Solutionnaire du chapitre 5

1. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur l'objet de 10 kg.

1) Une force de gravitation de 98 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le haut.
3) Une force de friction ($F_f = \mu_c F_N$) vers la gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (axe des *x* vers la droite et axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_x = -\mu_c F_N$$
$$\sum F_y = -mg + F_N$$

2e loi de Newton

Puisque l'axe des *x* est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des *x*.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad -\mu_c F_N = ma$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad -mg + F_N = 0$$

Solution des équations

On trouve le coefficient de friction avec

$$-\mu_c F_N = ma$$

Toutefois, il nous faut la normale et l'accélération.

On trouve la normale avec l'équation des forces en *y*.

$$-mg + F_N = 0$$
$$F_N = mg$$

Comme le bloc s'arrête en 4 secondes, l'accélération est

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$
$$0\tfrac{m}{s} = 10\tfrac{m}{s} + a_x \cdot 4s$$
$$a_x = -2{,}5\tfrac{m}{s^2}$$

On a donc

$$-\mu_c F_N = ma$$
$$-\mu_c mg = ma$$
$$-\mu_c g = a$$
$$-\mu_c \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} = -2{,}5\tfrac{m}{s^2}$$
$$\mu_c = 0{,}2551$$

2. Pour répondre aux questions, on doit premièrement trouver l'accélération avec la 2e loi de Newton.

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 3 forces sur Guy.

1) La force de gravitation (*mg*) vers le bas.
2) Une normale (F_N) perpendiculaire à la pente.
3) Une force de friction ($F_f = \mu_c F_N$) s'opposant au mouvement, donc vers le haut de la pente.

Somme des forces

On a donc (avec un axe des *x* vers le bas de la pente)

Forces	*x*	*y*
Poids	*mg* cos (-60°)	*mg* sin (-60°)
Normale	0	F_N
Friction	$-\mu_c F_N$	0

Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = mg\cos(-60°) - \mu_c F_N$$
$$\sum F_y = mg\sin(-60°) + F_N$$

2ᵉ loi de Newton

Puisque l'axe des *x* est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des *x.*

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad mg\cos(-60°) - \mu_c F_N = ma$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad mg\sin(-60°) + F_N = 0$$

Solution des équations

On trouve l'accélération avec l'équation des forces en *x.* Toutefois, on doit connaitre la normale pour trouver *a*.

L'équation des forces en *y* nous donne la normale.

$$mg\sin(-60°) + F_N = 0$$
$$F_N = -mg\sin(-60°)$$
$$F_N = mg\sin(60°)$$

On utilise ensuite cette réponse dans l'équation des forces en *x* pour obtenir

$$mg\cos(-60°) - \mu_c mg\sin(60°) = ma$$
$$g\cos(-60°) - \mu_c g\sin(60°) = a$$
$$9,8\tfrac{N}{kg}\cdot\cos(-60°) - 0,1\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\cdot\sin(60°) = a$$
$$a = 4,051\tfrac{m}{s^2}$$

Avec l'accélération, nous pouvons maintenant répondre aux 2 questions posées.

a) Pour atteindre la vitesse de 50 m/s, on aura

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$
$$50\tfrac{m}{s} = 10\tfrac{m}{s} + 4,051\tfrac{m}{s^2}\cdot t$$
$$t = 9,873s$$

b) La distance parcourue en 5 secondes sera

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \\ &= 0m + 10\tfrac{m}{s}\cdot 5s + \tfrac{1}{2}\cdot 4{,}051\tfrac{m}{s^2}\cdot (5s)^2 \\ &= 100{,}6m \end{aligned}$$

3. Commençons avec la situation sur le plat pour trouver le coefficient de friction.

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 3 forces sur Manon.

1) Une force de gravitation (mg) vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le haut.
3) Une force de friction ($F_f = \mu_c F_N$) vers la gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (axe des x vers la droite et axe des y vers le haut)

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -\mu_c F_N \\ \sum F_y &= -mg + F_N \end{aligned}$$

2e loi de Newton

Puisque l'axe des x est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des x.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x \quad &\to \quad -\mu_c F_N &= ma \\ \sum F_y &= ma_y \quad &\to \quad -mg + F_N &= 0 \end{aligned}$$

Solution des équations

On trouve le coefficient avec l'équation des forces en x. Toutefois, on doit connaitre la normale et l'accélération pour résoudre.

On trouve la normale avec l'équation des forces en *y*.

$$-mg + F_N = 0$$
$$F_N = mg$$

Comme Manon s'arrête sur une distance de 40 m, l'accélération est

$$2a\left(x - x_0\right) = v^2 - v_0^2$$
$$2 \cdot a \cdot \left(40m - 0m\right) = \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$a = -1,25\tfrac{m}{s^2}$$

On a donc

$$-\mu_c F_N = ma$$
$$-\mu_c mg = ma$$
$$-\mu_c g = a$$
$$-\mu_c \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} = -1,25\tfrac{m}{s^2}$$
$$\mu_c = 0,12755$$

Examinons maintenant la situation sur la pente.

<u>*Les forces agissant sur l'objet*</u>

Il y a encore 3 forces sur Manon.

1) La force de gravitation (*mg*) vers le bas.
2) Une normale (F_N) perpendiculaire à la pente.
3) Une force de friction ($F_f = \mu_c F_N$) s'opposant au mouvement, donc vers le bas de la pente.

<u>*Somme des forces*</u>

On a donc (avec un axe des *x* vers le haut de la pente)

Forces	***x***	***y***
Poids	*mg* cos (-120°)	*mg* sin (-120°)
Normale	0	F_N
Friction	$-\mu_c F_N$	0

Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = mg\cos(-120°) - \mu_c F_N$$
$$\sum F_y = mg\sin(-120°) + F_N$$

2e loi de Newton

Puisque l'axe des x est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des x.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad mg\cos(-120°) - \mu_c F_N = ma$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad mg\sin(-120°) + F_N = 0$$

Solution des équations

On trouve l'accélération avec l'équation des forces en x. Toutefois, on doit connaitre la normale pour résoudre.

L'équation des forces en y nous donne la normale.

$$mg\sin(-120°) + F_N = 0$$
$$F_N = -mg\sin(-120°)$$
$$F_N = mg\sin(120°)$$

On utilise ensuite cette réponse dans l'équation des forces en x pour obtenir

$$mg\cos(-120°) - \mu_c mg\sin(120°) = ma$$
$$g\cos(120°) - \mu_c g\sin(120°) = a$$
$$9{,}8\tfrac{N}{kg}\cdot\cos(120°) - 0{,}12755\cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}\cdot\sin(120°) = a$$
$$a = -5{,}9825\tfrac{m}{s^2}$$

La distance d'arrêt est donc

$$2a_x(x - x_0) = v_x^2 - v_{0x}^2$$
$$2\cdot\left(-5{,}9825\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot(x - 0m) = \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$x = 8{,}358m$$

4. Trouvons les équations pour chacun des blocs.

Bloc de 24 kg

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 4 forces sur la boite de 24 kg.

1) Une force de gravitation de 235,2 N vers le bas.
2) La normale (F_{N1}) vers le haut.
3) La tension de la corde (T) vers la droite.
4) La force de friction ($F_{f1} = \mu_c F_{N1}$) vers la droite.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (axe des x vers la droite et axe des y vers le haut)

$$\sum F_x = T + \mu_c F_{N1}$$
$$\sum F_y = -235,2N + F_{N1}$$

2e loi de Newton

Puisque l'axe des x est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des x.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad T + 0,4 \cdot F_{N1} = 24kg \cdot a$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -235,2N + F_{N1} = 0$$

Nous allons tout de suite utiliser la deuxième équation pour trouver la normale F_{N1}

$$-235,2N + F_{N1} = 0$$
$$F_{N1} = 235,2N$$

et ensuite utiliser cette valeur dans la première équation pour obtenir

$$T + 0,4 \cdot F_{N1} = 24kg \cdot a$$
$$T + 0,4 \cdot 235,2N = 24kg \cdot a$$
$$T + 94,08N = 24kg \cdot a$$

Bloc de 18 kg

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 4 forces sur la boite de 18 kg.

1) Une force de gravitation de 176,4 N vers le bas.
2) La normale (F_{N2}) perpendiculaire à la surface
3) La tension de la corde (T) vers le haut de la pente.
4) La force de friction ($F_{f2} = \mu_c F_{N2}$) vers le bas de la pente.

Somme des forces

On a donc (avec un axe des x vers le bas de la pente)

Forces	***x***	***y***
Poids	176,4 N cos (-30°)	176,4 N sin (-30°)
Normale	0	F_{N2}
Friction	$\mu_c F_{N2}$	0
Tension	$-T$	0

Les équations des forces sont alors

$$\sum F_x = 176,4N \cdot \cos(-30°) + \mu_c F_{N2} - T$$
$$\sum F_y = 176,4N \cdot \sin(-30°) + F_{N2}$$

2^e loi de Newton

Puisque l'axe des x est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des x.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad 176,4N \cdot \cos(-30°) + 0,4 \cdot F_{N2} - T = 18kg \cdot a$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad 176,4N \cdot \sin(-30°) + F_{N2} = 0$$

Nous allons tout de suite utiliser la deuxième équation pour trouver la normale F_{N2}

$$176,4N \cdot \sin(-30°) + F_{N2} = 0$$
$$F_{N2} = -176,4N \cdot \sin(-30°)$$
$$F_{N2} = 88,2N$$

et ensuite utiliser cette valeur dans la première équation pour obtenir

$$176,4N\cos(30°) + 0,4 \cdot F_{N2} - T = 18kg \cdot a$$
$$176,4N\cos(30°) + 0,4 \cdot 88,2N - T = 18kg \cdot a$$
$$188,047N - T = 18kg \cdot a$$

Solution des équations

Nous avons maintenant ces deux équations.

$$T + 94,08N = 24kg \cdot a$$
$$188,047N - T = 18kg \cdot a$$

On peut résoudre en additionnant ces équations.

$$(T + 94,08N) + (188,047N - T) = 24kg \cdot a + 18kg \cdot a$$
$$94,08N + 188,047N = (24kg + 18kg)a$$
$$282,127N = 42kg \cdot a$$
$$a = 6,7173\tfrac{m}{s^2}$$

On peut alors trouver la tension.

$$T + 94,08N = 24kg \cdot a$$
$$T + 94,08N = 24kg \cdot 6,7173\tfrac{m}{s^2}$$
$$T = 67,135N$$

5. Puisque les coefficients de friction sont différents pour chaque boite, il serait difficile de trouver l'accélération du système en le considérant comme un seul objet. On va donc trouver les forces sur chacune des boites.

