Solutionnaire du chapitre 13

1. Il y a quatre forces qui s'exercent sur la poutre.

1) Le poids de la poutre (392 N) vers le bas.
2) La tension de la corde de gauche (T_1).
3) La tension de la corde qui soutient le bloc de 100 kg. Cette tension est égale au poids du bloc, donc à 980 N.
4) La tension de la corde de droite (T_2).

L'équation de la somme des forces sur la poutre est donc

$$\sum F_y = 0$$
$$\rightarrow -392N + T_1 - 980N + T_2 = 0$$

et l'équation de la somme des moments de force (avec l'axe à gauche de la poutre avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\rightarrow 392N \cdot 2,5m + T_1 \cdot 0m + 980N \cdot 2m - T_2 \cdot 5m = 0$$

On trouve alors T_2 avec cette deuxième équation.

$$392N \cdot 2,5m + 980N \cdot 2m - T_2 \cdot 5m = 0$$
$$T_2 = 588N$$

et on utilise cette valeur dans le somme des forces en y pour obtenir

$$-392N + T_1 - 980N + T_2 = 0$$
$$-392N + T_1 - 980N + 588N = 0$$
$$T_1 = 784N$$

2. Il y a quatre forces qui s'exercent sur la poutre.

1) Le poids de la poutre (196 N).
2) La normale faite par le pivot (qu'on va séparer en composantes H et V).
3) La tension de la corde horizontale (T).
4) La tension de la corde qui soutient la lumière de 30 kg. Cette tension est égale au poids de la lumière, donc à 294 N.

L'équation de la somme des forces sur la poutre est donc

$$\sum F_x = 0$$
$$\rightarrow H - T = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\rightarrow -196N + V - 294N = 0$$

et l'équation de la somme des moments de force (avec l'axe au pivot avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\rightarrow +196N \cdot 3m \cdot \sin 53° - T \cdot 3m + 294N \cdot 6m \cdot \sin 53° = 0$$

(Dans cette dernière équation, le moment de force fait par la tension a été calculé avec $F_{r\perp}$.)

On trouve alors T avec l'équation des moments des forces.

$$196N \cdot 3m \cdot \sin 53° - T \cdot 3m + 294N \cdot 6m \cdot \sin 53° = 0$$
$$T = 626{,}13N$$

On trouve ensuite H avec l'équation des forces en x

$$H - T = 0$$
$$H - 626{,}13N = 0$$
$$H = 626{,}13N$$

et V avec l'équation des forces en y.

$$-196N + V - 294N = 0$$
$$V = 490N$$

La grandeur de la force faite par le pivot est donc

$$F = \sqrt{H^2 + V^2}$$
$$= \sqrt{(626{,}13N)^2 + (490N)^2}$$
$$= 795{,}1N$$

et sa direction est

$$\theta = \arctan \frac{V}{H}$$
$$= \arctan \frac{490N}{626,13N}$$
$$= 38,0°$$

3. Il y a quatre forces qui s'exercent sur la poutre :

1) Le poids de la poutre (196 N).
2) La normale faite par le pivot (qu'on va séparer en composant *H* et *V*).
3) La normale faite par le travailleur. Cette normale est égale au poids de la personne (686 N).
4) La tension de la corde qui soutient la poutre (*T*).

Les équations de la somme des forces sur la poutre sont donc

$$\sum F_x = 0$$
$$\rightarrow H + T\cos(30°) = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\rightarrow -196N + V - 686N + T\sin(30°) = 0$$

et l'équation de la somme des moments de force (avec l'axe au pivot avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\rightarrow +196N \cdot 1,5m + 686N \cdot 1m - T \cdot 3m \cdot \sin 150° = 0$$

On trouve alors *T* avec l'équation des moments des forces.

$$196N \cdot 1,5m + 686N \cdot 1m - T \cdot 3m \cdot \sin 150° = 0$$
$$T = 653,33N$$

On trouve ensuite *H* avec l'équation des forces en *x*

$$H + T\cos(30°) = 0$$
$$H + 653,33N \cdot \cos(30°) = 0$$
$$H = -565,8N$$

et *V* avec l'équation des forces en *y*.

$$-196N + V - 686N + T\sin(30°) = 0$$
$$-196N + V - 686N + 653{,}33N \cdot \sin(30°) = 0$$
$$V = 553{,}33N$$

La grandeur de la force faite par le pivot est donc

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{H^2 + V^2} \\ &= \sqrt{(-565{,}8N)^2 + (553{,}83N)^2} \\ &= 792{,}8N \end{aligned}$$

et sa direction est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\frac{V}{H} \\ &= \arctan\frac{553{,}83N}{-565{,}8N} \\ &= 135{,}5° \end{aligned}$$

4. Il y a trois forces qui s'exercent sur la poutre.

1) Le poids (980 N).
2) La force faite par Sam (F_1).
3) La force faite par Joe (F_2).

