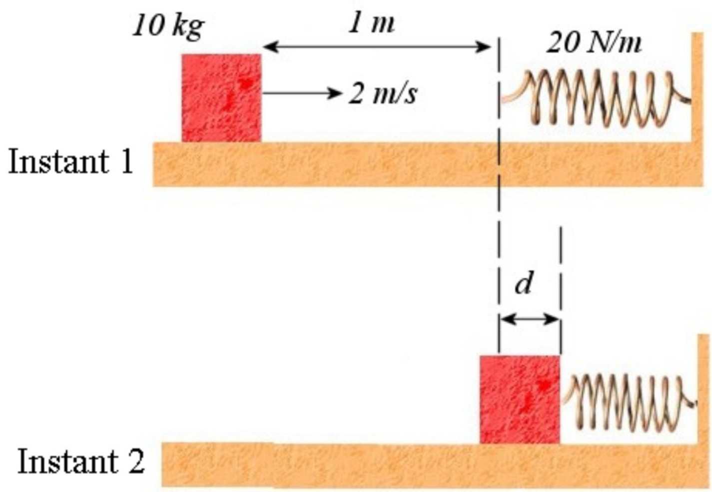
Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$-80J = 2,5kg \cdot v'^2 - 10J$$
$$-70J = 2,5kg \cdot v'^2$$

Il n'y a pas de solution à cette équation. Cela veut dire que l'objet ne peut pas atteindre $x = 12$ m. Les forces négatives qui s'appliquent sur l'objet après $x = 5$ m empêcheront l'objet d'atteindre cet endroit. En fait, on pourrait calculer que l'objet ne peut pas dépasser $x = 9{,}333$ m.

19. a) *Calcul de W_{net}*

On a les positions suivantes aux instants 1 et 2.



faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/Tutorial/FlashPhysics.html

Il y a 4 forces sur la masse.

1) Le poids, vers le bas.
2) La normale, vers le haut.
3) La friction, vers la gauche.
4) Le ressort, vers la gauche. Cette force agira seulement après un déplacement initial de 1 m.

Le travail fait par le poids est nul.

Le travail fait par la normale est nul.

La force de friction agit tout au long du déplacement (1,2 m). Le travail fait par la friction est alors

$$\begin{aligned} W_f &= F_f \Delta s \cos\theta \\ &= \mu_c F_N \Delta s \cos\theta \\ &= \mu_c mg \Delta s \cos\theta \\ &= 0,1 \cdot 10kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 1,2m \cdot \cos 180° \\ &= -11,76J \end{aligned}$$

où on a utilisé le fait que $F_N = mg$ (car la somme des forces en y est $F_N - mg = 0$).

Le travail fait par le ressort est

$$W_R = -\frac{k}{2}\left(x'^2 - x^2\right)$$

Au départ, la compression du ressort est nulle ($x = 0$) et à la fin elle est 0,2 m ($x' = 0{,}2$ m). On a donc

$$\begin{aligned} W_R &= -\frac{20\frac{N}{m}}{2} \cdot \left((0,2m)^2 - 0^2\right) \\ &= -0,4J \end{aligned}$$

Le travail net est donc

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_f + W_R \\ &= -11,76J + -0,4J \\ &= -12,16J \end{aligned}$$

