10 LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT

Au décollage, une fusée initialement au repos commence à éjecter du gaz avec $v_{exp} = 2000$ m/s. Le gaz est éjecté au rythme de 1000 kg/s. La masse initiale de la fusée est de 100 tonnes, ce qui inclut 60 tonnes de gaz qui sera éjecté. Quelle est la vitesse de la fusée au bout de 30 secondes ?

rootfun.net/snapsshot/apollo-15-mission-gallery-images/attachment/missile-of-apollo-15-clearing-the-tower/

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

10.1 L'IMPULSION

L'impulsion avec une force constante

Nous allons encore une fois commencer par la définition de l'impulsion pour ensuite démontrer l'utilité de cette quantité. (En réalité, l'impulsion porte le nom de *percussion* en français, mais *impulsion* est beaucoup plus employé.)

Si une force constante s'applique sur un objet pendant un temps Δt, alors l'impulsion donnée à l'objet est

Impulsion sur un objet

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$$

En composantes :

$$I_x = F_x\Delta t \qquad I_y = F_y\Delta t \qquad I_z = F_z\Delta t$$

L'unité de l'impulsion est le Ns ou le kg m/s. On n'a pas donné d'autre nom à ce groupe d'unités.

S'il y a plusieurs forces qui s'appliquent sur un objet, la somme des impulsions faites par chacune des forces est l'impulsion nette.

Impulsion nette

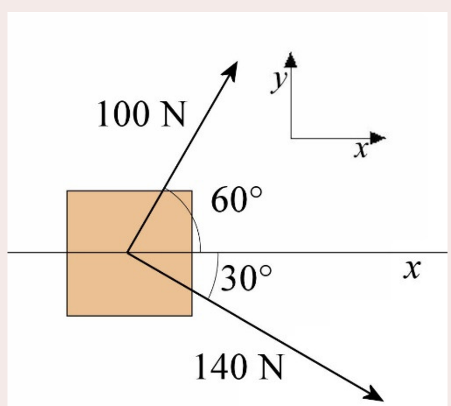
$$\vec{I}_{nette} = \sum \vec{I}$$

En composantes :

$$I_{x\,nette} = \sum I_x \qquad I_{y\,nette} = \sum I_y \qquad I_{z\,nette} = \sum I_z$$

Exemple 10.1.1

Quelles sont les composantes x et y de l'impulsion nette sur cette boite pendant 3 secondes ?



Calculons les composantes de l'impulsion faites par chacune des forces.

Les composantes de l'impulsion faite par la force de 100 N sont

$$I_{1x} = F_{1x}\Delta t = \left(100N \cdot \cos 60°\right) \cdot 3s = 150\,\tfrac{kgm}{s}$$
$$I_{1y} = F_{1y}\Delta t = \left(100N \cdot \sin 60°\right) \cdot 3s = 259{,}8\,\tfrac{kgm}{s}$$

Les composantes de l'impulsion faite par la force de 140 N sont

$$I_{2x} = F_{2x}\Delta t = \left(140N \cdot \cos\left(-30°\right)\right) \cdot 3s = 363{,}7\,\tfrac{kgm}{s}$$
$$I_{2y} = F_{2y}\Delta t = \left(140N \cdot \sin\left(-30°\right)\right) \cdot 3s = -210\,\tfrac{kgm}{s}$$

L'impulsion nette est donc

$$I_{x\,nette} = 150\,\tfrac{kgm}{s} + 363{,}7\,\tfrac{kgm}{s} = 513{,}7\,\tfrac{kgm}{s}$$
$$I_{y\,nette} = 259{,}8\,\tfrac{kgm}{s} + -210\,\tfrac{kgm}{s} = 49{,}8\,\tfrac{kgm}{s}$$

L'impulsion faite par une force variable

Si la grandeur de la force change, il suffit de séparer le calcul en parties dans lesquelles la force est constante. On somme ensuite les impulsions faites dans chacune des parties. En composantes, on a

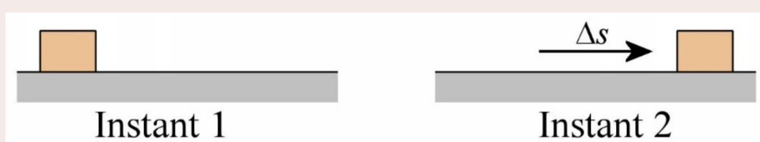
Impulsion faite par une force variable sur un objet

$$\vec{I} = \sum_{F\ \text{constante}} \vec{F}\Delta t$$

En composantes :

$$I_x = \sum_{F\ \text{constante}} F_x\Delta t \qquad I_y = \sum_{F\ \text{constante}} F_y\Delta t \qquad I_z = \sum_{F\ \text{constante}} F_z\Delta t$$

Exemple 10.1.2



Une force agit sur un objet. La force est de 5 N vers la droite pendant 5 secondes et ensuite de 3 N vers la gauche pendant 1 seconde. Quelle est l'impulsion faite sur l'objet ?

Comme la force change, on doit séparer le calcul en parties. L'impulsion faite durant la première partie est

$$\begin{aligned} I_{1x} &= F_{1x}\Delta t \\ &= 5N \cdot 5s \\ &= 25\,\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

L'impulsion faite durant la deuxième partie est

$$\begin{aligned} I_{2x} &= F_{2x}\Delta t \\ &= -3N \cdot 1s \\ &= -3\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

L'impulsion faite sur l'objet est donc de 25 kgm/s + –3 kgm/s = 22 kgm/s.

Mais que doit-on faire si la force change constamment ? On ne pourrait pas alors séparer la trajectoire en parties où la force est constante. En fait, on peut. Il suffit de prendre des temps très courts, tellement courts qu'ils sont infinitésimaux. Les composantes de l'impulsion faite pendant ce temps infinitésimal sont alors

$$dI_x = F_x dt \qquad dI_y = F_y dt \qquad dI_z = F_z dt$$

Si on somme ensuite toutes ces impulsions (avec une intégrale), on obtient

Impulsion faite par une force variable sur un objet (formule la plus générale)

$$\vec{I} = \int_t^{t'} \vec{F} dt$$

En composantes :

$$I_x = \int_t^{t'} F_x dt \qquad I_y = \int_t^{t'} F_y dt \qquad I_z = \int_t^{t'} F_z dt$$

On aura un exemple d'un calcul de l'impulsion avec une intégral un peu plus loin.

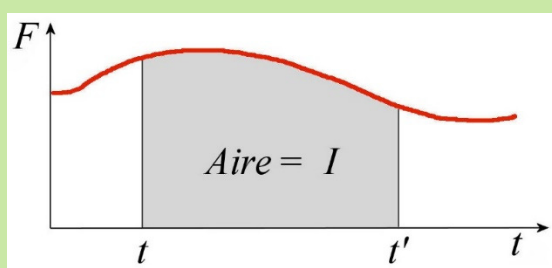
Représentation graphique de l'impulsion

L'impulsion est l'intégrale

$$I = \int_t^{t'} F dt$$

et cette intégrale donne l'aire sous la courbe de F en fonction du temps. On a donc l'interprétation graphique suivante.

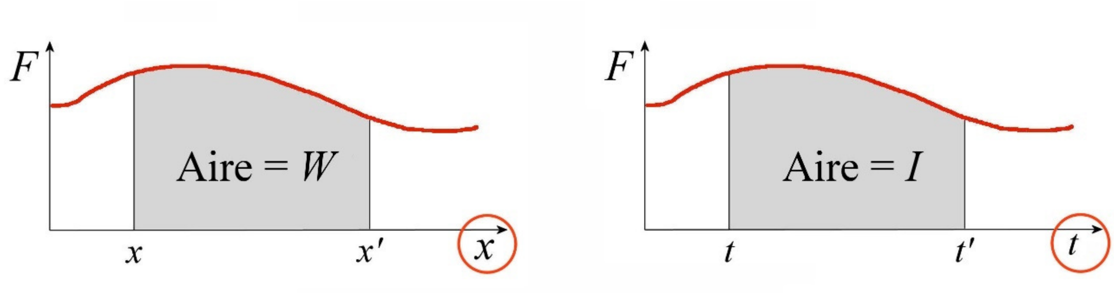
L'impulsion sur un objet est l'aire sous la courbe de la force agissant sur l'objet en fonction du temps



Encore une fois, l'aire est négative si elle est en dessous de l'axe du temps.

Attention à la petite subtilité suivante. Le travail était aussi donné par l'aire sous la courbe de la force, mais il y a une distinction cruciale.

- L'aire sous la courbe de F en fonction de la **position** est le travail.
- L'aire sous la courbe de F en fonction du **temps** est l'impulsion.



10.2 LE THÉORÈME DE LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT

Preuve du théorème

Examinons maintenant pourquoi il peut être utile de calculer l'impulsion sur un objet. Commençons avec notre définition de l'impulsion.

$$I_{x\,nette} = \int_t^{t'} F_{x\,nette}\,dt \qquad I_{y\,nette} = \int_t^{t'} F_{y\,nette}\,dt \qquad I_{z\,nette} = \int_t^{t'} F_{z\,nette}\,dt$$

On va faire la démonstration uniquement pour la composante en x. Le résultat sera évidemment identique pour les autres composantes.

Puisque $\vec{F}_{nette} = m\vec{a}$ et que l'accélération est la dérivée de la vitesse, cela devient

$$\begin{aligned} I_{x\,nette} &= \int_t^{t'} F_{x\,nette}\,dt \\ &= \int_t^{t'} m a_x\,dt \\ &= \int_t^{t'} m\frac{dv_x}{dt}\,dt \end{aligned}$$

$$= \int_{v_x}^{v'_x} m dv_x$$
$$= \left[m v_x \right]_{v_x}^{v'_x}$$
$$= m v'_x - m v_x$$

On va maintenant donner un nom à cette quantité qui vient d'apparaitre suite à ce calcul. Ce sera la *quantité de mouvement* et elle est notée *p*.

$$p_x = m v_x$$

(Personne ne semble savoir exactement pourquoi on utilise la lettre *p*. C'est peut-être parce que Leibniz donnait le nom de *progrès* à cette quantité en 1689. Le *p* vient peut-être aussi du fait que plusieurs termes latins associés aux collisions commencent par *p* et nous ont donné des mots comme *percussion*.)

En fait, on doit avoir la même définition pour les autres composantes. On a donc

Quantité de mouvement (momentum en anglais)

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

En composantes :

$$p_x = m v_x \qquad p_y = m v_y \qquad p_z = m v_z$$

L'unité de la quantité de mouvement est aussi le kg m/s.

(La grandeur de ce vecteur, *mv*, est utilisée en physique depuis fort longtemps puisque l'impétus des théories médiévales était souvent défini comme étant le poids multiplié par la vitesse. Évidemment, son rôle changea beaucoup avec la physique de Newton.)

Les composantes de la quantité de mouvement se calculent avec les composantes de la vitesse. En deux dimensions, cela signifie que

$$p_x = m v_x = m v \cos\theta$$
$$p_y = m v_y = m v \sin\theta$$

Avec cette définition de la quantité de mouvement, notre équation devient

$$I_{x\,nette} = m v'_x - m v_x$$
$$= p'_x - p_x$$

Avec les autres composantes qui donnent un résultat similaire, on obtient finalement le théorème suivant.

Théorème de la quantité de mouvement

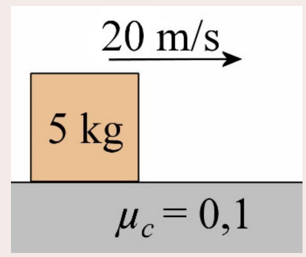
$$\vec{I}_{nette} = \Delta\vec{p}$$

En composantes :

$$I_{x\,nette} = \Delta p_x \qquad I_{y\,nette} = \Delta p_y \qquad I_{z\,nette} = \Delta p_z$$

Exemple 10.2.1

Une boite de 5 kg glisse sur une surface horizontale avec une vitesse initiale de 20 m/s. Le coefficient de frottement entre la surface et la boite est de 0,1. Quelle est la vitesse de la boite au bout de 5 secondes ?



Calcul de I_{nette}

Pour trouver l'impulsion faite par les forces, il faut premièrement trouver les forces agissant sur l'objet. Il y a 3 forces sur le bloc de 5 kg.

1) Le poids de 49 N.
2) La normale de 49 N vers le haut.
3) La friction de 0,1 · 49 N = 4,9 N vers la gauche.

Ici, on cherche une vitesse en *x*. Les forces en *y* n'ont donc pas d'importance ici.

La seule force en *x* est la friction. L'impulsion nette en *x* est donc

$$\begin{aligned} I_{fx} &= F_{fx}\Delta t \\ &= (-4,9N)\cdot 5s \\ &= -24,5\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Calcul de Δp

La variation de quantité de mouvement en *x* est

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= mv'_x - mv_x \\ &= 5kg \cdot v'_x - 5kg \cdot 20\tfrac{m}{s} \\ &= 5kg \cdot v'_x - 100\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Application du théorème

$$I_{x\,nette} = \Delta p_x$$

$$-24{,}5\tfrac{kgm}{s} = 5kg \cdot v' - 100\tfrac{kgm}{s}$$
$$v' = 15{,}1\tfrac{m}{s}$$

Exemple 10.2.2

Une boite de 10 kg ayant une vitesse initiale de 1 m/s vers la gauche subit une force variable de $F_x = 6\frac{N}{s} \cdot t + 2N$. Quelle sera la vitesse de l'objet à t = 10 s ?

Calcul de I_{nette}

Pour trouver l'impulsion faite par les forces, il faut premièrement trouver les forces agissant sur l'objet. Il y a 3 forces sur la boite de 10 kg.

1) Le poids de 98 N.
2) La normale de 98 N vers le haut.
3) La force $F_x = 6\frac{N}{s} \cdot t + 2N$.

Ici, on cherche une vitesse en *x*. Les forces en *y* n'ont donc pas d'importance ici.

La seule force en *x* est la force variable. L'impulsion nette en *x* entre t = 0 s et t = 10 s est donc

$$\begin{aligned} I_x &= \int_{0s}^{10s} \left(6\tfrac{N}{s} \cdot t + 2N\right) dt \\ &= \left(3\tfrac{N}{s} \cdot t^2 + 2N \cdot t\right)\Big|_{0s}^{10s} \\ &= \left(3\tfrac{N}{s} \cdot (10s)^2 + 2N \cdot 10s\right) - \left(3\tfrac{N}{s} \cdot (0s)^2 + 2N \cdot 0s\right) \\ &= 320\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Calcul de Δp

La variation de quantité de mouvement en *x* est

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= mv_x' - mv_x \\ &= 10kg \cdot v_x' - 10kg \cdot \left(-1\tfrac{m}{s}\right) \\ &= 10kg \cdot v_x' + 10\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Application du théorème

$$I_{x\,nette} = \Delta p_x$$
$$320\tfrac{kgm}{s} = 10kg \cdot v' + 10\tfrac{kgm}{s}$$
$$v' = 31\tfrac{m}{s}$$

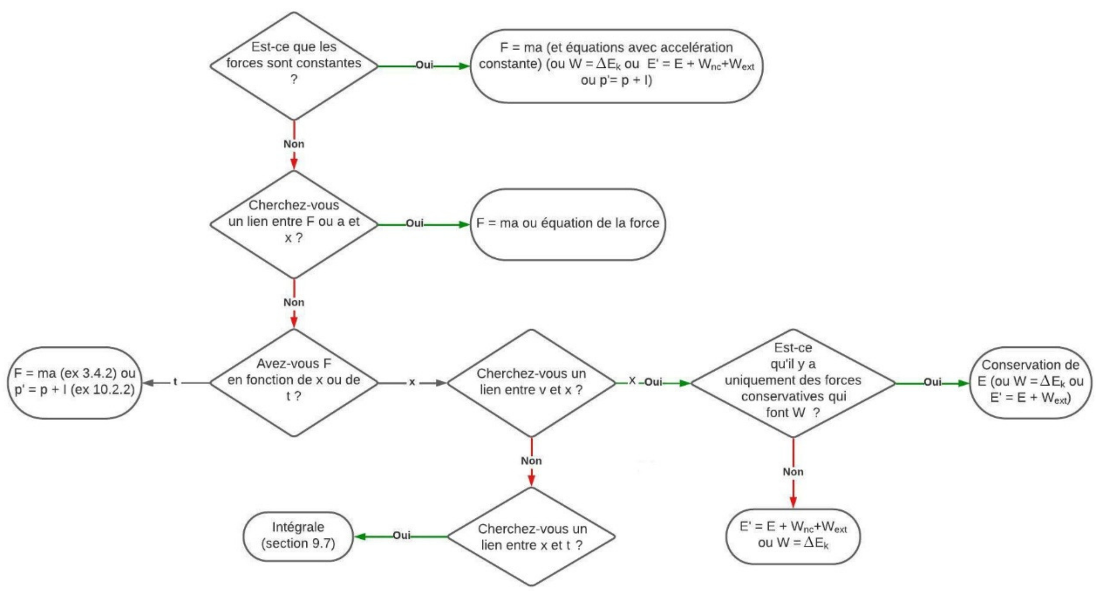
C'est la même vitesse que celle trouvée à l'exemple 3.4.2 (c'était la même question).

Cette méthode est tout à fait correcte, mais elle est quand même peu utilisée. Généralement, on va plutôt résoudre ce problème en trouvant l'accélération avec la deuxième loi de Newton et en trouvant ensuite la vitesse à partir de l'accélération (avec une intégrale).

Quelle méthode prendre pour résoudre un problème ?

Jusqu'ici, on a vu 4 méthodes pour résoudre des problèmes (2e loi de Newton, $W_{net}=\Delta E_k$, conservation de l'énergie et $I_{nette}=\Delta p$) et peut-être que vous vous demandez comment savoir laquelle il faut prendre pour résoudre un problème spécifique.

Voici un petit diagramme qui peut vous aider à choisir la méthode la plus simple.



Si on a une force variable et qu'on a la force en fonction de la **position**, on peut plus facilement résoudre le problème avec $W_{net}=\Delta E_k$ ou la conservation de l'énergie.

Si on a une force variable et qu'on a la force en fonction du **temps**, on peut plus facilement résoudre le problème avec $F = ma$ ou $I_{nette}=\Delta p$.

Si la force est constante, toutes les méthodes peuvent être utilisées, mais ce sera souvent plus facile d'arriver à une solution en utilisant $W_{net}=\Delta E_k$ ou la conservation de l'énergie si on vous demande ce qui va se passer au bout d'une certaine **distance** et ce sera souvent plus facile d'arriver à une solution en utilisant $F = ma$ ou $I_{nette}=\Delta p$ si on vous demande ce qui va se passer au bout d'un certain **temps**.

10.3 UNE NOUVELLE VERSION DE LA DEUXIÈME LOI DE NEWTON

Formulation avec la quantité de mouvement

Avec le travail, on avait défini la puissance comme étant le travail divisé par le temps nécessaire pour effectuer ce travail. Voyons ce qui arrive si on divise l'impulsion par le temps nécessaire pour donner cette impulsion à l'objet. Commençons avec une force constante. On obtient alors

$$\frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{\vec{F}\Delta t}{\Delta t} = \vec{F}$$

On voit que la quantité obtenue n'est pas nouvelle, c'est simplement la force qui s'applique sur l'objet.

Mais puisque $\vec{I}_{nette} = \Delta\vec{p}$, cela signifie que

$$\vec{F}_{nette} = \frac{\vec{I}_{nette}}{\Delta t}$$

devient

Lien entre la force et la quantité de mouvement (force constante)

$$\vec{F}_{nette} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Si la force n'est pas constante, on peut calculer l'impulsion pendant un temps infinitésimal *dt*. Notre variation de quantité de mouvement est alors infinitésimale et devient *dp*. On obtient alors une nouvelle version de la deuxième loi de Newton.

Deuxième loi de Newton

$$\vec{F}_{nette} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

C'est Léonard Euler qui proposa cette nouvelle version en 1752. Elle équivaut à $\vec{F}_{nette} = m\vec{a}$ puisque

$$\vec{F}_{nette} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F}_{nette} = \frac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt}$$

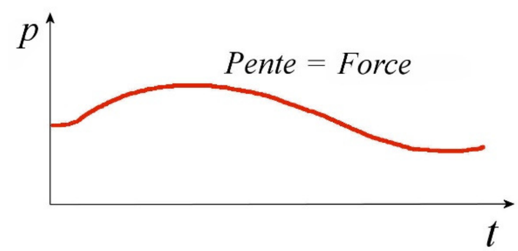
$$\vec{F}_{nette} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F}_{nette} = m\vec{a}$$

(Comme on a sorti la masse de la dérivée, on pourrait croire que $F = dp/dt$ est plus générale que $F = ma$ puisqu'on arrive à $F = ma$ uniquement quand la masse est constante. Toutefois, ce n'est pas le cas puisque la masse est toujours constante pour un système isolé. Les deux versions sont aussi générales l'une que l'autre. On en reparlera au chapitre 11.)

