Solutionnaire du chapitre 9

1. *Point P_1*

Le champ fait par le fil de gauche est

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 8A}{2\pi \cdot 1m} \\ &= 1,6 \times 10^{-6} T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ entre dans la page.

Le champ fait par le fil de droite est

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 6A}{2\pi \cdot 0,5m} \\ &= 2,4 \times 10^{-6} T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ sort de la page.

Si on dit que le sens positif est en sortant de la page, le champ net est

$$\begin{aligned} B_{tot} &= -1,6 \times 10^{-6} T + 2,4 \times 10^{-6} T \\ &= 0,8 \times 10^{-6} T \end{aligned}$$

Le champ est donc de 0,8 µT en sortant de la page.

Point P_2

Le champ fait par le fil de gauche est

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 8A}{2\pi\cdot 1m} \\ &= 1,6\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ sort dans la page.

Le champ fait par le fil de droite est

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 6A}{2\pi\cdot 1,5m} \\ &= 0,8\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ entre dans la page.

Si on dit que le sens positif est en sortant de la page, le champ net est

$$\begin{aligned} B_{tot} &= 1,6\times 10^{-6}T - 0,8\times 10^{-6}T \\ &= 0,8\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Le champ est donc aussi de 0,8 μT en sortant de la page.

2. Le champ fait par le fil de gauche est

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 10A}{2\pi\cdot 0,2m} \\ &= 10\mu T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ entre dans la page.

Le champ fait par le fil de droite est

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot I}{2\pi\cdot 0,2m} \\ &= 1\tfrac{\mu T}{A} I \end{aligned}$$

On va supposer que ce courant est vers le haut. (Si la réponse de I est négative, cela voudra dire que le courant est vers le bas.) Dans ce cas, le champ sort de la feuille.

Le champ fait par le fil du haut est

$$\begin{aligned} B_3 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 8A}{2\pi\cdot 0,25m} \\ &= 6,4\mu T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ entre dans la page.

Le champ fait par le fil du bas est

$$\begin{aligned} B_4 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 20A}{2\pi\cdot 0,25m} \\ &= 16\mu T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ sort dans la page.

Si on dit que le sens positif est en sortant de la page, le champ net est

$$\begin{aligned} B_{tot} &= -10\mu T + 1\tfrac{\mu T}{A}\cdot I - 6,4\mu T + 16\mu T \\ &= -0,4\mu T + 1\tfrac{\mu T}{A}\cdot I \end{aligned}$$

Puisqu'on veut que le champ soit nul, on a

$$\begin{gathered} 0 = -0,4\mu T + 1\tfrac{\mu T}{A}\cdot I \\ 0,4\mu T = 1\tfrac{\mu T}{A}\cdot I \\ I = 0,4A \end{gathered}$$

Comme la réponse est positive, le courant est de 0,4 A vers le haut.

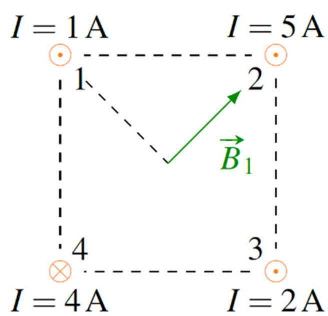
3. La distance entre le centre du carré et chacun des fils est

$$r = \sqrt{(0,1m)^2 + (0,1m)^2} = \sqrt{2} \cdot 0,1m$$

Le champ fait par le fil 1 (en haut à gauche) est

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 1A}{2\pi \cdot \sqrt{2} \cdot 0,1m} \\ &= 1,414 \times 10^{-6} T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ est dans la direction suivante.



La direction du vecteur est donc de 45°. Les composantes de champ sont donc

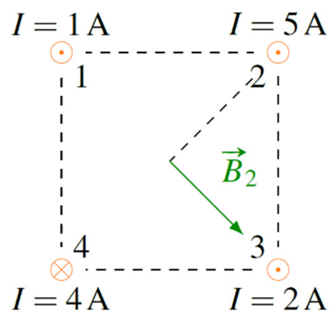
$$\begin{aligned} B_{1x} &= B_1 \cos 45° \\ &= 1,414 \times 10^{-6} T \cdot \cos 45° \\ &= 1 \times 10^{-6} T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{1y} &= B_1 \sin 45° \\ &= 1,414 \times 10^{-6} T \cdot \sin 45° \\ &= 1 \times 10^{-6} T \end{aligned}$$

Le champ fait par le fil 2 (en haut à droite) est

$$
\begin{aligned}
B_2 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\
&= \frac{4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 5A}{2\pi \cdot \sqrt{2} \cdot 0{,}1m} \\
&= 7{,}071 \times 10^{-6} T
\end{aligned}
$$

Selon la règle de la main droite, ce champ est dans la direction suivante.