L'équation de la somme des forces sur la poutre est donc

$$\sum F_y = 0$$
$$\to -980N + F_1 + F_2 = 0$$

et l'équation de la somme des moments de force (avec l'axe à l'endroit où est appliquée la force faite par Sam avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\to +980N \cdot 2{,}8m - F_2 \cdot 4{,}6m = 0$$

On trouve alors F_2 avec l'équation des moments des forces

$$+980N \cdot 2,8m - F_2 \cdot 4,6m = 0$$
$$F_2 = 596,5N$$

On trouve ensuite F_1 avec l'équation des forces en *y*.

$$-980N + F_1 + F_2 = 0$$
$$-980N + F_1 + 596,5N = 0$$
$$F_1 = 383,5N$$

5. Il y a trois forces qui s'exercent sur la poutre.

1) Le poids (98 N).
2) La force faite par la main droite (F_1).
3) La force faite par la main gauche (F_2).

L'équation de la somme des forces sur la poutre est donc

$$\sum F_y = 0$$
$$\rightarrow -98N + F_1 + F_2 = 0$$

et l'équation de la somme des moments de force (avec l'axe à l'endroit où est appliquée la force faite par la main droite avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\rightarrow -F_2 \cdot 0,7m + 98N \cdot 1,7m = 0$$

On trouve alors F_2 avec l'équation des moments des forces.

$$-F_2 \cdot 0,7m + 98N \cdot 1,7m = 0$$
$$F_2 = 238N$$

On trouve ensuite F_1 avec l'équation des forces en *y*.

$$-98N + F_1 + F_2 = 0$$
$$-98N + F_1 + 238N = 0$$
$$F_1 = -140N$$

Comme elle est négative, cette force est vers le bas.

6. Il y a quatre forces qui s'exercent sur la planche :

1) Le poids de la planche (P).
2) La normale faite par le trépied de gauche (N_1).
3) La normale faite par le trépied de droite (N_2).
4) La normale faite par le chat, qui est égale au poids du chat (49 N).

Comme la planche est sur le point de basculer, la normale faite par le trépied de gauche est nulle.

L'équation de la somme des forces sur la poutre est donc

$$\sum F_y = 0$$
$$\to -P + N_2 - 49N = 0$$

et l'équation de la somme des moments de force (avec l'axe à l'endroit où est appliquée N_2 avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\to -P \cdot 1m + 49N \cdot 1,5m = 0$$

On trouve alors P avec l'équation des moments des forces.

$$-P \cdot 1m + 49N \cdot 1,5m = 0$$
$$P = 73,5N$$

La masse est donc

$$P = mg$$
$$73,5N = m \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg}$$
$$m = 7,5kg$$

7. Il y a trois forces qui s'exercent sur le pont :

1) Le poids du pont (1960 N).
2) La force faite par le pivot (composantes H et V).
3) La force de tension faite par la corde.

Les équations de la somme des forces sur la poutre sont donc

$$\sum F_x = 0$$
$$\to H + T\cos(115,8°) = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\to -1960N + V + T\sin(115,8°) = 0$$

et l'équation de la somme des moments de force (avec l'axe au pivot avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\to 1960N \cdot 4,5m \cdot \sin(110°) - T \cdot 5m \cdot \sin(44,2°) = 0$$

On trouve alors *T* avec l'équation des moments des forces.

$$1960N \cdot 4,5m \cdot \sin(110°) - T \cdot 5m \cdot \sin(44,2°) = 0$$
$$T = 2377,7N$$

On trouve ensuite *H* avec l'équation des forces en *x*

$$H + T\cos(115,8°) = 0$$
$$H + 2377,7 \cdot \cos(115,8°) = 0$$
$$H = 1034,8N$$

et *V* avec l'équation des forces en *y*.

$$-1960N + V + T\sin(115,8°) = 0$$
$$-1960N + V + 2377,7N \cdot \sin(115,8°) = 0$$
$$V = -180,6N$$