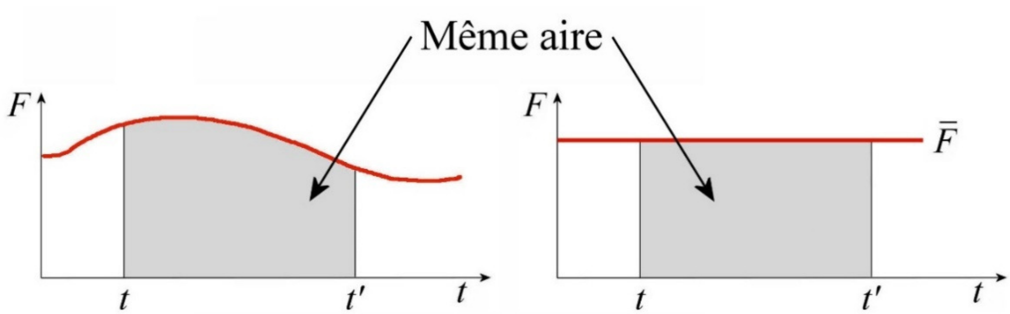
Interprétation graphique

Si la force est la dérivée de la quantité de mouvement, alors la pente est la force sur l'objet sur un graphique de la quantité de mouvement en fonction du temps.



La force moyenne

On définit la force moyenne comme étant une force constante qui donne la même impulsion à un objet durant le même temps qu'a agi la force. Autrement dit, on veut que l'aire sous la courbe soit la même pour ces deux graphiques.



(En passant, c'est toujours ainsi qu'on définit la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle en mathématiques.) Comme l'aire est égale à l'impulsion, on trouve que

$$\vec{I} = \bar{\vec{F}}\Delta t$$

$$\Delta\vec{p} = \bar{\vec{F}}\Delta t$$

On a donc le résultat suivant.

Force moyenne sur un objet

$$\vec{\bar{F}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

En composantes :

$$\bar{F}_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \qquad \bar{F}_y = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} \qquad \bar{F}_z = \frac{\Delta p_z}{\Delta t}$$

Exemple 10.3.1

Une balle de baseball de 150 g allant à 45 m/s vers la gauche est frappée par un bâton de baseball. Après la collision, la balle va à 60 m/s vers la droite. Quelle est la force moyenne sur la balle si l'impact entre la balle et le bâton a duré 0,01 s ?

La force moyenne se calcule avec

$$\bar{F}_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t}$$

Avec un axe des x positifs vers la droite, l'impulsion sur la balle est

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= p'_x - p_x \\ &= mv'_x - mv_x \\ &= 0,15kg \cdot 60\tfrac{m}{s} - 0,15kg \cdot \left(-45\tfrac{m}{s}\right) \\ &= 15,75\tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

La force moyenne est donc

$$\begin{aligned}\bar{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \\ &= \frac{15,75\frac{kgm}{s}}{0,01s} \\ &= 1575N\end{aligned}$$

La force moyenne est donc de 1575 N vers la droite (puisque le résultat est positif).

Erreur fréquente : mauvais signe pour *p* ou *v*

La quantité de mouvement est un vecteur, ce qui signifie que sa direction est importante. Assurez-vous de définir clairement des directions positives avec des axes. Si la composante de la quantité de mouvement (ou de la vitesse) est dans la direction de votre axe, elle est positive et si elle est dans la direction opposée à votre axe, elle est négative.

C'est pourquoi beaucoup auraient pris 45 m/s plutôt que -45 m/s comme vitesse initiale de la balle dans l'exemple précédent. Cela aurait été une erreur.

Exemple 10.3.2

Une voiture allant à 72 km/h fonce dans un mur. Lors de l'accident, l'habitacle s'arrête sur une distance de 1 m (parce que l'avant de la voiture s'écrase de 1 m). Quelle est la force moyenne s'exerçant sur un passager de 60 kg lors de la collision ?

La force moyenne se calcule avec

$$\overline{F}_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t}$$

Calculons premièrement la variation de quantité de mouvement.

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= p'_x - p_x \\ &= mv'_x - mv_x \\ &= 0 - 60kg \cdot 20\tfrac{m}{s} \\ &= -1200\tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

Il nous faut ensuite le temps que dure la collision. Il n'est pas donné, mais on peut le trouver en utilisant les formules de la cinématique.

$$\begin{aligned}x &= x_0 + \frac{1}{2}\left(v_0 + v\right)t \\ 1m &= 0m + \frac{1}{2}\left(20\tfrac{m}{s} + 0\right)t \\ t &= 0{,}1s\end{aligned}$$

On peut ensuite calculer la force moyenne.

$$\begin{aligned}\overline{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \\ &= \frac{-1200\tfrac{kgm}{s}}{0{,}1s} \\ &= -12\,000N\end{aligned}$$

La force est négative parce qu'en mettant la vitesse positive, on a défini notre axe dans la direction de la vitesse. Comme la force est négative, cela signifie qu'elle est dans la direction opposée à la vitesse, soit vers l'arrière de la voiture.

Noter que cette force correspond à près de 20 fois le poids de la personne. Cette personne subit donc autour de 20 *g*. Il est très possible de survivre à cette force puisqu'on peut souvent survivre à 100 *g* lors d'un accident d'auto (g n'est pas un gramme ici, c'est le nombre de *g*).

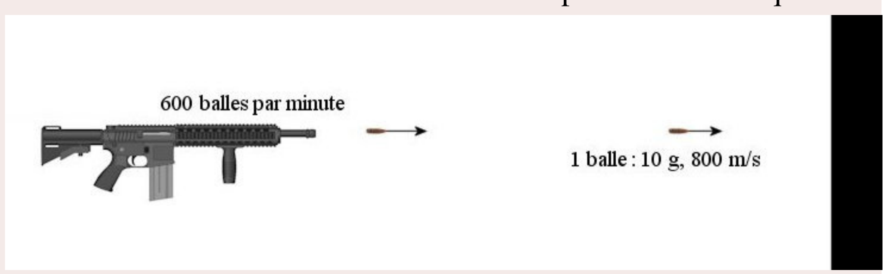
Si on ne porte pas sa ceinture, le résultat change beaucoup, non pas parce que la variation de quantité de mouvement change, mais parce que Δt sera beaucoup plus petit. En effet, si on ne porte pas sa ceinture, l'auto commencera à ralentir, mais la personne va continuer son mouvement en vertu de la première loi de Newton. Elle va s'arrêter seulement quand elle va entrer en contact avec le volant ou le parebrise. La distance d'arrêt sera alors d'environ un centimètre, ce qui nous donnera un temps d'arrêt de 0,001 s. Cela signifie que la force moyenne sera maintenant d'environ 1 200 000 N, soit environ 2000 fois le poids de la personne. Personne ne peut survivre à une telle force appliquée sur son corps.

Le coussin gonflable fait la même chose que la ceinture : il vous empêche de continuer votre mouvement et de vous écraser sur le tableau de bord. Il vous permet de ralentir au même rythme que la voiture et de diminuer la force moyenne.

On voit aussi qu'il serait ridicule d'avoir une voiture si solide qu'elle ne se déformerait pas lors d'un impact. Si la voiture était si rigide qu'elle ne s'écrasait que d'un centimètre en fonçant dans un mur, on reviendrait à la situation où le temps d'arrêt n'est que de 0,001 s et la force de 1 200 000 N, même si on porte sa ceinture.

Exemple 10.3.3

On tire avec une mitraillette dans un mur. Le fusil tire 600 balles par minute. Chaque balle a une masse de 10 g et une vitesse de 800 m/s. Quelle est la force moyenne que les balles font sur le mur ?



www.deviantart.com/morelikethis/135198329

On calculerait la force moyenne sur le mur avec

$$\overline{F} = \frac{\Delta p_x}{\Delta t}$$

Toutefois, ça semble difficile puisque le mur restera en place (puisqu'il est fixé à la Terre) et que sa quantité de mouvement ne changera pas. On peut contourner ce problème en calculant plutôt la force moyenne faite sur les balles pour les arrêter. (Cette force est faite par le mur.) Ensuite, on pourra trouver la force sur le mur puisque la force faite par le mur sur les balles a la même grandeur que la force faite par les balles sur le mur selon la 3^e loi de Newton.

Calculons la force moyenne sur les 600 balles tirées durant une minute (choix de durée tout à fait arbitraire, on aurait pu prendre 100 balles durant 10 secondes). Nous utilisons un axe positif vers la droite.

$$\begin{aligned}\overline{F}_{x\ sur\ balles} &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \\ &= \frac{p_x' - p_x}{\Delta t} \\ &= \frac{0 - 600 \cdot 0{,}01kg \cdot 800\frac{m}{s}}{60s} \\ &= -80N\end{aligned}$$

La quantité de mouvement finale est nulle puisque les balles sont arrêtées. On obtient une force de 80 N vers la gauche. On rappelle que c'est une force moyenne. La force est nulle quand il n'y a pas de balle et monte soudainement quand une balle arrive. La moyenne de tout cela est 80 N.

Par la troisième loi de Newton, si le mur fait une force moyenne de 80 N vers la gauche sur les balles, alors les balles font une force moyenne de 80 N vers la droite sur le mur. La réponse est donc : 80 N vers la droite.

10.4 LA CONSERVATION DE LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT

Démonstration du principe de conservation

Reprenons notre théorème de la quantité de mouvement

$$\Delta\vec{p} = \vec{I}_{nette}$$

Puisque l'impulsion nette est

$$\vec{I}_{nette} = \vec{F}_{nette}\Delta t$$

alors

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}_{nette}\Delta t$$

Ainsi, si la force nette est nulle, on a

$$\Delta\vec{p} = 0 \qquad \rightarrow \qquad \vec{p} = \text{constante}$$

On n'a pas appris grand-chose ici puisqu'on savait déjà par la première loi de Newton que si la somme des forces sur un objet est nulle, alors la vitesse est constante et que si la vitesse est constante, la quantité de mouvement est constante.

Toutefois, on obtiendra un résultat intéressant si on refait la même chose, mais en additionnant l'impulsion agissant sur plusieurs objets d'un système. On a alors

$$\sum_{système} \vec{I}_{nette} = \sum_{système} \Delta\vec{p}$$

$$\sum_{système} \vec{I}_{nette} = \sum_{système} \left(\vec{p}\,' - \vec{p}\right)$$

$$\sum_{système} \vec{F}_{nette}\Delta t = \sum_{système} \vec{p}\,' - \sum_{système} \vec{p}$$

À droite, on a les sommes des quantités de mouvement de tous les objets du système. On va appeler ces quantités p_{tot}. On a alors

$$\sum_{système} \vec{F}_{nette}\Delta t = \vec{p}\,'_{tot} - \vec{p}_{tot}$$

Comme Δt est le même pour toutes les forces, on peut le mettre en évidence pour le sortir de la somme. On a alors

$$\left(\sum_{système} \vec{F}_{nette}\right)\Delta t = \vec{p}\,'_{tot} - \vec{p}_{tot}$$

La somme des forces nettes pour tous les objets du système est simplement la somme de toutes les forces qui agissent sur le système. On a donc

$$\left(\sum_{système} \vec{F}\right)\Delta t = \vec{p}\,'_{tot} - \vec{p}_{tot}$$

Les forces qui agissent sur un objet du système peuvent être de deux types : interne (faite par un autre objet du système) ou externe (faite par un objet extérieur au système).

$$\left(\sum_{système} \vec{F}_{ext}\right)\Delta t + \left(\sum_{système} \vec{F}_{int}\right)\Delta t = \vec{p}\,'_{tot} - \vec{p}_{tot}$$

Selon la troisième loi de Newton, si l'objet A fait une force sur l'objet B, alors l'objet B fait une force de même grandeur et de direction opposée sur l'objet A. Cela veut dire que quand on fait la somme des forces internes sur tous les objets du système, ces deux forces s'annulent parce que les deux objets sont dans le système. Cela veut aussi dire que la somme des forces externes n'est pas nécessairement nulle puisqu'il n'y aura qu'un seul des objets dans le système et que les deux forces associées par la troisième loi de Newton ne peuvent pas s'annuler. Notre équation est donc

$$\left(\sum_{système} \vec{F}_{ext}\right)\Delta t = \vec{p}\,'_{tot} - \vec{p}_{tot}$$

Si la somme des forces externes est nulle, on aura

$$0 = \vec{p}\,'_{tot} - \vec{p}_{tot}$$

Cela signifie que la quantité de mouvement totale du système reste constante dans ce cas.

Principe de conservation de la quantité de mouvement

$$\vec{p}_{tot} = \vec{p}\,'_{tot} \qquad \text{si} \qquad \sum \vec{F}_{ext} = 0$$

En composantes :

$$p_{x\,tot} = p'_{x\,tot} \qquad \text{si} \qquad \sum_{système} F_{x\,ext} = 0$$

$$p_{y\,tot} = p'_{y\,tot} \qquad \text{si} \qquad \sum_{système} F_{y\,ext} = 0$$

$$p_{z\,tot} = p'_{z\,tot} \qquad \text{si} \qquad \sum_{système} F_{z\,ext} = 0$$

Vous voyez que ce principe de conservation n'est pas toujours vrai : **il faut que la somme des forces externes soit nulle pour qu'on puisse l'appliquer**. Il peut y avoir des forces externes, mais la somme de ces forces doit être nulle pour qu'on puisse appliquer la conservation de la quantité de mouvement.

Remarquez que ces trois équations des composantes sont indépendantes l'une de l'autre. Cela veut dire qu'il est possible qu'il y ait conservation de la quantité de mouvement en x même si la somme des forces externes n'est pas nulle en y.

Applications du principe

On peut maintenant appliquer ce principe de conservation pour résoudre des problèmes. Il permet de résoudre assez simplement certains types de problèmes, notamment les problèmes de collisions.

Méthode de résolution

1) On trouve les composantes de la quantité de mouvement totale du système à un certain moment. On va noter ces composantes p_x et p_y. En une dimension, il n'y a que p_x. En deux dimensions, on a les composantes p_x et p_y. Il pourrait y avoir une troisième dimension, mais on n'ira pas jusque-là dans ces notes.

2) On trouve les composantes de la quantité de mouvement totale du système à un autre moment. On va noter ces composantes p'_x et p'_y.

3) On égalise les composantes de la quantité de mouvement puisque la quantité de mouvement est conservée.

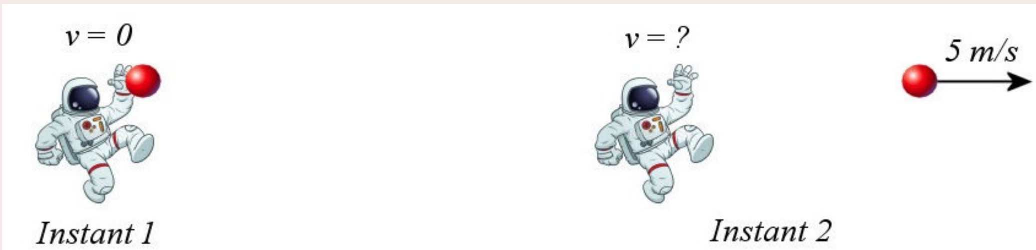
$$p_x = p'_x$$
$$p_y = p'_y$$

4) On résout ces équations.

Notez que pour appliquer le principe de conservation de la quantité de mouvement sous cette forme, il ne doit pas y avoir de force externe nette. Il peut y avoir des forces externes, mais elles doivent toutes s'annuler.

Exemple 10.4.1

Une astronaute de 80 kg dans l'espace tient dans ses mains une boule de quilles de 4 kg. Elles sont initialement immobiles dans l'espace. L'astronaute lance alors la boule de quilles de sorte que celle-ci se déplace maintenant avec une vitesse de 5 m/s. Quelle est la vitesse de l'astronaute après le lancement de la boule de quilles ?



www.colourbox.com/vector/cartoon-astronaut-floating-vector-7024296?u

Quantité de mouvement à l'instant 1

Initialement (instant 1), la composante en x de la quantité de mouvement totale du système (personne et boule) est

$$p_x = 0 + 0 = 0$$

puisque la personne et la boule de quilles sont au repos.

Quantité de mouvement à l'instant 2

À l'instant 2, la composante en x de la quantité de mouvement totale du système est

$$\begin{aligned} p'_x &= m_A v'_A + m_B v'_B \\ &= 80kg \cdot v'_A + 4kg \cdot 5\tfrac{m}{s} \\ &= 80kg \cdot v'_A + 20\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

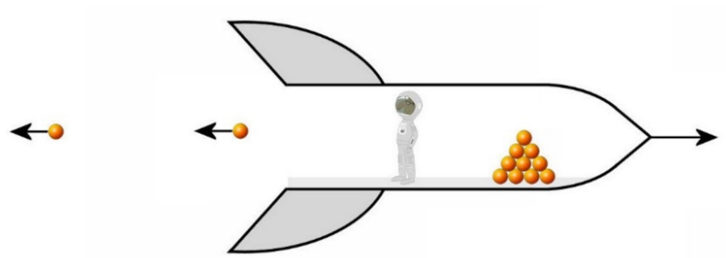
On peut ensuite appliquer le principe de conservation de la quantité de mouvement ici puisqu'il n'y a aucune force externe. Les seules forces présentes sont les forces entre l'astronaute et la boule, qui sont des forces internes puisque notre système est formé de l'astronaute et de la boule. On a donc

$$p_x = p'_x$$
$$0 = 80kg \cdot v'_A + 20\tfrac{kgm}{s}$$
$$v'_A = -0,25\tfrac{m}{s}$$

L'astronaute se déplace donc à 0,25 m/s vers la gauche.

Il n'est pas tellement surprenant de voir l'astronaute partir vers la gauche en vertu de la troisième loi de Newton. Quand l'astronaute pousse sur la balle vers la droite pour lui donner une vitesse, alors la boule pousse sur l'astronaute vers la gauche avec une force de même grandeur. C'est cette force qui donne une vitesse à l'astronaute vers la gauche.

Ce qu'on vient de voir est à la base de la propulsion des fusées. La vitesse de l'astronaute a augmenté quand elle a lancé la boule. Chaque fois qu'elle lance une boule (toujours dans la même direction), sa vitesse augmente. On pourrait donc avoir ce modèle de vaisseau spatial un peu poche : la propulsion par des boules de quilles. L'astronaute dans la fusée lance des boules de quilles !



Chaque fois que l'astronaute lance une boule de quilles, la vitesse du vaisseau augmente un peu. Plus elle va lancer de boules de quilles et plus elle va les lancer avec une vitesse importante, plus le vaisseau aura une vitesse finale importante.

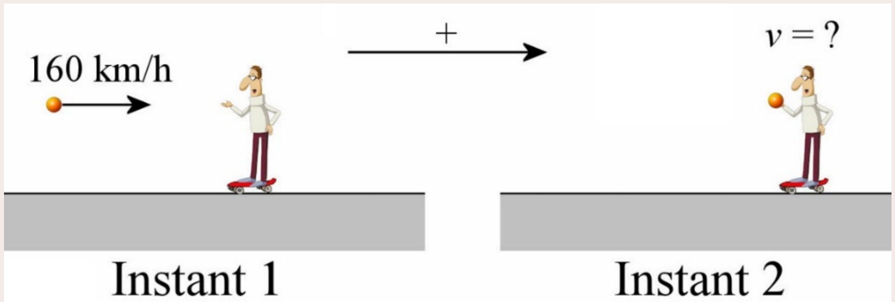
Ce n'est pas tout à fait ça qu'on fait, mais ce n'est pas loin. Au lieu de lancer des boules de quilles, on lance de molécules de gaz. Chaque molécule ne donne pas une vitesse très grande au vaisseau à cause de sa faible masse, mais on en lance tellement que ça finit par donner beaucoup de vitesse au vaisseau. Vous pouvez d'ailleurs admirer la propulsion qu'on obtient de cette façon dans ce vidéo.
https://www.youtube.com/watch?v=Z3xyqfCZmSU

C'est aussi ce qui se passe quand on laisse partir un ballon gonflé. Quand l'air part dans une direction, le ballon part dans l'autre direction. On peut aussi s'en servir pour propulser un petit véhicule.
https://www.youtube.com/watch?v=OewYUTDcQ2E

On peut faire encore mieux en lançant les molécules avec plus de vitesse, ce qu'on parvient à faire en chauffant le gaz. Une bonne réaction chimique entre des substances nous permet d'obtenir un gaz très chaud qui, dirigé dans une direction, propulse le véhicule dans la direction opposée. C'est ce qu'on peut voir dans ce vidéo.
https://www.youtube.com/watch?v=uuYoYl5kyVE
Nous reviendrons sur ce point plus tard pour calculer la vitesse des fusées qui éjectent du gaz.

