Solutionnaire du chapitre 10

1. a) La force de gravitation est

$$\begin{aligned} F_g &= mg \\ &= 120kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \\ &= 1176N \end{aligned}$$

Cette force est vers le bas.

Les composantes de l'impulsion faite par la gravitation sont donc

$$\begin{aligned} I_x &= F_x\Delta t \\ &= 0N \cdot 10s \\ &= 0\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y\Delta t \\ &= -1176N \cdot 10s \\ &= -11760\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

b) Ici, la force normale a la même grandeur que la force de gravitation, mais dirigée vers le haut.

Les composantes de l'impulsion faite par la normale sont donc

$$\begin{aligned} I_x &= F_x\Delta t \\ &= 0N \cdot 10s \\ &= 0\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y\Delta t \\ &= 1176N \cdot 10s \\ &= 11760\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

c) La force de friction est

$$\begin{aligned} F_f &= \mu_c F_N \\ &= 0,3 \cdot 1176N \\ &= 352,8N \end{aligned}$$

Cette force est vers la gauche (opposée au mouvement).

Les composantes de l'impulsion faite par la friction sont donc

$$\begin{aligned} I_x &= F_x\Delta t \\ &= -352,8N \cdot 10s \\ &= -3528\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y\Delta t \\ &= 0N \cdot 10s \\ &= 0\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

d) La force faite par Karim est de 80 N vers la droite. Les composantes de l'impulsion faite par Karim sont donc

$$I_x = F_x \Delta t = 800N \cdot 10s = 8000 \tfrac{kgm}{s} \qquad I_y = F_y \Delta t = 0N \cdot 10s = 0 \tfrac{kgm}{s}$$

2. Pour trouver la grandeur de la normale et de la force faite par Gilbert, on doit faire la somme des forces en *x* et en *y*.

Il y a 4 forces qui s'exercent sur la boite.

1) Le poids, 294 N à -110°.
2) La normale vers les y positifs.
3) La friction, 70 N vers les *x* négatifs.
4) La force faite par Gilbert vers les *x* positifs.

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x \rightarrow 294N \cdot \cos(-110°) + F - 70N = 30kg \cdot 1 \tfrac{m}{s^2}$$

$$\sum F_y = ma_y \rightarrow 294N \cdot \sin(-110°) + F_N = 0$$

L'équation des forces en *x* nous permet de trouver que F = 200,55 N alors que la deuxième équation nous permet de trouver que F_N = 276,27 N.

a) Les composantes de l'impulsion faite par la gravitation sont

$$I_x = F_x \Delta t = 294N \cdot \cos(-110°) \cdot 20s = -2011{,}1 \tfrac{kgm}{s} \qquad I_y = F_y \Delta t = 294N \cdot \sin(-110°) \cdot 20s = -5525{,}4 \tfrac{kgm}{s}$$

b) Les composantes de l'impulsion faite par la force de friction sont

$$I_x = F_x \Delta t = -70N \cdot 20s = -1400 \tfrac{kgm}{s} \qquad I_y = F_y \Delta t = 0N \cdot 20s = 0 \tfrac{kgm}{s}$$

c) Les composantes de l'impulsion faite par Gilbert sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 200{,}55 N \cdot 20 s \\ &= 4011{,}1 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 0 N \cdot 20 s \\ &= 0 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

d) Les composantes de l'impulsion faite par la normale sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 0 N \cdot 20 s \\ &= 0 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 276{,}27 N \cdot 20 s \\ &= 5525{,}4 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

e) L'impulsion nette en x est la somme de toutes les impulsions en x. Elle est donc

$$\begin{aligned} I_x &= -2011{,}1 \tfrac{kgm}{s} + -1400 \tfrac{kgm}{s} + 4011{,}1 \tfrac{kgm}{s} + 0 \tfrac{kgm}{s} \\ &= 600 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

L'impulsion nette en y est

$$\begin{aligned} I_y &= -5525{,}4 \tfrac{kgm}{s} + 0 \tfrac{kgm}{s} + 0 \tfrac{kgm}{s} + 5525{,}4 \tfrac{kgm}{s} \\ &= 0 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

3. Les composantes de l'impulsion pendant les 3 premières secondes sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 2 N \cdot 3 s \\ &= 6 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 1 N \cdot 3 s \\ &= 3 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_z &= F_z \Delta t \\ &= -4 N \cdot 3 s \\ &= -12 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Puis, elles sont les suivantes pour les 5 secondes suivantes.

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= -4 N \cdot 5 s \\ &= -20 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 5 N \cdot 5 s \\ &= 25 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_z &= F_z \Delta t \\ &= 2 N \cdot 5 s \\ &= 10 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

L'impulsion totale est la somme de ces deux impulsions. On a donc

$$I_{nette\ x} = 6\tfrac{kgm}{s} - 20\tfrac{kgm}{s} = -14\tfrac{kgm}{s} \qquad I_{nette\ y} = 3\tfrac{kgm}{s} + 25\tfrac{kgm}{s} = 28\tfrac{kgm}{s} \qquad I_{nette\ z} = -12\tfrac{kgm}{s} + 10\tfrac{kgm}{s} = -2\tfrac{kgm}{s}$$

4. Pour trouver l'impulsion, il fait trouver l'aire sous la courbe entre t = 0 s et t = 8 s. On a premièrement un petit triangle sous l'axe du temps. L'aire de ce triangle est

$$\begin{aligned} Aire_1 &= \frac{base \times hauteur}{2} \\ &= \frac{2s \cdot 500N}{2} \\ &= 500\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Comme ce triangle est sous l'axe du temps, l'aire correspond à une impulsion négative. On a donc I_{1x} = -500 kgm/s.

On a ensuite un grand triangle au-dessus de l'axe du temps. L'aire de ce triangle est

$$\begin{aligned} Aire_2 &= \frac{base \times hauteur}{2} \\ &= \frac{6s \cdot 2000N}{2} \\ &= 6000\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Comme ce triangle est au-dessus l'axe du temps, l'aire correspond à une impulsion positive. On a donc I_{2x} = 6000 kgm/s.

On ne compte pas l'aire du petit triangle puisqu'il est après t = 8 s.

L'impulsion totale est donc

$$I_{nette\ x} = -500\tfrac{kgm}{s} + 6000\tfrac{kgm}{s} = 5500\tfrac{kgm}{s}$$

5. L'impulsion est

$$\begin{aligned}I_x &= \int_t^{t'} F_x dt \\ &= \int_{0s}^{5s} 9\tfrac{N}{s^2}\cdot t^2 dt \\ &= \left[3\tfrac{N}{s^2}\cdot t^3\right]_{0s}^{5s} \\ &= 3\tfrac{N}{s^2}\cdot(5s)^3 - 3\tfrac{N}{s^2}\cdot(0s)^3 \\ &= 375\tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

6. L'impulsion donnée est

$$\begin{aligned}I_x &= F_x\Delta t \\ &= 250N\cdot 20s \\ &= 5000\tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{gathered}I_{nette\ x} = \Delta p_x \\ 5000\tfrac{kgm}{s} = mv'_x - mv_x \\ 5000\tfrac{kgm}{s} = 2000kg\cdot v'_x - 2000kg\cdot\left(-5\tfrac{m}{s}\right) \\ v'_x = -2,5\tfrac{m}{s}\end{gathered}$$

7. On va utiliser un axe des *x* dans la direction du mouvement de la flèche. La force moyenne est

$$\begin{aligned}\overline{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \\ &= \frac{mv'_x - mv_x}{\Delta t} \\ &= \frac{0,1kg\cdot 150\tfrac{m}{s} - 0,1kg\cdot 0\tfrac{m}{s}}{0,05s} \\ &= 300N\end{aligned}$$

8. On va utiliser un axe des *x* dans la direction du mouvement de la balle de fusil. La force moyenne est

$$\begin{aligned}\bar{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t}\\ &= \frac{mv'_x - mv_x}{\Delta t}\\ &= \frac{0,02kg \cdot 0\tfrac{m}{s} - 0,02kg \cdot 900\tfrac{m}{s}}{0,004s}\\ &= -4500N\end{aligned}$$

La grandeur de la force est donc de 4500 N.

9. La force moyenne sur la voiture est

$$\begin{aligned}\bar{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t}\\ &= \frac{mv'_x - mv_x}{\Delta t}\\ &= \frac{1150kg \cdot 2,6\tfrac{m}{s} - 1150kg \cdot \left(-15\tfrac{m}{s}\right)}{0,10s}\\ &= 202\ 400N\end{aligned}$$

Comme elle est positive, cette force exercée par le mur sur la voiture est vers la droite.

Par la troisième loi de Newton, la force exercée par la voiture sur le mur est donc de 202 400 N vers la gauche. C'est donc une force de -202 400 N.