Calcul de ΔE_k

La variation d'énergie cinétique sera donc

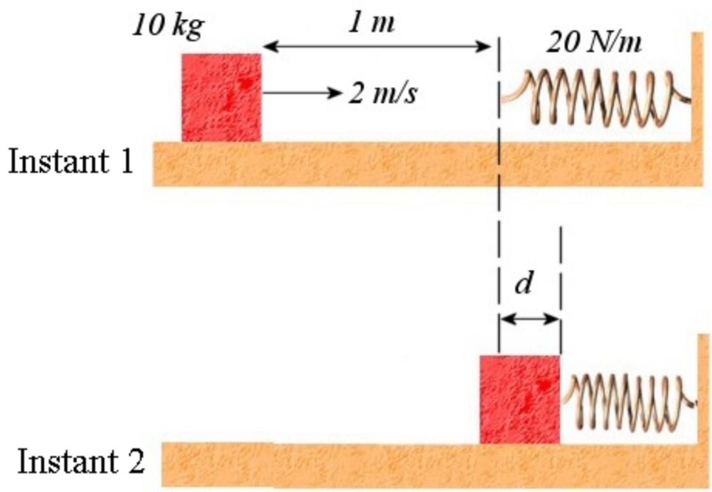
$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ \Delta E_k &= \frac{1}{2}10kg \cdot v'^2 - \frac{1}{2}10kg \cdot \left(2\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ \Delta E_k &= 5kg \cdot v'^2 - 20J \end{aligned}$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$\begin{aligned} W_{net} &= \Delta E_k \\ -12{,}16J &= 5kg \cdot v'^2 - 20J \\ v' &= 1{,}252 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) *Calcul de W_{net}*

On a les positions suivantes aux instants 1 et 2.



faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/Tutorial/FlashPhysics.html

La force de friction agit tout au long du déplacement (1 m + *d*). Le travail fait par la friction est alors

$$\begin{aligned} W_f &= F_f \Delta s \cos\theta \\ &= \mu_c F_N \Delta s \cos\theta \\ &= \mu_c mg \Delta s \cos\theta \\ &= 0{,}1 \cdot 10kg \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg} \cdot (1m + d) \cdot \cos 180° \\ &= -9{,}8N \cdot (1m + d) \end{aligned}$$

Le travail fait par le ressort est

$$W_R = -\frac{k}{2}\left(x'^2 - x^2\right)$$

Au départ, la compression du ressort est nulle ($x = 0$) et à la fin elle est d ($x' = d$). On a donc

$$\begin{aligned} W_R &= -\frac{k}{2}\left(d^2 - 0^2\right) \\ &= -10\tfrac{N}{m}\cdot d^2 \end{aligned}$$

Le travail net est donc

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_f + W_R \\ &= -9,8N\cdot\left(1m + d\right) - 10\tfrac{N}{m}\cdot d^2 \end{aligned}$$

Calcul de ΔE_k

Comme le bloc est arrêté à la compression maximum, la vitesse du bloc passe de 2 m/s (*v*) à 0 m/s (*v'*). La variation d'énergie cinétique est donc

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 10kg\cdot\left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 10kg\cdot\left(2\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= -20J \end{aligned}$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$\begin{gathered} W_{net} = \Delta E_k \\ -9,8N\cdot\left(1m + d\right) - 10\tfrac{N}{m}\cdot d^2 = -20J \\ 10\tfrac{N}{m}\cdot d^2 + 9,8N\cdot d - 10,2J = 0 \end{gathered}$$

Si on résout cette équation quadratique, on trouve d = 0,6325 m. (On trouve également d = -1,6125 m, ce qui correspond à un étirement du ressort ici, ce qui n'a pas de sens.)

20. En roulant sur le plat, la force faite par le moteur doit être égale à la force de friction sur la voiture.

La force de friction de l'air est

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2}\left(C_x A\right)\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot\left(0,632m^2\right)\cdot 1,3\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(33,33\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 456,44N \end{aligned}$$

La force faite par le moteur est donc de 456,44 N vers l'avant.

La puissance de cette force est donc

$$\begin{aligned}P &= Fv\cos\theta \\ &= 456,44N \cdot 33,33\tfrac{m}{s} \cdot \cos(0°) \\ &= 15\ 215W = 20,4hp\end{aligned}$$

21. Si le piano a monté de 2 m, alors le travail fait par la gravitation est

$$\begin{aligned}W_g &= F_g \Delta s\cos\theta \\ &= 980N \cdot 2m \cdot \cos(180°) \\ &= -1960N\end{aligned}$$

Comme la vitesse est nulle au départ et à la fin du mouvement, l'énergie cinétique n'a pas changé. On a donc, selon le théorème de l'énergie cinétique,

$$\begin{aligned}W_{net} &= 0 \\ W_g + W_{cordes} &= 0 \\ -1960J + W_{cordes} &= 0 \\ W_{cordes} &= 1960J\end{aligned}$$

Comme c'est Laura qui tire sur la corde, cela veut dire que Laura a fait un travail de 1960 J.