La grandeur de la force faite par le pivot est donc

$$F = \sqrt{H^2 + V^2}$$
$$= \sqrt{(1034,8N)^2 + (-180,6N)^2}$$
$$= 1050,5N$$

et sa direction est

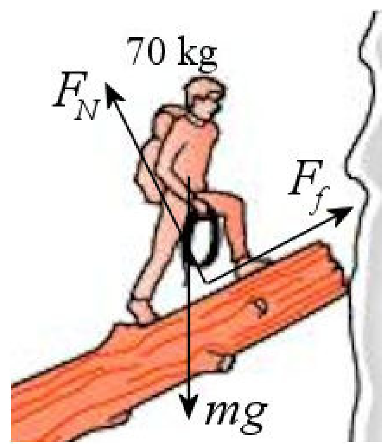
$$\theta = \arctan \frac{V}{H}$$
$$= \arctan \frac{-180,6N}{1034,8N}$$
$$= -9,9°$$

8. On va supposer que Gaëlle est au bout du tronc. On trouvera alors la force de friction qu'on doit avoir pour que le tronc ne glisse pas. On comparera ensuite à la valeur maximale de la friction statique pour voir si on peut atteindre la friction nécessaire.

Il y a cinq forces qui s'exercent sur le tronc.

1) Le poids du tronc (2940 N) vers le bas.
2) La normale faite par le sol (N_1) vers le haut.
3) La friction faite par le sol (F_f) vers la droite.
4) La normale faite par la falaise (N_2) vers la gauche.
5) La force totale faite par Gaëlle sur le tronc vers le bas qui est égale à son poids (686 N).

Cette 5^e force est en fait la somme de la force normale et de la force de friction. Si on examine les forces sur Gaëlle, on a les forces montrées à droite.



Puisque Gaëlle n'accélère pas, la somme de ces 3 forces doit être nulle. Cela signifie que la somme de la normale et de la friction doit annuler le poids. La somme de la normale et de la friction sur Gaëlle est donc une force dirigée vers le haut et dont la grandeur est égale au poids (686 N). C'est la force totale faite par le tronc sur Gaëlle.

Si le tronc fait une force totale de 686 N vers le haut sur Gaëlle, alors Gaëlle fait une force totale de 686 N vers le bas sur le tronc selon la 3^e loi de Newton.

Les équations de la somme des forces sur le tronc sont donc

$$\sum F_x = 0$$
$$\rightarrow F_f - N_2 = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\rightarrow N_1 - 2940N - 686N = 0$$

et l'équation de la somme des moments de force (avec l'axe au bout gauche du tronc avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\rightarrow 2940N \cdot 2m \cdot \sin(63°) + 686N \cdot 5m \cdot \sin(63°) - N_2 \cdot 5m \cdot \sin(27°) = 0$$

On trouve alors N_2 avec l'équation des moments des forces.

$$2940N \cdot 2m \cdot \sin(63°) + 686N \cdot 5m \cdot \sin(63°) - N_2 \cdot 5m \cdot \sin(27°) = 0$$
$$N_2 = 3654,4N$$

On trouve ensuite F_f avec l'équation des forces en *x*.

$$F_f - N_2 = 0$$
$$F_f - 3654,4N = 0$$
$$F_f = 3654,4N$$

Examinons maintenant si on peut avoir une friction statique aussi grande. Le maximum de la friction est

$$F_{f\ \max} = \mu_s N_1$$

Selon la somme des forces en *y*, la normale est

$$N_1 - 2940N - 686N = 0$$
$$N_1 = 3626N$$

La friction maximale est donc

$$\begin{aligned} F_{f\ \max} &= \mu_s N_1 \\ &= 0,8 \cdot 3626N \\ &= 2900,8N \end{aligned}$$

Comme il faudrait avoir une force de friction de 3654,4 N et que la friction statique maximale est 2900,8 N, le tronc va glisser.

9. a) Il y a quatre forces qui s'exercent sur la planche :

1) Le poids de la planche (49 N).
2) La normale faite par la balance de gauche (380 N).

3) La normale faite par la balance de droite (280 N).
4) La normale faite par Annabelle, qui est égale à son poids (on va donc l'appeler P). Cette force s'exerce partout sous le corps d'Annabelle, mais l'effet est le même si on considère qu'elle s'exerce tout juste en dessous du centre de masse d'Annabelle.

L'équation de la somme des forces sur la planche est donc

$$\sum F_y = 0$$
$$\to -49N + 380N + 280N - P = 0$$

On trouve donc que le poids de la personne est

$$-49N + 380N + 280N - P = 0$$
$$P = 611N$$

La masse de la personne est donc de 611 N / 9,8 N/kg = 62,3 kg.

b) L'équation de la somme des moments de force (avec l'axe à l'endroit où est appliquée la force faite par la balance de gauche avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\to +49N \cdot 1,25m + 611N \cdot d - 280N \cdot 2,5m = 0$$

On trouve alors la distance entre la balance de gauche et le centre de masse de la personne en isolant *d.*

$$49N \cdot 1,25m + 611N \cdot d - 280N \cdot 2,5m = 0$$
$$d = 1,045m$$

Le centre de masse d'Annabelle est donc à 1,045 m de ses pieds.