Boite de 12 kg

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 5 forces sur la boite de 12 kg.

1) Une force de gravitation de 117,6 N vers le bas.
2) La normale (F_{N1}) vers le haut.
3) Une force de friction ($F_{f1} = \mu_{c1} F_{N1}$) vers la droite.
4) La force de 30 N.
5) La tension de la corde (T_1) reliant les boites de 12 kg et 8 kg, vers la gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont alors (axe des *x* vers la droite et axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_x = 30N \cdot \cos 37° + \mu_{c1} F_{N1} - T_1$$
$$\sum F_y = -117,6N + F_{N1} + 30N \cdot \sin 37°$$

2^e^ loi de Newton

Puisque l'axe des *x* est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des *x.*

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad 30N \cdot \cos 37° + 0,5 \cdot F_{N1} - T_1 = 12kg \cdot a$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -117,6N + F_{N1} + 30N \cdot \sin 37° = 0$$

Nous allons tout de suite utiliser la deuxième équation pour trouver la normale F_{N1}

$$-117,6N + F_{N1} + 30N \cdot \sin 37° = 0$$
$$F_{N1} = 117,6N - 30N \cdot \sin 37°$$
$$F_{N1} = 99,55N$$

et ensuite utiliser cette valeur dans la première équation pour obtenir

$$30N \cdot \cos 37° + 0,5 \cdot F_{N1} - T_1 = 12kg \cdot a$$
$$30N \cdot \cos 37° + 0,5 \cdot 99,55N - T_1 = 12kg \cdot a$$
$$73,732N - T_1 = 12kg \cdot a$$

Boite de 8 kg

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 5 forces sur la boite de 8 kg.

1) Une force de gravitation de 78,4 N vers le bas.
2) La normale (F_{N2}) vers le haut.
3) Une force de friction ($F_{f2} = \mu_{c2} F_{N2}$) vers la droite.
4) La tension de la corde (T_1) reliant les boites de 12 kg et 8 kg, vers la droite.
5) La tension de la corde (T_2) reliant les boites de 8 kg et 5 kg, vers la gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont alors (axe des *x* vers la droite et axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_x = \mu_{c2} F_{N2} + T_1 - T_2$$
$$\sum F_y = -78,4N + F_{N2}$$

2e loi de Newton

Puisque l'axe des *x* est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des *x*.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad 0,4 \cdot F_{N2} + T_1 - T_2 = 8kg \cdot a$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad -78,4N + F_{N2} = 0$$

Nous allons tout de suite utiliser la deuxième équation pour trouver la normale F_{N2}

$$-78,4N + F_{N2} = 0$$
$$F_{N2} = 78,4N$$

et ensuite utiliser cette valeur dans la première équation pour obtenir

$$0,4 \cdot F_{N2} + T_1 - T_2 = 8kg \cdot a$$
$$0,4 \cdot 78,4N + T_1 - T_2 = 8kg \cdot a$$
$$31,36N + T_1 - T_2 = 8kg \cdot a$$

Boite de 5 kg

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 4 forces sur la boite de 5 kg.

1) Une force de gravitation de 49 N vers le bas.
2) La normale (F_{N3}) vers le haut.
3) Une force de friction ($F_{f3} = \mu_{c3} F_{N3}$) vers la droite.
4) La tension de la corde (T_2) reliant les boites de 8 kg et 5 kg, vers la droite.

Somme des forces

Les équations des forces sont alors (axe des *x* vers la droite et axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_x = \mu_{c3} F_{N3} + T_2$$
$$\sum F_y = -49N + F_{N3}$$

2e loi de Newton

Puisque l'axe des *x* est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des *x*.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad \mu_{c3} F_{N3} + T_2 = 5kg \cdot a$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -49N + F_{N3} = 0$$

Nous allons tout de suite utiliser la deuxième équation pour trouver la normale F_{N3}

$$-49N + F_{N3} = 0$$
$$F_{N3} = 49N$$

et ensuite utiliser cette valeur dans la première équation pour obtenir

$$0{,}3 \cdot F_{N3} + T_2 = 5kg \cdot a$$
$$0{,}3 \cdot 49N + T_2 = 5kg \cdot a$$
$$14{,}7N + T_2 = 5kg \cdot a$$

Solution des équations

Nos trois équations des forces en *x* sont donc

$$73,732N - T_1 = 12kg \cdot a$$
$$31,36N + T_1 - T_2 = 8kg \cdot a$$
$$14,7N + T_2 = 5kg \cdot a$$

On peut résoudre en additionnant ces trois équations.

$$(73,732N - T_1) + (31,36N + T_1 - T_2) + (14,7N + T_2) = 12kg \cdot a + 8kg \cdot a + 5kg \cdot a$$
$$73,732N + 31,36N + 14,7N = (12kg + 8kg + 5kg) \cdot a$$
$$119,792N = 25kg \cdot a$$
$$a = 4,792 \tfrac{m}{s^2}$$

De là, on peut trouver les tensions. On trouve T_1 avec l'équation des forces en x de la boite de 12 kg.

$$73,732N - T_1 = 12kg \cdot a$$
$$73,732N - T_1 = 12kg \cdot 4,792 \tfrac{m}{s^2}$$
$$T_1 = 16,232N$$

On trouve T_2 avec la somme des forces sur la boite de 5 kg.

$$14,7N + T_2 = 5kg \cdot a$$
$$14,7N + T_2 = 5kg \cdot 4,792 \tfrac{m}{s^2}$$
$$T_2 = 9,258N$$

6. *Les forces agissant sur l'objet*

Les forces sur le bloc de glace de 100 kg

1) Une force de gravitation de 980 N vers le bas.
2) La normale (F_N) vers le haut.
3) Une force de friction ($F_f = \mu_c F_N$) vers la gauche.
4) La tension de la corde (T) à 25°.

Somme des forces

Les équations des forces sont alors (axe des x vers la droite et axe des y vers le haut)

$$\sum F_x = -\mu_c F_N + T\cos 25°$$
$$\sum F_y = -980N + F_N + T\sin 25°$$

2^e loi de Newton

Puisque la vitesse est constante, l'accélération est nulle. On a donc

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad -0,1 \cdot F_N + T\cos 25° = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -980N + F_N + T\sin 25° = 0$$

Solution des équations

L'équation des forces en *y* nous permet de trouver la normale.

$$F_N = 980N - T\sin 25°$$

On utilise ensuite cette normale dans l'équation des forces en *x* pour obtenir

$$\begin{gathered} -0,1 \cdot F_N + T\cos 25° = 0 \\ -0,1 \cdot \left(980N - T\sin 25°\right) + T\cos 25° = 0 \\ -0,1 \cdot 980N + 0,1 \cdot T\sin 25° + T\cos 25° = 0 \\ T\left(0,1 \cdot \sin 25° + \cos 25°\right) = 0,1 \cdot 980N \\ T = \frac{0,1 \cdot 980N}{0,1 \cdot \sin 25° + \cos 25°} \\ T = 103,31N \end{gathered}$$

7. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 4 forces sur la luge.

1) Une force de gravitation de 78,4 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) perpendiculaire à la pente.
3) Une force de friction $F_f = \mu_c F_N$ vers le bas de la pente.
4) La tension de la corde (T).

Somme des forces

On a donc (on utilise un axe vers le haut de la pente)

Forces	*x*	*y*
Poids	78,4 N · cos (-100°)	78,4 N · sin (-100°)
Normale	0	F_N
Friction	$-\mu_c F_N$	0

Tension	T cos 20°	T sin 20°

Les sommes des forces sont

$$\sum F_x = 78,4N \cdot \cos(-100°) - \mu_c F_N + T\cos 20°$$
$$\sum F_y = 78,4N \cdot \sin(-100°) + F_N + T\sin 20°$$

2[e] loi de Newton

Puisque la vitesse est constante, l'accélération est nulle. On a donc

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad 78,4N \cdot \cos(-100°) - 0,12 \cdot F_N + T\cos 20° = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad 78,4N \cdot \sin(-100°) + F_N + T\sin 20° = 0$$

Solution des équations

Nous avons deux équations et deux inconnues. Si on calcule quelques valeurs, les équations sont

$$-13,614N - 0,12 \cdot F_N + T\cos 20° = 0$$
$$-77,209N + F_N + T\sin 20° = 0$$

Pour résoudre ce système, on va isoler la normale dans l'équation des forces en y.

$$F_N = 77,209N - T\sin 20°$$

et remplacer dans l'équation des forces en x.

$$-13,614N - 0,12 \cdot F_N + T\cos 20° = 0$$
$$-13,614N - 0,12 \cdot (77,209N - T\sin 20°) + T\cos 20° = 0$$
$$-13,614N - 0,12 \cdot 77,209N + 0,12 \cdot T\sin 20° + T\cos 20° = 0$$
$$-22,879N + 0,12 \cdot T\sin 20° + T\cos 20° = 0$$
$$-22,879N = -0,12 \cdot T\sin 20° - T\cos 20°$$
$$-22,879N = T(-0,12 \cdot \sin 20° - \cos 20°)$$
$$-22,879N = T \cdot (-0,9807)$$
$$T = \frac{-22,879N}{-0,9807}$$
$$T = 23,33N$$

8. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 4 forces sur la boite de 50 kg.

1) Une force de gravitation de 490 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) dirigée vers le haut.
3) Une force de friction ($F_f = \mu_c F_N$) vers la gauche.
4) La force de 300 N de la corde.

