Solutionnaire du chapitre 3

1. Avec un axe des x vers la droite, on a

$$\sum F_x = ma_x$$
$$120N = 80kg \cdot a_x$$
$$a_x = 1,5 \tfrac{m}{s^2}$$

2. On va trouver la force avec

$$\sum F_x = ma_x$$

Pour la trouver, il nous faut l'accélération. Avec un axe positif dans le sens de la vitesse, l'accélération de la voiture est

$$2a\left(x - x_0\right) = v^2 - v_0^2$$
$$2 \cdot a \cdot \left(80m - 0m\right) = \left(0 \tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(27,78 \tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$a = -4,823 \tfrac{m}{s^2}$$

Ainsi, la force est

$$\sum F_x = ma_x$$
$$F = 1200kg \cdot \left(-4,823 \tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$F = -5787N$$

Elle est négative, car elle est dans la direction opposée à la vitesse, qu'on avait mis positive. La grandeur de la force est donc 5787 N.

3. On va trouver le temps avec l'accélération. Pour trouver cette accélération, on doit savoir avec quelle force le camion peut tirer. On peut trouver cette information avec ce qu'on sait du camion quand il n'y a pas de remorque.

Sans remorque, l'accélération est (on utilise un axe dans le sens de la vitesse)

$$v = v_0 + at$$
$$8\tfrac{m}{s} = 0\tfrac{m}{s} + a \cdot 1s$$
$$a = 8\tfrac{m}{s^2}$$

La force qui accélère le camion est donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$F = 1800kg \cdot 8\tfrac{m}{s^2}$$
$$F = 14\,400N$$

Avec la remorque, la masse totale est maintenant de 134 800 kg. L'accélération est donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$14\,400N = 134\,800kg \cdot a$$
$$a = 0{,}1068\tfrac{m}{s^2}$$

Pour atteindre 10 km/h, il faudra donc

$$v = v_0 + at$$
$$2{,}778\tfrac{m}{s} = 0\tfrac{m}{s} + 0{,}1068\tfrac{m}{s^2} \cdot t$$
$$t = 26s$$

4. L'accélération de l'avion est

$$\sum F_x = ma_x$$
$$48\,900N \cdot 2 = 23\,500kg \cdot a$$
$$a = 4{,}16\tfrac{m}{s^2}$$

La longueur de piste se trouve donc avec

$$2a_x\left(x - x_0\right) = v_x^2 - v_{x0}^2$$
$$2 \cdot 4{,}16\tfrac{m}{s^2} \cdot \left(x - 0m\right) = \left(80\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$x = 768{,}9m$$

5. a) On va trouver la vitesse avec l'accélération. L'accélération se trouve avec la 2e loi de Newton.

Les forces agissant sur l'objet

La seule force en x est $F_x = 120\tfrac{N}{s} \cdot t + 500N$.

Somme des forces

La force nette en x est

$$\sum F_x = 120\tfrac{N}{s} \cdot t + 500N$$

2e loi de Newton

La deuxième loi de Newton nous donne

$$\sum F_x = ma_x$$
$$120\tfrac{N}{s} \cdot t + 500N = 1000kg \cdot a_x$$

Solution de l'équation

L'accélération est

$$120\tfrac{N}{s} \cdot t + 500N = 1000kg \cdot a_x$$
$$a_x = 0,12\tfrac{m}{s^3} \cdot t + 0,5\tfrac{m}{s^2}$$

Comme $a_x = dv_x/dt$, on a

$$\frac{dv_x}{dt} = 0,12\tfrac{m}{s^3} \cdot t + 0,5\tfrac{m}{s^2}$$

Il faut donc intégrer pour trouver la formule de la vitesse.

$$v_x = \int \left(0,12\tfrac{m}{s^3} \cdot t + 0,5\tfrac{m}{s^2}\right) dt$$
$$= 0,06\tfrac{m}{s^3} \cdot t^2 + 0,5\tfrac{m}{s^2} \cdot t + constante$$

On peut trouver la constante parce qu'on sait que la vitesse à t = 0 s est 5 m/s.

$$5\tfrac{m}{s} = 0,06\tfrac{m}{s^3} \cdot (0s)^2 + 0,5\tfrac{m}{s^2} \cdot 0s + constante$$
$$5\tfrac{m}{s} = constante$$