Puisqu'elle a fait ce travail en 20 secondes, la puissance moyenne de Laura est

$$\begin{aligned}\overline{P} &= \frac{W}{\Delta t} \\ &= \frac{1960W}{20s} \\ &= 98W = 0,1314hp\end{aligned}$$

22. Il n'y a que la tension de la corde qui fait un travail sur la boite. Ce travail est donc le travail net. Selon le théorème de l'énergie cinétique, ce travail net est

$$\begin{aligned}W_{net} &= \Delta E_k \\ &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot \left(20\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 1000J\end{aligned}$$

C'est le travail fait par la tension de la corde, donc par le treuil. La puissance moyenne du treuil est donc

$$\begin{aligned}\overline{P} &= \frac{W}{\Delta t} \\ &= \frac{1000J}{10s} \\ &= 100W\end{aligned}$$

Le treuil doit ensuite accélérer une masse de 100 kg pour lui donner une vitesse de 10 m/s. Alors, le travail fait par le treuil est

$$\begin{aligned}W_{net} &= \Delta E_k \\ &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 100kg \cdot \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 100kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 5000J\end{aligned}$$

Puisque la puissance moyenne est la même, on a

$$\begin{aligned}\overline{P} &= \frac{W}{\Delta t} \\ 100W &= \frac{5000J}{\Delta t} \\ \Delta t &= 50s\end{aligned}$$

23. a)

Comme on cherche la puissance du treuil, il faut trouver la puissance de la tension. Trouvons donc la tension de la corde.

S'il n'y a pas de friction, il y a 3 forces sur la caisse (avec un axe des *x* vers le haut de la pente).

1) La gravitation de 490 N vers le bas.
2) La normale perpendiculaire à la surface.
3) La tension de la corde vers le haut de la pente.

L'équation des forces en x est

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ 490N \cdot \cos(-120°) + T &= 0 \\ T &= 245N\end{aligned}$$

La puissance de la tension est donc

$$\begin{aligned}P &= Fv\cos\theta \\ &= 245N \cdot 10\tfrac{m}{s} \cdot \cos(0°) \\ &= 2450W\end{aligned}$$

b) Encore une fois, il faut trouver la puissance de la tension. Trouvons donc la tension de la corde.

Puisqu'il y a de la friction, il y a 4 forces sur la caisse.

1) La gravitation de 490 N vers le bas.
2) La normale perpendiculaire à la surface.
3) La tension de la corde vers le haut de la pente.
4) La force de friction vers le bas de la pente.

Les équations des forces sont (avec un axe des x vers le haut de la pente)

$$\begin{aligned}&\sum F_x = ma_x \\ &\qquad \to 490N \cdot \cos(-120°) + T - \mu_c F_N = 0 \\ &\sum F_y = ma_y \\ &\qquad \to 490N \cdot \sin(-120°) + F_N = 0\end{aligned}$$

L'équation des forces en y nous permet de trouver la normale.

$$\begin{aligned}490N \cdot \sin(-120°) + F_N &= 0 \\ F_N &= 424,35N\end{aligned}$$

On utilise ensuite cette valeur dans l'équation des forces en x pour trouver la tension.

$$\begin{aligned}490N\cdot\cos(-120°)+T-\mu_c F_N&=0\\490N\cdot\cos(-120°)+T-0{,}3\cdot 424{,}35N&=0\\T&=372{,}3N\end{aligned}$$

La puissance de la tension est donc

$$\begin{aligned}P&=Fv\cos\theta\\&=372{,}3N\cdot 10\tfrac{m}{s}\cdot\cos(0°)\\&=3723W\end{aligned}$$

24. a) Selon le théorème de l'énergie cinétique, on a

$$\begin{aligned}W_{net}&=\Delta E_k\\W_g+W_{moteur}&=\Delta E_k\\W_{moteur}&=\Delta E_k-W_g\end{aligned}$$