Somme des forces

On a donc (axe des x vers la droite et axe des y vers le haut)

Forces	x	y
Poids	0	$-mg$
Normale	0	F_N
Friction	$-\mu_c F_N$	0
Tension	$T\cos\theta$	$T\sin\theta$

Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = -\mu_c F_N + T\cos\theta$$
$$\sum F_y = -mg + F_N + T\sin\theta$$

2e loi de Newton

Puisque l'axe des x est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des x.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad -\mu_c F_N + T\cos\theta = ma$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_N + T\sin\theta = 0$$

Solution des équations

Avec la deuxième équation, on trouve la normale.

$$F_N = mg - T\sin\theta$$

On peut alors utiliser cette valeur dans l'équation des forces en *x*.

$$
\begin{gathered}
-\mu_c\left(mg - T\sin\theta\right) + T\cos\theta = ma \\
a = \frac{-\mu_c\left(mg - T\sin\theta\right) + T\cos\theta}{m} \\
a = -\mu_c g + \frac{T}{m}\mu_c\sin\theta + \frac{T}{m}\cos\theta
\end{gathered}
$$

On a l'accélération maximale quand $da/d\theta = 0$. On a donc

$$
\begin{gathered}
\frac{da}{d\theta} = 0 \\
0 + \frac{T}{m}\mu_c\cos\theta - \frac{T}{m}\sin\theta = 0
\end{gathered}
$$

Ce qui donne

$$
\begin{gathered}
\frac{T}{m}\mu_c\cos\theta - \frac{T}{m}\sin\theta = 0 \\
\mu_c\cos\theta - \sin\theta = 0 \\
\mu_c\cos\theta = \sin\theta \\
\mu_c = \tan\theta
\end{gathered}
$$

L'angle pour avoir la plus grande accélération est donc

$$
\begin{aligned}
\theta &= \arctan 0{,}7 \\
&= 35^\circ
\end{aligned}
$$

9. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 4 forces sur la caisse de 100 kg.

1) Une force de gravitation de 980 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le haut.
3) La tension de la corde de 600 N vers la droite.
4) La force de friction (F_f) vers la gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (axe des *x* vers la droite et axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_x = 600N - F_f$$
$$\sum F_y = -980N + F_N$$

2^e loi de Newton

Si on suppose que la boite reste au repos, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad 600N - F_f = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -980N + F_N = 0$$

Solution des équations

Pour résoudre les problèmes de frottement statique, on isole F_f et F_N.

On trouve F_f avec l'équation des forces en *x*. On a alors

$$600N - F_f = 0$$
$$F_f = 600N$$

On doit avoir une force de 600 N pour que la boite reste au repos.

On trouve F_N avec l'équation des forces en *y*. On a alors

$$-980N + F_N = 0$$
$$F_N = 980N$$

Une fois qu'on a obtenu F_f et F_N, on compare F_f et $\mu_s F_N$.

$$F_f = 600N \qquad\qquad \mu_s F_N = 0,6 \cdot 980N = 588N$$

Comme $F_f > \mu_s F_N$, alors le bloc glisse.

Avec une force de friction maximale de 588 N, on ne peut pas avoir les 600 N de friction pour que l'objet reste au repos. La caisse va donc se déplacer.

10. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur la boite.

1) Une force de gravitation de *mg* vers le bas.
2) Une force normale vers le haut.
3) Une force de friction horizontale.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (axe des *x* vers la droite et axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_x = F_f$$
$$\sum F_y = -mg + F_N$$

2e loi de Newton

Ici, on suppose que la boite a la même accélération que le camion. Si la caisse et le camion ont la même accélération, la boite ne glisse pas sur le plancher du camion. En supposant cette accélération, on va donc trouver la condition pour que la boite ne glisse pas sur le plancher du camion.

On a donc

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad F_f = ma$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + F_N = 0$$

Solution des équations

Isolons F_f dans l'équation des forces en *x*. On a alors

$$F_f = ma$$

Isolons F_N dans l'équation des forces en *y*. On a alors

$$-mg + F_N = 0$$
$$F_N = mg$$

Si on remplace ensuite dans $F_f \leq \mu_s F_N$, on a

$$F_f \leq \mu_s F_N$$
$$ma \leq \mu_s mg$$
$$a \leq \mu_s g$$
$$a \leq 0,65 \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg}$$
$$a \leq 6,37 \tfrac{m}{s^2}$$

Pour que la boite ne glisse pas (c'était notre condition), l'accélération doit être inférieure à 6,37 m/s². L'accélération maximale de la boite est donc de 6,37 m/s². Si le camion a une accélération plus grande que cela, la boite ne pourra pas suivre le camion et elle va glisser.

11. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur la boite.

1) Une force de gravitation (mg) vers le bas
2) Une normale (F_N) perpendiculaire à la pente.
3) Une force de friction (F_f) vers le haut de la pente.

Somme des forces

On a (on va utiliser un axe des x vers le bas de la pente)

Forces	***x***	***y***
Poids	mg cos (-55°)	mg sin (-55°)
Normale	0	F_N
Friction	$-F_f$	0

Les sommes des forces sont

$$\sum F_x = mg\cos(-55°) - F_f$$
$$\sum F_y = mg\sin(-55°) + F_N$$

2e loi de Newton

Si on suppose que la boite ne glisse pas, alors l'accélération est nulle

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad mg\cos(-55°) - F_f = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad mg\sin(-55°) + F_N = 0$$

Solution des équations

Isolons F_f dans l'équation des forces en x. On a alors

$$mg\cos(-55°) - F_f = 0$$
$$F_f = mg\cos(-55°)$$
$$F_f = mg\cos(55°)$$

Isolons F_N dans l'équation des forces en y. On a alors

$$mg\sin(-55°) + F_N = 0$$
$$F_N = -mg\sin(-55°)$$
$$F_N = mg\sin(55°)$$

Une fois qu'on a obtenu F_f et F_N, on compare F_f et $\mu_s F_N$.

$$F_f = mg\cos(55°) \qquad\qquad \mu_s F_N = 0,8\cdot mg\sin(55°)$$

Difficile de dire si F_f est plus grand que $\mu_s F_N$. Pour le savoir, on va faire le rapport.

$$\frac{\mu_s F_N}{F_f} = \frac{0,8\cdot mg\sin(55°)}{mg\cos(55°)}$$
$$\frac{\mu_s F_N}{F_f} = \frac{0,8\cdot \sin(55°)}{\cos(55°)}$$
$$\frac{\mu_s F_N}{F_f} = 0,8\cdot\tan(55°)$$
$$\frac{\mu_s F_N}{F_f} = 1,1425$$

Cela veut dire que $\mu_s F_N$ est 1,1425 fois plus grand que F_f, ce qui signifie que l'objet reste au repos.

12. Ici, il y a deux forces de friction qui empêche le bloc de glisser vers la droite. Il y a la force de friction entre la boite A et la boite B et celle entre la boite B et le sol.

On va supposer ici que la boite B ne bouge pas (donc qu'elle a une accélération nulle). On va donc trouver la condition pour que la boite reste en place.

Boite B

Les forces agissant sur l'objet

Examinons premièrement les forces sur la boite B de 10 kg. Il y a 6 forces.

1) Le poids de 98 N vers le bas.
2) La normale (F_{N1}) faite par la boite du haut vers le bas.
3) La normale (F_{N2}) vers le haut faite par le sol.
4) La force de friction (F_{f1}) vers la gauche faite par la boite du haut.
5) La force de friction (F_{f2}) vers la gauche faite par le sol.
6) La force F vers la droite.

<u>*Somme des forces*</u>

Les sommes des forces sont (axe des x vers la droite et axe des y vers le haut)

$$\sum F_x = -F_{f1} - F_{f2} + F$$
$$\sum F_y = -98N - F_{N1} + F_{N2}$$

<u>*2e loi de Newton*</u>

Si on suppose que le bloc ne glisse pas, alors l'accélération est nulle. On a donc

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad -F_{f1} - F_{f2} + F = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -98N - F_{N1} + F_{N2} = 0$$

<u>*Solution des équations*</u>

Isolons la force de friction totale dans l'équation des forces en x. On a alors

$$-F_{f1} - F_{f2} + F = 0$$
$$F_{f1} + F_{f2} = F$$

L'équation des forces en y est liée aux normales.

$$-98N - F_{N1} + F_{N2} = 0$$

Toutefois, on n'a pas assez d'information pour trouver les normales. Il faut donc examiner les forces sur la boite A.

Boite A

<u>*Les forces agissant sur l'objet*</u>

Il y a 4 forces sur la boite A de 5 kg.

1) Une force de gravitation de 49 N vers le bas.
2) Une normale (F_{N1}) vers le haut.
3) La tension (T_1) de la corde vers la gauche.
4) Une force de friction (F_{f1}) vers la droite faite par la boite du bas.

Somme des forces

Les équations des forces sont donc (axe des *x* vers la droite et axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_x = -T + F_{f1}$$
$$\sum F_y = -49N + F_{N1}$$

2^e^ loi de Newton

Puisqu'il n'y a pas d'accélération, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad -T + F_{f1} = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -49N + F_{N1} = 0$$

Solution des équations

On peut maintenant trouver F_{N1}

$$-49N + F_{N1} = 0$$
$$F_{N1} = 49N$$

et utiliser cette valeur pour trouver F_{N2}.

$$-98N - F_{N1} + F_{N2} = 0$$
$$-98N - 49N + F_{N2} = 0$$
$$F_{N2} = 147N$$

Puisque $F_f \leq \mu_s F_N$, on doit avoir

$$F_{f1} \leq \mu_{s1} F_{N1} \qquad\qquad F_{f2} \leq \mu_{s2} F_{N2}$$

On a donc

$$F = F_{f1} + F_{f2} \leq \mu_{s1}F_{N1} + \mu_{s2}F_{N2}$$
$$F \leq \mu_{s1}F_{N1} + \mu_{s2}F_{N2}$$
$$F \leq 0,8 \cdot 49N + 0,6 \cdot 147N$$
$$F \leq 127,4N$$

Ceci est la condition pour que la boite B ne bouge pas. Si on veut que la boite bouge, on doit donc tirer avec une force supérieure à 127,4 N.

13. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 5 forces sur Donald.

1) Une force de gravitation de 490 N vers le bas.
2) Une normale (F_{N1}) vers la gauche faite par le mur de droite.
3) Une normale (F_{N2}) vers la droite faite par le mur de gauche.
4) Une force de friction (F_{f1}) vers le haut faite par le mur de droite.
5) Une force de friction (F_{f2}) vers le haut faite par le mur de gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (avec un axe des *x* vers la droite et un axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_x = -F_{N1} + F_{N2}$$
$$\sum F_y = -490N + F_{f1} + F_{f2}$$

2^e loi de Newton

On va supposer que Donald est en équilibre dans cette position et que son accélération est nulle.