La direction du vecteur est donc de -45°. Les composantes de champ sont donc

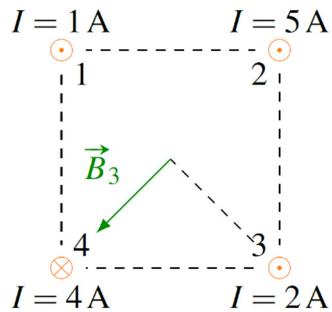
$$
\begin{aligned}
B_{2x} &= B_2 \cos(-45°) \\
&= 7{,}071 \times 10^{-6} T \cdot \cos(-45°) \\
&= 5 \times 10^{-6} T
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
B_{2y} &= B_2 \sin(-45°) \\
&= 7{,}071 \times 10^{-6} T \cdot \sin(-45°) \\
&= -5 \times 10^{-6} T
\end{aligned}
$$

Le champ fait par le fil 3 (en bas à droite) est

$$
\begin{aligned}
B_3 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\
&= \frac{4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 2A}{2\pi \cdot \sqrt{2} \cdot 0{,}1m} \\
&= 2{,}828 \times 10^{-6} T
\end{aligned}
$$

Selon la règle de la main droite, ce champ est dans la direction suivante.



La direction du vecteur est donc de -135°. Les composantes de champ sont donc

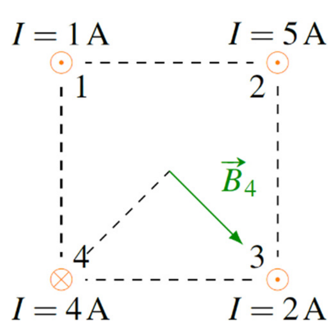
$$\begin{aligned} B_{3x} &= B_3 \cos(-135°) \\ &= 2,828\times10^{-6}T \cdot \cos(-135°) \\ &= -2\times10^{-6}T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{3y} &= B_3 \sin(-135°) \\ &= 2,828\times10^{-6}T \cdot \sin(-135°) \\ &= -2\times10^{-6}T \end{aligned}$$

Le champ fait par le fil 4 (en bas à gauche) est

$$\begin{aligned} B_4 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 4A}{2\pi\cdot\sqrt{2}\cdot 0,1m} \\ &= 5,657\times10^{-6}T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ est dans la direction suivante.



La direction du vecteur est donc de -45°. Les composantes de champ sont donc

$$\begin{aligned} B_{4x} &= B_4 \cos(-45°) \\ &= 5,657\times10^{-6}T \cdot \cos(-45°) \\ &= 4\times10^{-6}T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{4y} &= B_3 \sin(-45°) \\ &= 5,657\times10^{-6}T \cdot \sin(-45°) \\ &= -4\times10^{-6}T \end{aligned}$$

Le champ total en *x* est donc

$$\begin{aligned} B_x &= B_{1x} + B_{2x} + B_{3x} + B_{4x} \\ &= 1\times10^{-6}T + 5\times10^{-6}T + -2\times10^{-6}T + 4\times10^{-6}T \\ &= 8\times10^{-6}T \end{aligned}$$

Le champ total en *y* est

$$\begin{aligned} B_y &= B_{1y} + B_{2y} + B_{3y} + B_{4y} \\ &= 1\times10^{-6}T + -5\times10^{-6}T + -2\times10^{-6}T + -4\times10^{-6}T \\ &= -10\times10^{-6}T \end{aligned}$$

La grandeur du champ est donc

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \\ &= \sqrt{\left(8\times10^{-6}T\right)^2 + \left(-10\times10^{-6}T\right)^2} \\ &= 12,8\times10^{-6}T \end{aligned}$$

et la direction est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\frac{B_y}{B_x} \\ &= \arctan\frac{-10\times10^{-6}T}{8\times10^{-6}T} \\ &= -51,3° \end{aligned}$$

On a donc un champ de 12,8 μT dans la direction -51,3°.

4. Le champ fait par la Terre est de 0,5 G. En utilisant un axe des *x* vers l'est et un axe des *y* vers le nord, ce champ est

$$\begin{aligned} B_{1x} &= 0G \\ B_{1y} &= 0,5G \end{aligned}$$

À 20 m du fil, le champ magnétique est

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 500A}{2\pi \cdot 20m} \\ &= 5\times 10^{-6}T \\ &= 0,05G \end{aligned}$$

Comme ce champ est vers l'est selon la règle de la main droite, on a

$$\begin{aligned} B_{2x} &= 0,05G \\ B_{2y} &= 0G \end{aligned}$$

Les composantes de champ total sont donc

$$\begin{aligned} B_x &= B_{1x} + B_{2x} \\ &= 0G + 0,05G \\ &= 0,05G \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} B_y &= B_{1y} + B_{2y} \\ &= 0,5G + 0G \\ &= 0,5G \end{aligned}$$

La direction du champ est donc

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\frac{B_y}{B_x} \\ &= \arctan\frac{0,5G}{0,05G} \\ &= 84,29° \end{aligned}$$

Sans le fil, la boussole pointe vers le nord, donc vers l'axe des *y*. L'orientation sans fil est donc de 90°. Avec le fil, la direction est de 84,29°. La déviation est donc de

$$90° - 84,29° = 5,71°$$

La boussole dévie donc de 5,71° vers l'est.