Cela donne

$$\begin{aligned}W_{moteur}&=\Delta E_k-F_g\Delta s\cos\theta\\&=\left(\tfrac{1}{2}mv'^2-\tfrac{1}{2}mv^2\right)-mg\Delta s\cos\theta\\&=\left(\tfrac{1}{2}\cdot 30kg\cdot\left(320\tfrac{m}{s}\right)^2-\tfrac{1}{2}\cdot 30kg\cdot\left(0\tfrac{m}{s}\right)^2\right)-30kg\cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}\cdot 2600m\cdot\cos 180°\\&=1\,536\,000J--764\,400J\\&=2\,300\,400J\end{aligned}$$

b) La puissance moyenne du moteur est

$$\begin{aligned}P&=\frac{W}{\Delta t}\\&=\frac{2\,300\,400J}{180s}\\&=12780W=17{,}12hp\end{aligned}$$

25. a) Le travail est

$$\begin{aligned} W &= \int P dt \\ &= \int_0^{10s} 12\tfrac{W}{s^2} \cdot t^2 dt \\ &= \left[4\tfrac{W}{s^2} \cdot t^3 \right]_{0s}^{10s} \\ &= 4000J \end{aligned}$$

b) La vitesse se trouve avec le théorème de l'énergie cinétique.

$$\begin{aligned} W &= \Delta E_k \\ W &= \tfrac{1}{2} m v'^2 - \tfrac{1}{2} m v^2 \\ 4000J &= \tfrac{1}{2} \cdot 20kg \cdot v'^2 - 0 \\ v' &= 20\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

c) On a deux options ici. On peut premièrement trouver la force avec

$$P = Fv\cos\theta$$

À t = 10 s, la puissance est

$$\begin{aligned} P &= 12\tfrac{W}{s^2} \cdot t^2 \\ &= 1200W \end{aligned}$$

La force est donc donnée par

$$1200W = F \cdot 20\tfrac{m}{s} \cdot \cos\theta$$

Comme la puissance est positive, l'angle doit être de 0° (on a seulement 2 choix, 0° et 180°, puisque c'est un mouvement en une dimension.). On a donc

$$\begin{aligned} 1200W &= F \cdot 20\tfrac{m}{s} \cdot \cos 0° \\ F &= 60N \end{aligned}$$

L'accélération est donc

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m} \\ &= \frac{60N}{20kg} \\ &= 3\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

L'autre option consiste à trouver la formule de la vitesse en fonction du temps. Ultimement, il faudra faire ce calcul pour faire e).

Le travail au temps t est

$$\begin{aligned} W &= \int P dt \\ &= \int_0^t 12 \tfrac{W}{s^2} \cdot t^2 dt \\ &= \left[4 \tfrac{W}{s^2} \cdot t^3 \right]_{0s}^{t} \\ &= 4 \tfrac{W}{s^2} \cdot t^3 \end{aligned}$$

Avec le théorème de l'énergie cinétique, on trouve la formule de la vitesse en fonction du temps.

$$\begin{gathered} W = \Delta E_k \\ W = \tfrac{1}{2} m v'^2 - \tfrac{1}{2} m v^2 \\ 4 \tfrac{W}{s^2} \cdot t^3 = \tfrac{1}{2} \cdot 20kg \cdot v'^2 - 0 \\ v' = \sqrt{0,4 \tfrac{m^2}{s^5} \cdot t^3} \\ v' = \sqrt{0,4 \tfrac{m^2}{s^5}} \cdot t^{3/2} \end{gathered}$$

L'accélération étant la dérivée de la vitesse, on a

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv'}{dt} \\ &= \sqrt{0,4 \tfrac{m^2}{s^5}} \cdot \frac{d\left(t^{3/2}\right)}{dt} \\ &= \frac{3}{2} \sqrt{0,4 \tfrac{m^2}{s^5}} \cdot t^{1/2} \end{aligned}$$