10. Avec un axe des *x* vers la droite et un axe des *y* vers le haut, la composante en *x* de la force moyenne est

$$\begin{aligned}\bar{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t}\\ &= \frac{mv'_x - mv_x}{\Delta t}\\ &= \frac{0,05kg \cdot 8\tfrac{m}{s} \cdot \cos(25°) - 0,05kg \cdot 12\tfrac{m}{s} \cdot \cos(-45°)}{0,06s}\\ &= -1,029N\end{aligned}$$

La composante en *y* est

$$
\begin{aligned}
\overline{F}_y &= \frac{\Delta p_y}{\Delta t} \\
&= \frac{mv'_y - mv_y}{\Delta t} \\
&= \frac{0,05kg \cdot 8\frac{m}{s} \cdot \sin(25°) - 0,05kg \cdot 12\frac{m}{s} \cdot \sin(-45°)}{0,06s} \\
&= 9,889N
\end{aligned}
$$

La grandeur de la force est donc

$$
\begin{aligned}
\overline{F} &= \sqrt{\overline{F}_x^2 + \overline{F}_y^2} \\
&= \sqrt{(-1,029N)^2 + (9,889N)^2} \\
&= 9,942N
\end{aligned}
$$

et sa direction est

$$
\begin{aligned}
\theta &= \arctan \frac{\overline{F}_y}{\overline{F}_x} \\
\theta &= \arctan \frac{9,889N}{-1,029N} \\
\theta &= 95,94°
\end{aligned}
$$

11. La force moyenne est

$$
\begin{aligned}
\overline{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \\
&= \frac{I_x}{\Delta t}
\end{aligned}
$$

On trouve l'impulsion en mesurant l'aire sous la courbe. Comme c'est un triangle, l'aire est

$$
\begin{aligned}
Aire &= \frac{base \times hauteur}{2} \\
&= \frac{30s \cdot 1000N}{2} \\
&= 15\,000 \tfrac{kgm}{s}
\end{aligned}
$$

La force moyenne est donc

$$\begin{aligned}\overline{F}_x &= \frac{I_x}{\Delta t} \\ &= \frac{15\,000\,\frac{kgm}{s}}{30s} \\ &= 500N\end{aligned}$$

12. On va utiliser un axe des x dans la direction du mouvement du ballon. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée.

<u>Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant qu'Édouard lance le ballon)</u>

$$\begin{aligned}p_{tot\ x} &= m_{ballon}v_{ballon} + m_{Ed}v_{Ed} \\ &= 0,8kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 65kg \cdot 0\tfrac{m}{s} \\ &= 0\end{aligned}$$

<u>Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après qu'Édouard ait lancé le ballon)</u>

$$\begin{aligned}p'_{tot\ x} &= m_{ballon}v'_{ballon} + m_{Ed}v'_{Ed} \\ &= 0,8kg \cdot 20\tfrac{m}{s} + 65kg \cdot v'_{Ed} \\ &= 16\tfrac{kgm}{s} + 65kg \cdot v'_{Ed}\end{aligned}$$

<u>Conservation de la quantité de mouvement</u>

$$\begin{aligned}p_{tot\ x} &= p'_{tot\ x} \\ 0 &= 16\tfrac{kgm}{s} + 65kg \cdot v'_{Ed} \\ v'_{Ed} &= -0,246\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

Édouard va donc à 0,246 m/s dans la direction opposée au mouvement du ballon.

13. On va utiliser un axe des x dans la direction du mouvement du ballon. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée.

<u>Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant que Marie-Sophie attrape le ballon)</u>

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= m_{MS} v_{MS} + m_{ballon} v_{ballon} \\ &= 60kg \cdot 0 \tfrac{km}{h} + 15kg \cdot 20 \tfrac{km}{h} \\ &= 15kg \cdot 20 \tfrac{km}{h} \end{aligned}$$

<u>Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après que Marie-Sophie ait attrapé le ballon)</u>

$$\begin{aligned} p'_{tot\ x} &= m_{MS} v'_{MS} + m_{ballon} v'_{ballon} \\ &= 60kg \cdot v' + 15kg \cdot v' \\ &= 75kg \cdot v' \end{aligned}$$

<u>Conservation de la quantité de mouvement</u>

$$\begin{gathered} p_{tot\ x} = p'_{tot\ x} \\ 15kg \cdot 20 \tfrac{km}{h} = 75kg \cdot v' \\ v' = 4 \tfrac{km}{h} \end{gathered}$$

Marie-Sophie (avec le ballon dans les mains) va donc à 4 km/h vers la droite.

14. Première étape : Youri lance la bonbonne

On va utiliser un axe des *x* vers la droite. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée.

<u>Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant que Youri lance la bonbonne)</u>

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= m_{Youri} v_{Youri} + m_{bonbonne} v_{bonbonne} \\ &= 80kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} + 20kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} \\ &= 0 \end{aligned}$$

<u>Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après que Youri ait lancé la bonbonne)</u>

$$\begin{aligned} p'_{tot\ x} &= m_{Youri} v'_{Youri} + m_{bonbonne} v'_{bonbonne} \\ &= 80kg \cdot v'_{Youri} + 20kg \cdot 5 \tfrac{m}{s} \\ &= 80kg \cdot v'_{Youri} + 100 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

<u>Conservation de la quantité de mouvement</u>

$$\begin{aligned}p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x}\\ 0 &= 80kg \cdot v'_{Youri} + 100\tfrac{kgm}{s}\\ v'_{Youri} &= -1,25\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

Youri va donc à 1,25 m/s vers la gauche.

Deuxième étape : Valentina reçoit le bonbonne

En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant que Valentina attrape la bonbonne)

$$\begin{aligned}p_{tot\,x} &= m_{Valentina}v_{Valentina} + m_{bonbonne}v_{bonbonne}\\ &= 70kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 20kg \cdot 5\tfrac{m}{s}\\ &= 100\tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après que Valentina ait attrapé la bonbonne)

$$\begin{aligned}p'_{tot\,x} &= m_{Valentina}v'_{Valentina} + m_{bonbonne}v_{bonbonne}\\ &= 70kg \cdot v' + 20kg \cdot v'\\ &= 90kg \cdot v'\end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned}p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x}\\ 100\tfrac{kgm}{s} &= 90kg \cdot v'\\ v' &= 1,111\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

Valentina (avec la bonbonne dans les mains) va donc à 1,111 m/s vers la droite.

15. On va utiliser un axe des *x* vers la droite. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée.

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant qu'Helmut pousse Brunnehilde)

$$\begin{aligned}p_{tot\,x} &= m_{Bru}v_{Bru} + m_{Hel}v_{Hel}\\ &= 25kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 70kg \cdot 0\tfrac{m}{s}\\ &= 0\end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après qu'Helmut ait poussé Brunnehilde)

$$\begin{aligned} p'_{tot\,x} &= m_{Bru}v'_{Bru} + m_{Hel}v'_{Hel} \\ &= 25kg \cdot 10\tfrac{m}{s} + 70kg \cdot v'_{Hel} \\ &= 250\tfrac{kgm}{s} + 70kg \cdot v'_{Hel} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 0 &= 250\tfrac{kgm}{s} + 70kg \cdot v'_{Hel} \\ v'_{Hel} &= -3,571\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Helmut va donc à 3,571 m/s vers la gauche.

16. Le temps d'arrivée à l'autre bout sera donné par

$$t = \frac{L}{v_1 - v_2}$$

(temps pour que Macpherson et le bout de la buche se rencontre.) Pour trouver ce temps, il nous faut la vitesse de la buche. On trouve cette vitesse avec la conservation de la quantité de mouvement (qui est conservée ici puisqu'il n'y a pas de force externe.)

On va utiliser un axe des *x* vers la droite.

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Macpherson n'a pas commencer à se déplacé)

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= m_{Mac}v_{Mac} + m_{buche}v_{buche} \\ &= 94kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 345kg \cdot 0\tfrac{m}{s} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Macpherson marche sur la buche)

$$\begin{aligned} p'_{tot\,x} &= m_{Mac}v'_{Mac} + m_{buche}v'_{buche} \\ &= 94kg \cdot 2,7\tfrac{m}{s} + 345kg \cdot v'_{buche} \\ &= 253,8\tfrac{kgm}{s} + 345kg \cdot v'_{buche} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$p_{tot\ x} = p'_{tot\ x}$$
$$0 = 253{,}8\tfrac{kgm}{s} + 345kg \cdot v'_{buche}$$
$$v'_{buche} = -0{,}736\tfrac{m}{s}$$

La buche va donc à 0,736 m/s vers la gauche.

Le temps d'arrivée à l'autre bout est donc

$$\begin{aligned} t &= \frac{L}{v_1 - v_2} \\ &= \frac{5m}{2{,}7\tfrac{m}{s} - -0{,}736\tfrac{m}{s}} \\ &= 1{,}455s \end{aligned}$$

17. On va utiliser un axe des *x* dans la direction du mouvement des boulets. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée.

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant le lancement des boulets)

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= m_{navire}v_{navire} + m_{boulets}v_{boulets} \\ &= 1\,200\,000kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 180kg \cdot 0\tfrac{m}{s} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après le lancement des boulets)

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= m_{navire}v'_{navire} + m_{boulets}v'_{boulets} \\ &= 1\,200\,000kg \cdot v'_{navire} + 180kg \cdot 425\tfrac{m}{s} \\ &= 1\,200\,000kg \cdot v'_{navire} + 76\,500\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$p_{tot\ x} = p'_{tot\ x}$$
$$0 = 1\,200\,000kg \cdot v'_{navire} + 76\,500\tfrac{kgm}{s}$$
$$v'_{navire} = -0{,}06375\tfrac{m}{s}$$

Le navire va donc à 0,06375 m/s dans la direction opposée au mouvement des boulets.