5. a) Le champ est

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 20A}{2\pi \cdot 0,4m} \\ &= 1\times10^{-5}T \end{aligned}$$

Ce champ de 10 μT entre dans la feuille.

b) La force sur la charge est

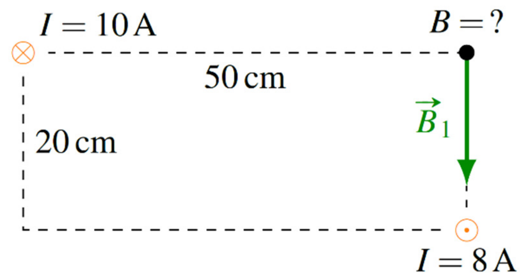
$$\begin{aligned} F &= qvB\sin\theta \\ &= 4\times10^{-6}C \cdot 1000\tfrac{m}{s} \cdot 1\times10^{-5}T \cdot \sin 90° \\ &= 4\times10^{-8}N \end{aligned}$$

Cette force est vers le haut. (La charge est repoussée par le fil.)

6. a) Le champ magnétique fait par le fil parcouru par un courant de 10 A est

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 10A}{2\pi \cdot 0,5m} \\ &= 4\times10^{-6}T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ est dans la direction suivante.



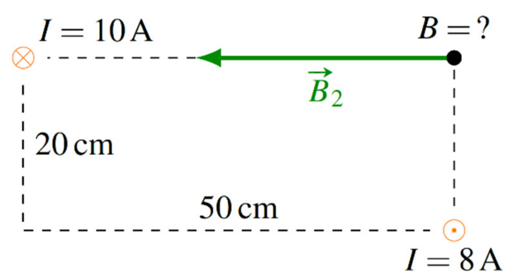
Les composantes du champ sont donc

$$B_{1x} = 0T$$
$$B_{1y} = -4\times10^{-6}T$$

Le champ magnétique fait par le fil parcouru par un courant de 8 A est

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 8A}{2\pi\cdot 0,2m} \\ &= 8\times10^{-6}T \end{aligned}$$

Selon la règle de la main droite, ce champ est dans la direction suivante.



Les composantes du champ sont donc

$$B_{2x} = -8\times10^{-6}T$$
$$B_{2y} = 0T$$

Les composantes de champ total sont donc

$$\begin{aligned} B_x &= B_{1x} + B_{2x} \\ &= 0T - 8\times10^{-6}T \\ &= -8\times10^{-6}T \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} B_y &= B_{1y} + B_{2y} \\ &= -4\times10^{-6}T + 0T \\ &= -4\times10^{-6}T \end{aligned}$$

La grandeur du champ est donc

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \\ &= \sqrt{\left(-8\times10^{-6}T\right)^2 + \left(-4\times10^{-6}T\right)^2} \\ &= 8,944\times10^{-6}T \end{aligned}$$

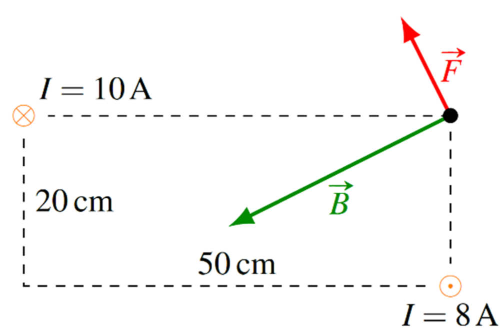
et la direction est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\frac{B_y}{B_x} \\ &= \arctan\frac{-4\times10^{-6}T}{-8\times10^{-6}T} \\ &= 206,6° \end{aligned}$$

b) La force est

$$\begin{aligned} F &= IlB\sin\theta \\ &= 3A\cdot 5m\cdot 8,944\times10^{-6}T\cdot\sin 90° \\ &= 1,342\times10^{-4}N \end{aligned}$$

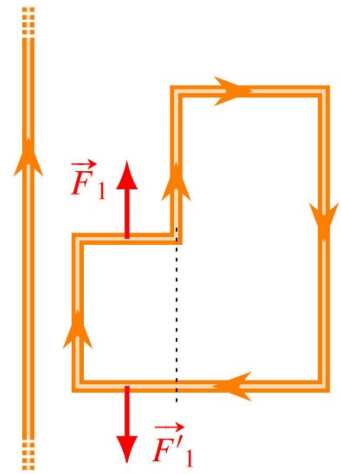
Selon la règle de la main droite, la force est dans cette direction.