À t = 10 s, l'accélération est

$$\begin{aligned} a &= \frac{3}{2} \sqrt{0,4 \tfrac{m^2}{s^5}} \cdot \sqrt{10s} \\ &= 3 \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

d) On a deux options ici. On peut premièrement trouver la force comme on l'a fait en c) avec

$$P = Fv\cos\theta$$

À t = 10 s, la puissance est

$$\begin{aligned} P &= 12\tfrac{W}{s^2}\cdot t^2 \\ &= 1200W \end{aligned}$$

La force est donc donnée par

$$1200W = F\cdot 20\tfrac{m}{s}\cdot\cos\theta$$

Comme l'angle est 0°, on a

$$\begin{aligned} 1200W &= F\cdot 20\tfrac{m}{s}\cdot\cos 0° \\ F &= 60N \end{aligned}$$

Pour la 2e option, on utilise l'accélération trouvée en c). Alors la force est

$$\begin{aligned} F &= ma \\ &= 20kg\cdot 3\tfrac{m}{s^2} \\ &= 60N \end{aligned}$$

e) Pour trouver le déplacement, on utilise la formule de la vitesse en fonction de temps trouver dans l'option 2 de c)

$$v' = \sqrt{0,4\tfrac{m^2}{s^5}}\cdot t^{3/2}$$

Le déplacement est alors

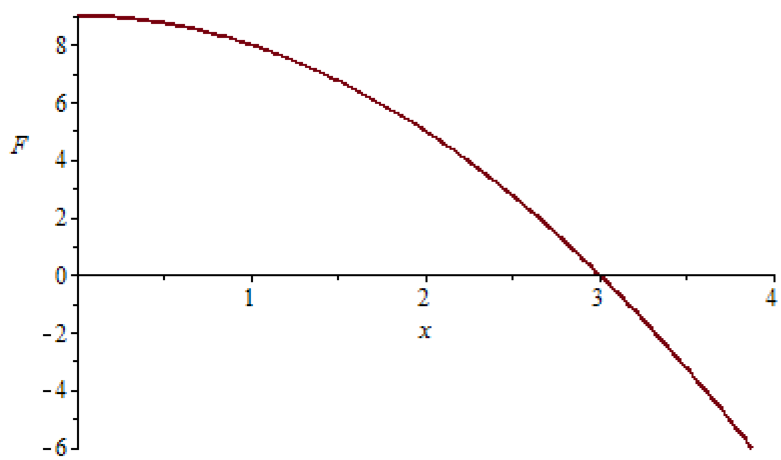
$$\Delta x = \int_{0s}^{10s}\sqrt{0,4\tfrac{m^2}{s^5}}\cdot t^{3/2}dt$$

Ce qui donne

$$\begin{aligned}\Delta x &= \sqrt{0,4\tfrac{m^2}{s^5}} \cdot \int_{0s}^{10s} t^{3/2} dt \\ &= \sqrt{0,4\tfrac{m^2}{s^5}} \cdot \left[\frac{2t^{5/2}}{5}\right]_{0s}^{10s} \\ &= \sqrt{0,4\tfrac{m^2}{s^5}} \cdot \frac{2\cdot(10s)^{5/2}}{5} \\ &= 80m\end{aligned}$$

N.B. On ne peut pas trouver le déplacement avec $W = F\Delta x\cos\theta$ puisque la force n'est pas constante.

26. Commençons par trouver la position où la vitesse est maximale. Le graphique de la fonction est



À $x = 0$ m, la force est positive, et l'objet accélère vers les x positifs. Tant que $x < 3$ m, la force est positive, ce qui signifie que la vitesse et l'accélération ont le même signe et l'objet va de plus en plus vite vers les x positifs. À $x = 3$ m, la force devient négative. On a alors une vitesse positive et une accélération négative, ce qui signifie que l'objet commence à ralentir à $x = 3$ m. On a donc une vitesse maximale à $x = 3$ m.