10. Il y a 3 forces sur levier.

1) La tension de la corde qui soutient la masse de 125 kg. Cette tension est égale au poids de la masse, donc à 1225 N.
2) La tension de la corde qui soutient la masse de 275 kg. Cette tension est égale au poids de la masse, donc à 2695 N.
3) La normale faite par le pivot (F_N).

Avec l'équation de la somme des moments de force (avec un axe situé à l'endroit où le pivot touche au levier et un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre), on trouve

$$\sum \tau = 0$$
$$\to -1225N \cdot x + 2695N \cdot (4m - x) = 0$$

La solution de cette équation est

$$-1225N \cdot x + 2695N \cdot (4m - x) = 0$$
$$-1225N \cdot x + 10780Nm - 2695N \cdot x = 0$$
$$-3920N \cdot x + 10780Nm = 0$$
$$x = 2,75m$$

11. Il y a 3 forces sur la poutre.

1) Le poids de la poutre (490 N).
2) La tension de la corde qui soutient la masse de 200 kg. Cette tension est égale au poids de la masse, donc à 1960 N.
3) La force et le moment de force fait par les vis.

Avec un axe situé à l'endroit où la poutre est fixée au mur et avec un sens positif dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, le tableau des forces est

Forces	***x***	***y***	τ
Poids poutre	0	-490 N	-490 N · 1 m · sin 90° = -490 Nm
Tension corde	0	1960 N	1960 N · 2 m · sin 90° = 3920 Nm
Vis	*H*	*V*	τ

On a donc les équations suivantes.

$$\sum F_x = 0$$
$$\to H = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\to -490N + 1960N + V = 0$$
$$\sum \tau = 0$$
$$\to -490Nm + 3920Nm + \tau = 0$$

Avec la première équation, on trouve

$$H = 0$$

Avec la deuxième équation, on trouve

$$-490N + 1960N + V = 0$$
$$V = -1470N$$

Avec la troisième équation, on trouve

$$-490Nm + 3920Nm + \tau = 0$$
$$\tau = -3430Nm$$

12. Il y a 3 forces sur la poutre.

1) Le poids de la poutre (392 N).
2) La normale faite par le bloc de 30 kg. Cette normale est égale au poids du bloc, donc à 294 N.
3) La force et le moment de force fait par les vis.

Avec un axe situé à l'endroit où la poutre est fixée au mur et avec un sens positif dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, le tableau des forces est

Forces	x	y	τ
Poids poutre	0	-392 N	-392 N · 1 m · sin 90° = -392 Nm
Bloc	0	-294 N	-294 N x sin 90° = -294 N x
Vis	H	V	τ

On a donc les équations suivantes.

$$\sum F_x = 0$$
$$\rightarrow H = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\rightarrow -490N - 392N + V = 0$$
$$\sum \tau = 0$$
$$\rightarrow -392Nm - 294N \cdot x + \tau = 0$$

a) Puisque le moment de force fait par les boulons doit être inférieur à 800 Nm, la troisième équation nous dit que

$$-392Nm - 294N \cdot x + \tau = 0$$
$$392Nm + 294N \cdot x = \tau$$
$$392Nm + 294N \cdot x = \tau \leq 800Nm$$
$$392Nm + 294N \cdot x \leq 800Nm$$
$$294N \cdot x \leq 408Nm$$
$$x \leq 1,388m$$

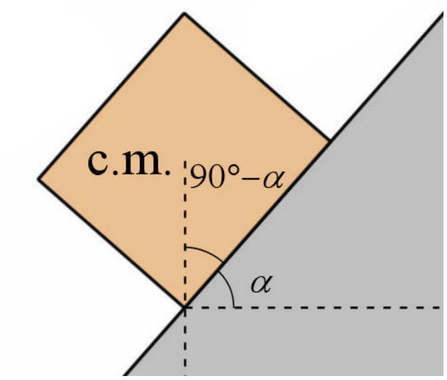
b) Avec la première équation, on trouve

$$H = 0$$

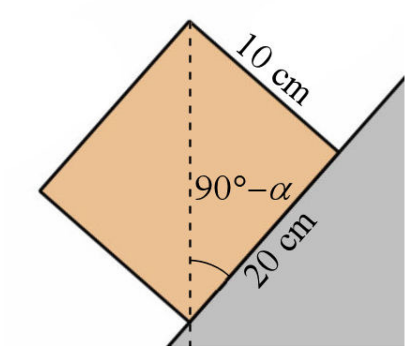
Avec la deuxième équation, on trouve

$$-490N + -392N + V = 0$$
$$V = 686N$$

13. Pour que le bloc tombe, le centre de masse du bloc, qui est au centre de ce dernier, ne doit pas être au-dessus de la surface du bloc en contact avec la pente. À la limite, on a la situation suivante, dans laquelle le centre de masse arrive sur le bord de la surface de contact.