18. On va utiliser un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée.

Composante en *x*

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant l'explosion)

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= m_{boulet} v_{boulet\,x} \\ &= 10kg \cdot v_{boulet\,x} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après l'explosion)

$$\begin{aligned} p'_{tot\,x} &= m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x} + m_3 v'_{3x} \\ &= 2kg \cdot 80 \tfrac{m}{s} \cdot \cos(80°) + 5kg \cdot 50 \tfrac{m}{s} \cdot \cos(-60°) + 3kg \cdot 60 \tfrac{m}{s} \cdot \cos(220°) \\ &= 14,896 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 10kg \cdot v_{boulet\,x} &= 14,896 \tfrac{kgm}{s} \\ v_{boulet\,x} &= 1,4896 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Composante en *y*

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant l'explosion)

$$\begin{aligned} p_{tot\,y} &= m_{boulet} \cdot v_{boulet\,y} \\ &= 10kg \cdot v_{boulet\,y} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après l'explosion)

$$\begin{aligned} p'_{tot\,y} &= m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y} + m_3 v'_{3y} \\ &= 2kg \cdot 80 \tfrac{m}{s} \cdot \sin(80°) + 5kg \cdot 50 \tfrac{m}{s} \cdot \sin(-60°) + 3kg \cdot 60 \tfrac{m}{s} \cdot \sin(220°) \\ &= -174,639 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$p_{tot\ y} = p'_{tot\ y}$$
$$10kg \cdot v_{boulet\ y} = -174,639 \tfrac{kgm}{s}$$
$$v_{boulet\ y} = -17,4639 \tfrac{m}{s}$$

Vitesse du boulet

La grandeur de la vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{\left(1,4896 \tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(-17,4639 \tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 17,53 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

et sa direction est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{v_y}{v_x} \\ &= \arctan \frac{-17,4639 \tfrac{m}{s}}{1,4896 \tfrac{m}{s}} \\ &= -85,1° \end{aligned}$$

19. On va utiliser un axe des *x* dans la direction du mouvement de la particule alpha. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée.

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant la désintégration)

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= m_{noyau\ initial} v_{noyau\ initial} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après la désintégration)

$$\begin{aligned} p'_{tot\ x} &= m_\alpha v'_\alpha + m_{noyau} v'_{noyau} \\ &= 6,64 \times 10^{-27} kg \cdot v'_\alpha + 388,6 \times 10^{-27} kg \cdot v'_{noyau} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$0 = 6,64\times10^{-27}kg\cdot v'_{\alpha} + 388,6\times10^{-27}kg\cdot v'_{noyau}$$
$$0 = 6,64\cdot v'_{\alpha} + 388,6\cdot v'_{noyau}$$

Cette équation n'est pas suffisante pour résoudre (puisqu'il y a 2 inconnus et une seule équations).

Pour résoudre, on devra utiliser le fait que la somme des énergies cinétiques est de 1,3 x 10^{-13} J. On a donc

$$E'_{k\,\alpha} + E'_{k\,noyau} = 1,3\times10^{-13}J$$
$$\tfrac{1}{2}\cdot 6,64\times10^{-27}kg\cdot\left(v'_{\alpha}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\cdot 388,6\times10^{-27}kg\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 1,3\times10^{-13}J$$
$$6,64\cdot\left(v'_{\alpha}\right)^2 + 388,6\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 2,6\times10^{14}\,\tfrac{m^2}{s^2}$$

On a alors deux équations, qu'on peut résoudre.

Avec l'équation de la quantité de mouvement, on a

$$0 = 6,64\cdot v'_{\alpha} + 388,6\cdot v'_{noyau}$$
$$6,64\cdot v'_{\alpha} = -388,6\cdot v'_{noyau}$$
$$v'_{\alpha} = -58,52\cdot v'_{noyau}$$

En remplaçant dans l'autre équation, on a

$$6,64\cdot\left(v'_{\alpha}\right)^2 + 388,6\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 2,6\times10^{14}\,\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$6,64\cdot\left(-58,52\cdot v'_{noyau}\right)^2 + 388,6\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 2,6\times10^{14}\,\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$22\,742\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 + 388,6\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 2,6\times10^{14}\,\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$23\,131\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 2,6\times10^{14}\,\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$v'_{noyau} = \pm1,06\times10^{5}\,\tfrac{m}{s}$$

Selon la figure, il est assez clair que c'est la réponse négative qu'on doit garder.

$$v'_{noyau} = -1,06\times10^{5}\,\tfrac{m}{s}$$

L'autre vitesse est donc

$$\begin{aligned} v'_\alpha &= -58,52 \cdot v'_{noyau} \\ &= 6,20\times 10^6 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

20. On va utiliser un axe des *x* vers la droite. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement en *x* est conservée.

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant que Léon tire)

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= m_{charriot} v_{charriot\,x} + m_{balle} v_{balle\,x} \\ &= 150kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} + 0,03kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après que Léon ait tiré)

$$\begin{aligned} p'_{tot\,x} &= m_{charriot} v'_{charriot\,x} + m_{balle} v'_{balle\,x} \\ &= 150kg \cdot v'_{charriot} + 0,03kg \cdot 900 \tfrac{m}{s} \cdot \cos 30° \\ &= 150kg \cdot v'_{charriot} + 23,383 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 0 &= 150kg \cdot v'_{charriot} + 23,383 \tfrac{kgm}{s} \\ v'_{charriot} &= -0,1559 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Le chariot va donc à 0,1559 m/s vers la gauche.

21. On va utiliser un axe des *x* vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en *x* est conservée.

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant la collision)

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ &= 10\,000kg \cdot 20 \tfrac{m}{s} + 20\,000kg \cdot 2 \tfrac{m}{s} \\ &= 240\,000 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après la collision)

$$\begin{aligned} p'_{tot\ x} &= m_{tot} v'_1 \\ &= 30\,000kg \cdot v' \end{aligned}$$

<u>*Conservation de la quantité de mouvement*</u>

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= p'_{tot\ x} \\ 240\,000 \tfrac{kgm}{s} &= 30\,000kg \cdot v' \\ v' &= 8 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

22. On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée.

<u>*Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant la collision)*</u>

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= m_{Blanche} v_{Blanche} + m_{Rose} v_{Rose} \\ &= 80kg \cdot 5 \tfrac{m}{s} + 110kg \cdot \left(-4 \tfrac{m}{s}\right) \\ &= -40 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

<u>*Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après la collision)*</u>

$$\begin{aligned} p'_{tot\ x} &= m_{Blanche} v'_{Blanche} + m_{Rose} v'_{Rose} \\ &= 80kg \cdot v' + 110kg \cdot v' \\ &= 190kg \cdot v' \end{aligned}$$

<u>*Conservation de la quantité de mouvement*</u>

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= p'_{tot\ x} \\ -40 \tfrac{kgm}{s} &= 190kg \cdot v' \\ v' &= -0,2105 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

23. On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée.

<u>*Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant la collision)*</u>

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ &= 5kg \cdot 10\tfrac{m}{s} + m_2 \cdot \left(-2\tfrac{m}{s}\right) \\ &= 50\tfrac{kgm}{s} - m_2 \cdot 2\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

<u>Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après la collision)</u>

$$\begin{aligned} p'_{tot\,x} &= m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \\ &= 5kg \cdot \left(-1\tfrac{m}{s}\right) + m_2 \cdot \left(-1\tfrac{m}{s}\right) \\ &= -5\tfrac{kgm}{s} - m_2 \cdot 1\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

<u>Conservation de la quantité de mouvement</u>

$$\begin{gathered} p_{tot\,x} = p'_{tot\,x} \\ 50\tfrac{kgm}{s} - m_2 \cdot 2\tfrac{m}{s} = -5\tfrac{kgm}{s} - m_2 \cdot 1\tfrac{m}{s} \\ 55\tfrac{kgm}{s} = m_2 \cdot 1\tfrac{m}{s} \\ m_2 = 55kg \end{gathered}$$

24. Première collision

On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée.

<u>Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant la 1re collision)</u>

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ &= 2kg \cdot 12\tfrac{m}{s} + 1kg \cdot 0\tfrac{m}{s} \\ &= 24\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

<u>Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après la 1er collision)</u>

$$\begin{aligned} p'_{tot\,x} &= m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \\ &= 2kg \cdot v_2 + 1kg \cdot v_2 \\ &= 3kg \cdot v_2 \end{aligned}$$

<u>Conservation de la quantité de mouvement</u>

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= p'_{tot\ x} \\ 24\tfrac{kgm}{s} &= 3kg \cdot v_2 \\ v_2 &= 8\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Deuxième collision

On a maintenant un bloc de 3 kg (1 kg et 2 kg collés ensemble) qui vont entrer en collision avec un bloc de 3kg au repos.

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant la 2e collision)

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ &= 3kg \cdot 8\tfrac{m}{s} + 3kg \cdot 0\tfrac{m}{s} \\ &= 24\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après la 2e collision)

$$\begin{aligned} p'_{tot\ x} &= m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \\ &= 3kg \cdot v_3 + 3kg \cdot v_3 \\ &= 6kg \cdot v_3 \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= p'_{tot\ x} \\ 24\tfrac{kgm}{s} &= 6kg \cdot v_3 \\ v_3 &= 4\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

25. Collision

Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée. On va utiliser un axe des x vers la droite.

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant la collision)

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= m_{balle} v_{balle} + m_{bloc} v_{bloc} \\ &= 0{,}02kg \cdot 800\tfrac{m}{s} + 2kg \cdot 0\tfrac{m}{s} \\ &= 16\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Immédiatement après la collision)

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= m_{tot} v'_{tot} \\ &= 2,02kg \cdot v' \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 16\tfrac{kgm}{s} &= 2,02kg \cdot v' \\ v' &= 7,921\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Montée du bloc

On a ensuite la montée du pendule. On peut trouver la hauteur maximale atteinte par le bloc avec la conservation de l'énergie mécanique. Le système étant formé d'un seul objet, l'énergie mécanique du système est

$$E_{mec} = \frac{1}{2}mv^2 + mgy$$

Énergie à l'instant 2 (Immédiatement après la collision)

$$\begin{aligned} E_{mec} &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= \frac{1}{2}\cdot 2,02kg \cdot \left(7,921\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0 \\ &= 63,37J \end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au point le plus bas du pendule.