La formule de la vitesse est donc

$$v_x = 0,06\tfrac{m}{s^3} \cdot t^2 + 0,5\tfrac{m}{s^2} \cdot t + 5\tfrac{m}{s}$$

À t = 30 s, la vitesse est

$$\begin{aligned} v_x &= 0{,}06\tfrac{m}{s^3}\cdot(30s)^2 + 0{,}5\tfrac{m}{s^2}\cdot 30 + 5\tfrac{m}{s} \\ &= 74\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) La formule de la vitesse est

$$v_x = 0{,}06\tfrac{m}{s^3}\cdot t^2 + 0{,}5\tfrac{m}{s^2}\cdot t + 5\tfrac{m}{s}$$

Comme $v_x = dx/dt$, on a

$$\frac{dx}{dt} = 0{,}06\tfrac{m}{s^3}\cdot t^2 + 0{,}5\tfrac{m}{s^2}\cdot t + 5\tfrac{m}{s}$$

Il faut donc intégrer pour trouver la formule de la position.

$$\begin{aligned} x &= \int\left(0{,}06\tfrac{m}{s^3}\cdot t^2 + 0{,}5\tfrac{m}{s^2}\cdot t + 5\tfrac{m}{s}\right)dt \\ &= 0{,}02\tfrac{m}{s^3}\cdot t^3 + 0{,}25\tfrac{m}{s^2}\cdot t^2 + 5\tfrac{m}{s}\cdot t + constante \end{aligned}$$

On peut trouver la constante si on suppose que la position à t = 0 s est 0 m.

$$0m = 0{,}02\tfrac{m}{s^3}\cdot(0s)^3 + 0{,}25\tfrac{m}{s^2}\cdot(0s)^2 + 5\tfrac{m}{s}\cdot 0s + constante$$
$$0m = constante$$

La formule de la position est donc

$$x = 0{,}02\tfrac{m}{s^3}\cdot t^3 + 0{,}25\tfrac{m}{s^2}\cdot t^2 + 5\tfrac{m}{s}\cdot t$$

À t = 30 s, la position est

$$\begin{aligned} x &= 0{,}02\tfrac{m}{s^3}\cdot(30s)^3 + 0{,}25\tfrac{m}{s^2}\cdot(30s)^2 + 5\tfrac{m}{s}\cdot 30s \\ &= 915m \end{aligned}$$

c) Comme on a la formule de la vitesse en fonction du temps, on doit connaitre la valeur de t quand la voiture est à x = 400 m. Pour connaitre ce temps, on doit résoudre l'équation

$$400m = 0{,}02\tfrac{m}{s^3}\cdot t^3 + 0{,}25\tfrac{m}{s^2}\cdot t^2 + 5\tfrac{m}{s}\cdot t$$

Dans Wolfram, on écrit

```
solve 400=0.02*t^3+0.25*t^2+5*t
```

et la seule solution réelle est t = 20,989 s.

La vitesse à ce moment est donc

$$\begin{aligned} v_x &= 0,06\tfrac{m}{s^3}\cdot(20,989s)^2 + 0,5\tfrac{m}{s^2}\cdot 20,989s + 5\tfrac{m}{s} \\ &= 41,93\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

6. On va séparer en composantes *x* et *y* en utilisant un axe *x* vers la droite et un axe *y* vers le haut.

<u>*Somme des forces*</u>

Les composantes de la force de 25 N à 0° sont

$$\begin{aligned} F_{1x} &= 25N\cdot\cos(0°) = 25N \\ F_{1y} &= 25N\cdot\sin(0°) = 0N \end{aligned}$$

Les composantes de la force de 30 N à 45° sont

$$\begin{aligned} F_{2x} &= 30N\cdot\cos(45°) = 15\sqrt{2}N \\ F_{2y} &= 30N\cdot\sin(45°) = 15\sqrt{2}N \end{aligned}$$

Les composantes de la force de 20 N à 90° sont

$$\begin{aligned} F_{3x} &= 20N\cdot\cos(90°) = 0N \\ F_{3y} &= 20N\cdot\sin(90°) = 20N \end{aligned}$$