On voit alors que l'angle qu'il y a entre la diagonale de la caisse et le fond de la caisse est 90° - α. On a donc la situation suivante.

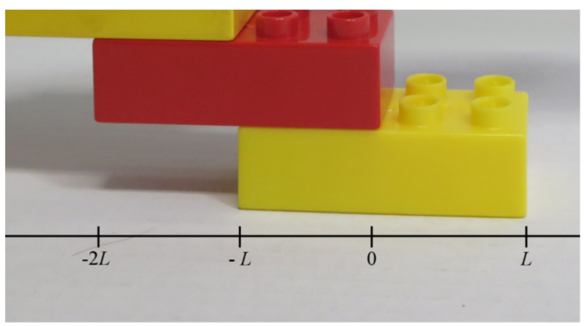


L'angle est donc

$$\tan\left(90°-\alpha\right)=\frac{10cm}{20cm}$$
$$\alpha = 63,4°$$

La boite va donc basculer quand on atteindra 63,4°.

14. Si la tour ne tombe pas c'est que le centre de masse est au-dessus de la surface de premier bloc en contact avec la table. Selon la graduation montrée sur la figure, le centre de masse doit être entre –*L* et *L.*



Trouvons le centre de masse de cette tour. Trouvons la position en x du centre de masse de chaque bloc sur notre graduation.

1er bloc x_{cm} = 0 (c'est celui en contact avec le sol)
2e bloc x_{cm} = -L
3e bloc x_{cm} = -2L
4e bloc x_{cm} = -3L
5e bloc x_{cm} = -2L
6e bloc x_{cm} = -L
7e bloc x_{cm} = 0
8e bloc x_{cm} = L
9e bloc x_{cm} = 2L

10e bloc $x_{cm} = 3L$

Trouvons la position du centre de masse après l'ajout des 7 premiers blocs. (C'est sur que le centre de masse n'a pas dépassé $x = L$ à ce moment, car la position du centre de masse de tous ces blocs est nulle ou négative.

La position est

$$\begin{aligned} x_{cm\,7} &= \frac{m\cdot(0-L-2L-3L-2L-L-0)}{7m} \\ &= \frac{-9L}{7} \end{aligned}$$

(En passant, ceci montre que la tour ne pourrait être en équilibre avec seulement 7 blocs, car le centre de masse n'est pas entre $-L$ et L. Elle tomberait vers la gauche.)

En précedant de la même façon, on trouve la position du centre de masse avec plus de blocs.

$$x_{cm\,8} = \frac{m\cdot(0-L-2L-3L-2L-L-0+L)}{8m} = \frac{-8L}{8}$$

$$x_{cm\,9} = \frac{m\cdot(0-L-2L-3L-2L-L-0+L+2L)}{9m} = \frac{-6L}{9}$$

$$x_{cm\,10} = \frac{m\cdot(0-L-2L-3L-2L-L-0+L+2L+3L)}{10m} = \frac{-3L}{10}$$

$$x_{cm\,11} = \frac{m\cdot(0-L-2L-3L-2L-L-0+L+2L+3L+4L)}{11m} = \frac{L}{11}$$

$$x_{cm\,12} = \frac{m\cdot(0-L-2L-3L-2L-L-0+L+2L+3L+4L+5L)}{12m} = \frac{6L}{12}$$

$$x_{cm\,13} = \frac{m\cdot(0-L-2L-3L-2L-L-0+L+2L+3L+4L+5L+6L)}{13m} = \frac{12L}{13}$$

$$x_{cm\,14} = \frac{m\cdot(0-L-2L-3L-2L-L-0+L+2L+3L+4L+5L+6L+7L)}{14m} = \frac{19L}{14}$$

On vient de dépasser L, ce qui veut dire que la tour tombe avec 14 blocs. Le nombre maximal de bloc est donc 13.