Exemple 10.4.2

Une personne de 60 kg au repos sur une planche à roulettes attrape une balle de baseball (m = 0,135 kg) allant à 160 km/h. Quelle sera la vitesse de la personne (avec la balle dans les mains) après l'attrapée ?



Quantité de mouvement à l'instant 1

À l'instant 1, la quantité de mouvement du système (personne et balle) est (en utilisant l'axe indiqué sur la figure)

$$\begin{aligned} p_x &= m_{balle} v_{balle} + m_{personne} v_{personne} \\ &= 0,135 kg \cdot 44,44 \tfrac{m}{s} + 0 \\ &= 6 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 1

À l'instant 2, la quantité de mouvement est

$$\begin{aligned} p'_x &= m_{balle} v'_{balle} + m_{personne} v'_{personne} \\ &= 0,135 kg \cdot v' + 60 kg \cdot v' \\ &= (60,135 kg) \cdot v' \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

Avec le principe de conservation de la quantité de mouvement, on a

$$\begin{aligned} p_x &= p'_x \\ 6 \tfrac{kgm}{s} &= (60,135 kg) \cdot v' \\ v' &= 0,09976 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Dans cet exemple, il est important de noter qu'il y a des forces externes : le poids et la normale. Le système étant formé de la balle et de la personne, les forces faites par la Terre et par le sol sont donc des forces externes. Cependant, le principe de conservation peut s'appliquer, car ces deux forces s'annulent et la somme des forces externes est nulle. Même si elles ne s'annulaient pas, ces forces en y ne pourraient pas changer la quantité de mouvement en x de toute façon.

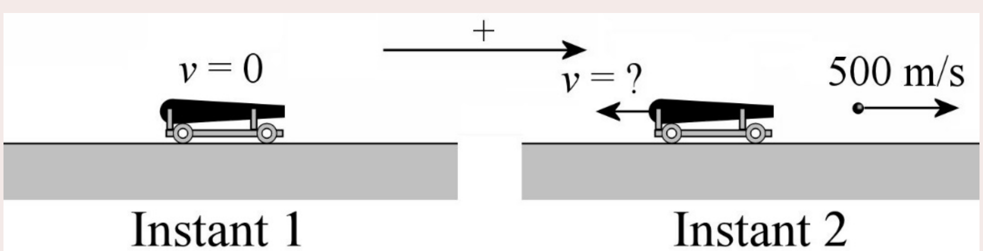
On voit également qu'en recevant un objet, la personne gagne de la vitesse. On voit donc qu'on peut changer notre vitesse non seulement en lançant quelque chose, mais aussi en attrapant quelque chose. C'est en combinant ces deux façons de faire que la personne de ce vidéo se propulse.
https://www.youtube.com/watch?v=KeNye0nTqmM
Elle se place sur une espèce de coussin d'air pour tenter d'éliminer la friction qui est une force externe.

Recul des armes à feu

S'il y a une explosion, les forces faites par les gaz relâchés par l'explosion sont des forces internes entre les objets du système si on inclut le gaz dans notre système. Prenons l'exemple d'un canon qui tire un obus. Au départ, le canon, l'obus et la charge explosive sont au repos et la quantité de mouvement est nulle. Quand la charge va exploser et que l'obus sera propulsé, il faudra que la quantité de mouvement totale du système soit conservée. Pour simplifier, on va négliger la masse de la charge explosive et des gaz relâchés de sorte que seuls le canon et l'obus seront considérés dans le calcul de la quantité de mouvement total. Si notre axe est dans la direction du mouvement de l'obus, alors la quantité de mouvement de l'obus est positive. Celle du canon sera donc négative (pour que la somme soit nulle), ce qui signifie que le canon part du côté opposé. C'est ce qu'on appelle le recul du canon.

Exemple 10.4.3

Un canon de 500 kg, initialement au repos, lance un obus de 5 kg avec une vitesse de 500 m/s. Quelle est la vitesse du canon après le départ de l'obus ?



<u>Quantité de mouvement à l'instant 1</u>

À l'instant 1, la quantité de mouvement est (en utilisant un axe positif vers la droite)

$$\begin{aligned} p_x &= m_{canon} v_{canon} + m_{obus} v_{obus} \\ &= 0 + 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2

À l'instant 2, la quantité de mouvement est

$$\begin{aligned} p'_x &= m_{canon} v'_{canon} + m_{obus} v'_{obus} \\ &= 500kg \cdot v'_{canon} + 5kg \cdot 500 \tfrac{m}{s} \\ &= 500kg \cdot v'_{canon} + 2500 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

Avec le principe de conservation de la quantité de mouvement, on a

$$\begin{aligned} p_x &= p'_x \\ 0 &= 500kg \cdot v'_{canon} + 2500 \tfrac{kgm}{s} \\ v'_{canon} &= -5 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Le canon recule donc à 5 m/s.

On peut admirer un exemple de recul dans ce vidéo.
https://www.youtube.com/watch?v=b9qvt_LS5sg
Il ne faut donc pas rester derrière un canon quand il tire sinon, voici ce qui risque de vous arriver.
https://www.youtube.com/watch?v=EefIsRsu-qU

Les fusils ont aussi un recul. Plus la quantité de mouvement de la balle sera importante, plus la quantité de mouvement du fusil sera importante parce que les deux doivent s'annuler puisque la quantité de mouvement initiale était nulle. Avec un fusil qui donne une quantité de mouvement importante aux balles, le recul peut être difficile à contrôler.
https://www.youtube.com/watch?v=VLAIBclQIFQ

Erreur dans les films

On voit souvent des gens qui se font tirer dessus et qui sont projetés sur une grande distance après l'impact. C'est le cas dans cet extrait du film « Martyrs », un film d'horreur français. Inutile d'écouter la séquence au complet, les 20 premières secondes sont suffisantes.
https://www.youtube.com/watch?v=Jm6O8CNURcU
Il est possible qu'un être humain soit projeté comme le père de cette famille, sauf qu'il faudrait que les projectiles du fusil aient une quantité de mouvement assez importante. Le père de 70 kg (approximativement) étant projeté à 5 m/s (approximativement) reçoit donc une quantité de mouvement environ égal à 70 kg x 5 m/s = 350 kgm/s. C'est vraiment beaucoup puisque ça équivaut à un projectile de 100 g qui va dix fois plus vite que le son ! Bon, supposons que ça se peut quand même.

Avant que le coup ne soit tiré, la quantité de mouvement est nulle (tireur, fusil et balle au repos). Quand on tire et que le projectile a une quantité de mouvement de 350 kgm/s, il faut que le fusil et le tireur gagnent 350 kgm/s dans la direction opposée pour que la quantité totale du système reste nulle.

Si le tireur et le fusil ont reçu 350 kgm/s, alors ils seraient projetés avec beaucoup de vitesse vers l'arrière. Vous remarquez que c'est la même quantité de mouvement que celle reçue par la victime. Ainsi, le tireur devrait être projeté vers l'arrière aussi violemment que celui qui a reçu le projectile. Ce n'est clairement pas ce qui se passe dans l'extrait du film.

C'est cependant ce qu'on peut voir dans ce vidéo d'une personne qui tire un fusil donnant une quantité de mouvement importante aux projectiles.
https://www.youtube.com/watch?v=0MOpQeQgEO8
Dans ce cas, la quantité de mouvement donné à la balle est de 37 kgm/s. Imaginez si on avait donné 350 kgm/s !

Autres exemples d'applications du principe de conservation de la quantité de mouvement

Exemple 10.4.4

Un chien de 10 kg est sur un radeau de 30 kg. Initialement, le radeau et le chien sont immobiles. Puis le chien commence à marcher vers la gauche avec une vitesse de 6 m/s. Quelle est la vitesse du radeau ?

aaugh.com/wordpress/2010/12/momentous-peanuts/

Quantité de mouvement à l'instant 1

Initialement, la quantité de mouvement totale du système (radeau et chien) est (en utilisant un axe positif vers la droite)

$$\begin{aligned} p_x &= m_{radeau} v_{radeau} + m_{chien} v_{chien} \\ &= 0 + 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2

Quand le chien marche vers la gauche, la quantité de mouvement totale du système est

$$\begin{aligned} p'_x &= m_{radeau} v'_{radeau} + m_{chien} v'_{chien} \\ &= 30kg \cdot v'_{radeau} + 10kg \cdot \left(-6\tfrac{m}{s}\right) \\ &= 30kg \cdot v'_{radeau} - 60\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

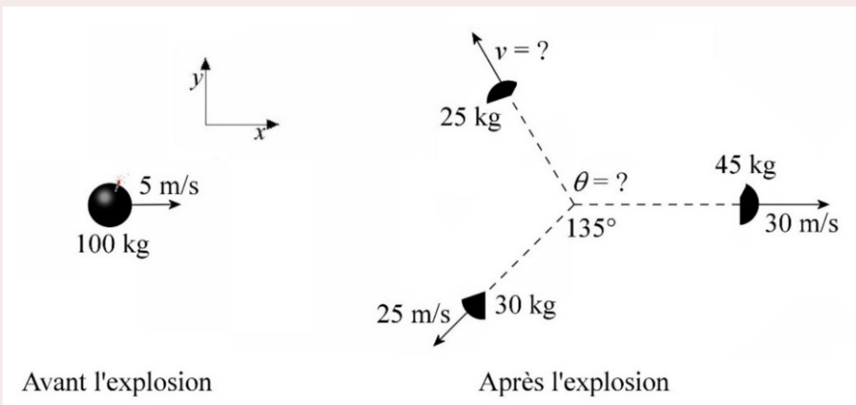
Avec le principe de conservation de la quantité de mouvement, on a

$$p_x = p'_x$$
$$0 = 30kg \cdot v'_{radeau} - 60\tfrac{kgm}{s}$$
$$v'_{radeau} = 2\tfrac{m}{s}$$

Le radeau se déplace donc à 2 m/s vers la droite.

Exemple 10.4.5

Une bombe de 100 kg se déplaçant à 5 m/s explose en trois fragments. Si la vitesse et la direction de la vitesse des fragments de 30 kg et 45 kg sont celles indiquées sur la figure, quelle est la vitesse (grandeur et direction) du fragment de 25 kg ?



Commençons par la composante x de la quantité de mouvement.

Quantité de mouvement à l'instant 1

Initialement, la quantité de mouvement totale en x est

$$\begin{aligned} p_x &= mv_x \\ &= 100kg \cdot 5\tfrac{m}{s} \\ &= 500\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2

Après l'explosion, la quantité de mouvement totale en x est

$$\begin{aligned} p'_x &= m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x} + m_3 v'_{3x} \\ &= 45kg \cdot 30\tfrac{m}{s} + 30kg \cdot 25\tfrac{m}{s} \cdot \cos(-135°) + 25kg \cdot v'_{3x} \end{aligned}$$

$$= 819,67 \tfrac{kgm}{s} + 25kg \cdot v'_{3x}$$

Conservation de la quantité de mouvement

Avec le principe de conservation de la quantité de mouvement, on a

$$p_x = p'_x$$
$$500 \tfrac{kgm}{s} = 819,67 \tfrac{kgm}{s} + 25kg \cdot v'_{3x}$$
$$v'_{3x} = -12,79 \tfrac{m}{s}$$

Allons-y ensuite avec la composante en *y*.

Quantité de mouvement à l'instant 1

Initialement, la quantité de mouvement totale en *y* est

$$\begin{aligned} p_y &= mv_y \\ &= 100kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2

Après l'explosion, la quantité de mouvement totale en *y* est

$$\begin{aligned} p'_y &= m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y} + m_3 v'_{3y} \\ &= 45kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} + 30kg \cdot 25 \tfrac{m}{s} \sin\left(-135°\right) + 25kg \cdot v'_{3y} \\ &= -530,33 \tfrac{kgm}{s} + 25kg \cdot v'_{3y} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

Avec le principe de conservation de la quantité de mouvement, on a

$$p_y = p'_y$$
$$0 = -530,33 \tfrac{kgm}{s} + 25kg \cdot v'_{3y}$$
$$v'_{3y} = 21,21 \tfrac{m}{s}$$

Grandeur et direction de la vitesse finale

Nous avons maintenant les deux composantes de la vitesse. On peut maintenant trouver la grandeur et la direction de la vitesse.

$$v_3' = \sqrt{v_{3x}'^2 + v_{3y}'^2}$$
$$= \sqrt{\left(-12,79\tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(21,21\tfrac{m}{s}\right)^2}$$
$$= 24,77\tfrac{m}{s}$$

$$\theta = \arctan\frac{v_{3y}'}{v_{3x}'}$$
$$= \arctan\frac{21,21\frac{m}{s}}{-12,79\frac{m}{s}}$$
$$= 121,1°$$

(On a ajouté 180° à la réponse de la calculatrice, car v'_{3x} est négatif.)

10.5 LES COLLISIONS

Conservation de la quantité de mouvement

Durant les collisions, il y a des forces entre les deux objets en contact. Si notre système est formé des objets en collision, les forces qui s'appliquent lors de collisions sont des forces internes et cela signifie que la quantité de mouvement est conservée. On a donc

Quantité de mouvement et collision

Lors d'une collision, la quantité de mouvement totale du système est conservée.

$$\vec{p}_{tot} = \vec{p}'_{tot}$$

En composantes :

$$p_{tot\ x} = p'_{tot\ x} \qquad p_{tot\ y} = p'_{tot\ y} \qquad p_{tot\ z} = p'_{tot\ z}$$

En 1644, Descartes avait postulé ce qu'il appelait *la conservation du mouvement* dans les collisions. Bien qu'il mesurait la quantité de mouvement avec *mv*, le concept ressemble davantage à de l'énergie cinétique puisqu'il ne s'occupait pas de la direction de la vitesse. De plus, ça ne restait qu'une spéculation justifiée par la perfection de Dieu et on ne peut donc pas vraiment dire que Descartes ait découvert la conservation de la quantité de mouvement.

On découvrit la conservation de la quantité de mouvement dans les collisions quand la Royal Society de Londres lança en 1666 le concours pour trouver les lois des collisions. Trois savants (John Wallis, Christopher Wren et Christiaan Huygens) présentèrent les résultats de leurs travaux en 1668. Tous arrivèrent à la conclusion que la quantité de mouvement *mv* est conservée dans toutes les collisions à condition de tenir compte de la direction de la vitesse (autrement dit, de prendre en compte le fait que la quantité de mouvement est un vecteur).

On utilise parfois ce principe pour une collision même s'il y a une force externe. On peut le faire parce que cette dernière est souvent négligeable par rapport aux forces entre les objets pendant la collision. Ainsi, quand un joueur de baseball frappe la balle, on applique les lois de conservation de la quantité de mouvement lors de la collision malgré la présence de forces de gravité sur le bâton et la balle (qui sont des forces externes). La force exercée entre la balle et le bâton est tellement plus grande que la force de gravitation qu'on peut négliger l'effet de la force de gravitation durant la collision.

Le simple principe de conservation de la quantité de mouvement n'est pas suffisant pour résoudre les problèmes de collision, on doit aussi posséder une autre information. On doit savoir comment les objets réagissent quand ils entrent en contact. Les deux objets peuvent rester collés ensemble ou peuvent rebondir l'un sur l'autre en entrant en contact.

Collision élastique, inélastique et parfaitement inélastique

Collision élastique

Dans une collision élastique, les deux objets qui entrent en collision rebondissent l'un sur l'autre sans aucune perte d'énergie cinétique. Illustrons le tout avec un exemple où une balle qu'on laisse tomber fait ensuite une collision élastique avec le sol. Si la collision est élastique, alors l'énergie cinétique qu'elle a immédiatement après la collision est la même que celle qu'elle avait immédiatement avant la collision. Comme l'énergie cinétique avant la collision vient de l'énergie gravitationnelle et que l'énergie cinétique après la collision redeviendra de l'énergie gravitationnelle, les énergies gravitationnelles sont les mêmes au point le plus haut de la trajectoire avant et après la collision. Cela veut dire que la balle remontera, après la collision, jusqu'à la même hauteur que son point de départ.

Collision élastique

Lors d'une collision élastique, l'énergie cinétique du système est conservée.

$$E_{k\,tot} = E'_{k\,tot}$$

Huygens a été le premier en 1669 à montrer que l'énergie cinétique était conservée dans une collision élastique. C'était la première fois que l'énergie cinétique apparaissait en physique. Pendant longtemps, elle a porté le nom de *vis viva* (*force vive)* et sa formule était mv^2 (il manquait le ½). Quand on a formulé le théorème de l'énergie cinétique dans les années 1820, Coriolis a suggéré d'ajouter le ½ dans la formule de la force vive pour donner la priorité au concept de travail. C'est seulement en 1850 que Lord Kelvin a donné le nom d'*énergie cinétique* à $\frac{1}{2}mv^2$.

(Puisque les 2 quantités p et E_k sont conservées dans une collision élastique, on comprend pourquoi les savants de l'époque avant Newton, qui essayaient de définir la force en étudiant les collisions, sont arrivés à des définitions dans lesquelles la force était proportionnelle à v ou v^2.)

Collision inélastique

Bien souvent, les collisions ne sont pas élastiques. Comme il se perd un peu d'énergie mécanique dans une collision (sous forme de déformation permanente ou de son ou de chaleur par exemple), l'énergie cinétique totale sera plus basse après la collision. On ne pourra donc pas utiliser la conservation de l'énergie cinétique dans ce genre de problème.

Pour résoudre ce genre de problème, on n'a donc que l'équation de la conservation de la quantité de mouvement. Mais comme on a deux réponses à trouver (les deux vitesses après la collision) et qu'on a une seule équation, on doit donc avoir une information supplémentaire. Ce peut être la vitesse d'un des objets après la collision ou la fraction de l'énergie perdue lors de la collision par exemple.

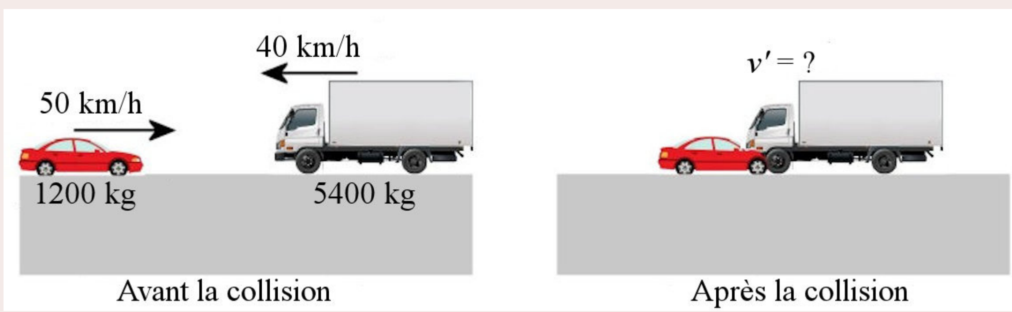
Collision parfaitement inélastique

Dans la collision parfaitement inélastique, les deux objets restent collés ensemble après la collision et ont donc la même vitesse. Dans ce cas, la conservation de la quantité de mouvement à elle seule nous permet de résoudre le problème.

Exemples pour des collisions en une dimension

Exemple 10.5.1

Les deux véhicules illustrés sur la figure entrent en collision. Quelle sera la vitesse des véhicules après la collision s'ils restent collés ensemble ?



fr.depositphotos.com/2577683/stock-illustration-Car.html et www.canstockphoto.com/delivery-cargo-truck-13682465.html

Comme il s'agit d'une collision parfaitement inélastique, seule la quantité de mouvement est conservée.