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad -F_{N1} + F_{N2} = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -490N + F_{f1} + F_{f2} = 0$$

Solution des équations

Isolons la somme des forces de frictions dans l'équation des forces en *y*. On a alors

$$-490N + F_{f1} + F_{f2} = 0$$
$$F_{f1} + F_{f2} = 490N$$

On ne peut pas trouver les normales avec l'équation des forces en y. On sait seulement que les deux normales sont égales.

$$-F_{N1} + F_{N2} = 0$$
$$F_{N1} = F_{N2}$$

Puisque $F_f \leq \mu_s F_N$, on a

$$F_{f1} \leq \mu_{s1} F_{N1} \qquad\qquad F_{f2} \leq \mu_{s2} F_{N2}$$

Ainsi,

$$490N = F_{f1} + F_{f2} \leq \mu_s F_{N1} + \mu_s F_{N2}$$
$$490N \leq \mu_s F_{N1} + \mu_s F_{N2}$$
$$490N \leq \mu_s F_{N1} + \mu_s F_{N1}$$

(car les deux normales sont égales.)

$$490N \leq \mu_s \left(F_{N1} + F_{N1} \right)$$
$$490N \leq 2\mu_s F_{N1}$$
$$\frac{490N}{2\mu_s} \leq F_{N1}$$
$$\frac{490N}{2 \cdot 1,4} \leq F_{N1}$$
$$175N \leq F_{N1}$$

Donald doit donc pousser sur les murs pour que les normales soient au moins de 175 N pour rester en place.

14. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 4 forces sur la boite.

1) Une force de gravitation de 980 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le haut.
3) Une force de friction (F_f) vers la gauche.
4) La force appliquée par Boris.

Somme des forces

On a donc (avec un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut)

Forces	***x***	***y***
Poids	0	-980 N
Normale	0	F_N
Friction	$-F_f$	0
Boris	$F \cos(-30°)$	$F \sin(-30°)$

Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = -F_f + F\cos(-30°)$$
$$\sum F_y = -980N + F_N + F\sin(-30°)$$

2^e loi de Newton

On va supposer que la caisse est immobile, ce qui va nous donner la condition pour que la caisse reste immobile. Il suffira de briser cette condition pour que la caisse se déplace.

Avec une accélération nulle, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad -F_f + F\cos(-30°) = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -980N + F_N + F\sin(-30°) = 0$$

Solution des équations

Isolons F_f dans l'équation des forces en x. On a alors

$$-F_f + F\cos(-30°) = 0$$
$$F_f = F\cos 30°$$

Isolons F_N dans l'équation des forces en x. On a alors

$$-980N + F_N + F\sin(-30°) = 0$$
$$F_N = 980N - F\sin(-30°)$$
$$F_N = 980N + F\sin 30°$$

Si on remplace ensuite dans $F_f \leq \mu_s F_N$, on a,

$$F_f \leq \mu_s F_N$$
$$F\cos 30° \leq 0,5 \cdot (980N + F\sin 30°)$$
$$F\cos 30° \leq 0,5 \cdot 980N + 0,5 \cdot F\sin 30°$$
$$F\cos 30° \leq 490N + 0,5 \cdot F\sin 30°$$
$$F\cos 30° - 0,5 \cdot F\sin 30° \leq 490N$$
$$F \cdot (\cos 30° - 0,5 \cdot \sin 30°) \leq 490N$$
$$F \cdot (0,616) \leq 490N$$
$$F \leq 795,4N$$

L'objet reste au repos si la force appliquée est inférieure à 795,4 N. On doit donc forcer avec une force supérieure à 795,4 N pour que l'objet bouge.

15. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 4 forces sur le bloc.

1) Une force de gravitation de 9,8 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers la gauche.
3) Une friction (F_f) vers le haut ou vers le bas.
4) La force appliquée F de 30 N.

On ne sait pas la direction de la force de friction parce qu'on ne sait pas si la composante verticale de la force F est plus grande ou plus petite que le poids du bloc. Si cette composante est plus petite que le poids, il devra y avoir de la friction vers le haut pour aider à soutenir le bloc. Si cette composante est plus grande que le poids, il faudra de la friction vers le bas pour empêcher le bloc de glisser vers le haut du mur. On va donc dire que la friction F_f est vers le haut et on trouvera ensuite sa valeur. Si on obtient une réponse positive, c'est qu'elle est dans la direction supposée, donc vers le haut. Si on obtient une réponse négative, c'est qu'elle est dans la direction opposée à la direction supposée, donc vers le bas.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (avec un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut)

$$\sum F_x = -F_N + 30N \cdot \cos 30°$$
$$\sum F_y = -9,8N + F_f + 30N \cdot \sin 30°$$

2^e loi de Newton

Si le bloc ne glisse pas, l'accélération est nulle. On a donc

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad -F_N + 30N \cdot \cos 30° = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -9,8N + F_f + 30N \cdot \sin 30° = 0$$

Solution des équations

Isolons F_f dans l'équation des forces en y. On a alors

$$-9,8N + F_f + 30N \cdot \sin 30° = 0$$
$$F_f = 9,8N - 30N \cdot \sin 30°$$
$$F_f = -5,2N$$

Comme la réponse est négative, on a une force de friction de 5,2 N vers le bas. C'est la réponse de a).

Isolons F_N dans l'équation des forces en x. On a alors

$$-F_N + 30N \cdot \cos 30° = 0$$
$$F_N = 30N \cdot \cos 30°$$
$$F_N = 25,98N$$

Si on remplace ensuite dans $F_f \leq \mu_s F_N$, (dans cette équation F_f est la grandeur de la force de friction et elle n'est donc pas négative), on a

$$F_f \leq \mu_s F_N$$
$$5,2N \leq \mu_s \cdot 25,98N$$
$$\mu_s \geq 0,2001$$

Le coefficient doit donc être supérieur à 0,2001 pour que le bloc reste en place.

16. Pour savoir la force de friction, il faut savoir si on a affaire à de la friction cinétique ou de la friction statique. Examinons donc premièrement la situation dans laquelle la pierre est au repos pour voir si c'est la solution.

Pierre

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 4 forces sur la pierre.

1) Une force de gravitation de 980 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le haut.
3) La tension de la corde (T) vers la droite.
4) Une force de friction (F_f) vers la gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (avec un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut)

$$\sum F_x = T - F_f$$
$$\sum F_y = -980N + F_N$$

2e loi de Newton

Si la pierre reste immobile, les équations des forces sont

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad T - F_f = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -980N + F_N = 0$$

La force de friction est donc égale à la tension de la corde. Pour trouver la force de friction, il nous faudra donc connaitre la tension. Pour la trouver, on doit examiner les forces sur Thierry.

Thierry

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 2 forces sur Thierry.

1) Une force de gravitation de 686 N vers le bas.
2) La tension de la corde (T) vers le haut.

Somme des forces

La somme des forces en y sur Thierry est donc (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -686N + T$$

2e loi de Newton

Puisque l'accélération de Thierry est nulle, on a

$$\sum F_y = -686N + T = 0$$

Solution des équations

L'équation des forces sur Thierry indique que la tension de la corde est de 686 N. Ainsi, nos deux équations des forces sur la pierre deviennent

$$686N - F_f = 0$$
$$-980N + F_N = 0$$

Isolons F_f dans l'équation des forces en x. On a alors

$$686N - F_f = 0$$
$$F_f = 686N$$

Isolons F_N dans l'équation des forces en y. On a alors

$$-980N + F_N = 0$$
$$F_N = 980N$$

Une fois qu'on a obtenu F_f et F_N, on compare F_f et $\mu_s F_N$.

$$F_f = 686N \qquad \begin{aligned} \mu_s F_N &= 0,5 \cdot 980N \\ &= 490N \end{aligned}$$

Comme $F_f > \mu_s F_N$, alors la pierre glisse.

Si la pierre glisse, on a de la friction cinétique dont la grandeur est

$$\begin{aligned} F_f &= \mu_c F_N \\ &= 0,45N \cdot 980N \\ &= 441N \end{aligned}$$

La force de friction est donc de 441 N vers la gauche.

17. Si le système est en équilibre, c'est que la masse de 30 kg ne glisse pas. On va donc examiner les forces sur la masse de 30 kg.

Bloc de 30 kg

Les forces agissant sur l'objet

Il y a 4 forces sur le bloc.

1) Une force de gravitation de 294 N vers le bas.
2) La normale (F_N) vers le haut.
3) La tension (T_1) vers la droite.
4) La force de friction (F_f) vers la gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (avec un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut)

$$\sum F_x = T_1 - F_f$$
$$\sum F_y = -294N + F_N$$

2e loi de Newton

À l'équilibre, le bloc ne glisse pas et l'accélération est nulle, on a donc

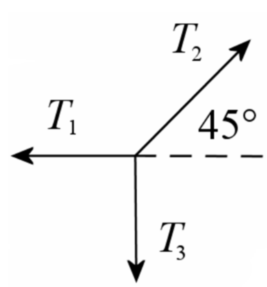
$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad T_1 - F_f = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -294N + F_N = 0$$

Pour déterminer la force de friction, il faudra la tension de la corde. Pour la trouver, on va faire la somme des forces de l'objet à l'autre bout de la corde, c'est-à-dire la somme des forces sur le nœud.

Le nœud

Les forces agissant sur l'objet

On a les 3 tensions suivantes sur le nœud.



Évidemment, la tension T_3 est égale au poids du bloc de 20 kg, donc T_3 = 196 N.