Pour trouver la vitesse, on va calculer le travail fait sur l'objet entre $x = 0$ m et $x = 3$ m. Ce travail est

$$\begin{aligned} W &= \int_{0m}^{3m} F dx \\ &= \int_{0m}^{3m} \left(9N - 1\tfrac{N}{m^2} \cdot x^2\right) dx \\ &= \left[9Nx - \frac{1\frac{N}{m^2}}{3} \cdot x^3\right]_{0m}^{3m} \\ &= 9N \cdot 3m - \frac{1\frac{N}{m^2}}{3} \cdot (3m)^3 \\ &= 18J \end{aligned}$$

On peut alors trouver la vitesse avec le théorème de l'énergie cinétique.

$$\begin{aligned} W &= \Delta E_k \\ 18J &= \frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v^2 \end{aligned}$$

Puisque la vitesse initiale est nulle, on arrive à

$$\begin{aligned} 18J &= \frac{1}{2} \cdot 1kg \cdot v'^2 - 0 \\ v' &= 6\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

27. a)

On va séparer cette trajectoire en deux parties. Il y a premièrement la partie horizontale (de (1,1) à (2,1)). Le long de cette trajectoire, x change, mais y est constant (y = 1 m). Ainsi dy = 0 pour cette partie. Le travail fait le long de cette partie de trajectoire est donc

$$W = \int \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$

$$= \int \left(\left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} y \right) \vec{i} + \left(2\tfrac{N}{m} y + 1\tfrac{N}{m} x \right) \vec{j} \right) \cdot dx\vec{i}$$

$$= \int_{1m}^{2m} \left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} y \right) dx$$

$$= \left[1\tfrac{N}{m^2} x^3 + 1\tfrac{N}{m} xy \right]_{1m}^{2m}$$

$$= \left[1\tfrac{N}{m^2} \cdot (2m)^3 + 1\tfrac{N}{m} \cdot 2m \cdot 1m \right] - \left[1\tfrac{N}{m^2} \cdot (1m)^3 + 1\tfrac{N}{m} \cdot 1m \cdot 1m \right]$$

$$= 10J - 2J$$

$$= 8J$$

Il y a ensuite la partie verticale (de (2,1) à (2,2)). Le long de cette trajectoire, y change, mais x est constant ($x = 2$ m). Ainsi $dx = 0$ pour cette partie. Le travail fait le long de cette partie de trajectoire est donc

$$W = \int \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$

$$= \int \left(\left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} y \right) \vec{i} + \left(2\tfrac{N}{m} y + 1\tfrac{N}{m} x \right) \vec{j} \right) \cdot dy\vec{j}$$

$$= \int_{1m}^{2m} \left(2\tfrac{N}{m} y + 1\tfrac{N}{m} x \right) dy$$

$$= \left[1\tfrac{N}{m^2} y^2 + 1\tfrac{N}{m} xy \right]_{1m}^{2m}$$

$$= \left[1\tfrac{N}{m^2} \cdot (2m)^2 + 1\tfrac{N}{m} \cdot 2m \cdot 2m \right] - \left[1\tfrac{N}{m^2} \cdot (1m)^2 + 1\tfrac{N}{m} \cdot 2m \cdot 1m \right]$$

$$= 8J - 3J$$

$$= 5J$$

Le travail total sur ces deux parties est donc 13 J.

b) On va séparer cette trajectoire en deux parties. Il y a d'abord la partie verticale (de (1,1) à (1,2)). Le long de cette trajectoire, y change, mais x est constant ($x = 1$ m). Ainsi $dx = 0$ pour cette partie. Le travail fait le long de cette partie de trajectoire est donc

$$
\begin{aligned}
W &= \int \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds} \\
&= \int \left(\left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} y \right) \vec{i} + \left(2\tfrac{N}{m} y + 1\tfrac{N}{m} x \right) \vec{j} \right) \cdot dy\vec{j} \\
&= \int_{1m}^{2m} \left(2\tfrac{N}{m} y + 1\tfrac{N}{m} x \right) dy \\
&= \left[1\tfrac{N}{m^2} y^2 + 1\tfrac{N}{m} xy \right]_{1m}^{2m} \\
&= \left[1\tfrac{N}{m^2} \cdot (2m)^2 + 1\tfrac{N}{m} \cdot 1m \cdot 2m \right] - \left[1\tfrac{N}{m^2} \cdot (1m)^2 + 1\tfrac{N}{m} \cdot 1m \cdot 1m \right] \\
&= 6J - 2J \\
&= 4J
\end{aligned}
$$