Les composantes de la force de 25 N à 225° sont

$$\begin{aligned} F_{4x} &= 20N\cdot\cos(225°) = -10\sqrt{2}N \\ F_{4y} &= 20N\cdot\sin(225°) = -10\sqrt{2}N \end{aligned}$$

Les composantes de la force de 50 N à 270°

$$\begin{aligned} F_{5x} &= 50N\cdot\cos(270°) = 0N \\ F_{5y} &= 50N\cdot\sin(270°) = -50N \end{aligned}$$

La force totale en *x* est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x} \\ &= 25N + 15\sqrt{2}N + 0N + -10\sqrt{2}N + 0N \\ &= 32,07N\end{aligned}$$

La force totale en y est donc

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y} \\ &= 0N + 15\sqrt{2}N + 20N + -10\sqrt{2}N + -50N \\ &= -22,93N\end{aligned}$$

2^e loi de Newton

L'accélération en x est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ 32,07N &= 5kg \cdot a_x \\ a_x &= 6,414 \tfrac{m}{s^2}\end{aligned}$$

L'accélération en y est donc

$$\begin{aligned}\sum F_y &= ma_y \\ -22,93N &= 5kg \cdot a_y \\ a_y &= -4,586 \tfrac{m}{s^2}\end{aligned}$$

La grandeur de l'accélération est donc

$$\begin{aligned}a &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \\ &= \sqrt{\left(6,414 \tfrac{m}{s^2}\right)^2 + \left(-4,586 \tfrac{m}{s^2}\right)^2} \\ &= 7.885 \tfrac{m}{s^2}\end{aligned}$$

et sa direction est

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{a_y}{a_x} \\ &= \arctan \frac{-4,586 \tfrac{m}{s^2}}{6,414 \tfrac{m}{s^2}} \\ &= -35.56°\end{aligned}$$

7. Trouvons premièrement la somme des forces sur le traineau et Anita. On va séparer en composantes *x* et *y* en utilisant un axe *x* vers la droite et un axe *y* vers le haut.

Somme des forces

Les composantes de la force de 57 N vers la droite sont

$$F_{1x} = 57N \cdot \cos(0°) = 57N$$
$$F_{1y} = 57N \cdot \sin(0°) = 0N$$

Les composantes de la force faite par la maman sont

$$F_{2x} = 55N \cdot \cos(145°) = -45,05N$$
$$F_{2y} = 55N \cdot \sin(145°) = 31,55N$$

Les composantes de la force faite par le papa sont

$$F_{3x} = 55N \cdot \cos(215°) = -45,05N$$
$$F_{3y} = 55N \cdot \sin(215°) = -31,55N$$

La force totale en *x* est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \\ &= 57N + -45,05N + -45,05N \\ &= -33,11N\end{aligned}$$

La force totale en *y* est donc

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \\ &= 0N + 31,55N + -31,55N \\ &= 0N\end{aligned}$$

2e loi de Newton

Pour trouver la masse avec la 2e loi de Newton, on doit connaitre l'accélération. Si le traineau fait 6 m en 2 secondes, alors son accélération est

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a_x t^2$$
$$-6m = 0m + 0\tfrac{m}{s} \cdot 2s + \tfrac{1}{2} \cdot a_x \cdot (2s)^2$$
$$a_x = -3\tfrac{m}{s^2}$$

La 2e loi de Newton donne alors

$$\sum F_x = ma_x$$
$$-33{,}11N = m \cdot \left(-3\tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$m = 11{,}04kg$$

La masse d'Anita est donc

$$\begin{aligned} m &= m_{tot} - m_{traineau} \\ &= 11{,}04kg - 2kg \\ &= 9{,}04kg \end{aligned}$$

8. Trouvons premièrement la somme des forces sur la caisse. On va séparer en composantes x et y en utilisant un axe x vers la droite et un axe y vers le haut.