Somme des forces

On a donc (avec un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut)

Forces	x	y
Tension 1	$-T_1$	0
Tension 2	$T_2 \cos 45°$	$T_2 \sin 45°$
Tension 3	0	-196 N

Les sommes des forces sont

$$\sum F_x = -T_1 + T_2 \cos 45°$$
$$\sum F_y = T_2 \sin 45° - 196N$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération du nœud est nulle, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad -T_1 + T_2 \cos 45° = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad T_2 \sin 45° - 196N = 0$$

Solution des équations

Avec l'équation des forces en y du nœud, nous trouvons T_2.

$$-196N + T_2 \sin 45° = 0$$
$$T_2 = 277,2N$$

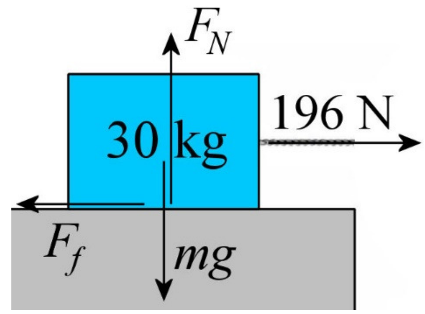
Puis nous trouvons T_1 avec l'équation des forces en x de nœud.

$$-T_1 + T_2 \cos 45° = 0$$
$$-T_1 + 277,2N \cdot \cos 45° = 0$$
$$T_1 = 196N$$

C'est la tension de la corde qui tire sur le bloc. Nos deux équations du bloc

$$T_1 - F_f = 0$$
$$-294N + F_N = 0$$

deviennent donc



$$196N - F_f = 0$$
$$-294N + F_N = 0$$

Isolons F_f dans l'équation des forces en x. On a alors

$$196N - F_f = 0$$
$$F_f = 196N$$

Isolons F_N dans l'équation des forces en y. On a alors

$$-294N + F_N = 0$$
$$F_N = 294N$$

Si on remplace ensuite dans $F_f \leq \mu_s F_N$, on a,

$$F_f \leq \mu_s F_N$$
$$196N \leq \mu_s \cdot 294N$$
$$\frac{196N}{294N} \leq \mu_s$$
$$\frac{2}{3} \leq \mu_s$$

Pour que le bloc reste en place, le coefficient de friction doit donc être supérieur à 2/3.

18. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur Gastonne.

1) La force de gravitation (mg) vers le bas.
2) Une normale (F_N) perpendiculaire à la pente.
3) Une friction ($F_f = \mu_c F_N$) s'opposant au mouvement, donc vers le haut de la pente.

Somme des forces

On a donc (avec un axe des x vers le bas de la pente)

Forces	x	y
Poids	mg cos (-60°)	mg sin (-60°)
Normale	0	F_N
Friction	$-\mu_c F_N$	0

Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = mg\cos(-60°) - \mu_c F_N$$
$$\sum F_y = mg\sin(-60°) + F_N$$

2^e^ loi de Newton

Puisque l'axe des x est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des x.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad mg\cos(-60°) - \mu_c F_N = ma$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad mg\sin(-60°) + F_N = 0$$

Solution des équations

Pour trouver le coefficient avec l'équation des forces en x, on doit avoir la normale et l'accélération.

L'équation des forces en y nous donne la normale.

$$mg\sin(-60°) + F_N = 0$$
$$F_N = -mg\sin(-60°)$$
$$F_N = mg\sin 60°$$

On peut trouver l'accélération avec le changement de vitesse sur 30 m. Cette accélération est

$$2a(x - x_0) = v^2 - v_0^2$$
$$2 \cdot a \cdot (30m - 0m) = \left(16\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$a = 2,6\tfrac{m}{s^2}$$

L'équation des forces en x devient donc

$$\begin{aligned} mg\cos(-60°) - \mu_c F_N &= ma \\ mg\cos(-60°) - \mu_c mg\sin 60° &= m\cdot 2,6\tfrac{m}{s^2} \\ g\cos(-60°) - \mu_c g\sin 60° &= 2,6\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Avec cette équation, on peut trouver le coefficient.

$$\begin{aligned} g\cos(-60°) - \mu_c g\sin 60° &= 2,6\tfrac{m}{s^2} \\ 9,8\tfrac{m}{s^2}\cdot\cos(-60°) - \mu_c\cdot 9,8\tfrac{m}{s^2}\cdot\sin 60° &= 2,6\tfrac{m}{s^2} \\ \mu_c &= 0,271 \end{aligned}$$

19. La force est

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2}C_d A\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0,47\cdot\pi(0,11m)^2\cdot 1,3\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(20\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 4,645N \end{aligned}$$

20. La force est

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2}(C_d A)\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0,682m^2\cdot 1,3\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(33,33\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 492,6N \end{aligned}$$

21. La vitesse limite est

$$\begin{aligned} v_L &= \sqrt{\frac{2mg}{C_d A\rho}} \\ &= \sqrt{\frac{2\cdot 0,44kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}{0,47\cdot\pi(0,11m)^2\cdot 1,3\tfrac{kg}{m^3}}} \\ &= 19,27\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

22. La vitesse limite est

$$v_L = \sqrt{\frac{2mg}{C_d A\rho}}$$

Si le volume est de 0,01 m³, alors l'arrête du cube a une longueur de

$$L^3 = 0,01m^3$$
$$L = 0,21544m$$

La masse du cube est

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot (volume) \\ &= 7320 \tfrac{kg}{m^3} \cdot 0,01m^3 \\ &= 73,2kg \end{aligned}$$

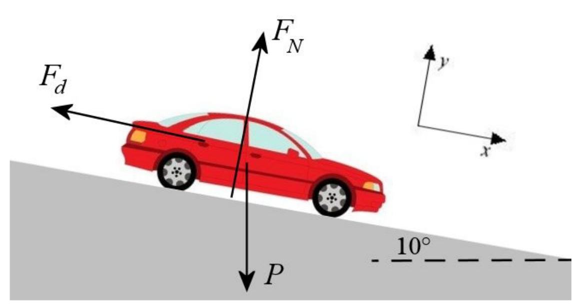
La valeur de C_x étant de 1,05, la vitesse limite est

$$\begin{aligned} v_L &= \sqrt{\frac{2mg}{C_d A\rho}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 73,2kg \cdot 9,8 \frac{N}{kg}}{1,05 \cdot (0,21544m)^2 \cdot 1,3 \frac{kg}{m^3}}} \\ &= 150,5 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

23. *Les forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur la Honda Civic.

1) Une force de gravitation de mg vers le bas.
2) Une normale (F_N) perpendiculaire à la pente.
3) Une force de friction F_d vers le haut de la pente.



Somme des forces

On a donc

Forces	x	y
Poids	mg cos (-80°)	mg sin (-80°)
Normale	0	F_N
Friction	$-F_d$	0

Les sommes des forces sont donc

$$\sum F_x = mg\cos\left(-80°\right) - F_d$$
$$\sum F_y = mg\sin\left(-80°\right) + F_N$$

2^e^ loi de Newton

À la vitesse limite, l'accélération est nulle. On a donc

$$\sum F_x = ma_x \qquad \to \qquad mg\cos\left(-80°\right) - F_d = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \to \qquad mg\sin\left(-80°\right) + F_N = 0$$

Solution des équations

La première équation nous donne

$$mg\cos\left(-80°\right) - F_d = 0$$
$$mg\cos 80° - \frac{1}{2}C_d A\rho v_L^2 = 0$$
$$v_L = \sqrt{\frac{2mg\cos 80°}{C_d A\rho}}$$

Pour une Honda Civic 2001, C_dA = 0,682 m². Avec une masse de 1142 kg, la vitesse limite est

$$v_L = \sqrt{\frac{2\cdot 1142kg\cdot 9,8\frac{N}{kg}\cdot\cos 80°}{0,682m^2\cdot 1,3\frac{kg}{m^3}}}$$
$$= 66,21\tfrac{m}{s}$$
$$= 238,4\tfrac{km}{h}$$

24. Avec une vitesse limite de 30 m/s, on trouve que

$$v_L = \sqrt{\frac{2mg}{C_d A\rho}}$$

$$30\tfrac{m}{s} = \sqrt{\frac{2\cdot 100kg\cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}}{C_d A\cdot 1{,}3\tfrac{kg}{m^3}}}$$

$$C_d A = 1{,}675m^2$$

La force de friction à la moitié de la vitesse limite est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2}\left(C_d A\right)\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 1{,}675m^2\cdot 1{,}3\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(15\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 245N \end{aligned}$$

25. Si la voiture s'est déplacée, c'est que la force de friction de l'air a dépassé la force de friction statique entre les pneus et l'asphalte. On a donc

$$F_D > F_f$$

$$\frac{1}{2}\left(C_d A\right)\rho v^2 > \mu_s mg$$

$$\frac{1}{2}\cdot 0{,}682m^2\cdot 1{,}3\tfrac{kg}{m^3}\cdot v^2 > 0{,}8\cdot 1095kg\cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}$$

$$v > 139{,}2\tfrac{m}{s}$$

La vitesse minimale est donc de 139,2 m/s.

26. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur le charriot de 2 kg.

1) Une force de gravitation de 19,6 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le haut.
3) La force faite par le ressort ($F_R = kx$) vers la droite.

Somme des forces

La somme des forces en x est (avec un axe des x dans la direction du ressort)

$$\sum F_x = kx$$

2^e loi de Newton

Puisque l'accélération est 4 m/s², on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad kx = 2kg \cdot 4\tfrac{m}{s^2}$$

Solution des équations

L'étirement du ressort est donc

$$\begin{aligned} kx &= 2kg \cdot 4\tfrac{m}{s^2} \\ 200\tfrac{N}{m} \cdot x &= 2kg \cdot 4\tfrac{m}{s^2} \\ x &= 0,04m = 4cm \end{aligned}$$

27. a)

On va supposer que la boite est au repos. Cela nous permettra de connaitre la condition pour qu'elle soit au repos.

Forces agissant sur l'objet

Il y a 4 forces sur la boite de 100 kg.

1) Une force de gravitation de 980 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le haut.
3) La force du ressort ($F_R = kx$) vers la droite.
4) La force de friction (F_f) vers la gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (avec un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut)

$$\begin{aligned} \sum F_x &= kx - F_f \\ \sum F_y &= -980N + F_N \end{aligned}$$

2^e loi de Newton

Puisque l'accélération est nulle, on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad kx - F_f = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -980N + F_N = 0$$

Solution des équations

Isolons F_f dans l'équation des forces en x. On a alors

$$kx - F_f = 0$$
$$F_f = 1000\tfrac{N}{m} \cdot x$$

Isolons F_N dans l'équation des forces en x. On a alors

$$-980N + F_N = 0$$
$$F_N = 980N$$

Si on remplace ensuite dans $F_f \leq \mu_s F_N$, on a

$$F_f \leq \mu_s F_N$$
$$kx \leq \mu_s \cdot 980N$$
$$1000\tfrac{N}{m} \cdot x \leq 0,5 \cdot 980N$$
$$x \leq 0.49m$$

Ainsi, le bloc reste en place si l'étirement du ressort est inférieur à 49 cm. Il faut donc que l'étirement du ressort soit supérieur à 49 cm pour que le bloc se déplace.

b) *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 4 forces sur la boite de 100 kg.