15. a)

La hauteur du centre de masse est de 1 m et la largeur de la boite est 0,5 m. L'accélération maximale est donc

$$\begin{aligned} a_{\max} &= \frac{gD}{2H} \\ &= \frac{9,8\frac{N}{kg}\cdot 0,5m}{2\cdot 1m} \\ &= 2,45\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

b) C'est la force de friction statique qui donne cette accélération à la boite. On a donc

$$F_f = ma_{\max}$$

Comme la valeur maximale de la force de friction est $\mu_s F_N$, on doit avoir

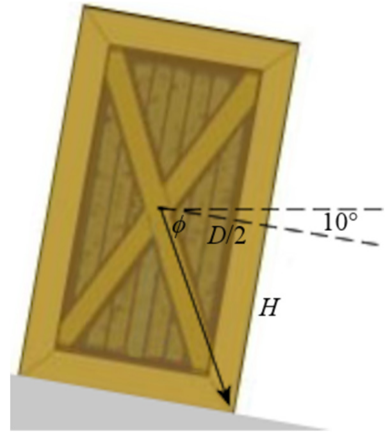
$$\begin{gathered} \mu_s F_N > F_f = ma_{\max} \\ \mu_s F_N > ma_{\max} \end{gathered}$$

Puisque la normale est égale au poids dans cette situation, on arrive a

$$\begin{gathered} \mu_s mg > ma_{\max} \\ \mu_s g > a_{\max} \\ \mu_s > \frac{a_{\max}}{g} \\ \mu_s > \frac{2,45\frac{m}{s^2}}{9,8\frac{N}{kg}} \\ \mu_s > 0,25 \end{gathered}$$

Le coefficient doit donc être supérieur à 0,25 pour que la boite bascule avant de glisser. Le coefficient minimum est donc de 0,25.

16. Ici, on n'a pas de formule pour un objet qui accélère sur une surface inclinée, mais on sait que le poids apparent doit pointer dans la zone délimitée par les points d'appui, qui correspond ici au fond de la boite. À la limite, le poids apparent va pointer vers le bord du fond de la boite.



La direction du poids apparent est ici

$$\theta = \phi + 10°$$

Avec les dimensions de la boite, on peut trouver l'angle ϕ.

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{H}{D/2} + 10° \\ &= \arctan \frac{1m}{0,5m} + 10° \\ &= 73,435°\end{aligned}$$

Cela signifie qu'à l'accélération maximale, la direction du vecteur poids apparent est de -73,435°.

La direction du poids apparent se trouve à partir des composantes. Puisque l'accélération est dans la direction θ = 170°, ces composantes sont

$$P_{app\,x} = -ma_x = -ma\cos 170°$$
$$P_{app\,y} = -mg - ma_y = -mg - ma\sin 170°$$

Ainsi on a donc

$$\tan\theta = \frac{P_{app\,y}}{P_{app\,x}}$$
$$\tan(-73,435°) = \frac{-mg - ma\sin 170°}{ma\cos 170°}$$
$$\tan(-73,435°) = \frac{g + a\sin 170°}{a\cos 170°}$$

Il ne reste qu'à isoler a.

$$a\cdot\cos 170°\cdot\tan\left(-73,435°\right)=g+a\cdot\sin 170°$$
$$a\cdot\cos 170°\cdot\tan\left(-73,435°\right)-a\cdot\sin 170°=g$$
$$a\cdot\left(\cos 170°\cdot\tan\left(-73,435°\right)-\sin 170°\right)=g$$
$$a=\frac{g}{\cos 170°\tan\left(-73,435°\right)-\sin 170°}$$
$$a=3,124\tfrac{m}{s^2}$$

17. a) Tel que démontré dans les notes, l'angle d'inclinaison de la moto est donné par

$$\tan\theta=\frac{v^2}{rg}$$

Donc

$$\tan 40°=\frac{v^2}{100m\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}$$
$$v=28,68\tfrac{m}{s}=103,2\tfrac{km}{h}$$

b) C'est la force de friction statique qui donne cette accélération à la moto. On a donc

$$F_f=ma$$

Comme la valeur maximale de la force de friction est $\mu_s F_N$, on doit avoir

$$\mu_s F_N > F_f$$
$$\mu_s F_N > ma$$

Puisque la normale est égale au poids dans cette situation, on arrive à

$$\mu_s mg > ma$$
$$\mu_s g > a$$

Comme l'accélération est v^2/r, on a

$$\mu_s > \frac{v^2}{rg}$$

Mais comme

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

On arrive à

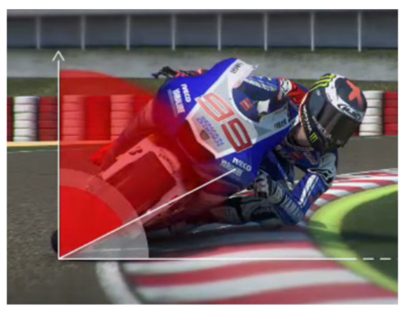
$$\mu_s > \tan\theta$$

Ici, on arrive à

$$\mu_s > \tan 40°$$
$$\mu_s > 0,839$$

Le coefficient minimum est donc de 0,839.