Énergie à l'instant 3 (Pendule au point le plus haut)

$$\begin{aligned} E'_{mec} &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= 0J + 2,02kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot y' \\ &= 19,796N \cdot y' \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie mécanique

$$\begin{aligned} E &= E' \\ 63,37J &= 19,796N \cdot y' \\ y' &= 3,201m \end{aligned}$$

On trouve ensuite l'angle avec

$$\cos\theta = \frac{L-y}{L}$$
$$\cos\theta = \frac{8m - 3,201m}{8m}$$
$$\theta = 53,1°$$

26. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en *x* est conservée. On va utiliser un axe des *x* vers la droite.

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant la collision)

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= m_{balle}v_{balle} + m_{charriot}v_{charriot} \\ &= 10kg \cdot 8\tfrac{m}{s} \cdot \cos(-70°) + 200kg \cdot 4\tfrac{m}{s} \\ &= 827,36\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après la collision)

$$\begin{aligned} p'_{tot\,x} &= m_{tot}v'_{tot} \\ &= 210kg \cdot v' \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$827,36\tfrac{kgm}{s} = 210kg \cdot v'$$
$$v' = 3,94\tfrac{m}{s}$$

Le charriot va donc à 3,94 m/s vers la droite.

27. On va utiliser un axe des *x* vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en *x* est conservée. On a donc

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$
$$0,2kg \cdot 10\tfrac{m}{s} + 0,55kg \cdot \left(-4\tfrac{m}{s}\right) = 0,2kg \cdot v_1' + 0,55kg \cdot v_2'$$
$$-0,2\tfrac{kgm}{s} = 0,2kg \cdot v_1' + 0,55kg \cdot v_2'$$
$$-1\tfrac{m}{s} = v_1' + 2,75 \cdot v_2'$$

Lors d’une collision élastique, on a aussi conservation de l’énergie cinétique.

$$\begin{aligned}
E_{k\,tot} &= E'_{k\,tot} \\
\tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2 &= \tfrac{1}{2}m_1v_1'^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2'^2 \\
\tfrac{1}{2}\cdot 0,2kg\cdot\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\cdot 0,55kg\cdot\left(-4\tfrac{m}{s}\right)^2 &= \tfrac{1}{2}\cdot 0,2kg\cdot v_1'^2 + \tfrac{1}{2}\cdot 0,55kg\cdot v_2'^2 \\
14,4J &= 0,1kg\cdot v_1'^2 + 0,275kg\cdot v_2'^2 \\
144\tfrac{m^2}{s^2} &= v_1'^2 + 2,75\cdot v_2'^2
\end{aligned}$$

On peut résoudre en isolant v_1 dans l’équation de la quantité de mouvement

$$v_1' = -1\tfrac{m}{s} - 2,75\cdot v_2'$$

Et en remplaçant dans l’équation de l’énergie. On a alors

$$\begin{aligned}
144\tfrac{m^2}{s^2} &= \left(-1\tfrac{m}{s} - 2,75\cdot v_2'\right)^2 + 2,75\cdot v_2'^2 \\
144\tfrac{m^2}{s^2} &= 1\tfrac{m^2}{s^2} + 5,5\tfrac{m}{s}\cdot v_2' + 7,5625\cdot v_2'^2 + 2,75\cdot v_2'^2 \\
0 &= -143\tfrac{m^2}{s^2} + 5,5\tfrac{m}{s}\cdot v_2' + 10,3125\cdot v_2'^2 \\
v_2' &= -4\tfrac{m}{s} \quad \text{et} \quad v_2' = 3,467\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

La première solution est évidemment la vitesse avant la collision. L’autre vitesse est celle après la collision. On a donc

$$v_2' = 3,467\tfrac{m}{s}$$

On a ensuite

$$\begin{aligned}
v_1' &= -1\tfrac{m}{s} - 2,75\cdot v_2' \\
&= -10,53\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

28. a)

On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d’une collision, la quantité de mouvement en x est conservée. On a donc

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ m_A v_A + m_B v_B &= m_A v'_A + m_B v'_B \\ 500kg \cdot 20\tfrac{m}{s} + 250kg \cdot 10\tfrac{m}{s} &= 500kg \cdot v'_1 + 250kg \cdot 12\tfrac{m}{s} \\ v'_1 &= 19\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) L'énergie cinétique avant la collision est

$$\begin{aligned} E_k &= \tfrac{1}{2} m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2} m_B v_B^2 \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot 500kg \cdot \left(20\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 250kg \cdot \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 112\,500J \end{aligned}$$

L'énergie cinétique après la collision est

$$\begin{aligned} E'_k &= \tfrac{1}{2} m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2} m_B v_B'^2 \\ &= \tfrac{1}{2} 500kg \cdot \left(19\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2} 250kg \cdot \left(12\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 108\,250J \end{aligned}$$

On a donc perdu

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= 108\,250J - 112\,500J \\ &= -4250J \end{aligned}$$

La fraction de l'énergie initiale perdue est donc

$$\frac{-4250J}{112\,500J} = -0,0378$$

On a donc perdu 3,78% de l'énergie cinétique.

c) Le changement de quantité de mouvement est

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= p'_x - p_x \\ &= 500kg \cdot 19\tfrac{m}{s} - 500kg \cdot 20\tfrac{m}{s} \\ &= -500\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

d) Comme la quantité de mouvement du système est conservée et que l'astéroïde de 500 kg a perdu 500 kgm/s, la quantité de mouvement de l'astéroïde de 250 kg doit augmenter de 500 kgm/s. On peut aisément vérifier cela avec

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= p_x' - p_x \\ &= 250kg \cdot 12\tfrac{m}{s} - 250kg \cdot 10\tfrac{m}{s} \\ &= 500\tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

29. On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée. On a donc

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant la collision)

$$\begin{aligned}p_{tot\ x} &= m_{balle}v_{balle} + m_{bloc}v_{bloc} \\ &= 0,004kg \cdot 750\tfrac{m}{s} + 1,15kg \cdot 0\tfrac{m}{s} \\ &= 3\tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après la collision)

$$\begin{aligned}p_{tot\ x}' &= m_{balle}v_{balle}' + m_{bloc}v_{bloc\ x}' \\ &= 0,004kg \cdot 320\tfrac{m}{s} + 1,15kg \cdot v_{bloc}' \\ &= 1,28\tfrac{kgm}{s} + 1,15kg \cdot v_{bloc}'\end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned}p_{tot\ x} &= p_{tot\ x}' \\ 3\tfrac{kgm}{s} &= 1,28\tfrac{kgm}{s} + 1,15kg \cdot v_{bloc}' \\ v_{bloc}' &= 1,496\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

30. **Première partie : la descente du bloc**

On va trouver la vitesse du bloc à la fin de sa descente avec la conservation de l'énergie. Le système étant formé d'un seul objet, l'énergie mécanique du système est

$$E_{mec} = \frac{1}{2}mv^2 + mgy$$

Énergie à l'instant 1 (configuration montrée sur la figure)

L'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= 0J + 2kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 4m \\ &= 78{,}4J \end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au niveau de la surface horizontale.

Énergie à l'instant 2 (juste avant la collision avec le bloc de 3 kg)

Après la descente, l'énergie est

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2kg \cdot v'^2 + 0J \\ &= 1kg \cdot v'^2 \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie

$$\begin{aligned} E &= E' \\ 78{,}4J &= 1kg \cdot v'^2 \\ v' &= 8{,}854\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Deuxième partie : la collision

Lors d'une collision, il y a conservation de la quantité de mouvement.

Quantité de mouvement à l'instant 1 (Avant la collision)

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= m_{bloc\,1}v_{bloc\,1} + m_{bloc\,2}v_{bloc\,2} \\ &= 2kg \cdot 8{,}854\tfrac{m}{s} + 3kg \cdot 0\tfrac{m}{s} \\ &= 17{,}709\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (Après la collision)

$$\begin{aligned} p'_{tot\,x} &= m_{bloc\,1}v'_{bloc\,1} + m_{bloc\,2}v'_{bloc\,2} \\ &= 2kg \cdot v' + 3kg \cdot v' \\ &= 5kg \cdot v' \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$17,709\tfrac{m}{s} = 5kg \cdot v'$$
$$v' = 3,542\tfrac{m}{s}$$

C'est la vitesse des blocs après la collision.