1) Une force de gravitation de 980 N vers le bas.
2) Une normale (F_N) vers le haut.
3) La force du ressort ($F_R = kx$) vers la droite.
4) La force de friction ($F_f = \mu_c F_N$) vers la gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (avec un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut)

$$\sum F_x = kx - \mu_c F_N$$
$$\sum F_y = -980N + F_N$$

2e loi de Newton

Puisque l'accélération est nulle (vitesse constante), on a

$$\sum F_x = ma_x \qquad \rightarrow \qquad kx - \mu_c F_N = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -980N + F_N = 0$$

Solution des équations

Avec l'équation des forces en *x*, on obtient

$$kx = \mu_c F_N$$
$$1000\tfrac{N}{m} \cdot x = 0,4 \cdot 980N$$
$$x = 0,392m$$

(La normale vient de l'équation des forces en *y*.)

Le ressort est donc étiré de 39,2 cm.

28. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 4 forces sur le bloc de 5 kg.

1) Une force de gravitation de 49 N vers le bas.
2) La normale (F_N) vers le haut.
3) La force du ressort ($F_R = kx$) vers la gauche.
4) La force de friction ($F_f = \mu_c F_N$) vers la gauche.

Somme des forces

Les sommes des forces sont (avec un axe des *x* vers la droite et un axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_x = -kx - \mu_c F_N$$
$$\sum F_y = -49N + F_N$$

2e loi de Newton

Puisque l'axe des x est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des x.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad -kx - \mu_c F_N = 5kg \cdot a$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad -49N + F_N = 0$$

Solution des équations

L'équation des forces en x nous donne

$$-kx - \mu_c F_N = 5kg \cdot a$$
$$-5000\tfrac{N}{m} \cdot 0,1m - 0,6 \cdot 49N = 5kg \cdot a$$
$$a = -105,88\tfrac{m}{s^2}$$

(La normale vient de l'équation des forces en y.)

29. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur l'objet de 5 kg.

1) Une force de gravitation de 49 N vers le bas.
2) La tension (T) vers le haut.
3) La force du ressort (F_R) vers le haut ou vers le bas.

Comme on ne sait pas la direction de la force du ressort (parce qu'on ne sait pas si le ressort est étiré ou comprimé), on va faire comme si la force était positive, donc vers le haut. En faisant la solution, on découvrira le signe de la force faite par le ressort. S'il est positif, notre direction était correcte et s'il est négatif, la force est dans la direction opposée à celle supposée, donc vers le bas.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -49N + T + F_R$$

2^e^ loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -49N + T + F_R = 0$$

Solution des équations

Puisque la corde supporte aussi un bloc de 2 kg en équilibre, la tension de la corde est de 19,6 N. On a donc

$$-49N + 19,6N + F_R = 0$$
$$F_R = 29,4N$$

La valeur positive nous indique que le ressort fait une force vers le haut, et donc que le ressort est comprimé. La compression est

$$F_R = 29,4N$$
$$kx = 29,4N$$
$$250\tfrac{N}{m} \cdot x = 29,4N$$
$$x = 0,1176m$$

Le ressort est donc comprimé de 11,76 cm.

30. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 2 forces sur la masse de 100 g au bout du ressort.

1) Une force de gravitation de 0,98 N vers le bas.
2) La force du ressort ($F_R = kx$) vers le haut.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_y = -0,98N + kx$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_x \qquad \rightarrow \qquad -0,98N + kx = 0$$

Solution des équations

Comme le ressort est étiré de 4 cm à ce moment, on a

$$-0,98N + kx = 0$$
$$-0,98N + k \cdot 0,04m = 0$$
$$k = 24,5\tfrac{N}{m}$$

Voyons maintenant ce qui arrive quand on ajoute 300 g.

Forces agissant sur l'objet

Il y a 2 forces sur la masse de 400 g.

1) Une force de gravitation de 3,92 N vers le bas.
2) La force du ressort ($F_R = kx$) vers le haut.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -3,92N + kx$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_x \qquad \rightarrow \qquad -3,92N + kx = 0$$

Solution des équations

L'équation nous dit que le ressort fait une force de 3,92 N. On a donc

$$-3,92N + kx = 0$$
$$-3,92N + 24,5\tfrac{N}{m} \cdot x = 0$$
$$x = 0,16m$$

Le ressort est donc étiré de 16 cm.

31. Les forces sur un des côtés carrés sont

$$\begin{aligned} F_P &= PA \\ &= 300\,000 Pa \cdot (0,2m)^2 \\ &= 12000 N \end{aligned}$$

32. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 2 forces sur le couvercle.

1) Une force de pression ($F_P = PA$) vers le bas.
2) La force du ressort ($F_R = kx$) vers le haut.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -PA + kx$$

2^e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -PA + kx = 0$$

Solution des équations

On a donc

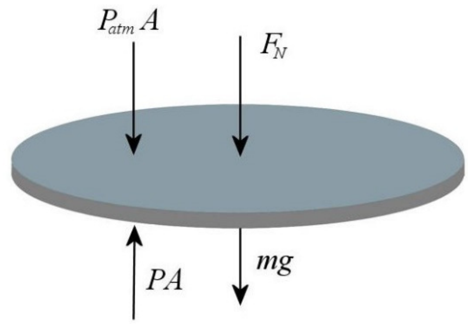
$$\begin{aligned} -PA + kx &= 0 \\ -102\,000 Pa \cdot \pi \cdot (0,1m)^2 + 10\,000 \tfrac{N}{m} \cdot x &= 0 \\ x &= 0,3204m \end{aligned}$$

La compression du ressort est donc de 32,04 cm.

33. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 4 forces sur le couvercle.

1) Le poids du couvercle (mg) de 3,92 N vers le bas.
2) La normale (F_N) de 29,4 N vers le bas faite par la masse de 3 kg.
3) La force de pression de l'atmosphère ($P_{atm}A$) vers le bas.
4) La force de pression du gaz à l'intérieur du piston (PA) vers le haut.



Somme des forces

Avec un axe des y vers le haut, la somme des forces est

$$\sum F_y = -3,92N - 29,4N - P_{atm}A + PA$$

2e loi de Newton

Puisque l'accélération est nulle à la position d'équilibre, la 2e loi de Newton donne

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -3,92N - 29,4N - P_{atm}A + PA = 0$$

Solution de l'équation

Puisque l'aire du couvercle est de $A = \pi r^2$, on a

$$-3,92N - 29,4N - P_{atm}A + PA = 0$$
$$-3,92N - 29,4N - 101\,000Pa \cdot \pi \cdot (0,05m)^2 + P \cdot \pi \cdot (0,05m)^2 = 0$$
$$P = 105\,242Pa$$
$$P = 105,24kPa$$

34. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur le bloc de cèdre.

1) La force de gravitation de 1,96 N vers le bas.
2) La poussée d'Archimède ($F_A = \rho g V_f$) vers le haut.
3) La tension (T) vers le bas.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -1,96N + \rho g V_f - T$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \to \qquad -1,96N + \rho g V_f - T = 0$$

Solutions des équations

Pour trouver la tension de la corde, on doit trouver le volume du bloc. On trouve ce volume avec la masse volumique.

$$\begin{gathered} m = \rho \cdot (volume) \\ 0,2kg = 490\tfrac{kg}{m^3} \cdot (volume) \\ volume = 0,0004082m^3 \end{gathered}$$

L'équation devient donc

$$\begin{gathered} -1.96N + \rho g V_f - T = 0 \\ -1,96N + 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 0,0004081m^3 - T = 0 \\ -1,96N + 4N - T = 0 \\ T = 2,04N \end{gathered}$$

Notre équation des forces en y donne donc

$$\begin{gathered} -1,96N + F_A - T = 0 \\ -1,96N + 4N - T = 0 \\ T = 2,04N \end{gathered}$$

35. Comme on veut l'étirement du ressort dans l'eau, commençons par examiner la situation dans l'eau

Bloc dans l'eau

Forces agissant sur l'objet

Dans l'eau, il y a 3 forces sur le bloc d'aluminium.

1) La force de gravitation (mg) vers le bas.
2) La force du ressort ($F_R = kx$) vers le haut.
3) La poussée d'Archimède ($F_A = \rho g V_f$) vers le haut.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -mg + kx + \rho g V_f$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + kx + \rho g V_f = 0$$

Pour trouver x, il nous faut la masse et le volume du bloc. On peut les trouver en examinant le bloc dans l'air.

Bloc dans l'air

Forces agissant sur l'objet

Dans l'air, il y a 2 forces sur le bloc d'aluminium.

1) La force de gravitation (mg) vers le bas.
2) La force du ressort ($F_R = kx'$) vers le haut.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -mg + kx'$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + kx' = 0$$

Solution des équations

On se rappelle qu'on doit trouver la valeur de x dans

$$-mg + kx + \rho g V_f = 0$$

et qu'il nous manquait la valeur de la masse et du volume.

On peut alors trouver la masse du bloc avec l'équation dans l'air.

$$\begin{gathered}-mg + kx' = 0 \\ -m \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} + 200\tfrac{N}{m} \cdot 0{,}1m = 0 \\ m = 2{,}0408kg\end{gathered}$$

Le volume se trouve avec la masse et la masse volumique.

$$\begin{gathered}m = \rho \cdot (volume) \\ 2{,}0408kg = 2700\tfrac{kg}{m^3} \cdot (volume) \\ volume = 0{,}0007559m^3\end{gathered}$$

On peut maintenant trouver la valeur de x dans l'équation

$$\begin{gathered}-mg + kx + \rho g V_f = 0 \\ -2{,}0408kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{m} + 200\tfrac{N}{m} \cdot x + 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 0{,}0007559m^3 = 0 \\ 20N + 200\tfrac{N}{m} \cdot x + 7{,}4074N = 0 \\ x = 0{,}062963m\end{gathered}$$

L'étirement du ressort est donc de 6,2963 cm.

36. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur l'objet.

1) La force de gravitation (mg) vers le bas.
2) La poussée d'Archimède du fluide le plus dense ($F_{A1} = \rho_1 g V_1$) vers le haut.
3) La poussée d'Archimède du fluide le moins dense ($F_{A2} = \rho_2 g V_2$) vers le haut.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -mg + \rho_1 g V_{f1} + \rho_2 g V_{f2}$$

2^e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + \rho_1 g V_{f1} + \rho_2 g V_{f2} = 0$$

Solution des équations

Pour trouver la densité, il nous faut la masse et les volumes immergés.

La masse de l'objet est

$$\begin{aligned} m &= \rho_{objet} \cdot Volume \\ &= \rho_{objet} \cdot Ah \end{aligned}$$

où A est l'aire de la base de l'objet.

Les volumes immergés sont

$$\begin{aligned} V_{f1} &= A \cdot \tfrac{3}{4} h \\ V_{f2} &= A \cdot \tfrac{1}{4} h \end{aligned}$$

En utilisant ces formules, l'équation des forces devient donc

$$\begin{gathered} -mg + \rho_1 g V_{f1} + \rho_2 g V_{f2} = 0 \\ -\rho_{objet} \cdot Ahg + \rho_1 g A \tfrac{3}{4} h + \rho_2 g A \tfrac{1}{4} h = 0 \\ -\rho_{objet} + \rho_1 \tfrac{3}{4} + \rho_2 \tfrac{1}{4} = 0 \end{gathered}$$

On peut maintenant trouver la masse volumique de l'objet.

$$\begin{gathered} \rho_{objet} = \tfrac{3}{4} \rho_1 + \tfrac{3}{4} \rho_2 \\ \rho_{objet} = \tfrac{3}{4} \cdot 1000 \tfrac{kg}{m^3} + \tfrac{1}{4} \cdot 800 \tfrac{kg}{m^3} \\ \rho_{objet} = 950 \tfrac{kg}{m^3} \end{gathered}$$

37. Sylvain dans la chaloupe

Forces agissant sur l'objet

Quand Sylvain est dans la chaloupe, il y a 3 forces sur la chaloupe.

1) La force de gravitation (mg) vers le bas.
2) La poussée d'Archimède de fluide ($F_A = \rho g V_{f1}$) vers le haut.
3) La normale faite par Sylvain (égale à son poids $m_s g$) vers le bas

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -mg + \rho g V_{f1} - m_s g$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + \rho g V_{f1} - m_s g = 0$$

Pour trouver la masse de Sylvain, on doit connaitre le volume du fluide, mais on ne le connait pas. On va devoir examiner la situation quand Sylvain N'est pas dans la chaloupe.

Chaloupe vide

Forces agissant sur l'objet

Il y a 2 forces sur la chaloupe.

1) La force de gravitation (mg) vers le bas.
2) La poussée d'Archimède de fluide ($F_A = \rho g V_{f2}$) vers le haut.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -mg + \rho g V_{f2}$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + \rho g V_{f2} = 0$$

Solution des équations

On a les équations suivantes

$$-mg+\rho gV_{f1}-m_s g=0$$
$$-mg+\rho gV_{f2}=0$$

On n'a pas les volumes, mais on sait le changement de volume (la chaloupe s'enfonce de 5 cm).

$$\begin{aligned}V_{f1}-V_{f2}&=4m^2\cdot 0,05m\\&=0,2m^3\end{aligned}$$

Si on isole les volumes dans chaque équation, on a

$$\rho gV_{f1}=mg+m_s g$$
$$V_{f1}=\frac{m+m_s}{\rho}$$

$$\rho gV_{f2}=mg$$
$$V_{f2}=\frac{m}{\rho}$$

On a donc

$$V_{f1}-V_{f2}=0,2m^3$$
$$\frac{m+m_s}{\rho}-\frac{m}{\rho}=0,2m^3$$
$$\frac{m}{\rho}+\frac{m_s}{\rho}-\frac{m}{\rho}=0,2m^3$$
$$\frac{m_s}{\rho}=0,2m^3$$

La masse de sylvain est donc

$$\begin{aligned}m_s&=0,2m^3\cdot\rho\\&=0,2m^3\cdot 1000\tfrac{kg}{m^3}\\&=200kg\end{aligned}$$

38. On trouve la vitesse limite avec la force de friction. Pour trouver cette force, examinons les forces sur le bloc de 10 kg. Il y a la tension de la corde vers le haut, le poids vers le bas, la poussée d'Archimède vers le haut et la force de friction faite par le fluide vers le bas (puisque le bloc monte). En utilisant un axe vers le haut, on a (sachant qu'à la vitesse limite, il n'y a plus d'accélération)

$$\sum F_y = ma_y$$
$$T - 98N + \rho g V_f - F_d = 0$$

Pour trouver la friction, il nous faut la tension de la corde. On peut la trouver en examinant les force sur la masse de 20 kg. Pour cette masse, on a (en utilisant un axe vers le bas)

$$\sum F_y = ma_y$$
$$196N - T = 0$$
$$T = 196N$$

Notre équation des forces sur le bloc de 10 kg devient alors

$$T - 98N + \rho g V_f - F_d = 0$$
$$196N - 98N + 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot (0,1m)^3 - F_d = 0$$
$$196N - 98N + 9,8N - F_d = 0$$
$$F_d = 107,8N$$

On sait maintenant que

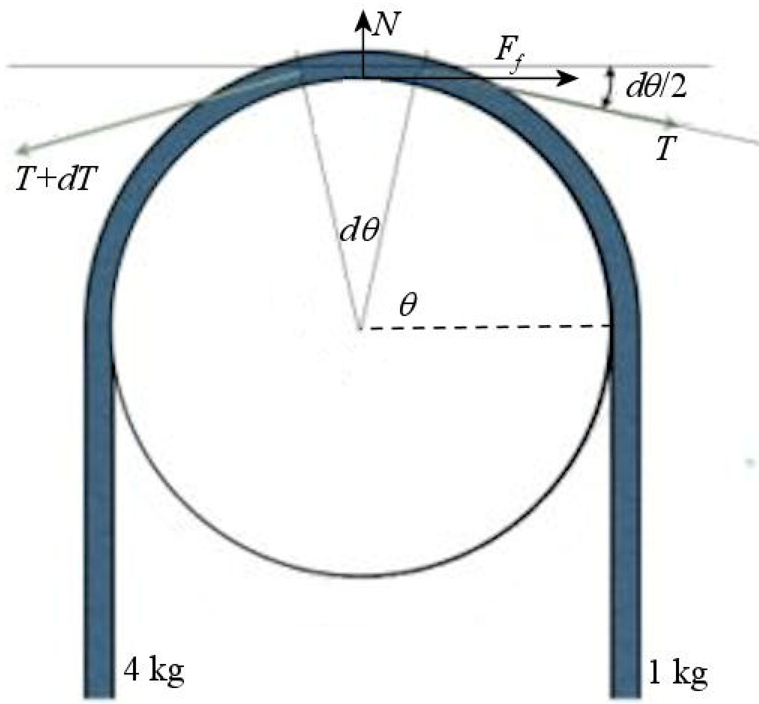
$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$
$$107,8N = \frac{1}{2} C_d A \rho v^2$$

Pour un cube, on a $C_d = 1,05$ et $A = L^2 = (0,1\text{m})^2$. La vitesse est donc

$$107,8N = \frac{1}{2} \cdot 1,05 \cdot (0,1m)^2 \cdot 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot v^2$$
$$v = 4,531\tfrac{m}{s}$$

39. On sait que la tension est de 39,2 N d'un côté de la corde et de 9,8 N de l'autre côté de la corde. Pour voir comment la friction change la tension de la corde, on va considérer un petit bout de corde.

Forces agissant sur l'objet



wiki.imga.org.il/index.php?title=%3FHow_do_friction_devices_work

Somme des forces

La somme des forces sur le petit morceau de corde est (on néglige la masse de la corde) (avec un axe des *x* vers la droite et un axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_x = T\cos\left(\tfrac{d\theta}{2}\right) - \left(T + dT\right)\cos\left(\tfrac{d\theta}{2}\right) + F_f$$
$$\sum F_y = -T\sin\left(\tfrac{d\theta}{2}\right) - \left(T + dT\right)\sin\left(\tfrac{d\theta}{2}\right) + N$$

2^e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_x = ma_x \quad \rightarrow \quad T\cos\left(\tfrac{d\theta}{2}\right) - \left(T + dT\right)\cos\left(\tfrac{d\theta}{2}\right) + F_f = 0$$
$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad -T\sin\left(\tfrac{d\theta}{2}\right) - \left(T + dT\right)\sin\left(\tfrac{d\theta}{2}\right) + N = 0$$

Solution des équations

Puisque l'angle est petit, on peut utiliser cos x = 1 et sin x = x. On a alors

$$\sum F_x = T - (T + dT) + F_f = 0$$
$$\sum F_y = -T\frac{d\theta}{2} - (T + dT)\frac{d\theta}{2} + N = 0$$

La deuxième équation donne

$$-T\frac{d\theta}{2} - (T + dT)\frac{d\theta}{2} + N = 0$$
$$N = T\frac{d\theta}{2} + (T + dT)\frac{d\theta}{2}$$
$$N = T\frac{d\theta}{2} + T\frac{d\theta}{2} + dT\frac{d\theta}{2}$$

Le troisième terme étant très petit, on peut le négliger pour arriver à

$$N = T\frac{d\theta}{2} + T\frac{d\theta}{2}$$
$$= Td\theta$$

Puisque la friction est à son maximum, l'équation des forces en x est

$$\sum F_x = T - (T + dT) + \mu N = 0$$
$$dT = \mu N$$

Avec la valeur de la normale, on arrive à

$$dT = \mu T d\theta$$

La solution de cette équation est

$$\frac{dT}{T} = \mu d\theta$$
$$\int \frac{dT}{T} = \int \mu d\theta$$
$$\ln T = \mu\theta + cst$$

À $\theta = 0$, la tension est de 9,8 N. On a donc

$$\ln 9{,}8N = 0 + cst$$
$$cst = \ln 9{,}8N$$

Ainsi, on a

$$\begin{aligned}
\ln T &= \mu\theta + \ln 9,8N \\
\ln T - \ln 9,8N &= \mu\theta \\
\ln \tfrac{T}{9,8\mathrm{N}} &= \mu\theta \\
\frac{T}{9,8N} &= e^{\mu\theta} \\
T &= 9,8N \cdot e^{\mu\theta}
\end{aligned}$$

On sait qu'à 180°, la tension est de 39,2 N. Ainsi

$$39,2N = 9,8N \cdot e^{\mu\pi}$$

(On doit travailler en radians puisqu'on a utilisé l'approximation des petits angles, qui n'est vraie que pour des angles en radians.)