Les composantes de la force de 400 N sont

$$F_{1x} = 400N \cdot \cos(30°) = 346{,}4N$$
$$F_{1y} = 400N \cdot \sin(30°) = 200N$$

Les composantes de la force de 600 N sont

$$F_{2x} = 600N \cdot \cos(140°) = -459{,}6N$$
$$F_{2y} = 600N \cdot \sin(140°) = 385{,}7N$$

Les composantes de la force inconnue F sont

$$F_{3x} \text{ et } F_{3y}$$

La force totale en x est nulle. On a donc

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$$
$$0N = 346{,}4N + -459{,}6N + F_{3x}$$
$$F_{3x} = 113{,}2N$$

La force totale en y est 850 N. On a donc

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$$
$$850N = 200N + 385,7N + F_{3y}$$
$$F_{3y} = 264,3N$$

La grandeur de la force 3 est donc

$$F_3 = \sqrt{F_{3x}^2 + F_{3y}^2} = 287,5N$$

et sa direction est

$$\theta = \arctan \frac{F_{3y}}{F_{3x}} = 66,8°$$

9. a) L'accélération de la capsule est

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-200N}{2500kg} = -0,08 \tfrac{m}{s^2}$$

La vitesse au bout de 0,5 s est donc

$$v = at = -0,08 \tfrac{m}{s^2} \cdot 0,5s = -0,04 \tfrac{m}{s}$$

b) L'accélération de l'astronaute est

$$a = \frac{F}{m} = \frac{200N}{100kg} = 2 \tfrac{m}{s^2}$$

La vitesse au bout de 0,5 s est donc

$$v = at = 2 \tfrac{m}{s^2} \cdot 0,5s = 1 \tfrac{m}{s}$$

10. L'accélération de l'objet est

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-8 \tfrac{N}{m} \cdot x}{2kg} = -4 \tfrac{1}{s^2} \cdot x$$

Puisque $a = dv/dt$, on a

$$\frac{dv}{dt} = -4\tfrac{1}{s^2} \cdot x$$

Et voici le tour de magie pour résoudre.

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} &= -4\tfrac{1}{s^2} \cdot x \\ \frac{dv}{dx}v &= -4\tfrac{1}{s^2} \cdot x \\ vdv &= -4\tfrac{1}{s^2} \cdot xdx\end{aligned}$$

En intégrant de chaque côté, on a

$$\begin{aligned}\int vdv &= \int -4\tfrac{1}{s^2} \cdot xdx \\ \frac{v^2}{2} &= -\frac{4\tfrac{1}{s^2}}{2} \cdot x^2 + Cst\end{aligned}$$

Pour trouver la constante, on sait que la vitesse est 10 m/s à $x = 0$. On a donc

$$\begin{aligned}\frac{\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2}{2} &= 0 + Cst \\ Cst &= 50\tfrac{m^2}{s^2}\end{aligned}$$

Ainsi, la vitesse est

$$\begin{aligned}\frac{v^2}{2} &= -\frac{4\tfrac{1}{s^2}}{2} \cdot x^2 + 50\tfrac{m^2}{s^2} \\ v^2 &= -4\tfrac{1}{s^2} \cdot x^2 + 100\tfrac{m^2}{s^2}\end{aligned}$$

On peut maintenant trouver la position quand la vitesse est nulle

$$\begin{aligned}0 &= -4\tfrac{1}{s^2} \cdot x^2 + 100\tfrac{m^2}{s^2} \\ 4\tfrac{1}{s^2} \cdot x^2 &= 100\tfrac{m^2}{s^2} \\ x &= 5m\end{aligned}$$

11. L'accélération de l'objet est

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt} \\ &= \frac{d(2\frac{1}{sm}\cdot x^2)}{dt} \\ &= \frac{d(2\frac{1}{sm}\cdot x^2)}{dx}\frac{dx}{dt} \\ &= 4\tfrac{1}{sm}\cdot x\frac{dx}{dt} \end{aligned}$$

Puisque *dx/dt* = *v*, on a

$$a = 4\tfrac{1}{sm}\cdot x\cdot v$$

Puisque

$$v = 2\tfrac{1}{sm}\cdot x^2$$

l'accélération devient

$$\begin{aligned} a &= 4\tfrac{1}{sm}\cdot x\cdot 2\tfrac{1}{sm}\cdot x^2 \\ &= 8\tfrac{1}{s^2m^2}\cdot x^3 \end{aligned}$$

La force est donc

$$\begin{aligned} F &= ma \\ &= 2kg\cdot 8\tfrac{1}{s^2m^2}\cdot x^3 \\ &= 16\tfrac{kg}{s^2m^2}\cdot x^3 \end{aligned}$$