Troisième partie : la glissade

Selon l'équation des forces en *x*, l'accélération est

$$\sum F_x = ma_x$$
$$-F_f = ma_x$$
$$-\mu_c F_N = ma_x$$
$$-\mu_c mg = ma_x$$
$$a_x = -\mu_c g$$
$$a_x = -2,45\tfrac{m}{s^2}$$

Avec une vitesse initiale de 3,542 m/s, le déplacement pour arriver à une vitesse nulle est

$$2a_x\left(x - x_0\right) = v_x^2 - v_{0x}^2$$
$$2 \cdot \left(-2,45\tfrac{m}{s^2}\right) \cdot \left(x - 0m\right) = \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(3,542\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$x = 2,56m$$

31. On va utiliser un axe des *x* vers la droite.

La conservation de la quantité de mouvement en *x* nous donne

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$
$$0,2kg \cdot 10\tfrac{m}{s} + 0,55kg \cdot \left(-4\tfrac{m}{s}\right) = 0,2kg \cdot v'_1 + 0,55kg \cdot v'_2$$
$$-0,2\tfrac{kgm}{s} = 0,2kg \cdot v'_1 + 0,55kg \cdot v'_2$$
$$-1\tfrac{m}{s} = v'_1 + 2,75 \cdot v'_2$$

L'énergie cinétique initiale est de

$$\begin{aligned} E_k &= \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,2kg \cdot \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,55kg \cdot \left(4\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 14,4J \end{aligned}$$

Puisqu'on perd 40% de l'énergie cinétique lors de la collision, il reste 60% de l'énergie après la collision. L'énergie cinétique après la collision est donc de 8.64 J. On a donc

$$\begin{aligned} E_k' &= \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \\ 8,64J &= \frac{1}{2} \cdot 0,2kg \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,55kg \cdot v_2'^2 \\ 8,64J &= 0,1kg \cdot v_1'^2 + 0,275kg \cdot v_2'^2 \\ 86,4\tfrac{m^2}{s^2} &= v_1'^2 + 2,75 v_2'^2 \end{aligned}$$

On doit donc résoudre ces deux équations pour trouver les vitesses. Si on isole v'_1 dans l'équation de la quantité de mouvement, on a

$$v_1' = -1\tfrac{m}{s} - 2,75 v_2'$$

Si on remplace dans l'équation de l'énergie cinétique, on obtient

$$\begin{aligned} 86,4\tfrac{m^2}{s^2} &= \left(-1\tfrac{m}{s} - 2,75 \cdot v_2'\right)^2 + 2,75 \cdot v_2'^2 \\ 86,4\tfrac{m^2}{s^2} &= 1\tfrac{m^2}{s^2} + 5,5\tfrac{m}{s} \cdot v_2' + 7,5625 \cdot v_2'^2 + 2,75 \cdot v_2'^2 \\ 0 &= -85,4\tfrac{m^2}{s^2} + 5,5\tfrac{m}{s} \cdot v_2' + 10,3125 \cdot v_2'^2 \end{aligned}$$

On peut résoudre cette équation quadratique pour obtenir

$$v_2' = 2,623\tfrac{m}{s} \qquad \text{et} \qquad v_2' = -3,157\tfrac{m}{s}$$

De là, on trouve la vitesse de l'autre boule avec $-1\tfrac{m}{s} = v_1' + 2,75 v_2'$. On obtient alors les solutions suivantes.

$$\begin{matrix} v_1' = -8,214\tfrac{m}{s} \\ v_2' = 2,623\tfrac{m}{s} \end{matrix} \qquad \text{et} \qquad \begin{matrix} v_1' = 7,681\tfrac{m}{s} \\ v_2' = -3,157\tfrac{m}{s} \end{matrix}$$

Dans ces deux solutions, il y en a une (la deuxième) où les signes des vitesses sont identiques à ce qu'on avait au départ. Comme c'est impossible que les vitesses après la collision soient toutes les deux dans la même direction que les vitesses initiales, on rejette cette solution.

Il reste donc la solution suivante.

$$v_1' = -8,214\tfrac{m}{s}$$
$$v_2' = 2,623\tfrac{m}{s}$$

32. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$

Puisque la balle 2 est initialement au repos, l'équation devient

$$m_1v_1 = m_1v_1' + m_2v_2'$$

Lors d'une collision élastique, l'énergie cinétique est conservée. On a donc

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

Puisque la balle 2 est initialement au repos, l'équation devient

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

On isole v_1' dans la première équation

$$v_1' = v_1 - \tfrac{m_2}{m_1}v_2'$$

et on remplace dans le deuxième équation

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1\left(v_1 - \tfrac{m_2}{m_1}v_2'\right)^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$
$$m_1v_1^2 = m_1\left(v_1 - \tfrac{m_2}{m_1}v_2'\right)^2 + m_2v_2'^2$$
$$m_1v_1^2 = m_1v_1^2 - 2m_2v_1v_2' + \tfrac{m_2^2}{m_1}v_2'^2 + m_2v_2'^2$$

$$0 = -2m_2 v_1 v_2' + \tfrac{m_2^2}{m_1} v_2'^2 + m_2 v_2'^2$$
$$2m_2 v_1 v_2' = \tfrac{m_2^2}{m_1} v_2'^2 + m_2 v_2'^2$$
$$2m_2 v_1 = \tfrac{m_2^2}{m_1} v_2' + m_2 v_2'$$
$$2m_2 m_1 v_1 = m_2^2 v_2' + m_1 m_2 v_2'$$
$$2m_1 v_1 = m_2 v_2' + m_1 v_2'$$
$$2m_1 v_1 = \left(m_2 + m_1\right) v_2'$$
$$v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

De là, on trouve que

$$\begin{aligned} v_1' &= v_1 - \tfrac{m_2}{m_1} v_2' \\ &= v_1 - \frac{m_2}{m_1}\frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \\ &= v_1 - \frac{2m_2 v_1}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} v_1 - \frac{2m_2 v_1}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{m_1 + m_2 - 2m_2}{m_1 + m_2} v_1 \\ &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \end{aligned}$$

33. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

Lors d'une collision élastique, l'énergie cinétique est conservée. On a donc

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

Cette dernière équation nous donne

$$m_1v_1^2 + m_2v_2^2 = m_1v_1'^2 + m_2v_2'^2$$
$$m_1v_1^2 - m_1v_1'^2 = m_2v_2'^2 - m_2v_2^2$$
$$m_1\left(v_1^2 - v_1'^2\right) = m_2\left(v_2'^2 - v_2^2\right)$$
$$m_1\left(v_1 - v_1'\right)\left(v_1 + v_1'\right) = m_2\left(v_2' - v_2\right)\left(v_2' + v_2\right)$$

Mais la première équation donne

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$
$$m_1v_1 - m_1v_1' = m_2v_2' - m_2v_2$$
$$m_1\left(v_1 - v_1'\right) = m_2\left(v_2' - v_2\right)$$

On peut donc remplacer $m_1\left(v_1 - v_1'\right)$ dans notre équation de l'énergie pour obtenir

$$m_1\left(v_1 - v_1'\right)\left(v_1 + v_1'\right) = m_2\left(v_2' - v_2\right)\left(v_2' + v_2\right)$$
$$m_2\left(v_2' - v_2\right)\left(v_1 + v_1'\right) = m_2\left(v_2' - v_2\right)\left(v_2' + v_2\right)$$
$$v_1 + v_1' = v_2' + v_2$$

On a maintenant 2 équations.

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$
$$v_1 + v_1' = v_2' + v_2$$

Si on isole v_2' dans la 2e équation, on a

$$v_2' = v_1 + v_1' - v_2$$

En remplaçant dans la 1re équation, on a

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2\left(v_1 + v_1' - v_2\right)$$

Il ne reste qu'à isoler v_1'.

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_1 + m_2v_1' - m_2v_2$$
$$m_1v_1 + m_2v_2 - m_2v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_1'$$
$$\left(m_1 - m_2\right)v_1 + 2m_2v_2 = \left(m_1 + m_2\right)v'$$
$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_2$$

De là, on trouve que

$$\begin{aligned}
v_2' &= v_1 + v_1' - v_2 \\
&= v_1 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 - v_2 \\
&= \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 - \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} v_2 \\
&= \frac{m_1 + m_2 + m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2 - m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_2 \\
&= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2
\end{aligned}$$

34. La variation d'énergie cinétique est

$$\begin{aligned}
\Delta E_k &= E_k' - E_k \\
&= \frac{1}{2} m_{tot} v'^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)
\end{aligned}$$

La vitesse de la deuxième boule avant la collision est nulle. On a donc

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m_{tot} v'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

La vitesse de l'objet après la collision se trouve avec la conservation de la quantité de mouvement.

$$\begin{aligned}
m_1 v_1 &= \left(m_1 + m_2 \right) v' \\
v' &= \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}
\end{aligned}$$

La variation d'énergi cinétique est donc

$$\begin{aligned}
\Delta E_k &= \frac{1}{2} m_{tot} v'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}\right)^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\frac{m_1^2 v_1^2}{m_1 + m_2} - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{m_1^2}{m_1 + m_2} - m_1\right) v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{m_1^2}{m_1 + m_2} - \frac{m_1(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}\right) v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{m_1^2}{m_1 + m_2} - \frac{m_1^2 + m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{m_1^2 - m_1^2 - m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) v_1^2 \\
&= -\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2
\end{aligned}$$

35. On va utiliser un axe des *x* vers la droite et un axe des *y* vers le haut. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc, pour la composante en *x*,

$$\begin{aligned}
p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\
m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} &= m_{tot} v'_x \\
3kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} + 2kg \cdot \left(-3 \tfrac{m}{s}\right) &= 5kg \cdot v'_x \\
v'_x &= -1,2 \tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

Pour la composante en *y*, on a

$$\begin{aligned}
p_{tot\,y} &= p'_{tot\,y} \\
m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} &= m_{tot} v'_y \\
3kg \cdot 2 \tfrac{m}{s} + 2kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} &= 5kg \cdot v'_y \\
v'_y &= 1,2 \tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

La grandeur de la vitesse est donc

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{\left(-1,2\tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(1,2\tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 1,697\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

et sa direction est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{v_y}{v_x} \\ &= \arctan \frac{1,2\tfrac{m}{s}}{-1,2\tfrac{m}{s}} \\ &= 135° \end{aligned}$$