Il ne reste qu'à isoler μ.

$$\begin{aligned}
4 &= e^{\mu\pi} \\
\ln 4 &= \mu\pi \\
\mu &= \frac{\ln 4}{\pi} \\
\mu &= 0,4413
\end{aligned}$$

40. *<u>Forces agissant sur l'objet</u>*

La seule force sur la balle est la force de friction de l'air

<u>Somme des forces</u>

Avec un axe des x dans la direction de la vitesse, la somme des forces est

$$\sum F_x = -F_d$$

<u>2^e loi de Newton</u>

Puisque l'axe des x est dans la direction de la vitesse ou dans la direction opposée à la vitesse, toute l'accélération est dans la direction des x.

$$a_x = a \qquad\qquad a_y = 0$$

La deuxième loi de Newton donne alors

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma \\ -F_d &= ma \\ -\frac{1}{2}C_d\rho A v^2 &= ma\end{aligned}$$

Solution des équations

Pour trouver la vitesse de la balle en fonction du temps, on utilise

$$a = \frac{dv}{dt}$$

On a donc

$$-\frac{1}{2}C_d\rho A v^2 = m\frac{dv}{dt}$$

On peut alors résoudre cette équation pour obtenir

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= -\frac{C_d\rho A v^2}{2m} \\ \frac{dv}{v^2} &= -\frac{C_d\rho A}{2m}dt \\ \int\frac{dv}{v^2} &= -\int\frac{C_d\rho A}{2m}dt \\ -\frac{1}{v} &= -\frac{C_d\rho A t}{2m} + Cst\end{aligned}$$

Puisqu'à $t = 0$ la vitesse est v_0, on peut trouver la valeur de la constante.

$$\begin{aligned}-\frac{1}{v_0} &= 0 + Cst \\ Cst &= -\frac{1}{v_0}\end{aligned}$$

La formule de la vitesse en fonction du temps est donc

$$-\frac{1}{v} = -\frac{C_d\rho A t}{2m} - \frac{1}{v_0}$$

En isolant v, on obtient

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v} &= \frac{C_d \rho A t}{2m} + \frac{1}{v_0} \\
\frac{1}{v} &= \frac{C_d \rho A t v_0}{2mv_0} + \frac{2m}{2mv_0} \\
\frac{1}{v} &= \frac{C_d \rho A t v_0 + 2m}{2mv_0} \\
v &= \frac{2mv_0}{C_d \rho A t v_0 + 2m}
\end{aligned}$$

On ne peut pas encore calculer la vitesse parce qu'on ne sait pas combien de temps il faudra pour que la balle atteigne sa cible. Pour le savoir, il fait aussi avoir la formule de la position en fonction de temps. On trouve cette position en se rappelant que

$$x = \int v dt$$

On a donc

$$\begin{aligned}
x &= \int \frac{2mv_0}{C_d \rho A t v_0 + 2m} dt \\
&= \frac{2m}{C_d \rho A} \int \frac{1}{\left(t + \frac{2m}{C_d \rho A v_0} \right)} dt \\
&= \frac{2m}{C_d \rho A} \ln\left(t + \frac{2m}{C_d \rho A t v_0} \right) + Cst
\end{aligned}$$

Puisqu'à $t = 0$ la position est 0, on peut trouver la valeur de la constante.

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{2m}{C_d \rho A} \ln\left(0 + \frac{2m}{C_d \rho A t v_0} \right) + Cst \\
Cst &= -\frac{2m}{C_d \rho A} \ln\left(\frac{2m}{C_d \rho A t v_0} \right)
\end{aligned}$$

On a donc

$$x = \frac{2m}{C_d \rho A} \ln\left(t + \frac{2m}{C_d \rho A t v_0} \right) - \frac{2m}{C_d \rho A} \ln\left(\frac{2m}{C_d \rho A t v_0} \right)$$
$$= \frac{2m}{C_d \rho A} \left(\ln\left(t + \frac{2m}{C_d \rho A t v_0} \right) - \ln\left(\frac{2m}{C_d \rho A t v_0} \right) \right)$$
$$= \frac{2m}{C_d \rho A} \ln\left(\frac{t + \frac{2m}{C_d \rho A t v_0}}{\frac{2m}{C_d \rho A t v_0}} \right)$$
$$= \frac{2m}{C_d \rho A} \ln\left(\frac{C_d \rho A t v_0 t + 2m}{2m} \right)$$
$$= \frac{2m}{C_d \rho A} \ln\left(\frac{C_d \rho A v_0}{2m} t + 1 \right)$$

On peut maintenant trouver le temps nécessaire pour atteindre la cible. Pour votre balle de baseball, on a

$$\frac{2m}{C_d \rho A} = \frac{2 \cdot 0,145kg}{0,47 \cdot 1,3 \frac{kg}{m^3} \cdot \pi \left(0,037m\right)^2}$$
$$= 110,36m$$

La position est donc

$$x = 110,36m \cdot \ln\left(\frac{30 \frac{m}{s}}{110,36m \cdot} \cdot t + 1 \right)$$
$$x = 110,36m \cdot \ln\left(0,27184 \tfrac{1}{s} \cdot t + 1\right)$$

Le temps pour arriver à x = 100 m est donc

$$100m = 110,36m \cdot \ln\left(0,27184 \tfrac{1}{s} \cdot t + 1\right)$$
$$0,90614 = \ln\left(0,27184 \tfrac{1}{s} \cdot t + 1\right)$$
$$e^{0,90614} = 0,27184 \tfrac{1}{s} \cdot t + 1$$
$$2,4748 = 0,27184 \tfrac{1}{s} \cdot t + 1$$
$$1,4748 = 0,27184 \tfrac{1}{s} \cdot t$$
$$t = 5,425s$$

La vitesse est alors

$$\begin{aligned} v &= \frac{2mv_0}{C_d \rho A t v_0 + 2m} \\ &= \frac{v_0}{\frac{C_d \rho A v_0}{2m} t + 1} \\ &= \frac{30 \frac{m}{s}}{\frac{30 \frac{m}{s}}{110,36m} 5,425s + 1} \\ &= 12,12 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

41. *Forces agissant sur l'objet*

Sur la masse, il y a la gravitation et les deux ressorts qui agissent.

Somme des forces

Les sommes des forces sur la masse sont

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -F_R \cos\theta + F_R \cos\theta \\ \sum F_y &= F_R \sin\theta + F_R \sin\theta - mg \end{aligned}$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

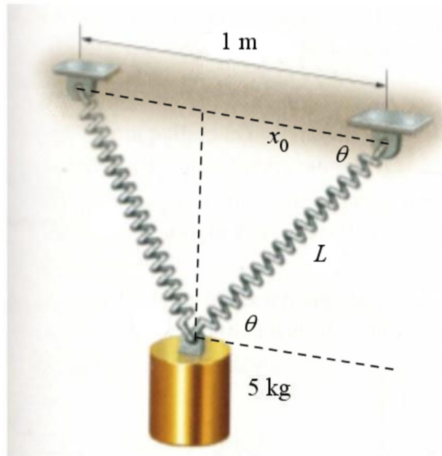
$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x \qquad \rightarrow \qquad -F_R \cos\theta + F_R \cos\theta = 0 \\ \sum F_y &= ma_y \qquad \rightarrow \qquad F_R \sin\theta + F_R \sin\theta - mg = 0 \end{aligned}$$

Solution des équations

La deuxième équation nous amène assez vite à

$$F_R = \frac{mg}{2\sin\theta}$$

La force faite par le ressort et l'angle dépendent tous les deux de l'étirement du ressort.



La longueur du ressort est *L*. La force faite par le ressort est donc

$$F_R = k\left(L - x_0\right)$$

où x_0 est la longueur du ressort au repos (50 cm).

Le sinus de l'angle est

$$\sin\theta = \frac{y}{L} = \frac{\sqrt{L^2 - x_0^2}}{L}$$

On a donc

$$F_R = \frac{mg}{2\sin\theta}$$

$$k\left(L - x_0\right) = \frac{mgL}{2\sqrt{L^2 - x_0^2}}$$

Il ne reste qu'à isoler *L* dans cette équation.

$$\left(L-x_0\right)\sqrt{L^2-x_0^2}=\frac{mgL}{2k}$$

$$\left(L-x_0\right)^2\left(L^2-x_0^2\right)=\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 L^2$$

$$\left(L-x_0\right)^2\left(L-x_0\right)\left(L+x_0\right)=\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 L^2$$

$$\left(L-x_0\right)^3\left(L+x_0\right)=\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 L^2$$

$$\left(L^3-3x_0L^2+3x_0^2L-x_0^3\right)\left(L+x_0\right)=\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 L^2$$

$$L^4-3x_0L^3+3x_0^2L^2-x_0^3L+x_0L^3-3x_0^2L^2+3x_0^3L-x_0^4=\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 L^2$$

$$L^4-2x_0L^3+2x_0^3L-x_0^4=\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 L^2$$

$$L^4-2x_0L^3-\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 L^2+2x_0^3L-x_0^4=0$$

Ceci est une équation de degré 4 ! Avec les chiffres, elle est

$$L^4-(1m)L^3-\left(\frac{1}{16}m^2\right)L^2+\left(\frac{1}{4}m^3\right)L-\left(\frac{1}{16}m^4\right)=0$$

$$16L^4-16m\cdot L^3-1m^2\cdot L^2+4m^3\cdot L-1m^4=0$$

La seule solution positive de cette équation est

$$L=0{,}81623\text{ m}$$