Quantité de mouvement avant la collision

Initialement, la quantité de mouvement totale en x est

$$\begin{aligned} p_x &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ &= 1200kg \cdot 13,89 \tfrac{m}{s} + 5400kg \cdot \left(-11,11 \tfrac{m}{s}\right) \\ &= -43\,333 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Quantité de mouvement après la collision

Après la collision, on a un seul objet de 6600 kg. Sa quantité de mouvement est

$$\begin{aligned} p'_x &= mv' \\ &= 6600kg \cdot v' \end{aligned}$$

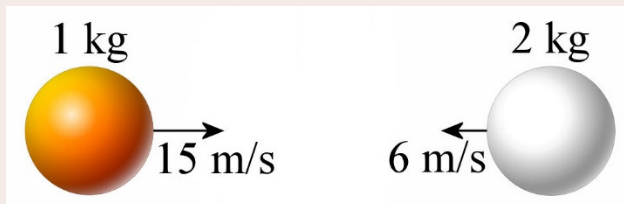
Conservation de la quantité de mouvement

Avec le principe de conservation de la quantité de mouvement, on a

$$\begin{aligned} p_x &= p'_x \\ -43\,333 \tfrac{kgm}{s} &= 6600kg \cdot v' \\ v' &= -6,566 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Exemple 10.5.2

Une balle de 1 kg allant à 15 m/s vers la droite entre en collision élastique avec une boule de 2 kg allant à 6 m/s vers la gauche. Quelles sont les vitesses des balles après la collision ?



Comme il s'agit d'une collision élastique, la quantité de mouvement et l'énergie cinétiques sont toutes les deux conservées.

La conservation de la quantité de mouvement en x nous donne

$$\begin{aligned} p_x &= p'_x \\ m_1v_1 + m_2v_2 &= m_1v'_1 + m_2v'_2 \\ 1kg \cdot 15\tfrac{m}{s} + 2kg \cdot \left(-6\tfrac{m}{s}\right) &= 1kg \cdot v'_1 + 2kg \cdot v'_2 \\ 3\tfrac{m}{s} &= v'_1 + 2v'_2 \end{aligned}$$

La conservation de l'énergie cinétique nous donne

$$\begin{aligned} E_k &= E'_k \\ \cancel{\tfrac{1}{2}}m_1v_1^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}}m_2v_2^2 &= \cancel{\tfrac{1}{2}}m_1v_1'^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}}m_2v_2'^2 \\ 1kg \cdot \left(15\tfrac{m}{s}\right)^2 + 2kg \cdot \left(6\tfrac{m}{s}\right)^2 &= 1kg \cdot v_1'^2 + 2kg \cdot v_2'^2 \\ 297\tfrac{m^2}{s^2} &= v_1'^2 + 2v_2'^2 \end{aligned}$$

On doit donc résoudre ces deux équations pour trouver les vitesses. Si on isole v'_1 dans l'équation de la quantité de mouvement, on a

$$v'_1 = 3\tfrac{m}{s} - 2v'_2$$

Si on remplace dans l'équation de l'énergie cinétique, on obtient

$$297\tfrac{m^2}{s^2} = v_1'^2 + 2v_2'^2$$

$$297\tfrac{m^2}{s^2} = \left(3\tfrac{m}{s} - 2v_2'\right)^2 + 2v_2'^2$$

$$297\tfrac{m^2}{s^2} = 9\tfrac{m^2}{s^2} - 12\tfrac{m}{s}\cdot v_2' + 4v_2'^2 + 2v_2'^2$$

$$6v_2'^2 - 12\tfrac{m}{s}\cdot v_2' - 288\tfrac{m^2}{s^2} = 0$$

On peut résoudre cette équation quadratique pour obtenir

$$v_2' = 8\tfrac{m}{s} \qquad \text{et} \qquad v_2' = -6\tfrac{m}{s}$$

Nous aurons toujours deux solutions et il y en aura toujours une qui sera identique à la vitesse avant la collision. En faisant la solution, on trouve toutes les vitesses où la quantité de mouvement et l'énergie cinétique sont les mêmes qu'avant la collision. On retrouve donc la vitesse de départ puisqu'avec cette vitesse, il est certain que la quantité de mouvement et l'énergie cinétique sont les mêmes qu'au départ ! On garde donc l'autre solution.

$$v_2' = 8\tfrac{m}{s}$$

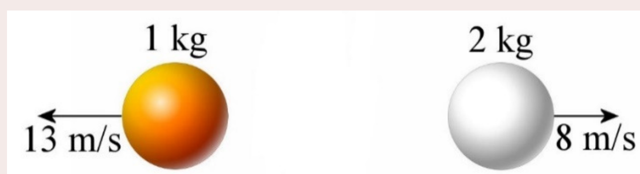
On trouve ensuite l'autre vitesse. On va prendre l'équation de la quantité de mouvement, car si on prend l'équation de l'énergie cinétique, il faudra deviner le signe quand on va faire la racine carrée. On a alors

$$3\tfrac{m}{s} = v_1' + 2v_2'$$

$$3\tfrac{m}{s} = v_1' + 2\cdot 8\tfrac{m}{s}$$

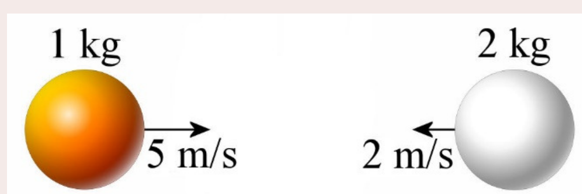
$$v_1' = -13\tfrac{m}{s}$$

Voici les vitesses des balles après la collision élastique.



Exemple 10.5.3

Une balle de 1 kg allant à 5 m/s vers la droite entre en collision inélastique avec une boule de 2 kg allant à 2 m/s vers la gauche. Après la collision, la vitesse de la balle de 1 kg est de 4 m/s vers la gauche.



a) Quelle est la vitesse de la balle de 2 kg après la collision ?

Comme il s'agit d'une collision inélastique, seule la quantité de mouvement est conservée. La conservation de la quantité de mouvement en x nous donne

$$p_x = p'_x$$
$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$
$$1kg \cdot 5\tfrac{m}{s} + 2kg \cdot \left(-2\tfrac{m}{s}\right) = 1kg \cdot \left(-4\tfrac{m}{s}\right) + 2kg \cdot v'_2$$
$$1\tfrac{kgm}{s} = -4\tfrac{kgm}{s} + 2kg \cdot v'_2$$
$$v'_2 = 2,5\tfrac{m}{s}$$

b) Quelle fraction de l'énergie cinétique s'est perdue lors de la collision ?

L'énergie cinétique initiale des boules est

$$\begin{aligned} E_k &= \tfrac{1}{2} \cdot 1kg \cdot \left(5\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 2kg \cdot \left(2\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 16,5J \end{aligned}$$

L'énergie cinétique des boules après la collision est

$$\begin{aligned} E'_k &= \tfrac{1}{2} \cdot 1kg \cdot \left(4\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 2kg \cdot \left(2,5\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 14,25J \end{aligned}$$

(Évidemment, l'énergie finale cinétique après la collision ne pourra jamais être supérieure à l'énergie cinétique avant la collision.) La perte d'énergie est donc

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= E'_k - E_k \\ &= 14,25J - 16,5J \\ &= -2,25J \end{aligned}$$

La fraction perdue est donc

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E_k}{E_{ki}} &= \frac{-2,25J}{16,5J} \\ &= -0,136 \end{aligned}$$

(C'est négatif puisqu'il s'agit d'une perte.) On a donc perdu 13,6 % de l'énergie mécanique lors de la collision.

Exemple 10.5.4

Une balle de 1 kg allant à 6 m/s vers la droite entre en collision inélastique avec une boule de 2 kg allant à 2 m/s vers la gauche. Lors de la collision, on perd 50 % de l'énergie cinétique. Quelles sont les vitesses des balles après la collision ?

Comme il s'agit d'une collision inélastique, seule la quantité de mouvement est conservée.

La conservation de la quantité de mouvement en x nous donne

$$\begin{aligned} p_x &= p'_x \\ m_1v_1 + m_2v_2 &= m_1v'_1 + m_2v'_2 \\ 1kg \cdot 6\tfrac{m}{s} + 2kg \cdot \left(-2\tfrac{m}{2}\right) &= 1kg \cdot v'_1 + 2kg \cdot v'_2 \\ 2\tfrac{m}{s} &= v'_1 + 2v'_2 \end{aligned}$$

On n'a qu'une seule équation pour trouver 2 vitesses. Toutefois, l'information qu'on a concernant l'énergie va nous permettre de faire une deuxième équation. On sait que l'énergie cinétique finale est égale à 50 % de l'énergie initiale. On peut donc calculer l'énergie cinétique initiale et ensuite égaler l'énergie cinétique finale à la moitié de l'énergie cinétique initiale. Cette équation de l'énergie cinétique finale sera notre 2e équation.

L'énergie cinétique initiale est de

$$\begin{aligned} E_k &= \tfrac{1}{2} \cdot 1kg \cdot \left(6\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 2kg \cdot \left(2\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 22J \end{aligned}$$

Puisqu'on perd la moitié de l'énergie lors de la collision, l'énergie cinétique après la collision est donc de 11 J. L'énergie cinétique finale est donc

$$\begin{aligned} E'_k &= \tfrac{1}{2}m_1v_1'^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2'^2 \\ 11J &= \tfrac{1}{2} \cdot 1kg \cdot v_1'^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 2kg \cdot v_2'^2 \\ 22\tfrac{m^2}{s^2} &= v_1'^2 + 2v_2'^2 \end{aligned}$$

C'est notre 2e équation.

Pour trouver les vitesses finales, on doit donc résoudre ces deux équations.

$$\begin{aligned} 2\tfrac{m}{s} &= v'_1 + 2v'_2 \\ 22\tfrac{m^2}{s^2} &= v_1'^2 + 2v_2'^2 \end{aligned}$$

Si on isole v'_1 dans la 1re équation

$$v'_1 = 2\tfrac{m}{s} - 2v'_2$$

et qu'on remplace dans la 2e équation, on obtient

$$\begin{aligned} 22\tfrac{m^2}{s^2} &= v_1'^2 + 2v_2'^2 \\ 22\tfrac{m^2}{s^2} &= \left(2\tfrac{m}{s} - 2v'_2\right)^2 + 2v_2'^2 \end{aligned}$$

$$22\tfrac{m^2}{s^2} = 4\tfrac{m^2}{s^2} - 8\tfrac{m}{s}\cdot v_2' + 4v_2'^2 + 2v_2'^2$$

$$6v_2'^2 - 8\tfrac{m}{s}\cdot v_2' - 18\tfrac{m^2}{s^2} = 0$$

On peut résoudre cette équation quadratique pour obtenir

$$v_2' = 2,52258\tfrac{m}{s} \qquad \text{et} \qquad v_2' = -1,18925\tfrac{m}{s}$$

De là, on trouve la vitesse de l'autre boule avec $2\tfrac{m}{s} = v_1' + 2v_2'$. On obtient alors les solutions suivantes.

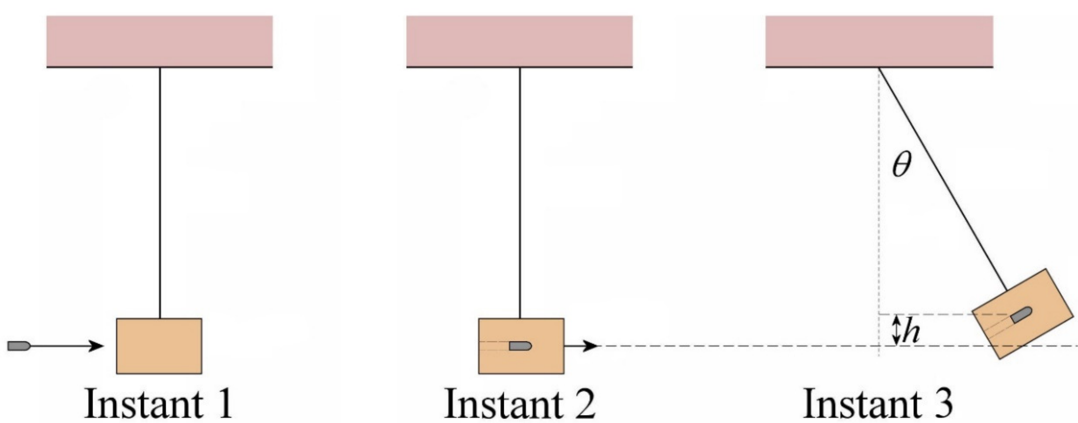
$$\begin{array}{ccc} v_1' = -3,04517\tfrac{m}{s} & & v_1' = 4,37850\tfrac{m}{s} \\ v_2' = 2,52258\tfrac{m}{s} & \text{et} & v_2' = -1,18925\tfrac{m}{s} \end{array}$$

Dans ces deux solutions, il y en a une (la deuxième) où les signes des vitesses sont identiques à ce qu'on avait au départ. Comme c'est impossible que les vitesses après la collision soient toutes les deux dans la même direction que les vitesses initiales, on rejette cette solution. (Cette deuxième solution est en fait la situation initiale avec la même quantité de mouvement, mais la moitié de son énergie cinétique.)

Il reste donc cette solution.

Le pendule balistique

On utilise un pendule pour mesurer la vitesse de certains objets, comme des balles de fusil, par exemple. On tire une balle de fusil dans un pendule initialement au repos et on mesure l'angle maximal atteint par le pendule.



https://www.youtube.com/watch?NR=1&v=cVjxn4KjOb4

Avec l'angle maximum, on peut déduire la vitesse de la balle de fusil avant la collision avec le pendule.

Il y a en fait deux parties à ce problème.

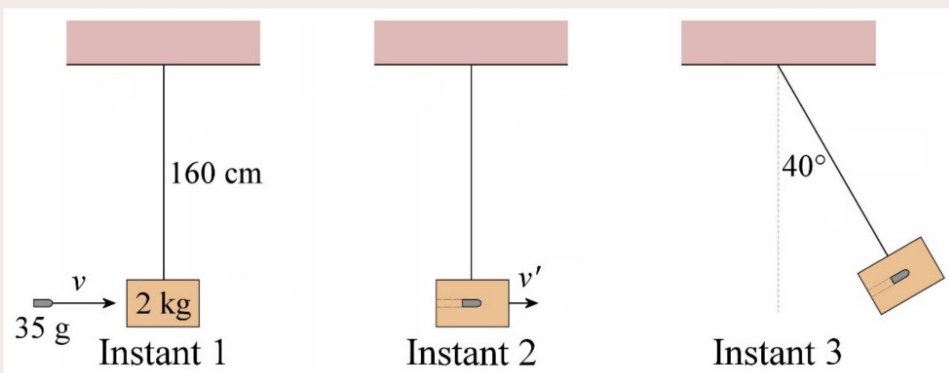
1) Il y a premièrement une collision entre la balle et le bloc. Pendant cette phase (entre l'instant 1 et l'instant 2), il y a conservation de la quantité de mouvement (comme dans toute collision) alors que l'énergie mécanique n'est pas conservée (comme pour toutes les collisions inélastiques puisqu'une partie de l'énergie cinétique de la balle se transforme en chaleur, en son et en déformation du bloc.).

2) Il y a ensuite un mouvement de pendule. Pendant cette phase (entre l'instant 2 et l'instant 3), l'énergie mécanique est conservée (comme pour tous les pendules si on néglige la friction), mais la quantité de mouvement n'est pas conservée (puisqu'il y a des forces externes comme la gravitation et la tension de la corde).

Il faut donc considérer chacune de ces parties en utilisant des lois de conservation différentes.

Exemple 10.5.5

Une balle de 35 g vient se loger dans un bloc de bois de 2 kg qui pend au bout d'une corde de 160 cm. Le pendule monte ensuite jusqu'à un angle de 40°. Quelle est la vitesse de la balle ?



Comme on a uniquement des informations sur la configuration finale, on va partir de la position finale (instant 3) pour revenir à la configuration initiale (instant 1).

On va donc commencer par étudier le mouvement de pendule (entre les instants 2 et 3) en utilisant la conservation de l'énergie mécanique.

(Il n'y aura pas de prime pour noter les quantités à l'instant 1, un prime pour noter les quantités à l'instant 2 et deux primes pour noter les quantités à l'instant 3.)

Mouvement de pendule

Énergie à l'instant 2

Immédiatement après la collision (instant 2), l'énergie mécanique du pendule est (en plaçant le $y = 0$ au point le plus bas du pendule)

$$E' = \tfrac{1}{2} m_{bloc} v'^2 + m_{bloc} g y'$$
$$= \tfrac{1}{2} m_{bloc} v'^2$$

Énergie à l'instant 3

Au point où l'angle est maximum (image c), l'énergie mécanique est

$$E'' = \tfrac{1}{2} m_{bloc} v''^2 + m_{bloc} g y''$$
$$= m_{bloc} g y_{\max}$$

Conservation de l'énergie mécanique

Avec la conservation de l'énergie mécanique, on obtient

$$E' = E''$$
$$\tfrac{1}{2} \cancel{m_{bloc}} v'^2 = \cancel{m_{bloc}} g y_{\max}$$
$$v' = \sqrt{2 g y_{\max}}$$

On peut trouver la hauteur maximale atteinte par le pendule à partir de l'angle maximal.

$$y_{\max} = L\left(1 - \cos\theta_{\max}\right)$$
$$= 1{,}6m \cdot \left(1 - \cos 40°\right)$$
$$= 0{,}3743m$$

La vitesse immédiatement après la collision est donc

$$v' = \sqrt{2 g y_{\max}}$$
$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \tfrac{m}{s^2} \cdot 0{,}3743m}$$
$$= 2{,}709 \tfrac{m}{s}$$

Collision

On peut maintenant examiner la collision entre la balle et le bloc (entre les instants 1 et 2) avec la conservation de la quantité de mouvement.

Quantité de mouvement à l'instant 1

Avant la collision, la quantité de mouvement totale en *x* du système balle-bloc est

$$\begin{aligned} p_x &= m_{balle}v_{balle} + m_{bloc}v_{bloc} \\ &= 0,035kg \cdot v_{balle} + 0 \end{aligned}$$

Quantité de mouvement à l'instant 2

Après la collision, on a un seul objet de 2,035 kg (bloc avec la balle à l'intérieur), la quantité de mouvement est

$$\begin{aligned} p'_x &= mv' \\ &= 2,035kg \cdot 2,709 \tfrac{m}{s} \\ &= 5,512 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Conservation de la quantité de mouvement

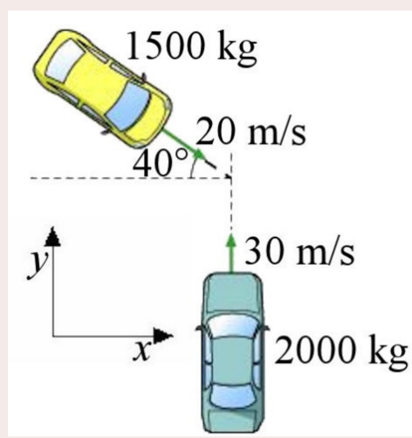
Avec le principe de conservation de la quantité de mouvement, on peut finalement trouver la vitesse de la balle.

$$\begin{aligned} p_x &= p'_x \\ 0,035kg \cdot v_{balle} &= 5,512 \tfrac{kgm}{s} \\ v_{balle} &= 157,5 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Exemples pour des collisions en deux dimensions

Exemple 10.5.6

Une voiture de 2000 kg allant vers le nord à 30 m/s entre en collision avec une voiture de 1500 kg allant à 20 m/s dans la direction montrée sur la figure. Si les deux voitures restent collées ensemble après la collision, quelle est la vitesse (grandeur et direction) des voitures après la collision ?



www.physicsforums.com/showthread.php?t=193963

Comme il s'agit d'une collision parfaitement inélastique (puisque les deux objets restent collés ensemble après la collision), seule la quantité de mouvement est conservée.