(Cette équation est toujours vraie pour une moto sur une surface horizontale, le coefficient de friction doit toujours être supérieur à la tangente de l'angle d'inclinaison de la moto. On peut donc rapidement estimer que dans la situation suivante

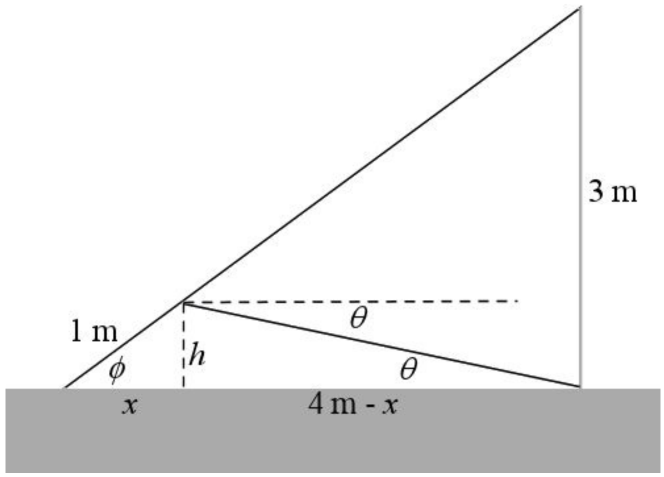


où l'angle est de 64°, on a besoin d'un coefficient de friction d'au moins 2,05 pour ne pas glisser.)

18. Il y a quatre forces qui s'exercent sur la poutre.

1) Le poids de la poutre (490 N), vers le bas.
2) La tension de la corde de gauche (T).
3) La normale faite par le sol vers le haut (N_1).
4) La normale faite par le mur, vers le gauche (N_2).

Avant de faire la somme, on doit trouver dans quelle direction est la force de tension.



L'angle ϕ est

$$\tan\phi = \frac{3m}{4m}$$
$$\phi = 36,87°$$

Ainsi, les valeurs de h et de x sont

$$x = 1m \cdot \cos(36,87°) \qquad h = 1m \cdot \sin(36,87°)$$
$$= 0,8m \qquad\qquad = 0,6m$$

Donc, la valeur de θ est

$$\tan\theta = \frac{0,6m}{3,2m}$$
$$\theta = 10,62°$$

Ainsi, les équations de la somme des forces sur la poutre sont donc

$$\sum F_y = 0$$
$$\to T\cos(-10,62°) - N_2 = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\to -490N + T\sin(-10,62°) + N_1 = 0$$

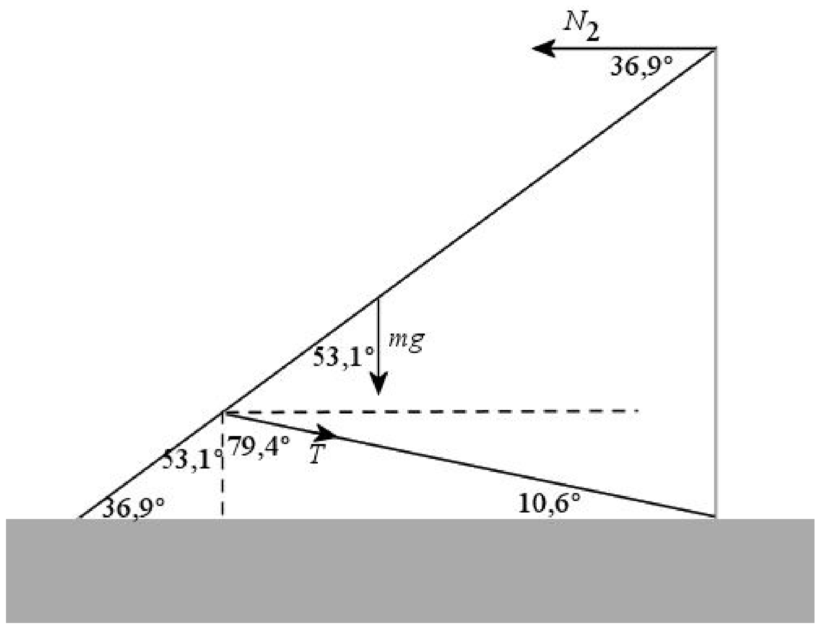
et l'équation de la somme des moments de force (avec l'axe au bout de la poutre au contact avec le sol avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\rightarrow 490N \cdot 2{,}5m \cdot \sin(53{,}13°) + T \cdot 1m \cdot \sin(132{,}51°) - N_2 \cdot 5m \sin(36{,}87°) = 0$$

Ce qui donne

$$980Nm + T \cdot 0{,}73716m - N_2 \cdot 3m = 0$$

La figure suivante explique la valeur de ces angles.