Il y a ensuite la partie horizontale (de (1,2) à (2,2)). Le long de cette trajectoire, x change, mais y est constant ($y = 2$ m). Ainsi $dy = 0$ pour cette partie. Le travail fait le long de cette partie de trajectoire est donc

$$
\begin{aligned}
W &= \int \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds} \\
&= \int \left(\left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} y \right) \vec{i} + \left(2\tfrac{N}{m} y + 1\tfrac{N}{m} x \right) \vec{j} \right) \cdot dx\vec{i} \\
&= \int_{1m}^{2m} \left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} y \right) dx \\
&= \left[1\tfrac{N}{m^2} x^3 + 1\tfrac{N}{m} xy \right]_{1m}^{2m} \\
&= \left[1\tfrac{N}{m^2} \cdot (2m)^3 + 1\tfrac{N}{m} \cdot 2m \cdot 2m \right] - \left[1\tfrac{N}{m^2} \cdot (1m)^3 + 1\tfrac{N}{m} \cdot 1m \cdot 2m \right] \\
&= 12J - 3J \\
&= 9J
\end{aligned}
$$

Le travail total sur ces deux parties est donc 13 J.

c) Le long de cette trajectoire, x et y varient. On a donc

$$W = \int \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$

$$= \int \left(\left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} y \right) \vec{i} + \left(2\tfrac{N}{m} y + 1\tfrac{N}{m} x \right) \vec{j} \right) \cdot \left(dx\vec{i} + dy\vec{j} \right)$$

$$= \int \left[\left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} y \right) dx + \left(2\tfrac{N}{m} y + 1\tfrac{N}{m} x \right) dy \right]$$

Comme $x = y$ sur cette trajectoire, on peut écrire

$$\begin{aligned}
W &= \int \left[\left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} y \right) dx + \left(2\tfrac{N}{m} y + 1\tfrac{N}{m} x \right) dy \right] \\
&= \int \left[\left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} x \right) dx + \left(2\tfrac{N}{m} y + 1\tfrac{N}{m} y \right) dy \right] \\
&= \int \left[\left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} x \right) dx + \left(3\tfrac{N}{m} y \right) dy \right] \\
&= \int_{1m}^{2m} \left(3\tfrac{N}{m^2} x^2 + 1\tfrac{N}{m} x \right) dx + \int_{1m}^{2m} \left(3\tfrac{N}{m} y \right) dy \\
&= \left[1\tfrac{N}{m^2} x^3 + \frac{1\frac{N}{m}}{2} x^2 \right]_{1m}^{2m} + \left[\frac{3\frac{N}{m}}{2} y^2 \right]_{1m}^{2m} \\
&= \left[1\tfrac{N}{m^2} \cdot (2m)^3 + \frac{1\frac{N}{m}}{2} \cdot (2m)^2 \right] - \left[1\tfrac{N}{m^2} \cdot (1m)^3 + \frac{1\frac{N}{m}}{2} \cdot (1m)^2 \right] + \left[\frac{3\frac{N}{m}}{2} \cdot (2m)^2 \right] - \left[\frac{3\frac{N}{m}}{2} \cdot (1m)^2 \right] \\
&= 10J - \tfrac{3}{2} J + 6J - \tfrac{3}{2} J \\
&= 13J
\end{aligned}$$

Note :

Ça semble toujours donner 13 J. En fait, c'est le cas ici. Peu importe la trajectoire, le travail sera toujours de 13 J entre ces deux points.

Le travail est le même pour toutes les trajectoires avec cette force, mais ce n'est pas toujours le cas. Pour certaines forces, le travail pourrait être différent selon la trajectoire.

On reparlera de tout ça au chapitre 9.