Conservation de la quantité de mouvement en x

Commençons par la conservation de la quantité de mouvement en *x*.

$$p_x = p'_x$$

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_{tot} v'_x$$
$$2000kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} + 1500kg \cdot 20 \tfrac{m}{s} \cdot \cos(-40°) = 3500kg \cdot v'_x$$
$$22\,981,3 \tfrac{kgm}{s} = 3500kg \cdot v'_x$$
$$v'_x = 6,566 \tfrac{m}{s}$$

<u>Conservation de la quantité de mouvement en y</u>

Allons-y ensuite avec la conservation de la quantité de mouvement en *y*.

$$p_y = p'_y$$
$$m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = m_{tot} v'_y$$
$$2000kg \cdot 30 \tfrac{m}{s} + 1500kg \cdot 20 \tfrac{m}{s} \cdot \sin(-40°) = 3500kg \cdot v'_y$$
$$40\,716,4 \tfrac{kgm}{s} = 3500kg \cdot v'_y$$
$$v'_y = 11,633 \tfrac{m}{s}$$

<u>Vitesse finale</u>

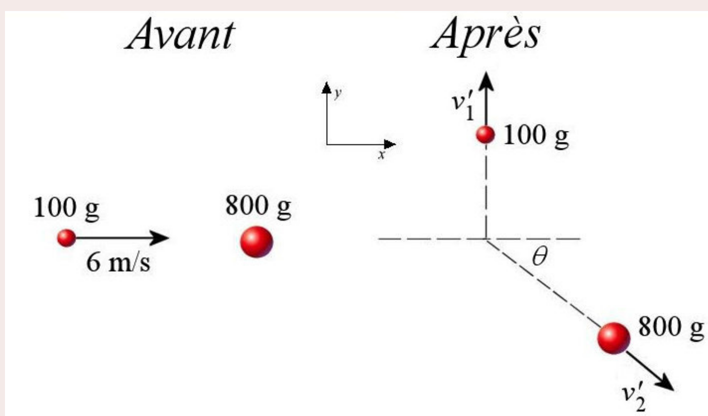
Ainsi, la grandeur et la direction de la vitesse sont

$$\begin{aligned} v' &= \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2} \\ &= \sqrt{\left(6,566 \tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(11,633 \tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 13,36 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{v'_y}{v'_x} \\ &= \arctan \frac{11,633 \tfrac{m}{s}}{6,566 \tfrac{m}{s}} \\ &= 60,56° \end{aligned}$$

Exemple 10.5.7

Une boule de 100 g allant à 6 m/s dans la direction de l'axe des *x* entre en collision avec une boule de 800 g au repos. Après la collision, la boule de 100 g se dirige dans la direction de l'axe des *y*. Déterminez la grandeur de la vitesse de la balle de 100 g et la vitesse (grandeur et direction) de la balle de 800 g si la collision est élastique.



Comme il s'agit d'une collision élastique, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique sont conservées. On aura donc 3 équations : la conservation des quantités de mouvement en x et y, et la conservation de l'énergie cinétique. Ça adonne bien, on a trois quantités à trouver : les deux vitesses et la direction de la boule de 800 g.

Conservation de la quantité de mouvement en x

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement en x est

$$\begin{gathered} p_x = p'_x \\ m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v'_{1x} + m_1 v'_{2x} \\ 0,1kg \cdot 6\tfrac{m}{s} + 0 = 0 + 0,8kg \cdot v'_{2x} \\ v'_{2x} = 0,75\tfrac{m}{s} \end{gathered}$$

Conservation de la quantité de mouvement en y

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement en y est

$$\begin{gathered} p_y = p'_y \\ m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = m_1 v'_{1y} + m_1 v'_{2y} \\ 0 + 0 = 0,1kg \cdot v'_{1y} + 0,8kg \cdot v'_{2y} \\ v'_{1y} = -8 v'_{2y} \end{gathered}$$

Conservation de l'énergie

L'équation de la conservation de l'énergie cinétique est

$$\begin{gathered} E_k = E'_k \\ \cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v_1^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 v_2^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v_1'^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 v_2'^2 \\ 0,1kg \cdot \left(6\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0 = 0,1kg \cdot v_1'^2 + 0,8kg \cdot v_2'^2 \\ 36\tfrac{m^2}{s^2} = v_1'^2 + 8 v_2'^2 \end{gathered}$$

Solution des équations

Pour résoudre ces équations, il faut se rappeler que $v^2 = v_x^2 + v_y^2$**.** L'équation de l'énergie devient donc

$$\begin{gathered} 36\tfrac{m^2}{s^2} = v_1'^2 + 8 v_2'^2 \\ 36\tfrac{m^2}{s^2} = \left(\cancel{v_{1x}'^2} + v_{1y}'^2\right) + 8\left(v_{2x}'^2 + v_{2y}'^2\right) \end{gathered}$$

On utilise ensuite les deux résultats obtenus avec les équations de la conservation de la quantité de mouvement. On a alors

$$36\tfrac{m^2}{s^2} = \left(v_{1y}'^2\right) + 8\left(v_{2x}'^2 + v_{2y}'^2\right)$$

$$36\tfrac{m^2}{s^2} = \left(v_{1y}'^2\right) + 8\left(\left(0,75\tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(-\frac{v_{1y}'}{8}\right)^2\right)$$

$$31,5\tfrac{m^2}{s^2} = v_{1y}'^2 + \frac{v_{1y}'^2}{8}$$

$$31,5\tfrac{m^2}{s^2} = \frac{9v_{1y}'^2}{8}$$

$$v_{1y}' = 5,292\tfrac{m}{s}$$

De là, on obtient

$$\begin{aligned} v_{2y}' &= -\frac{v_{1y}'}{8} \\ &= -0,6614\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

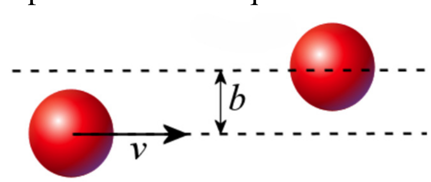
On peut finalement trouver la grandeur et la direction de la vitesse de la boule de 800 g.

$$\begin{aligned} v_2' &= \sqrt{v_{2x}'^2 + v_{2y}'^2} \\ &= \sqrt{\left(0,75\tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(-0,6614\tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 1\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \arctan\frac{v_{2y}'}{v_{2x}'} \\ &= \arctan\frac{-0,6614}{0,75} \\ &= -41,41° \end{aligned}$$

La balle de 100 g va donc à 5,292 m/s. La balle de 800 g va à 1 m/s à -41,41°.

Pour les collisions élastiques, on doit toujours posséder une information sur ce qui se passe après la collision. Dans le dernier exemple, on savait que la boule de 100 g allait dans la direction des *y* positifs. Sans cette information supplémentaire, on aurait 4 inconnues à trouver alors qu'on aurait seulement 3 équations (deux pour la quantité de mouvement et une pour l'énergie cinétique). Comme on ne peut trouver plus d'inconnus que le nombre d'équations qu'on a, ce serait impossible à résoudre.



Cela veut-il dire qu'on ne peut pas connaitre le résultat d'une collision en utilisant seulement les lois de la physique ? Bien sûr que non. L'information supplémentaire donnée nous renseigne en fait sur la façon dont les boules se sont frappées. Selon la valeur de *b* sur la figure (qui s'appelle le paramètre d'impact), le résultat de la collision sera bien différent. Si on savait la valeur de *b*, on pourrait calculer la direction et la vitesse des deux objets après la collision. Comme c'est assez difficile à faire, on donnera plutôt une information sur la vitesse ou la direction d'un des objets après la collision. Cela est équivalent à donner la valeur de *b*.

10.6 LE THÉORÈME DE LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT POUR UN SYSTÈME

Il est possible d'utiliser la quantité de mouvement pour résoudre un problème même si la quantité de mouvement n'est pas conservée parce qu'il y a des forces externes. On avait trouvé à la section 10.4 l'équation suivante.

$$\left(\sum_{système} \vec{F}_{ext}\right)\Delta t = \vec{p}\,'_{tot} - \vec{p}_{tot}$$

Avec cette équation, on avait déterminé que la quantité de mouvement est conservée si la somme des forces externes est nulle. L'équation nous indique aussi quoi faire si cette somme n'est pas nulle. On peut écrire cette équation sous la forme suivante.

$$\vec{p}_{tot} + \left(\sum_{système} \vec{F}_{ext}\right)\Delta t = \vec{p}\,'_{tot}$$

Comme le dernier terme est l'impulsion nette sur le système faite par les forces externes, on arrive à

Théorème de la quantité de mouvement pour un système

$$\vec{p}_{tot} + \vec{I}_{ext\ nette} = \vec{p}\,'_{tot}$$

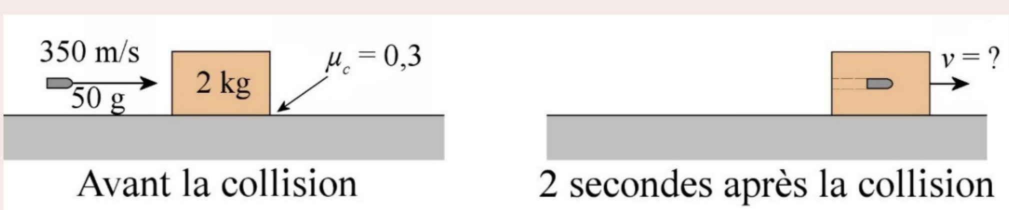
En composantes :

$$p_{tot\ x} + I_{nette\ ext\ x} = p'_{tot\ x} \qquad p_{tot\ y} + I_{nette\ ext\ y} = p'_{tot\ y} \qquad p_{tot\ z} + I_{nette\ ext\ z} = p'_{tot\ z}$$

où les $I_{nette\ ext}$ sont les impulsions nettes faites par les forces externes.

Exemple 10.6.1

Une balle de fusil vient se loger dans un bloc de bois (ce qui est une collision parfaitement inélastique). Après la collision, le bloc glisse sur la surface. Le coefficient de friction cinétique entre le bloc et la surface est 0,3. Quelle est la vitesse du bloc 2 secondes après la collision ?



Si on considère que notre système est formé de la balle et du bloc, la friction est une force externe. On peut alors résoudre en utilisant le théorème de la quantité de mouvement.

$$p_{tot\ x} + I_{nette\ ext\ x} = p'_{tot\ x}$$

La quantité de mouvement à l'instant 1 (avant la collision) est

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} &= m_{bloc} v_{bloc\ x} + m_{balle} v_{balle\ x} \\ &= 2kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} + 0,05kg \cdot 350 \tfrac{m}{s} \\ &= 17,5 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

La quantité de mouvement à l'instant 2 (2 secondes après la collision) est

$$\begin{aligned} p'_{tot\ x} &= m_{tot} v'_x \\ &= 2,05kg \cdot v' \end{aligned}$$

L'impulsion faite par la force externe (la force de friction dans ce cas) durant 2 secondes est

$$\begin{aligned} I_{nette\ ext\ x} &= \sum F_{ext\ x} \Delta t \\ &= -F_f \Delta t \end{aligned}$$

Il y a un signe négatif parce que la force est vers la gauche. En utilisation la formule de la force de friction, on arrive à

$$\begin{aligned} I_{nette\ ext\ x} &= -\mu F_N \Delta t \\ &= -\mu m g \Delta t \\ &= -0,3 \cdot 2,05kg \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg} \cdot 2s \\ &= -12,054 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Le théorème donne donc

$$\begin{aligned} p_{tot\ x} + I_{nette\ ext\ x} &= p'_{tot\ x} \\ 17,5 \tfrac{kgm}{s} - 12,054 \tfrac{kgm}{s} &= 2,05kg \cdot v' \\ 5,446 \tfrac{kgm}{s} &= 2,05kg \cdot v' \\ v' &= 2,657 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

10.7 LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT ET L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Lien entre l'énergie cinétique et la quantité de mouvement

On peut trouver l'énergie cinétique directement à partir de la quantité de mouvement sans trouver la vitesse puisqu'il y a une formule permettant de passer directement de l'une à l'autre. On obtient cette formule de la façon suivante.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_k = \frac{m^2v^2}{2m}$$

$$E_k = \frac{(mv)^2}{2m}$$

Ce qui nous amène à

Lien entre l'énergie cinétique et la quantité de mouvement

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

Trois différences entre l'énergie cinétique et la quantité de mouvement

1) Les collisions

   Lors d'une collision

   - La quantité de mouvement est toujours conservée.
   - L'énergie cinétique est conservée seulement si la collision est élastique.

2) La direction de la vitesse

   La direction de la vitesse est importante, mais seulement pour la quantité de mouvement puisque c'est la seule quantité qui est un vecteur. La direction de la vitesse n'a aucune importance pour l'énergie cinétique, seule la grandeur de la vitesse importe.

   - La quantité de mouvement est un vecteur
   - L'énergie cinétique est un scalaire.

Il est donc possible de changer la quantité de mouvement sans changer l'énergie cinétique : vous n'avez qu'à changer la direction de la vitesse sans changer sa grandeur. Il est cependant impossible de changer l'énergie cinétique sans changer la quantité de mouvement.

3) Taux de variation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique

L'équation suivante

$$W_{net} = \Delta E_k$$

nous dit qu'on change l'énergie cinétique d'un système avec un travail. Le rythme auquel on ajoute de l'énergie est la puissance.

$$P = \frac{dE}{dt}$$

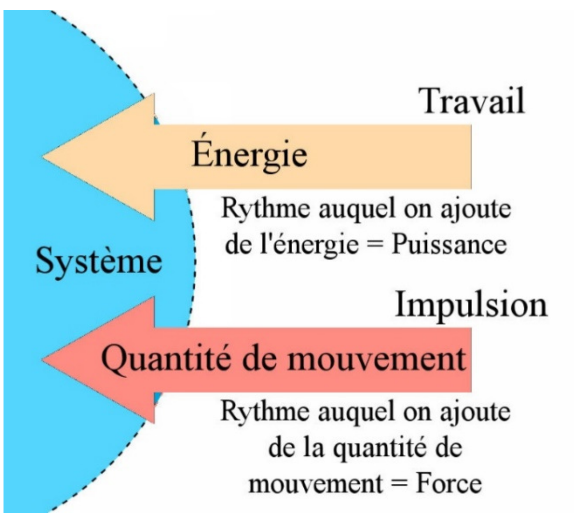
L'équation suivante

$$\vec{I}_{nette} = \Delta \vec{p}$$

nous dit qu'on change la quantité de mouvement d'un système avec l'impulsion.

Le rythme auquel on ajoute de la quantité de mouvement est la force.

$$F = \frac{dp}{dt}$$



Ce schéma résume bien tous ces concepts.

La querelle des forces vives

Il est tout à fait légitime de se demander laquelle des deux quantités mv et $½mv^2$ est plus importante en physique. Cette question a même été à l'origine de la querelle des forces vives (c'est le nom que portait alors la quantité mv^2.)

Le débat commence en 1686 quand Leibniz lance une attaque contre l'idée de Descartes qui stipule que la quantité *mv* est conservée dans l'univers. Leibniz affirme alors que Descartes s'est trompé et qu'il faut plutôt utiliser mv^2.

Parmi les partisans de *mv*, notons Isaac Newton, Denis Papin, Jean-Jacques Dortous de Mairan, Samuel Clarke, Edme Mariotte, Pierre Varignon et Voltaire. Parmi les partisans de mv^2, notons Leibniz, Johann et Daniel Bernoulli, Christian Wolff, Willelm Jacob 's Gravesande, Pieter van Musschenbroek et la Marquise du Châtelet (qui fit tant pour introduire les idées de Newton en France).

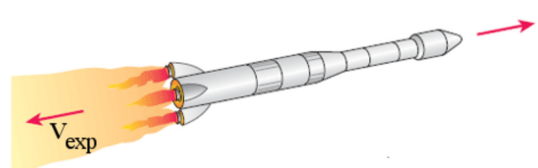
Chaque camp essaya alors de convaincre l'autre que sa quantité était la plus importante. On utilisa bien des arguments, allant au-delà des simples collisions, en faveur de l'une ou de l'autre. Par exemple, on argumenta que la quantité de mouvement était plus fondamentale puisque le temps de vol est deux fois plus grand si on lance un objet vers le haut avec deux fois plus de quantité de mouvement. Par contre, on argumenta que l'énergie cinétique était plus fondamentale puisque la hauteur maximale est deux fois plus grande si on lance un objet vers le haut avec deux fois plus d'énergie cinétique.

En fait, il n'y a pas de quantité plus importante que l'autre, ça dépend de ce qu'on cherche. Chacune de ces quantités a donc sa place en physique. Si le temps est un aspect important du problème, la quantité de mouvement semble plus importante. Par exemple, si l'auto A a deux fois plus de quantité de mouvement que l'auto B, alors l'auto A prendra deux fois plus de temps à s'arrêter que l'auto B. Par contre, si la distance est un aspect important du problème, l'énergie cinétique semble plus importante. Par exemple, si l'auto A a deux fois plus d'énergie cinétique que l'auto B, alors la distance d'arrêt de l'auto A sera deux fois plus grande que celle de l'auto B.

10.8 LA PROPULSION DES FUSÉES ET DES AVIONS

Les fusées

Examinons maintenant ce qui arrive avec un moteur qui expulse du gaz avec une vitesse d'expulsion v_{exp}. Notez que cette vitesse est la vitesse par rapport à la fusée ou l'avion et non par rapport au sol. On expulse le gaz à un rythme R, qui donne le nombre de kilogrammes de gaz expulsé chaque seconde.

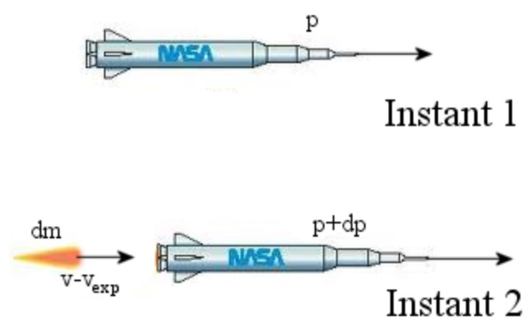


revisionworld.co.uk/a2-level-level-revision/physics/force-motion/momentum-second-law/momentum-second-law-0

La force de poussée des moteurs d'une fusée

Dans la figure ci-contre, la fusée expulse une petite quantité de gaz. Comme la quantité de mouvement totale du système (fusée et gaz) doit être la même avant l'éjection qu'après l'éjection, on a

$$p = p'$$
$$p_{fusée} + p_{gaz} = p'_{fusée} + p'_{gaz}$$
$$p_{fusée} + vdm = \left(p_{fusée} + dp_{fusée} \right) + dm\left(v - v_{\exp} \right)$$
$$0 = dp_{fusée} - v_{\exp} dm$$
$$dp_{fusée} = v_{\exp} dm$$



nothingnerdy.wikispaces.com/FORCES+CHANGE+MOMENTUM

Comme la force sur un objet est $dp_{fusée}/dt$, on a

$$dp_{fusée} = v_{\exp} dm$$
$$\frac{dp_{fusée}}{dt} = v_{\exp} \frac{dm}{dt}$$
$$F_{poussée} = v_{\exp} \frac{dm}{dt}$$

Ce *dm/dt* est le rythme de changement de masse de la fusée, cela correspond exactement au rythme d'expulsion des gaz *R*. On a alors

Force de poussée des moteurs d'une fusée

$$F_{poussée} = v_{\exp} R$$

<u>La vitesse de la fusée</u>

La force est constante si la vitesse d'éjection des gaz et le rythme d'éjection sont constants. Toutefois, pour trouver la vitesse finale de la fusée, il ne faut pas oublier que la masse de la fusée baisse constamment, ce qui fait que l'accélération ne sera pas constante. On trouve donc que l'accélération de la fusée est

$$F_{poussée} = Ma$$
$$a = \frac{F_{poussée}}{M}$$

où M est la masse de la fusée (qui change constamment). Puisque la force de poussée est

$$F_{poussée} = v_{\exp} R$$

on a

$$a = \frac{v_{\exp} R}{M}$$

La masse M diminuant au rythme R, la masse en fonction du temps est

$$M = m - Rt$$

où m est la masse initiale de la fusée. On a alors

$$a = \frac{v_{\exp} R}{m - Rt}$$
$$\frac{dv}{dt} = v_{\exp} \frac{R}{m - Rt}$$
$$dv = v_{\exp} \frac{R}{m - Rt} dt$$

On va ensuite intégrer pour trouver la vitesse finale si on éjecte du gaz durant le temps T.

$$\int_v^{v'} dv = v_{\exp} \int_0^T \frac{R}{m - Rt} dt$$
$$\left[v\right]_v^{v'} = -v_{\exp} \left[\ln\left(m - Rt\right)\right]_0^T$$
$$v' - v = -v_{\exp} \left(\ln\left(m - RT\right) - \ln m\right)$$
$$v' = v + v_{\exp} \ln \frac{m}{m - RT}$$

On a donc l'équation suivante.

Vitesse d'une fusée qui éjecte du gaz durant le temps *T*

$$v' = v + v_{\exp} \ln \frac{m}{m - RT}$$
$$v' = v + v_{\exp} \ln \frac{m}{m'}$$

Dans la deuxième équation, m' est la masse de la fusée après l'expulsion des gaz (qui est $m - RT$).

Exemple 10.8.1

Une fusée, initialement au repos dans l'espace, commence à éjecter du gaz avec v_{exp} = 2000 m/s. Le gaz est éjecté au rythme de 1000 kg/s. La masse initiale de la fusée est de 100 tonnes, ce qui inclut 60 tonnes de gaz qui sera éjecté.

a) Quelle est la force de poussée créée par l'éjection des gaz ?

La force de poussée est

$$
\begin{aligned}
F_{poussée} &= Rv_{\exp} \\
&= 1000\tfrac{kg}{s} \cdot 2000\tfrac{m}{s} \\
&= 2\,000\,000N
\end{aligned}
$$

b) Quelle est la vitesse de la fusée quand tout le gaz est éjecté ?