De la somme des forces en *x*, on a

$$N_2 = T\cos(-10{,}62°)$$

Si on utilise cette valeur dans la somme des moments de force, on arrive à

$$980Nm + T \cdot 0{,}73716m - T\cos(-10{,}62°) \cdot 3m = 0$$

Il ne reste qu'à isoler *T*

$$980Nm + T \cdot 0{,}73716m - T\cos(-10{,}62°) \cdot 3m = 0$$
$$980Nm = -T \cdot 0{,}73716m + T\cos(-10{,}62°) \cdot 3m$$
$$980Nm = T \cdot \left(-0{,}73716m + \cos(-10{,}62°) \cdot 3m\right)$$
$$980Nm = T \cdot 2{,}211m$$
$$T = 443{,}1N$$

19. Il y a trois forces qui s'exercent sur la poutre :

1) Le poids (980 N).
2) La tension de la corde (T).
3) La force faite par la charge (F).
4) La force faite par le pivot (H et V).

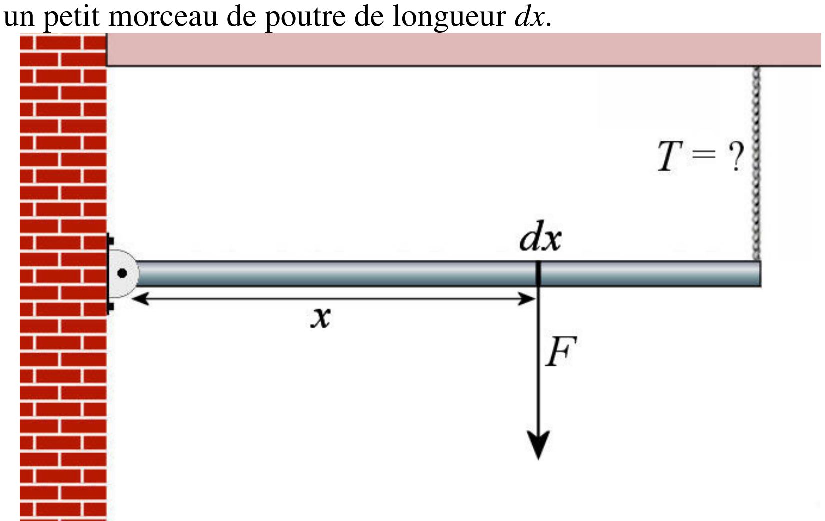
L'équation de la somme des forces sur la poutre est donc

$$\sum F_y = 0$$
$$\to -980N - F + F_T + V = 0$$

et l'équation de la somme des moments de force (avec l'axe au pivot avec un sens positif dans le sens des aiguilles d'une montre) est

$$\sum \tau = 0$$
$$\to \tau_{charge} + 980N \cdot 2,5m - T \cdot 5m = 0$$

On pourra trouver la tension de la corde avec l'équation des moments de forces, mais on doit d'abord trouver le moment de force fait par la charge. Pour y arriver, on va examiner un petit morceau de poutre de longueur dx.



La force sur le petit morceau est

$$dF = fdx$$

(f est la force par unité de longueur) et le moment de force fait par la force sur le petit morceau est

$$d\tau = xdF$$
$$d\tau = fxdx$$

On sait que f passe de 0 N/m à x = 0 m à 900 N/m à x = 5 m. La formule de f est donc

$$f = 180\tfrac{N}{m^2} \cdot x$$

Ainsi, le moment de force fait par la force agissant sur le petit morceau de longueur dx est

$$d\tau = \left(180\tfrac{N}{m^2} \cdot x\right) xdx$$
$$d\tau = 180\tfrac{N}{m^2} \cdot x^2 dx$$

On somme maintenant tous ces moments de force avec une intégrale.

$$\begin{aligned}\tau_{charge} &= \int_{0m}^{5m} 180\tfrac{N}{m^2} \cdot x^2 dx \\ &= \left[60\tfrac{N}{m^2} \cdot x^3\right]_{0m}^{5m} \\ &= 60\tfrac{N}{m^2} \cdot (5m)^3 \\ &= 7500Nm\end{aligned}$$

L'équation de la somme des moments de force devient donc

$$\sum \tau = 0$$
$$\rightarrow 7500Nm + 980N \cdot 2,5m - T \cdot 5m = 0$$

Si on isole la tension, on arrive à T = 1990 N.