36. On va utiliser un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc, pour la composante en x :

$$\begin{gathered} p_{tot\,x} = p'_{tot\,x} \\ m_1 v_{Ax} + m_2 v_{Bx} = m_{tot} v'_x \\ 1500kg \cdot v_A \cdot \cos(45°) + 2000kg \cdot (-v_B) = 3500kg \cdot 12\tfrac{m}{s} \cdot \cos(60°) \\ 1060,7kg \cdot v_A - 2000kg \cdot v_B = 21000\tfrac{kgm}{s} \end{gathered}$$

Pour la composante en y, on a

$$\begin{gathered} p_{tot\,y} = p'_{tot\,y} \\ m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = m_{tot} v'_y \\ 1500kg \cdot v_A \cdot \sin(45°) + 2000kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 3500kg \cdot 12\tfrac{m}{s} \cdot \sin(60°) \\ 1060,7kg \cdot v_A = 36373\tfrac{kgm}{s} \end{gathered}$$

L'équation en y nous permet alors de trouver la vitesse de l'auto A.

$$\begin{gathered} 1060,7kg \cdot v_A = 36373\tfrac{kgm}{s} \\ v_A = 34,29\tfrac{m}{s} \end{gathered}$$

Avec cette information, on peut trouver la vitesse de l'auto B avec l'équation en x.

$$1060,7kg \cdot v_A - 2000kg \cdot v_B = 21000\tfrac{kgm}{s}$$
$$1060,7kg \cdot 34,29\tfrac{m}{s} - 2000kg \cdot v_B = 21000\tfrac{kgm}{s}$$
$$36\,373\tfrac{kgm}{s} - 2000kg \cdot v_B = 21000\tfrac{kgm}{s}$$
$$-2000kg \cdot v_B = -15373\tfrac{kgm}{s}$$
$$v_B = 7,69\tfrac{m}{s}$$

37. On va utiliser un axe des *x* vers la droite et un axe des *y* vers le haut. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc, pour la composante en *x*,

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$m_1v_{1x} + m_2v_{2x} = m_1v'_{1x} + m_2v'_{2x}$$
$$1kg \cdot 5\tfrac{m}{s} + 3kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 1kg \cdot v'_{1x} + 3kg \cdot v'_2 \cdot \cos(-50°)$$
$$5\tfrac{kgm}{s} = 1kg \cdot v'_{1x} + 3kg \cdot v'_2 \cdot \cos(-50°)$$
$$5\tfrac{m}{s} = v'_{1x} + 3 \cdot v'_2 \cdot \cos(-50°)$$

Pour la composante en *y*, on a

$$p_{tot\,y} = p'_{tot\,y}$$
$$m_1v_{1y} + m_2v_{2y} = m_1v'_{1y} + m_2v'_{2y}$$
$$1kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 3kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 1kg \cdot v'_{1y} + 3kg \cdot v'_2 \cdot \sin(-50°)$$
$$0 = 1kg \cdot v'_{1y} + 3kg \cdot v'_2 \cdot \sin(-50°)$$
$$0 = v'_{1y} + 3 \cdot v'_2 \cdot \sin(-50°)$$

Comme c'est une collision élastique, il y a aussi conservation de l'énergie cinétique. On a donc

$$E_{k\,tot} = E'_{k\,tot}$$
$$\tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2 = \tfrac{1}{2}m_1v_1'^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2'^2$$
$$m_1v_1^2 + m_2v_2^2 = m_1v_1'^2 + m_2v_2'^2$$
$$1kg \cdot \left(5\tfrac{m}{s}\right)^2 + 3kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 = 1kg \cdot v_1'^2 + 3kg \cdot v_2'^2$$
$$25J = 1kg \cdot v_1'^2 + 3kg \cdot v_2'^2$$
$$25\tfrac{m^2}{s^2} = v_1'^2 + 3v_2'^2$$

Puisque $v_1'^2 = v_{1x}'^2 + v_{1y}'^2$, cette équation nous donne

$$25\tfrac{m^2}{s^2} = v_1'^2 + 3v_2'^2$$
$$25\tfrac{m^2}{s^2} = v_{1x}'^2 + v_{1y}'^2 + 3v_2'^2$$

On isole v_{1x}' dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement en *x*.

$$5\tfrac{m}{s} = v_{1x}' + 3v_2'\cos(-50°)$$
$$v_{1x}' = 5\tfrac{m}{s} - 3v_2'\cos(-50°)$$

On isole ensuite v_{1y}' dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement en *y*.

$$0\tfrac{m}{s} = v_{1y}' + 3v_2'\sin(-50°)$$
$$v_{1y}' = -3v_2'\sin(-50°)$$

On remplace ensuite dans l'équation de la conservation de l'énergie cinétique.

$$25\tfrac{m^2}{s^2} = v_{1x}'^2 + v_{1y}'^2 + 3v_2'^2$$
$$25\tfrac{m^2}{s^2} = \left(5\tfrac{m}{s} - 3v_2'\cos(-50°)\right)^2 + \left(-3v_2'\sin(-50°)\right)^2 + 3v_2'^2$$

Il ne reste qu'à isoler v'_2.

$$25\tfrac{m^2}{s^2} = \left(5\tfrac{m}{s} - 3v_2'\cos(-50°)\right)^2 + \left(-3v_2'\sin(-50°)\right)^2 + 3v_2'^2$$
$$25\tfrac{m^2}{s^2} = 25\tfrac{m^2}{s^2} - 30\tfrac{m}{s}\cdot v_2'\cos(-50°) + 9v_2'^2\cos^2(-50°) + 9v_2'^2\sin^2(-50°) + 3v_2'^2$$
$$0 = -30\tfrac{m}{s}\cdot v_2'\cos(-50°) + 9v_2'^2 + 3v_2'^2$$
$$0 = -30\tfrac{m}{s}\cdot v_2'\cos(-50°) + 12v_2'^2$$
$$0 = -30\tfrac{m}{s}\cdot\cos(-50°) + 12v_2'$$
$$v_2' = 1,607\tfrac{m}{s}$$

De là, on trouve $v_{1x}'^2$

$$v_{1x}' = 5\tfrac{m}{s} - 3v_2'\cos(-50°)$$
$$= 1,901\tfrac{m}{s}$$

et $v_{1y}'^2$.

$$\begin{aligned} v'_{1y} &= -3v'_2 \sin(-50°) \\ &= 3,693 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La grandeur de la vitesse est donc

$$\begin{aligned} v'_1 &= \sqrt{v'^2_{1x} + v'^2_{1y}} \\ &= \sqrt{\left(1,901 \tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(3,693 \tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 4,154 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

et sa direction est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{v_y}{v_x} \\ &= \arctan \frac{3,693 \tfrac{m}{s}}{1,901 \tfrac{m}{s}} \\ &= 62,8° \end{aligned}$$

Nos réponses sont donc

$$\begin{aligned} v'_1 &= 4,154 \tfrac{m}{s} \text{ à } 62,8° \\ v'_2 &= 1,607 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

38. a)

On va utiliser un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc, pour la composante en x,

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} &= m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x} \\ 4kg \cdot 8 \tfrac{m}{s} + 6kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} &= 4kg \cdot 6 \tfrac{m}{s} \cdot \cos(30°) + 6kg \cdot v'_{2x} \\ 32 \tfrac{kgm}{s} &= 20,785 \tfrac{kgm}{s} + 6kg \cdot v'_{2x} \\ v'_{2x} &= 1,869 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Pour la composante en y, on a

$$p_{tot\,y} = p'_{tot\,y}$$
$$m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y}$$
$$4kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 6kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 4kg \cdot 6\tfrac{m}{s} \cdot \sin(30°) + 6kg \cdot v'_{2y}$$
$$0\tfrac{kgm}{s} = 12\tfrac{kgm}{s} + 6kg \cdot v'_{2y}$$
$$v'_{2y} = -2\tfrac{m}{s}$$

La grandeur de la vitesse est donc

$$\begin{aligned} v'_2 &= \sqrt{v'^2_{2x} + v'^2_{2y}} \\ &= \sqrt{\left(1,869\tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(2\tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 2,738\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

et sa direction est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\frac{v_y}{v_x} \\ &= \arctan\frac{-2\tfrac{m}{s}}{1,869\tfrac{m}{s}} \\ &= -46,9° \end{aligned}$$

b) L'énergie cinétique avant la collision est

$$\begin{aligned} E_{k\,tot} &= \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot 4kg \cdot \left(8\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 6kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 128J \end{aligned}$$

L'énergie cinétique après la collision est

$$\begin{aligned} E'_{k\,tot} &= \frac{1}{2}m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2 v'^2_2 \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot 4kg \cdot \left(6\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 6kg \cdot \left(2,738\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 94,48J \end{aligned}$$

La perte d'énergie est donc

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= 94,48J - 128J \\ &= -33,52J \end{aligned}$$

c) Inelastique, car il y a une perte d'énergie cinétique lors de la collision.