La vitesse finale de la fusée est

$$
\begin{aligned}
v' &= v + v_{\exp} \ln \frac{m}{m'} \\
&= 0 + 2000\tfrac{m}{s} \cdot \ln \frac{100\,tonnes}{40\,tonnes} \\
&= 1833\tfrac{m}{s}
\end{aligned}
$$

c) En combien de temps a-t-on atteint cette vitesse ?

Comme on a 60 000 kg à éjecter et qu'on éjecte au rythme de 1000 kg/s, l'éjection du gaz durera

$$
\begin{aligned}
t &= \frac{60\,000kg}{1000\tfrac{kg}{s}} \\
&= 60s
\end{aligned}
$$

Exemple 10.8.2

Au décollage, une fusée initialement au repos commence à éjecter du gaz avec v_{exp} = 2000 m/s. Le gaz est éjecté au rythme de 1000 kg/s. La masse initiale de la fusée est de 100 tonnes, ce qui inclut 60 tonnes de gaz qui sera éjecté.

a) Quelle est l'accélération initiale de la fusée ?

Il y a maintenant deux forces sur la fusée : la force de gravitation et la force de poussée des moteurs. L'équation des forces est donc

$$
\begin{aligned}
\sum F_y &= ma_y \\
-F_g + F_p &= ma_y \\
-mg + Rv_{\exp} &= ma_y \\
-100\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} + 1000\tfrac{kg}{s} \cdot 2000\tfrac{m}{s} &= 100\,000kg \cdot a_y \\
a_y &= 10{,}2\tfrac{m}{s^2}
\end{aligned}
$$

Comme cette accélération est positive, elle est vers le haut et la fusée réussit à décoller. Elle ne pourrait être négative (vers le bas). Si la fusée ne parvient pas à décoller, une normale s'ajoute pour donner $a = 0$.

Remarquez que cette accélération de 10,2 m/s² ne sera pas constante. Elle va augmenter à mesure que la masse du vaisseau va diminuer.

b) Quelle est la vitesse de la fusée au bout de 30 secondes ?

Ici, on ne peut pas prendre directement la formule de la vitesse d'une fusée, la force de gravitation agit aussi sur la fusée. Cependant, on pourra l'utiliser en utilisant une méthode qu'on n'a pas utilisée jusqu'à maintenant.

Normalement, quand on veut connaitre la vitesse d'un objet, on fait la somme des forces pour ensuite trouver l'accélération ce qui nous permet de connaitre ensuite la vitesse. En fait, on n'est pas obligé de faire la somme au départ. On peut aussi prendre chaque force, calculer l'accélération que fait chacune des forces et calculer ensuite la vitesse que donne chacune de ces forces. On peut ensuite faire la somme de ces vitesses pour trouver la vitesse finale. Ça donne exactement le même résultat. On aurait pu aussi sommer les accélérations que donne chaque force pour trouver l'accélération résultante, ce qui nous permettrait de trouver la vitesse. Tout ça pour dire que le moment où on fait la somme n'a pas d'importance, pourvu qu'on la fasse à un moment donné.

On va donc utiliser ce truc ici, car on sait la vitesse que donne chacune de ces forces. La force de poussée du moteur donne une vitesse vers le haut de

$$v_1' = v + v_{\text{exp}} \ln \frac{m}{m'}$$

et la force de gravitation donne une vitesse vers le bas de

$$v_2' = -9,8 \tfrac{m}{s^2} \cdot t$$

(Puisque tous les objets tombent avec une accélération de 9,8 m/s².) La vitesse résultante est donc

$$v' = v + v_{\text{exp}} \ln \frac{m}{m'} - 9,8 \tfrac{m}{s^2} \cdot t$$

La masse au bout de 30 secondes étant de 70 tonnes (puisqu'on éjecte 1 tonne par seconde), on obtient

$$\begin{aligned} v' &= v + v_{\text{exp}} \ln \frac{m}{m'} - 9,8 \tfrac{m}{s^2} \cdot t \\ &= 0 + 2000 \tfrac{m}{s} \cdot \ln \frac{100\,tonnes}{70\,tonnes} - 9,8 \tfrac{m}{s^2} \cdot 30s \\ &= 419,4 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

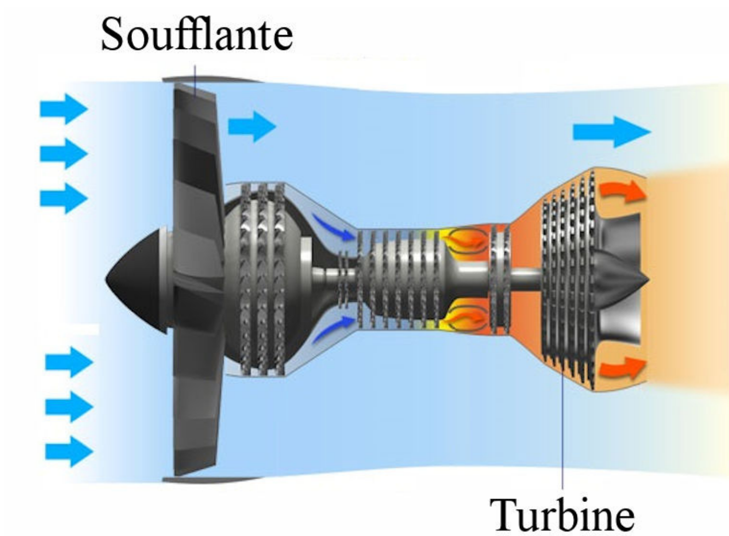
Les avions

Un moteur à hélice pousse simplement l'air de l'atmosphère vers l'arrière de l'avion. Le gaz éjecté ne provient pas d'un carburant dans l'avion, mais de l'atmosphère.

Le turboréacteur (*turbofan* en anglais) combine les deux types de poussées. Le carburant qui brule est éjecté vers l'arrière comme pour un moteur à réaction, mais, en sortant, le gaz éjecté à haute vitesse fait tourner une turbine qui, elle-même, fait tourner un immense fan (la soufflante) à l'entrée du turboréacteur. Ce fan agit comme une hélice qui pousse de l'air vers l'arrière de l'avion. On a donc une partie de la poussée qui provient de gaz éjecté par la combustion du carburant (comme pour un moteur à réaction) et une partie de la poussée qui provient de l'air de l'atmosphère poussé vers l'arrière par le fan (comme pour un moteur à hélice).

Sur la figure, vous voyez, en bleu, le flux d'air poussé par le fan et, en rouge, le flux d'air provenant de la combustion du carburant.

Cependant, la poussée de ce moteur provient en bonne partie de l'air poussé par le fan. On va donc simplifier en supposant que toute la poussée provient de cet air poussé par le fan qui fonctionne essentiellement comme une hélice.



unehistoiredavions.weebly.com/le-reacuteacteur.html

La force de poussée des moteurs d'un avion

Ainsi, pour le moteur à hélice et le turboréacteur, l'air poussé par le moteur, que ce soit avec une hélice ou un fan, est l'air de l'atmosphère, qui a une vitesse initiale nulle. La conservation de la quantité de mouvement donne alors

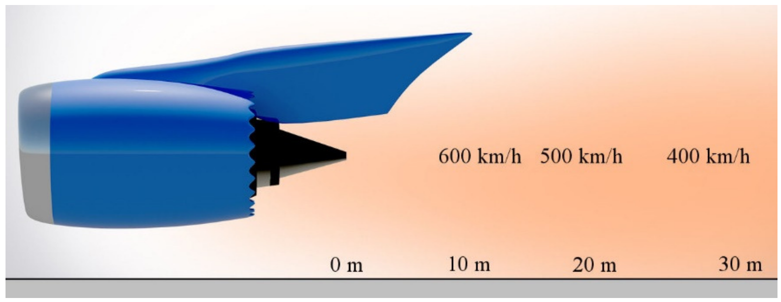
$$p = p'$$
$$p_{avion} + p_{gaz} = p'_{avion} + p'_{gaz}$$
$$p_{avion} + 0 = \left(p_{avion} + dp_{avion}\right) + dm\left(v - v_{\exp}\right)$$
$$0 = dp_{avion} + \left(v - v_{\exp}\right) dm$$
$$dp_{avion} = \left(v_{\exp} - v\right) dm$$
$$\frac{dp_{avion}}{dt} = \left(v_{\exp} - v\right)\frac{dm}{dt}$$

Comme la force est dp_{avion}/dt et le rythme d'expulsion des gaz R est dm/dt, on a

Force de poussée des moteurs d'un avion

$$F_t = \left(v_{\exp} - v\right) R$$

La figure de droite indique que la vitesse d'éjection des gaz d'un moteur d'avion commercial est de l'ordre de 600 km/h juste à la sortie du moteur quand l'avion est au décollage. Même à 30 m de distance, la vitesse est encore de 400 km/h.



www.boldmethod.com/learn-to-fly/maneuvers/taxiing-behind-jet-blast/?fb_comment_id=2974279795962393_2988416497882056

(C'est la vitesse d'expulsion pour un moteur au début de la piste de décollage. En vol, la vitesse d'éjection est encore plus grande.)

On peut voir les effets de cet air très rapide dans ces vidéos.
https://www.youtube.com/watch?v=DFP4x10V0mk
https://www.youtube.com/watch?v=GqVjD3nBSQg

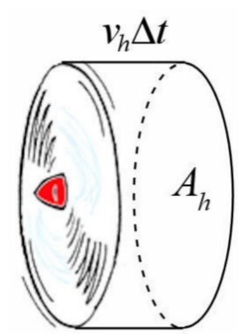
Exemple 10.8.3

Il passe 1350 kg d'air par seconde dans un moteur d'Airbus A350-1000. L'air est expulsé du moteur à une vitesse de 320 m/s. Quelle est la grandeur de la poussée du moteur quand l'avion est arrêté sur la piste ?

La force est

$$\begin{aligned} F_t &= \left(v_{\exp} - v\right) R \\ &= \left(320\tfrac{m}{s} - 0\tfrac{m}{s}\right) \cdot 1350\tfrac{kg}{s} \\ &= 432\,000 N \end{aligned}$$

Autre version de la formule de poussée



On peut aussi faire une autre version de cette équation pour les moteurs à hélices et les turboréacteurs. Pour trouver cette nouvelle formule, examinons l'air éjecté par l'hélice ou le fan durant un certain temps Δt. En simplifiant un peu, cet air forme un cylindre (figure).

La quantité d'air qui est passé dans l'hélice est égale à la masse volumique de l'air multipliée par le volume de ce cylindre.

$$m = \rho A_h v_h \Delta t$$

v_h est la vitesse de l'air quand il passe dans l'hélice et A_h est l'aire du cercle décrit par l'hélice ou le fan quand ils tournent. ρ est la masse volumique de l'air. Cette masse volumique est de 1,29 kg/m³ à 0 °C et 101,3 kPa et de 1,20 kg/m³ à 20 °C et 101,3 kPa (elle change avec la température, la pression et l'altitude).

Si on divise par le temps, on obtient le rythme de passage de la masse, donc R

$$R = \frac{m}{\Delta t} = \rho A_h v_h$$

Il reste à trouver la vitesse de l'air quand il passe dans l'hélice. On pourrait démontrer que l'air qui passe dans une hélice ou un fan gagne la moitié de sa vitesse avant l'hélice et l'autre moitié de sa vitesse après son passage dans l'hélice. La vitesse de l'air dans l'hélice est donc égale à la moyenne des vitesses.

$$v_h = \frac{v_{\text{exp}} + v}{2}$$

On a donc

Quantité d'air qui passe à chaque seconde dans un moteur d'avion

$$R = \tfrac{1}{2} \rho A_h \left(v_{\text{exp}} + v \right)$$

La formule de poussée

$$F_t = \left(v_{\text{exp}} - v \right) R$$

devient donc

$$\begin{aligned} F_t &= \left(v_{\text{exp}} - v \right) \rho A_h v_h \\ &= \left(v_{\text{exp}} - v \right) \rho A_h \frac{v_{\text{exp}} + v}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left(v_{\text{exp}} - v \right) \left(v_{\text{exp}} + v \right) \rho A_h \end{aligned}$$

On arrive finalement à

Force de poussée des moteurs d'un avion

$$F_t = \frac{1}{2} \left(v_{\text{exp}}^2 - v^2 \right) \rho A_h$$

Exemple 10.8.4

Au décollage, chacun des deux moteurs PW150A de Pratt and Whitney installés sur les Bombardier Q-400 exerce une poussée de 20 000 N. Les hélices ont un diamètre de 4,1 m. (La masse volumique de l'air est 1,2 kg/m³.)

www.youtube.com/watch?v=BCqjMhSzhFM

a) Quelle est la vitesse d'expulsion du gaz ?

On va trouver la vitesse d'expulsion avec

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h$$

Comme la poussée dépend de A_h, il faut premièrement trouver l'aire de cercle décrit par les hélices quand elles tournent. Puisque le rayon est de 2,05 m, l'aire est

$$\begin{aligned} A_h &= \pi r^2 \\ &= \pi \cdot (2{,}05m)^2 \\ &= 13{,}20m^2 \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h \\ 20\,000N &= \frac{1}{2}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\cdot 1{,}20\tfrac{kg}{m^3}\cdot 13{,}2m^2 \\ v_{\exp} &= 50{,}3\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) Combien de kilogrammes d'air sont poussés par un moteur chaque seconde ?

La poussée est aussi donnée par

$$F_t = \left(v_{\exp} - v\right)R$$

On a donc

$$\begin{aligned} 20\,000N &= \left(50{,}3\tfrac{m}{s} - 0\tfrac{m}{s}\right)\cdot R \\ R &= 398\tfrac{kg}{s} \end{aligned}$$

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Impulsion sur un objet

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$$

En composantes :

$$I_x = F_x\Delta t \qquad I_y = F_y\Delta t \qquad I_z = F_z\Delta t$$

Impulsion nette

$$\vec{I}_{nette} = \sum \vec{I}$$

En composantes :

$$I_{x\,nette} = \sum I_x \qquad I_{y\,nette} = \sum I_y \qquad I_{z\,nette} = \sum I_z$$

Impulsion faite par une force variable sur un objet

$$\vec{I} = \sum_{F\ \text{constante}} \vec{F}\Delta t$$

En composantes :

$$I_x = \sum_{\text{F constante}} F_x\Delta t \qquad I_y = \sum_{\text{F constante}} F_y\Delta t \qquad I_z = \sum_{\text{F constante}} F_z\Delta t$$

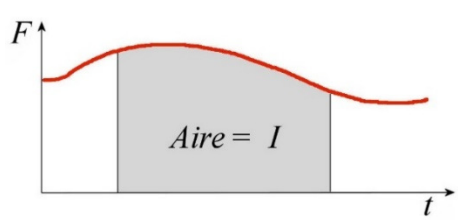
Impulsion faite par une force variable sur un objet (formule la plus générale)

$$\vec{I} = \int_t^{t'} \vec{F}dt$$

En composantes :

$$I_x = \int_t^{t'} F_x dt \qquad I_y = \int_t^{t'} F_y dt \qquad I_z = \int_t^{t'} F_z dt$$

L'impulsion sur un objet est l'aire sous la courbe de la force agissant sur l'objet en fonction du temps



Quantité de mouvement (momentum en anglais)

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

En composantes :

$$p_x = mv_x \qquad p_y = mv_y \qquad p_z = mv_z$$

Théorème de la quantité de mouvement

$$\vec{I}_{nette} = \Delta\vec{p}$$

En composantes :

$$I_{x\,nette} = \Delta p_x \qquad I_{y\,nette} = \Delta p_y \qquad I_{z\,nette} = \Delta p_z$$

Lien entre la force et la quantité de mouvement (force constante)

$$\vec{F}_{nette} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Deuxième loi de Newton

$$\vec{F}_{nette} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Force moyenne sur un objet

$$\bar{\vec{F}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

En composantes :

$$\bar{F}_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \qquad \bar{F}_y = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} \qquad \bar{F}_z = \frac{\Delta p_z}{\Delta t}$$

Principe de conservation de la quantité de mouvement

$$\vec{p}_{tot} = \vec{p}\,'_{tot} \qquad \text{si} \qquad \sum \vec{F}_{ext} = 0$$

En composantes :

$$p_{x\,tot} = p'_{x\,tot} \qquad \text{si} \qquad \sum_{système} F_{x\,ext} = 0$$

$$p_{y\,tot} = p'_{y\,tot} \qquad \text{si} \qquad \sum_{système} F_{y\,ext} = 0$$

$$p_{z\,tot} = p'_{z\,tot} \qquad \text{si} \qquad \sum_{système} F_{z\,ext} = 0$$

Quantité de mouvement et collision

Lors d'une collision, la quantité de mouvement totale du système est conservée.

$$\vec{p}_{tot} = \vec{p}'_{tot}$$

En composantes :

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x} \qquad p_{tot\,y} = p'_{tot\,y} \qquad p_{tot\,z} = p'_{tot\,z}$$

Collision élastique

Lors d'une collision élastique, l'énergie cinétique du système est conservée.

$$E_{k\,tot} = E'_{k\,tot}$$

Lien entre l'énergie cinétique et la quantité de mouvement

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

Théorème de la quantité de mouvement pour un système

$$\vec{p}'_{tot} = \vec{p}_{tot} + \vec{I}_{ext\,nette}$$

En composantes :

$$p_{tot\,x} + I_{nette\,ext\,x} = p'_{tot\,x} \qquad p_{tot\,y} + I_{nette\,ext\,y} = p'_{tot\,y} \qquad p_{tot\,z} + I_{nette\,ext\,z} = p'_{tot\,z}$$

où les $I_{nette\ ext}$ sont les impulsions nettes faites par les forces externes.

Force de poussée des moteurs d'une fusée

$$F_{poussée} = v_{\exp} R$$

Vitesse d'une fusée qui éjecte du gaz durant le temps *T*

$$v' = v + v_{\exp} \ln \frac{m}{m - RT}$$

$$v' = v + v_{\exp} \ln \frac{m}{m'}$$

Force de poussée des moteurs d'un avion

$$F_t = \left(v_{\exp} - v\right) R$$

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right) \rho A_h$$

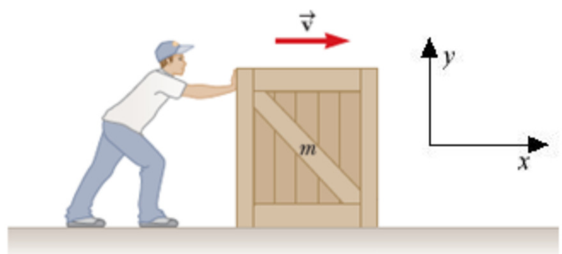
Quantité d'air qui passe à chaque seconde dans un moteur d'avion

$$R = \frac{1}{2} \rho A_h \left(v_{exp} + v \right)$$

EXERCICES

10.1 L'impulsion

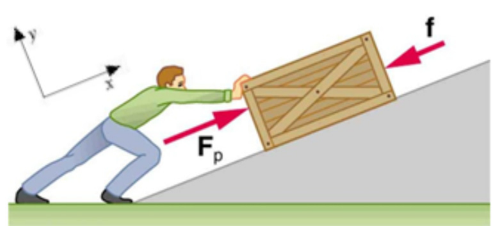
1. Karim pousse une boite de 120 kg avec une force horizontale de 800 N vers la droite pendant 10 secondes. Le coefficient de friction entre le sol et la boite est de 0,3.



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/man-pushing-crate-mass-m-920-kg-speed-v-0870-m-s-encounters-rough-horizontal-surface-lengt-q3150472

a) Quelles sont les composantes de l'impulsion faite par la gravitation ?
b) Quelles sont les composantes de l'impulsion faite par la normale ?
c) Quelles sont les composantes de l'impulsion faite par la force de friction ?
d) Quelles sont les composantes de l'impulsion faite par la force faite par Karim ?

2. Gilbert pousse une caisse de 30 kg vers le haut d'une pente inclinée de 20 ° pendant 20 secondes. La caisse a une accélération de 1 m/s² vers le haut de la pente et il y a une force de friction de F_f = 70 N qui s'oppose au mouvement de la caisse.



cnx.org/content/m42150/latest/?collection=col11406/latest

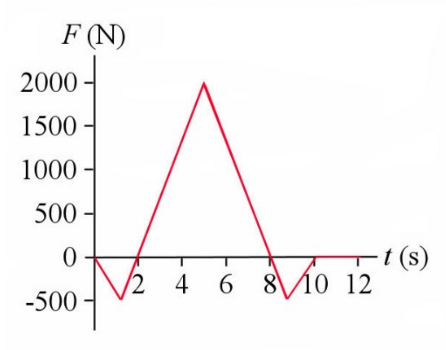
a) Quelles sont les composantes de l'impulsion faite par la gravitation ?
b) Quelles sont les composantes de l'impulsion faite par la force de friction ?
c) Quelles sont les composantes de l'impulsion faite par Gilbert ?
d) Quelles sont les composantes de l'impulsion faite par la normale ?
e) Quelles sont les composantes de l'impulsion nette ?

3. Un objet subit les deux forces suivantes l'une après l'autre.

$$\vec{F}_1 = \left(2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}\right)N \text{ pendant 3 secondes}$$
$$\vec{F}_2 = \left(-4\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}\right)N \text{ pendant 5 secondes}$$

Quelles sont les composantes de l'impulsion nette donnée à l'objet pendant ces 8 secondes ?

4. Voici le graphique de la force en x agissant sur un objet en fonction du temps. Quelle est l'impulsion en x donnée à l'objet entre $t = 0$ s et $t = 8$ s ?



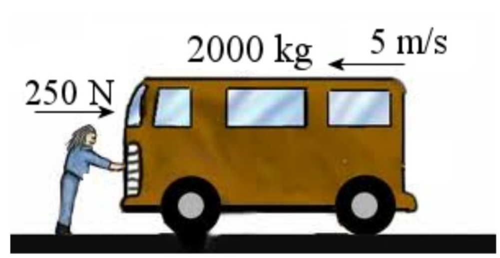
5. La force sur un objet est donnée par la formule

$$F_x = 9\tfrac{N}{s^2} \cdot t^2$$

Quelle est l'impulsion en x donnée à l'objet entre $t = 0$ s et $t = 5$ s ?

10.2 Le théorème de la quantité de mouvement

6. Carole avait stationné son Westphalia de 2000 kg dans une pente, mais ses freins ont lâché. Ainsi, elle aperçoit son Westphalia un peu plus tard qui roule tout seul à 5 m/s sur une partie de la route qui est horizontale. Elle court alors pour arrêter son véhicule. Elle va devant le véhicule et tente de l'arrêter en exerçant une force de 250 N. En utilisant $I_{x\ nette} = \Delta p_x$, déterminer la vitesse du Westphalia après que Carole a exercé la force pendant 20 secondes.



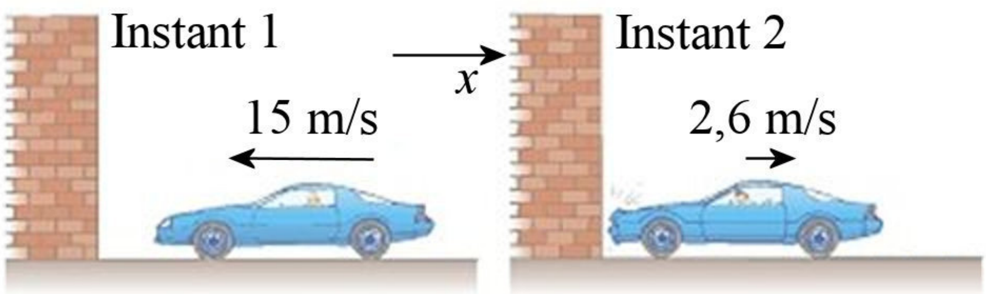
c.codmanacademy.org/branches/physicsofdriving2/index.php?module=pagemaster &PAGE_user_op=view_page&PAGE_id=3&MMN_position=3:3

10.3 Une nouvelle version de la deuxième loi de Newton

7. Lors d'une séance de tir à l'arc, Gisèle lance une flèche de 100 g à 150 m/s. Quelle fut la grandeur de la force moyenne sur la flèche si la force s'est exercée pendant 0,05 s sur la flèche ?

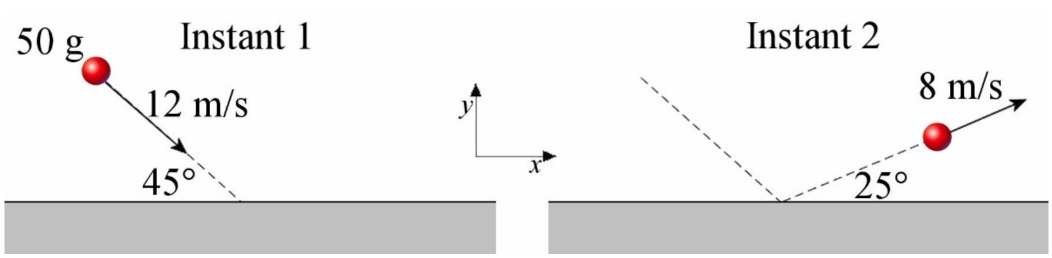
8. Une balle de fusil de 20 g allant à 900 m/s est arrêtée par un bloc de bois. Si la balle s'arrête en 0,004 seconde, quelle est la grandeur de la force moyenne sur la balle ?

9. La voiture de Justine fonce dans un mur et rebondit un peu telle qu'illustrée sur la figure. Quelle est la force moyenne sur le mur si la masse de la voiture est de 1150 kg et que la collision a duré 0,10 s ?

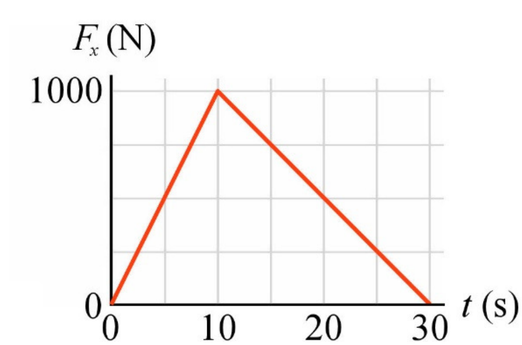


www.kshitij-school.com/Study-Material/Class-11/Physics/Linear-momentum-and-collisions/Impulse-momentum-theorem.aspx

10. Une balle de 50 g rebondit sur le sol. La figure suivante montre les vitesses immédiatement avant et immédiatement après la collision avec le sol. Quelle est la force moyenne (grandeur et direction) qui s'est exercé sur la balle pendant la collision si elle a duré 0,06 s ?

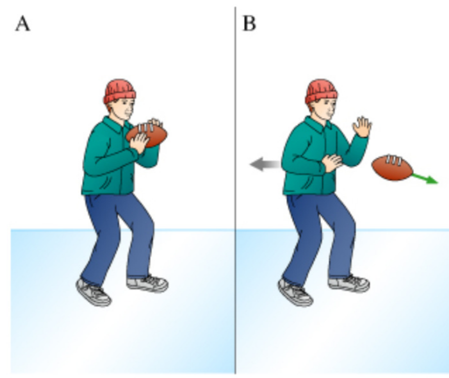


11. Voici le graphique de la force en fonction du temps d'une force s'exerçant sur un objet. Quelle est la force moyenne s'exerçant sur l'objet entre t = 0 s et t = 30 s ?



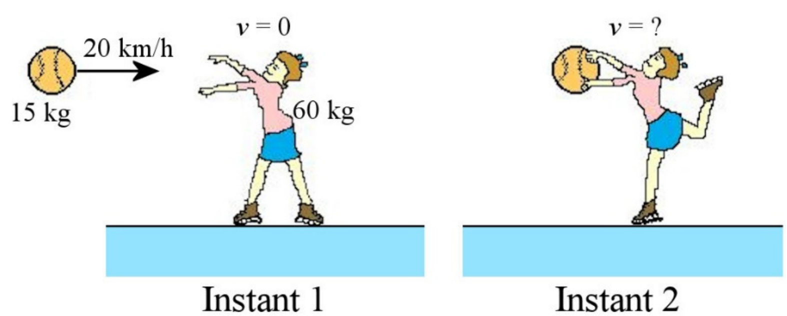
10.4 La conservation de la quantité de mouvement

12. Édouard tient un ballon alors qu'il est au repos sur une glace (image A). Il n'y a pas de friction entre la glace et les bottes d'Édouard. Édouard lance ensuite le ballon avec une vitesse de 20 m/s (image B). Quelle est la vitesse d'Édouard après qu'il ait lancé le ballon si la masse d'Édouard est de 65 kg et que la masse du ballon est de 800 g ?



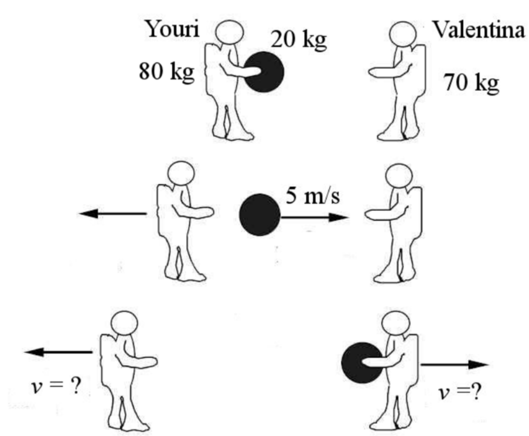
www.masteringphysicssolutions.net/mastering-physics-solutions-catching-a-ball-on-ice/

13. Un ballon se dirige à 20 km/h vers Marie-Sophie qui est arrêtée (instant 1). Marie-Sophie est en patins sur une glace qui n'offre aucune friction. Quelle est la vitesse de Marie-Sophie une fois qu'elle a attrapé le ballon (instant 2) ?



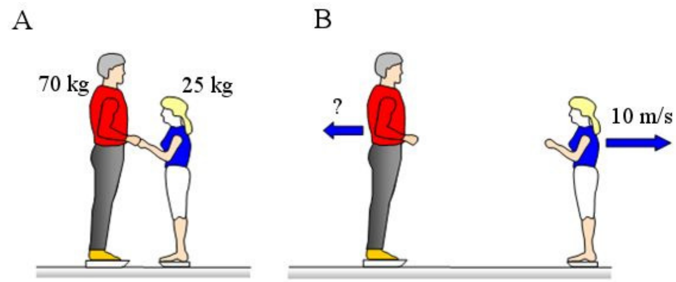
www.physicsclassroom.com/class/momentum/u4l2d.cfm

14. Deux astronautes, loin de toute planète dans l'espace, sont initialement au repos. Youri (80 kg) lance alors une bonbonne d'air de 20 kg vers Valentina (70 kg) avec une vitesse de 5 m/s. Quelles sont les vitesses des deux astronautes une fois que Valentina a attrapé la bonbonne ?



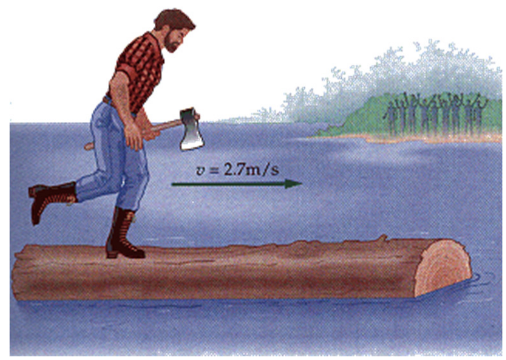
public.wsu.edu/~jtd/Physics205/Chap7/CHAP7_2.htm

15. Helmut et Brunhilde sont tous deux au repos en patin sur une glace n'offrant aucune friction (Image A). Helmut pousse alors sur Brunhilde, ce qui donne une vitesse de 10 m/s à Brunhilde (image B). Quelle est la vitesse de Helmut ?



www.schoolphysics.co.uk/age16-19/Mechanics/Dynamics/text/Conservation_of_momentum%20_and_skaters/index.html

16. McPherson est initialement au repos au bout d'une buche immobile flottant sur l'eau. McPherson commence à marcher vers l'autre extrémité de la buche avec une vitesse de 2,7 m/s. Combien faudra-t-il de temps pour que McPherson arrive à l'autre bout de la buche si la masse de McPherson est de 94 kg, que la masse de la buche est de 345 kg et que la longueur de la buche est de 5 m ?

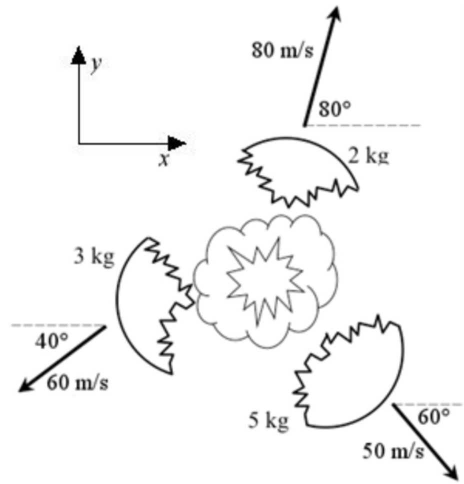


www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/94-kg-lumberjack-stands-endof-345-kg-floating-log-shown-infigure-9-17-log-lumberjack-rest--q388258

17. Le HMS Leander fut un navire de guerre britannique actif entre 1780 et 1813 (quoiqu'il fût brièvement capturé par la France pendant quelques mois en 1798 et 1799). Ce n'était pas un très gros navire de guerre puisqu'il était classé dans les navires de quatrième rang (semblable au navire sur la figure), mais il y avait quand même 44 canons à bord. Lors d'un combat avec un autre navire, on n'utilisait que les canons d'un seul côté. Ces canons tiraient alors 22 boulets ayant une masse totale de 180 kg et dont la vitesse était de 425 m/s. Quelle était la vitesse de recul du Leander quand on tirait simultanément les 22 canons d'un côté si la masse du navire était de 1200 tonnes (ce qui ne compte pas les boulets qui seront tirés) ?

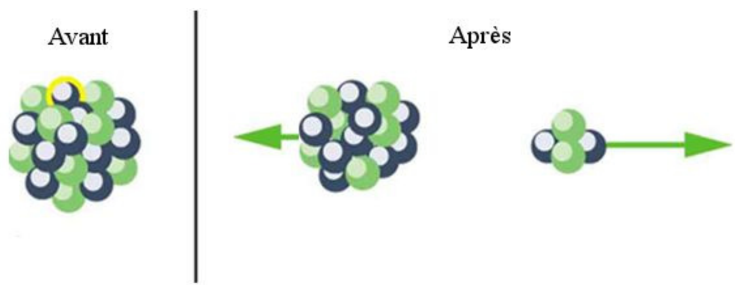
www.st-george-squadron.com/sgs/wiki/index.php?title=HMS_Golden_Eagle

18. Un boulet de 10 kg explose en trois parties. La figure montre la grandeur et la direction de la vitesse des trois morceaux après l'explosion. Quelles étaient la grandeur et la direction de la vitesse du boulet avant l'explosion ?



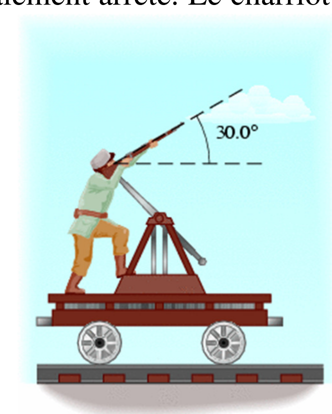
www.zahniser.net/~russell/physics06/index.php?title=Practice%20Momentum%20Test

19. Dans une désintégration nucléaire alpha, le noyau atomique éjecte une particule alpha (formée de deux neutrons et deux protons) tout en libérant de l'énergie. L'énergie libérée se retrouve en énergie cinétique des deux particules (noyau et particule alpha) après la désintégration. Trouvez les vitesses des deux particules après la désintégration sachant que l'énergie libérée est de $1,3 \times 10^{-13}$ J et, qu'après la désintégration, les masses sont $6,64 \times 10^{-27}$ kg (particule alpha) et $388,6 \times 10^{-27}$ kg (noyau).



cnx.org/content/m42633/latest/?collection=col11406/latest

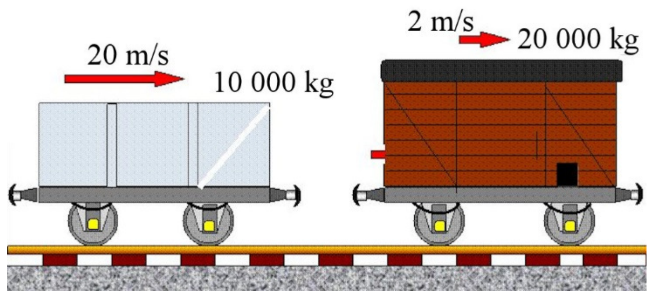
20. Léon tire du fusil à un angle de 30° sur un charriot initialement arrêté. Le charriot roule sans aucune friction sur les rails. La balle de fusil a une masse de 30 g et une vitesse de 900 m/s. Quelle est la vitesse de recul du charriot si la masse du charriot et de tout ce qu'il y a dessus est de 150 kg ?



www.physicsforums.com/showthread.php?t=140750

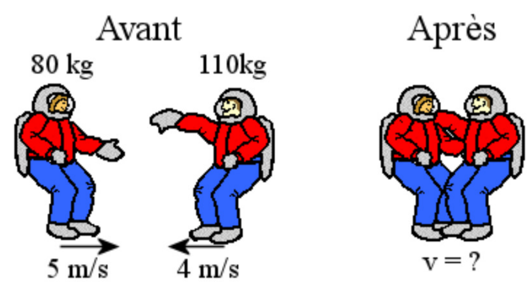
10.5 Les collisions

21. Les deux wagons de la figure font une collision parfaitement inélastique. Quelle est la vitesse des wagons après la collision ?



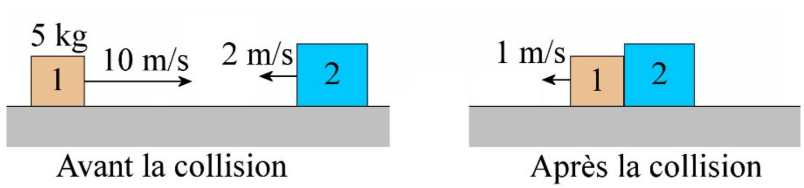
antonine-education.co.uk/Pages/Physics_GCSE/Unit_2/Add_07_Momentum/add_page_07.htm

22. Blanche et Rose sont deux astronautes qui se dirigent l'un vers l'autre avec les vitesses indiquées sur la figure. Quand elles se rencontrent, elles s'accrochent l'une à l'autre. Quelle est leur vitesse quand ils sont accrochés l'un à l'autre ?

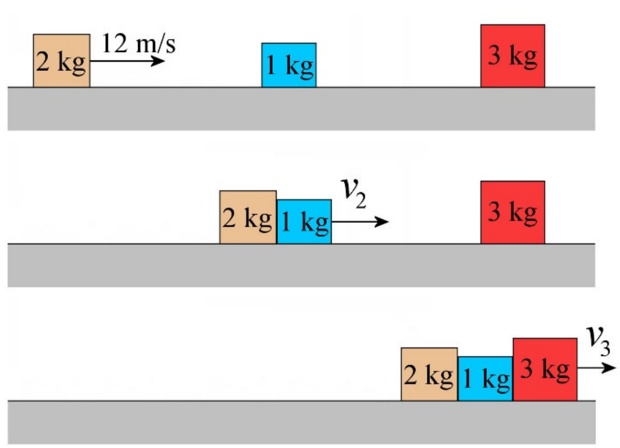


www.physicsclassroom.com/class/momentum/u4l2dd.cfm

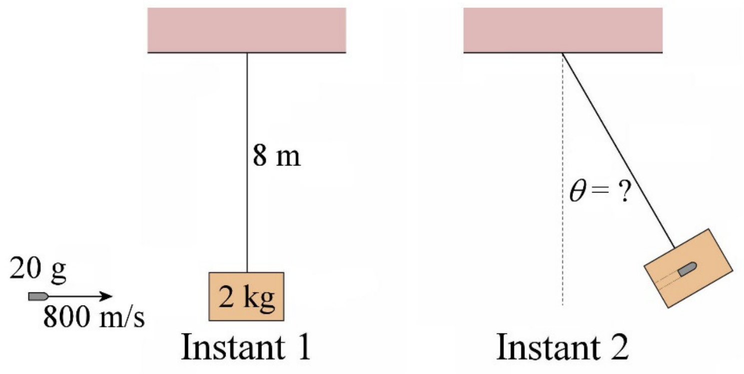
23. Un bloc de 5 kg (bloc 1) allant à 10 m/s entre en collision avec un autre bloc allant à 2 m/s (bloc 2). Les directions des vitesses sont montrées sur la figure. Après la collision parfaitement inélastique, les blocs ont une vitesse de 1 m/s vers la gauche. Quelle est la masse du bloc 2 ?