39. *Quantité de mouvement à l'instant 1 (t = 0 sur la figure)*

$$\begin{aligned} p_x &= m_{bloc\,1}v_{bloc\,1} + m_{bloc\,2}v_{bloc\,2} \\ &= 10kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 20kg \cdot 0\tfrac{m}{s} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (t = 3 s sur la figure)

$$\begin{aligned} p'_x &= m_{bloc\,1}v'_{bloc\,1} + m_{bloc\,2}v'_{bloc\,2} \\ &= 10kg \cdot v' + 20kg \cdot v' \\ &= 30kg \cdot v' \end{aligned}$$

L'impulsion donnée par la force de 50 N

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 50N \cdot 3s \\ &= 150\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Théorème de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} p_x + I_x &= p'_x \\ 0 + 150\tfrac{kgm}{s} &= 30kg \cdot v' \\ v' &= 5\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

40. *Quantité de mouvement à l'instant 1 (situation montrée sur la figure)*

$$\begin{aligned} p_y &= m_{bloc}v_{bloc} + m_{balle}v_{balle} \\ &= 1kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 0,020kg \cdot 500\tfrac{m}{s} \\ &= 10\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2 (0,5 s après la collision)

$$\begin{aligned} p'_y &= m_{tot}v' \\ &= 1,02kg \cdot v' \end{aligned}$$

<u>*L'impulsion donnée par la gravitation pendant 0,5 s*</u>

$$\begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= -mg\Delta t \\ &= -1{,}02kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 0{,}5s \\ &= -4{,}998\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

<u>*Théorème de la quantité de mouvement*</u>

$$\begin{gathered} p_y + I_y = p'_y \\ 10\tfrac{kgm}{s} - 4{,}998\tfrac{kgm}{s} = 1{,}02kg \cdot v' \\ v' = 4{,}904\tfrac{m}{s} \end{gathered}$$

41. a) La force de poussée du moteur est

$$\begin{aligned} F_{poussée} &= v_{\exp}R \\ &= 3200\tfrac{m}{s} \cdot 3400\tfrac{kg}{s} \\ &= 1{,}088 \times 10^7 N \end{aligned}$$

b) La vitesse sera

$$\begin{aligned} v' &= v + v_{\exp} \ln \frac{m}{m - RT} \\ &= 0\tfrac{m}{s} + 3200\tfrac{m}{s} \cdot \ln \frac{710\,000kg}{710\,000kg - 3400\tfrac{kg}{s} \cdot 60s} \\ &= 0\tfrac{m}{s} + 3200\tfrac{m}{s} \cdot \ln \frac{710\,000kg}{506\,000kg} \\ &= 1084\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

c) La vitesse sera

$$\begin{aligned}
v' &= v + v_{\text{exp}} \ln \frac{m}{m - RT} - gt \\
&= 0\tfrac{m}{s} + 3200\tfrac{m}{s} \cdot \ln \frac{710\,000kg}{710\,000kg - 3400\tfrac{kg}{s} \cdot 30s} - 9,8\tfrac{m}{s^2} \cdot 30s \\
&= 0\tfrac{m}{s} + 3200\tfrac{m}{s} \cdot \ln \frac{710\,000kg}{608\,000kg} - 294\tfrac{m}{s} \\
&= 202,3\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

42. On a

$$\begin{aligned}
v' &= v + v_{\text{exp}} \ln \frac{m}{m - RT} \\
18000\tfrac{m}{s} &= 15000\tfrac{m}{s} + v_{\text{exp}} \cdot \ln \frac{100\,000kg}{100\,000kg - 750\tfrac{kg}{s} \cdot 60s} \\
3000\tfrac{m}{s} &= v_{\text{exp}} \cdot \ln \frac{100\,000kg}{55\,000kg} \\
v_{\text{exp}} &= 5018\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

43. La force de poussée du moteur est

$$F_t = \left(v_{\text{exp}} - v\right) R$$

Avec les données fournies, on a

$$\begin{aligned}
431\,000N &= \left(166,7\tfrac{m}{s} - 0\right) \cdot R \\
431\,000N &= 166,7\tfrac{m}{s} \cdot R \\
\frac{431\,000N}{166,7\tfrac{m}{s}} &= R \\
2586\tfrac{kg}{s} &= R
\end{aligned}$$

44. La force de poussée du moteur est

$$F_t = \left(v_{\text{exp}} - v\right) R$$

Avec les données fournies, on a

$$200\,000N = \left(260\tfrac{m}{s} - 230\tfrac{m}{s}\right)\cdot R$$
$$200\,000N = 30\tfrac{m}{s}\cdot R$$
$$6667\tfrac{kg}{s} = R$$

45. La force de poussée du moteur est

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A$$

L'aire est

$$\begin{aligned} A &= \pi R^2 \\ &= \pi\cdot(1m)^2 \\ &= 3{,}14m^2 \end{aligned}$$

La force de poussée est donc

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A \\ &= \frac{1}{2}\left(\left(50\tfrac{m}{s}\right)^2 - 0\right)\cdot 1{,}2\tfrac{kg}{m^3}\cdot 3{,}14m^2 \\ &= 4712N \end{aligned}$$

46. La force de poussée du moteur est

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A$$

L'aire est

$$\begin{aligned} A &= \pi R^2 \\ &= \pi\cdot(1{,}5m)^2 \\ &= 7{,}07m^2 \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A \\ &= \frac{1}{2}\left(\left(80\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(75\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\cdot 0,9\tfrac{kg}{m^3}\cdot 7,07m^2 \\ &= 2465N \end{aligned}$$

47. La force de poussée du moteur est

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A$$

L'aire est

$$\begin{aligned} A &= \pi R^2 \\ &= \pi\cdot\left(1m\right)^2 \\ &= 3,14m^2 \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A \\ 500N &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - \left(75\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\cdot 0,9\tfrac{kg}{m^3}\cdot 3,14m^2 \\ 77,3\tfrac{m}{s} &= v_{\exp} \end{aligned}$$

48. Quand le ressort est comprimé au maximum, les deux masses ont la même vitesse. Ainsi, selon la loi de conservation de la quantité de mouvement, on a

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ m_1v_1 + m_2v_2 &= m_1v_1' + m_2v_2' \\ 1kg\cdot 30\tfrac{m}{s} + 0 &= 1kg\cdot v' + 2kg\cdot v' \\ v' &= 10\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

De plus, il doit y avoir conservation de l'énergie mécanique. Avec deux masses et un ressort, l'énergie mécanique est

$$E_{mec} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + m_1gy_1 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + m_2gy_2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Avant la collision, l'énergie mécanique est (en utilisant un $y = 0$ au sol)

$$\begin{aligned} E_{mec} &= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + m_1gy_1 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + m_2gy_2 + \frac{1}{2}kx^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 1kg \cdot \left(30\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0 + 0 + 0 + 0 \\ &= 450J \end{aligned}$$

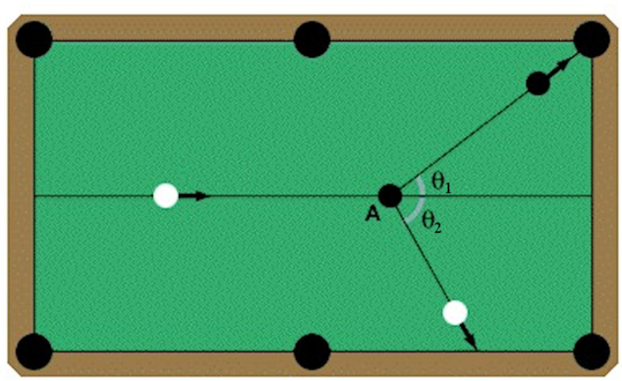
Quand le ressort est comprimé au maximum, l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E'_{mec} &= \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + m_1gy_1' + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 + m_2gy_2' + \frac{1}{2}kx'^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 1kg \cdot \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0 + \frac{1}{2}\cdot 2kg \cdot \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0 + \frac{1}{2}kx'^2 \\ &= 50J + 100J + \frac{1}{2}kx'^2 \\ &= 150J + \frac{1}{2}kx'^2 \end{aligned}$$

Avec la conservation de l'énergie mécanique, on obtient

$$\begin{aligned} E_{mec} &= E'_{mec} \\ 450J &= 150J + \frac{1}{2}kx'^2 \\ 300J &= \frac{1}{2}\cdot 9600\tfrac{N}{m}\, x'^2 \\ x' &= 0,25m \end{aligned}$$

49. On a la collision suivante.



L'équation de la conservation de la quantité de mouvement en x est

$$p_x = p'_x$$
$$mv_{1x} + \cancel{mv_{2x}} = mv'_{1x} + mv'_{2x}$$
$$v_{1x} = v'_{1x} + v'_{2x}$$
$$v_1 = v'_1 \cos\theta_1 + v'_2 \cos\theta_2$$

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement en y est

$$p_y = p'_y$$
$$\cancel{mv_{1y}} + \cancel{mv_{2y}} = mv'_{1y} + mv'_{2y}$$
$$0 = v'_{1y} + v'_{2y}$$
$$0 = v'_1 \sin\theta_1 - v'_2 \sin\theta_2$$

L'équation de la conservation de l'énergie cinétique est

$$E_k = E'_k$$
$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \cancel{\frac{1}{2}mv_2^2} = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2$$
$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$$

On va commencer par éliminer θ_2 avec $\cos^2\theta_2 + \sin^2\theta_2 = 1$. Le cosinus vient de la conservation de la quantité de mouvement en x

$$v'_2 \cos\theta_2 = v_1 - v'_1 \cos\theta_1$$

Le sinus vient de la conservation de la quantité de mouvement en y

$$v'_2 \sin\theta_2 = v'_1 \sin\theta_1$$

On a alors

$$\left(v'_2 \cos\theta_2\right)^2 + \left(v'_2 \sin\theta_2\right)^2 = \left(v_1 - v'_1 \cos\theta_1\right)^2 + \left(v'_1 \sin\theta_1\right)^2$$
$$v_2'^2 \cos^2\theta_2 + v_2'^2 \sin^2\theta_2 = v_1^2 - 2v_1v'_1\cos\theta_1 + v_1'^2\cos^2\theta_1 + v_1'^2\sin^2\theta_1$$
$$v_2'^2\left(\cos^2\theta_2 + \sin^2\theta_2\right) = v_1^2 - 2v_1v'_1\cos\theta_1 + v_1'^2\left(\cos^2\theta_1 + \sin^2\theta_1\right)$$
$$v_2'^2 = v_1^2 - 2v_1v'_1\cos\theta_1 + v_1'^2$$