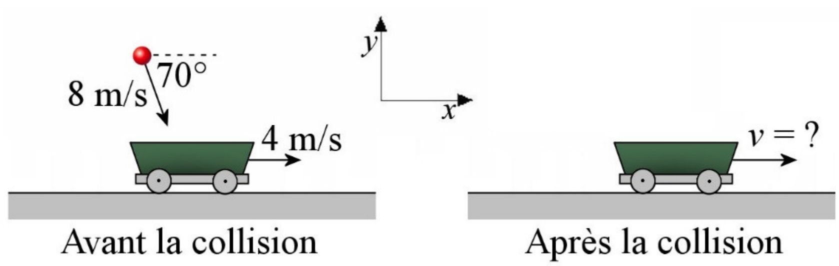
24. Dans la situation suivante, trouvez les vitesses v_2 et v_3 si les blocs font des collisions parfaitement inélastiques.



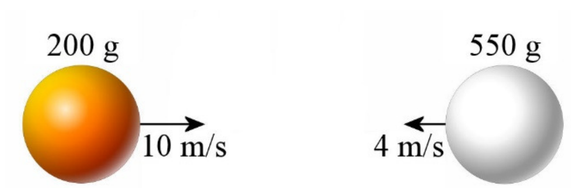
25. Dans la situation montrée sur la figure, quel est l'angle maximal que fera le pendule après la collision ?



26. Avec la conservation de la quantité de mouvement en *x,* déterminez la vitesse de ce charriot après la collision avec la balle si la balle a une masse de 10 kg et le charriot a une masse de 200 kg. (C'est une collision parfaitement inélastique.)

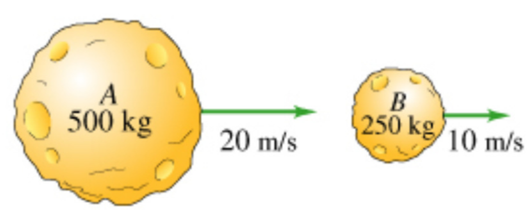


27. Quelles sont les vitesses de ces balles après une collision élastique ?



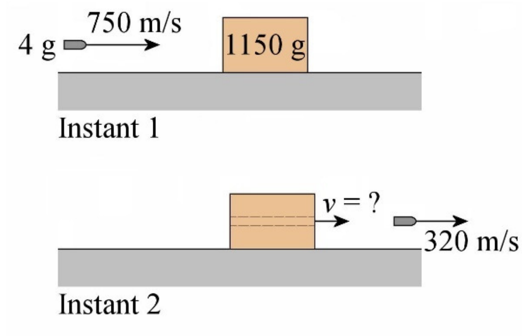
28. Les deux astéroïdes de la figure font une collision (on ne dit pas si la collision est élastique ou inélastique). Après la collision, l'astéroïde de 250 kg a une vitesse de 12 m/s.

a) Quelle est la vitesse de l'astéroïde de 500 kg après la collision ?
b) Quelle fraction de l'énergie cinétique a-t-on perdue lors de la collision ?
c) Quel est le changement de quantité de mouvement de l'astéroïde de 500 kg ?
d) Quel est le changement de quantité de mouvement de l'astéroïde de 250 kg ?

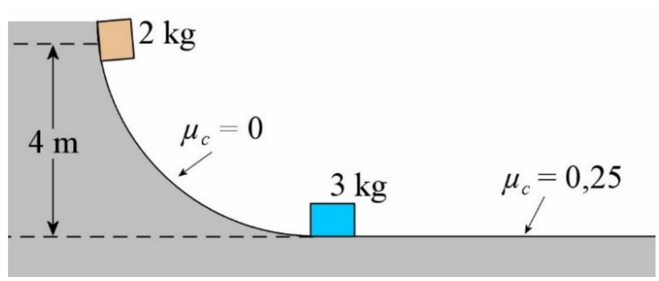


www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/asteroids-drifting-constant-velocity-collide-masses-velocities-asteroids-collision-indicat-q3363246

29. Une balle de fusil de 4 g arrive avec une vitesse de 750 m/s. Elle frappe alors un bloc de bois de 1150 g. Elle ressort toutefois de l'autre côté du bloc de bois avec une vitesse de 320 m/s. Quelle est la vitesse du bloc de bois après que la balle l'a traversé ?



30. Dans la situation montrée sur la figure, le bloc de 2 kg initialement au repos glisse sur une surface sans frottement et vient ensuite faire une collision parfaitement inélastique avec le bloc de 3 kg. Les deux blocs glissent ensuite sur une surface horizontale. Toutefois, il y a de la friction entre les blocs et la surface horizontale. Quelle sera la distance d'arrêt des blocs si le coefficient de friction est de 0,25 ?

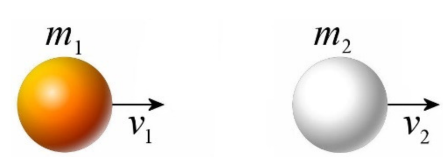


31. Quelles sont les vitesses de ces balles après une collision si on perd 40 % de l'énergie cinétique lors de la collision ?

32. Dans la collision élastique de la figure, montrez que les vitesses des balles après la collision sont données par

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \qquad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

33. Dans la collision élastique de la figure, montrez que les vitesses des balles après la collision sont données par

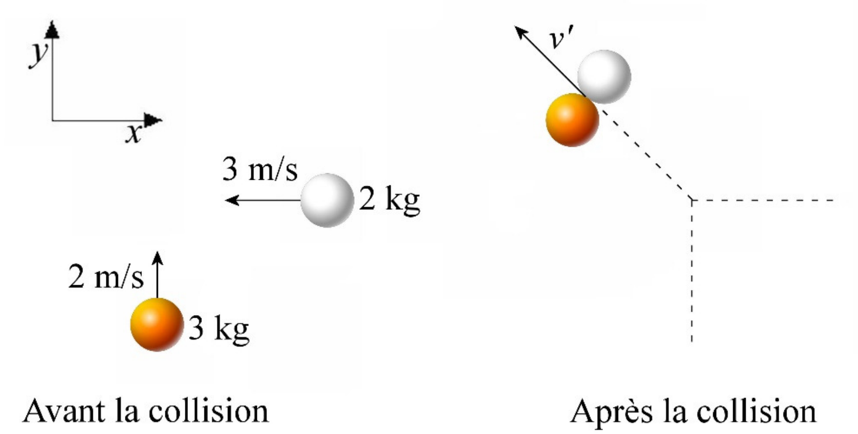


$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \qquad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

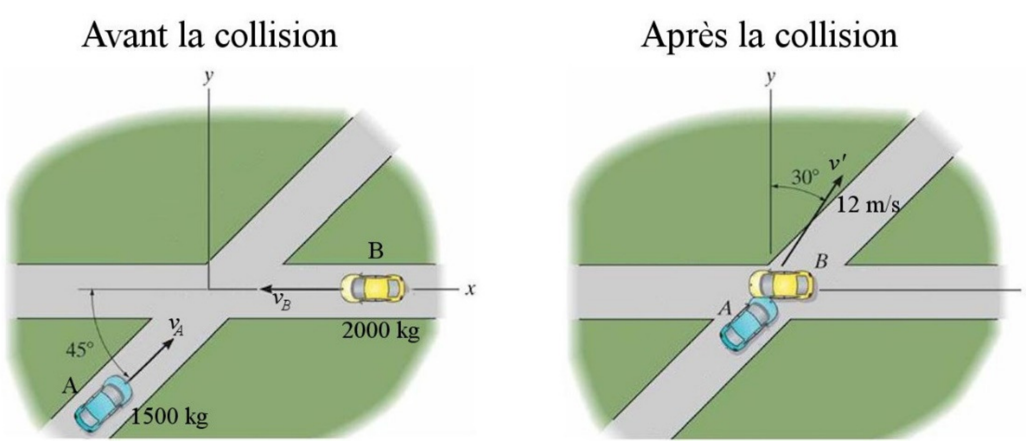
34. Dans la collision parfaitement inélastique de la figure, montrez que l'énergie cinétique perdue lors de la collision est donnée par

$$\Delta E_k = -\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2$$

35. Quelle est la vitesse (grandeur et direction) de ces balles après cette collision parfaitement inélastique ?

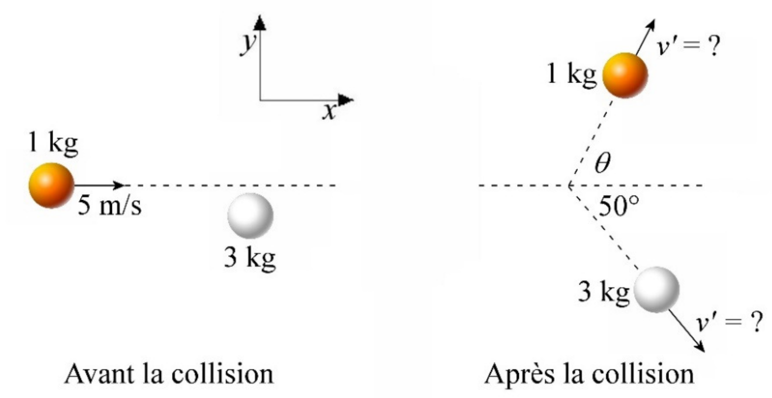


36. Voici une collision parfaitement inélastique entre un véhicule A ayant une masse de 1500 kg et un véhicule B ayant une masse de 2000 kg. Après la collision, les deux véhicules restent collés ensemble et ont une vitesse de 12 m/s dans la direction indiquée sur la figure (v'). Quelle était la grandeur de la vitesse de chacune des autos avant la collision ?

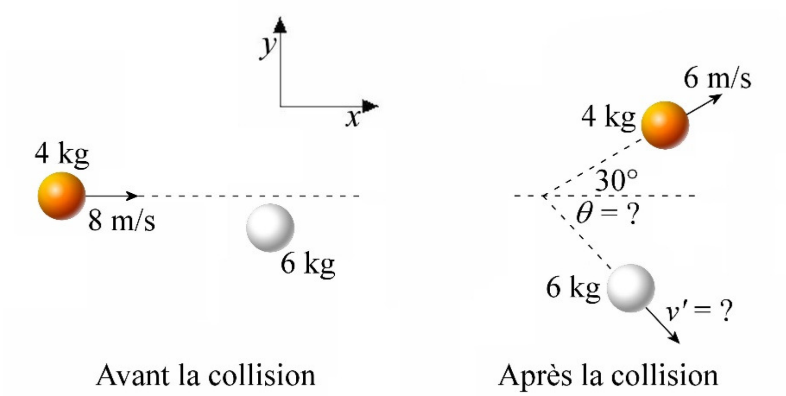


1285500059.reader.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/day-driving-m_a-1500-kg-car-going-northeastyou-embarrassingly-smash-instructor-rsquo-s-m_b-q2407067

37. Dans la collision élastique suivante, déterminez la grandeur de la vitesse de la balle de 3 kg et la vitesse (grandeur et direction) de la balle de 1 kg.



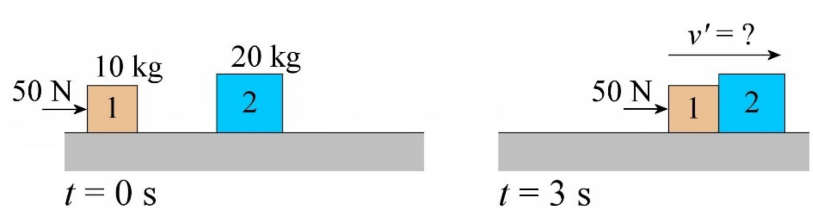
38. Voici une collision (on ne dit pas si la collision est élastique ou inélastique).



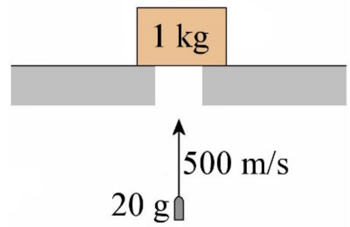
a) Quelle est la vitesse de la balle 2 (grandeur et direction) après la collision ?
b) Combien d'énergie cinétique a-t-on perdue lors de cette collision ?
c) La collision est-elle élastique ou inélastique ?

10.6 Le théorème de la quantité de mouvement pour un système

39. Dans la situation suivante, une force de 50 N pousse continuellement le bloc de 10 kg initialement au repos. Une seconde après le départ, le bloc entre en collision parfaitement inélastique avec un bloc de 20 kg. Quelle est la vitesse des blocs 3 secondes après la collision ? (Il n'y a pas de friction entre les blocs et le sol.)



40. Une balle de fusil de 20 g frappe un bloc de 1 kg avec une vitesse de 500 m/s en passant par une ouverture dans un table. La balle se loge alors dans le bloc. Quelle est la vitesse du bloc 0,5 seconde après la collision ?



10.8 La propulsion des fusées et des avions

41. La fusée Ariane 5 éjecte des gaz à une vitesse de 3200 m/s au rythme de 3400 kg/s. La masse initiale de la fusée est de 710 000 kg, incluant le carburant.

a) Quelle est la force de poussée des moteurs ?
b) Supposons que cette fusée est initialement au repos dans l'espace. Quelle serait sa vitesse si on fait fonctionner les moteurs pendant une minute ?
c) Supposons maintenant que la fusée décolle vers le haut en partant du sol. Quelle est la vitesse de la fusée 30 secondes après le départ ?

42. En faisant fonctionner les moteurs d'une fusée de 100 tonnes pendant 60 secondes, la vitesse d'une fusée dans l'espace est passée de 15 km/s à 18 km/s. Quelle est la vitesse d'éjection des gaz si on a utilisé 0,75 tonne de carburant par seconde ?

43. Chacun des moteurs d'un Airbus A350 peut exercer une poussée de 431 000 N au décollage. Au début du décollage (quand l'Airbus a une très basse vitesse), quelle masse d'air doit passer par chaque moteur si la vitesse d'expulsion des gaz est de 600 km/h ?

44. En plein vol à 828 km/h, chaque moteur d'un Airbus A350 exerce une poussée de 200 000 N. Quelle masse d'air doit passer par chaque moteur si la vitesse d'expulsion des gaz est de 936 km/h ?

45. Au décollage, le moteur d'un Cessna 182 propulse l'air à une vitesse de 50 m/s. L'hélice a un diamètre de 2 m. Quelle est la grandeur de la poussée au début du décollage (quand l'avion est presque arrêté sur la piste) ? (La masse volumique de l'air est 1,2 kg/m³.)

46. En vol à 270 km/h à une altitude de 3000 m (la masse volumique de l'air est 0,9 kg/m³.), l'air expulsée par un moteur ayant une hélice d'un diamètre de 3 m a une vitesse de 288 km/h. Quelle est la grandeur de la poussée exercée par ce moteur ?

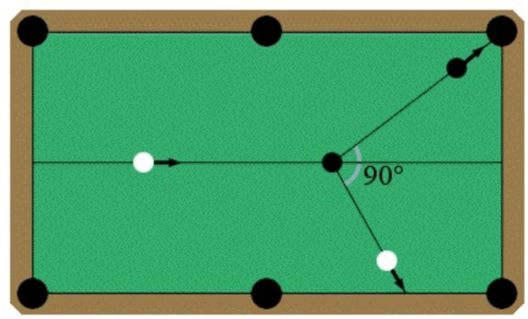
47. En vol à 270 km/h, le moteur d'un Cessna exerce une poussée de 500 N. L'hélice a un diamètre de 2 m. À quelle vitesse est expulsé l'air quand l'avion vole à une altitude de 3000 m ? (La masse volumique de l'air est 0,9 kg/m³.)

Défis

(Questions plus difficiles que les questions qu'il y aura à l'examen.)

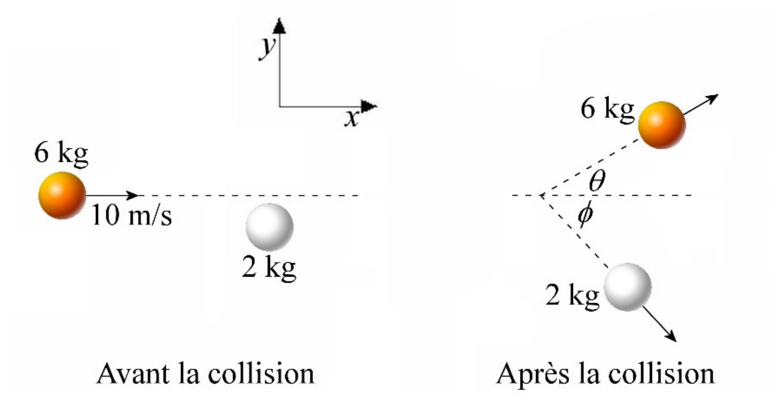
48. Dans la collision parfaitement élastique montrée sur la figure, quelle sera la compression maximale du ressort s'il n'y a pas de friction ?

49. Montrez que dans une collision parfaitement élastique entre deux balles de même masse telle qu'illustrée sur la figure, l'angle entre les trajectoires des 2 boules après la collision est toujours de 90 °. (Avant la collision, la balle blanche a une vitesse et la balle noire est arrêtée.)



www.sparknotes.com/physics/linearmomentum/collisions/problems_1.html

50. Dans une collision parfaitement élastique en deux balles telle qu'illustrée sur la figure, quelle est la valeur maximale que θ peut avoir ?



RÉPONSES

10.1 L'impulsion

1. a) I_x = 0 kgm/s I_y = -11 760 kgm/s
   b) I_x = 0 kgm/s I_y = 11 760 kgm/s
   c) I_x = -3528 kgm/s I_y = 0 kgm/s
   d) I_x = 8000 kgm/s I_y = 0 kgm/s
2. a) I_x = -2011,1 kgm/s I_y = -5525,4 kgm/s
   b) I_x = -1400 kgm/s I_y = 0 kgm/s
   c) I_x = 4011,1 kgm/s I_y = 0 kgm/s
   d) I_x = 0 kgm/s I_y = 5525,4 kgm/s
   e) I_x = 600 kgm/s I_y = 0 kgm/s
3. I_x = -14 kgm/s I_y = 28 kgm/s I_z = -2 kgm/s
4. 5500 kgm/s
5. 375 kgm/s

10.2 Le théorème de la quantité de mouvement

6. 2,5 m/s vers la gauche

10.3 Une nouvelle version de la deuxième loi de Newton

7. 300 N
8. 4500 N
9. -202 400 N (donc 202 400 N vers la gauche)
10. 9,942 N à 95,94°
11. 500 N

10.4 Conservation de la quantité de mouvement

12. 0,246 m/s dans la direction opposée à la vitesse du ballon
13. 4 km/h vers la droite
14. Youri : 1,25 m/s vers la gauche   Valentina : 1,111 m/s vers la droite
15. 3,571 m/s vers la gauche
16. 1,455 s
17. 0,06375 m/s dans la direction opposée à la vitesse des boulets
18. 17,53 m/s à -85,1°
19. Gros noyau : 1,06 x 10^5 m/s vers la gauche
    Petit noyau : 6,20 x 10^6 m/s vers la droite
20. 0,1559 m/s vers la gauche

10.5 Les collisions

21. 8 m/s vers la droite
22. 0,2105 m/s vers la gauche
23. 55 kg
24. v_2 = 8 m/s v_3 = 4 m/s
25. 53,1°
26. 3,94 m/s vers la droite
27. Balle de 550 g : 3,467 m/s vers la droite
    Balle de 200 g : 10,53 m/s vers la gauche
28. a) 19 m/s b) 0,0378 c) -500 kgm/s d) 500 kgm/s
29. 1,496 m/s vers la droite
30. 2,56 m
31. Balle de 550 g : 2,623 m/s vers la droite
    Balle de 200 g : 8,214 m/s vers la gauche
32. Voir la preuve dans le solutionnaire
33. Voir la preuve dans le solutionnaire
34. Voir la preuve dans le solutionnaire
35. 1,697 m/s θ avec l'axe des x = 135°
36. Auto A : 34,29 m/s Auto B : 7,69 m/s
37. v'_1 = 4,154 m/s à 62,8° v'_2 = 1,607 m/s
38. a) 2,738 m/s à -46,9° b) perte de 33,52 J c) Inélastique

10.6 Le théorème de la quantité de mouvement pour un système

39. 5 m/s vers la droite
40. 4,904 m/s vers le haut

10.8 La propulsion des fusées et des avions

41. a) 1,088 x 10^7 N b) 1084 m/s c) 202,3 m/s
42. 5018 m/s
43. 2586 kg/s
44. 6667 kg/s
45. 4712 N
46. 2465 N
47. 77,3 m/s

Défis

48. 25 cm
49. Voir la preuve dans le solutionnaire.
50. 19,47°