En utilisant la formule de conservation de l'énergie $v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$, on a

$$v_2'^2 = v_1^2 - 2v_1 v_1' \cos\theta_1 + v_1'^2$$
$$v_1^2 - v_1'^2 = v_1^2 - 2v_1 v_1' \cos\theta_1 + v_1'^2$$
$$-v_1'^2 = -2v_1 v_1' \cos\theta_1 + v_1'^2$$
$$-2v_1'^2 = -2v_1 v_1' \cos\theta_1$$
$$v_1' = v_1 \cos\theta_1$$

De là, on trouve facilement v_2' avec $v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$

$$v_2'^2 = v_1^2 - v_1'^2$$
$$v_2'^2 = v_1^2 - v_1^2 \cos^2\theta_1$$
$$v_2'^2 = v_1^2 \left(1 - \cos^2\theta_1\right)$$
$$v_2'^2 = v_1^2 \sin^2\theta_1$$
$$v_2' = v_1 \sin\theta_1$$

On trouve finalement θ_2 avec $0 = v_1' \sin\theta_1 - v_2' \sin\theta_2$.

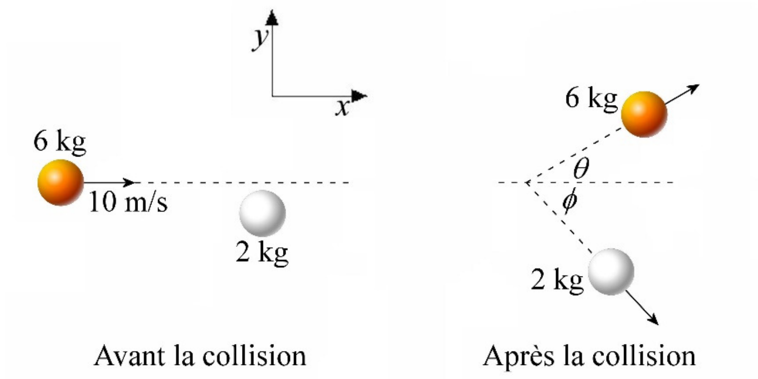
$$\sin\theta_2 = \frac{v_1' \sin\theta_1}{v_2'}$$
$$\sin\theta_2 = \frac{\left(v_1 \cos\theta_1\right)\sin\theta_1}{v_1 \sin\theta_1}$$
$$\sin\theta_2 = \cos\theta_1$$

Mais puisque $\cos\theta = \sin\left(90° - \theta\right)$, on a

$$\sin\theta_2 = \cos\theta_1$$
$$\sin\theta_2 = \sin\left(90° - \theta_1\right)$$
$$\theta_2 = 90° - \theta_1$$
$$\theta_1 + \theta_2 = 90°$$

Puisque la somme des angles est 90°, les trajectoires sont perpendiculaires.

50. On a la collision suivante.



L'équation de la conservation de la quantité de mouvement en *x* est

$$p_x = p'_x$$
$$m_1 v_{1x} + \cancel{m_2 v_{2x}} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x}$$
$$m_1 v_{1x} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x}$$
$$m_1 v_{1x} = m_1 v'_1 \cos\theta_1 + m_2 v'_2 \cos\theta_2$$
$$60\tfrac{kgm}{s} = 6kg \cdot v'_1 \cos\theta_1 + 2kg \cdot v'_2 \cos\theta_2$$
$$30\tfrac{m}{s} = 3v'_1 \cos\theta_1 + v'_2 \cos\theta_2$$

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement en *y* est

$$p_y = p'_y$$
$$\cancel{m_1 v_{1y}} + \cancel{m_2 v_{2y}} = m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y}$$
$$0 = m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y}$$
$$0 = m_1 v'_1 \sin\theta_1 - m_2 v'_2 \sin\theta_2$$
$$0 = 6kg \cdot v'_1 \sin\theta_1 - 2kg \cdot v'_2 \sin\theta_2$$
$$0 = 3v'_1 \sin\theta_1 - v'_2 \sin\theta_2$$

L'équation de la conservation de l'énergie cinétique est

$$E_k = E'_k$$
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \cancel{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_1 v_2'^2$$
$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2$$
$$600\tfrac{kgm^2}{s^2} = 6kg \cdot v_1'^2 + 2kg \cdot v_2'^2$$
$$300\tfrac{m^2}{s^2} = 3v_1'^2 + v_2'^2$$

On va commencer par éliminer θ_2 avec $\cos^2\theta_2 + \sin^2\theta_2 = 1$. Le cosinus vient de la conservation de la quantité de mouvement en x

$$v_2'\cos\theta_2 = 30\tfrac{m}{s} - 3v_1'\cos\theta_1$$

Le sinus vient de la conservation de la quantité de mouvement en y

$$v_2'\sin\theta_2 = 3v_1'\sin\theta_1$$

On a alors

$$\begin{aligned}
\left(v_2'\cos\theta_2\right)^2 + \left(v_2'\sin\theta_2\right)^2 &= \left(30\tfrac{m}{s} - 3v_1'\cos\theta_1\right)^2 + \left(3v_1'\sin\theta_1\right)^2 \\
v_2'^2\cos^2\theta_2 + v_2'^2\sin^2\theta_2 &= 900\tfrac{m^2}{s^2} - 180\tfrac{m}{s}\cdot v_1'\cos\theta_1 + 9v_1'^2\cos^2\theta_1 + 9v_1'^2\sin^2\theta_1 \\
v_2'^2\left(\cos^2\theta_2 + \sin^2\theta_2\right) &= 900\tfrac{m^2}{s^2} - 180\tfrac{m}{s}\cdot v_1'\cos\theta_1 + 9v_1'^2\left(\cos^2\theta_1 + \sin^2\theta_1\right) \\
v_2'^2 &= 900\tfrac{m^2}{s^2} - 180\tfrac{m}{s}\cdot v_1'\cos\theta_1 + 9v_1'^2
\end{aligned}$$

En utilisant la formule de conservation de l'énergie $300\tfrac{m^2}{s^2} = 3v_1'^2 + v_2'^2$, on a

$$\begin{aligned}
v_2'^2 &= 900\tfrac{m^2}{s^2} - 180\tfrac{m}{s}\cdot v_1'\cos\theta_1 + 9v_1'^2 \\
300\tfrac{m^2}{s^2} - 3v_1'^2 &= 900\tfrac{m^2}{s^2} - 180\tfrac{m}{s}\cdot v_1'\cos\theta_1 + 9v_1'^2 \\
-3v_1'^2 &= 600\tfrac{m^2}{s^2} - 180\tfrac{m}{s}\cdot v_1'\cos\theta_1 + 9v_1'^2 \\
-v_1'^2 &= 200\tfrac{m^2}{s^2} - 60\tfrac{m}{s}\cdot v_1'\cos\theta_1 + 3v_1'^2 \\
0 &= 200\tfrac{m^2}{s^2} - 60\tfrac{m}{s}\cdot v_1'\cos\theta_1 + 4v_1'^2
\end{aligned}$$

Si on isole le cosinus, on a

$$\begin{aligned}
0 &= 200\tfrac{m^2}{s^2} - 60\tfrac{m}{s}\cdot v_1'\cos\theta_1 + 4v_1'^2 \\
60\tfrac{m}{s}\cdot v_1'\cos\theta_1 &= 200\tfrac{m^2}{s^2} + 4v_1'^2 \\
\cos\theta_1 &= \frac{10\tfrac{m}{s}}{3}\cdot\frac{1}{v_1'} + \frac{1}{15\tfrac{m}{s}}v_1'
\end{aligned}$$

La valeur de v'_1 peut varier selon la façon dont la collision se produit. Pour une certaine valeur de v'_1, il y a un angle maximum. Puisqu'à un extremum la dérivée d'une fonction est nulle, on trouve la valeur maximale de l'angle avec

$$\frac{d\left(\cos\theta_1\right)}{dv_1'}=0$$

On obtient alors qu'à l'angle maximum

$$\begin{gathered}
\frac{d\left(\cos\theta_1\right)}{dv_1'}=0 \\
\frac{-10\frac{m}{s}}{3}\cdot\frac{1}{v_1'^2}+\frac{1}{15\frac{m}{s}}=0 \\
\frac{1}{15\frac{m}{s}}=\frac{10\frac{m}{s}}{3}\cdot\frac{1}{v_1'^2} \\
v_1'^2=50\frac{m^2}{s^2}
\end{gathered}$$

Ainsi l'angle est

$$\begin{gathered}
\cos\theta_1=\frac{10\frac{m}{s}}{3}\cdot\frac{1}{v_1'}+\frac{1}{15\frac{m}{s}}\cdot v_1' \\
\cos\theta_1=\frac{10\frac{m}{s}}{3}\cdot\sqrt{\frac{1}{50\frac{m^2}{s^2}}}+\frac{1}{15\frac{m}{s}}\cdot\sqrt{50\frac{m^2}{s^2}} \\
\cos\theta_1=0{,}94281 \\
\theta_1=19{,}47^\circ
\end{gathered}$$