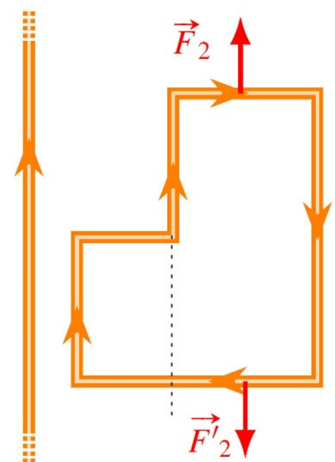
La direction de ce vecteur est 90° inférieurs à celle du champ magnétique, c'est-à-dire que la direction de ce vecteur est de 116,6°.

La force est donc de 1,342 x 10^{-4} N à 116,6°.

7. Ces deux forces s'annulent.



De même que ces deux forces.



Il ne reste donc qu'à trouver les forces sur les fils verticaux. Commençons par le fil qui est à 10 cm du fil infini. À cette distance, le champ du fil infini a la grandeur suivante.

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 70A}{2\pi\cdot 0{,}1m} \\ &= 1{,}4\times 10^{-4}T \end{aligned}$$

Le champ entre dans la feuille.

La force sur le fil

$$\begin{aligned} F &= IlB\sin\theta \\ &= 6A \cdot 0{,}15m \cdot 1{,}4\times10^{-4}T \cdot \sin 90° \\ &= 1{,}26\times10^{-4}N \end{aligned}$$

Cette force est vers la gauche.

Continuons par le fil qui est à une distance de 20 cm du fil infini. À cette distance, le champ du fil infini a la grandeur suivante.

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 70A}{2\pi\cdot 0{,}2m} \\ &= 7\times10^{-5}T \end{aligned}$$

Le champ entre dans la feuille.

La force sur le fil

$$\begin{aligned} F &= IlB\sin\theta \\ &= 6A \cdot 0{,}15m \cdot 7\times10^{-5}T \cdot \sin 90° \\ &= 6{,}3\times10^{-5}N \end{aligned}$$

Cette force est vers la gauche.

Finissons par le fil qui est à une distance de 35 cm du fil infini. À cette distance, le champ du fil infini a la grandeur suivante.

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 70A}{2\pi\cdot 0{,}35m} \\ &= 4\times10^{-5}T \end{aligned}$$

Le champ entre dans la feuille.

La force sur le fil

$$\begin{aligned} F &= IlB\sin\theta \\ &= 6A \cdot 0,3m \cdot 4\times 10^{-5}T \cdot \sin 90° \\ &= 7,2\times 10^{-5}N \end{aligned}$$

Cette force est vers la droite.

La force nette en x est donc (avec un axe positif vers la droite)

$$\begin{aligned} F_x &= -1,26\times 10^{-4}N + -6,3\times 10^{-5}N + 7,2\times 10^{-5}N \\ &= -1,17\times 10^{-4}N \end{aligned}$$

La force nette est donc de 1,17 x 10^{-4} N vers la gauche.

8. Le champ fait par le fil infini est

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\frac{Tm}{A}\cdot 20A}{2\pi\cdot 0,80m} \\ &= 5\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

La force sur le fil de 5 m de long est donc

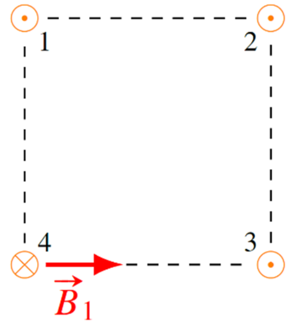
$$\begin{aligned} F &= IlB\sin\theta \\ &= 40A\cdot 5m\cdot 5\times 10^{-6}T\cdot \sin 90° \\ &= 0,001N \end{aligned}$$

Puisque les courants sont dans le même sens, la force est attractive.

9. Le champ fait par le fil 1 est

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\frac{Tm}{A}\cdot 1A}{2\pi\cdot 0,20m} \\ &= 1\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

La figure montre la direction de ce champ à l'endroit où est situé le fil 4.



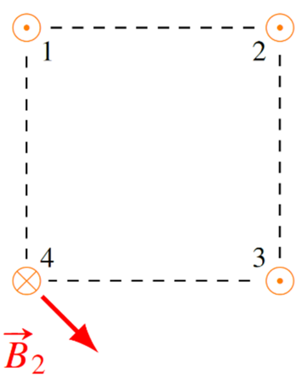
Les composantes de ce champ sont donc

$$B_{1x} = 1\times 10^{-6}T$$
$$B_{1y} = 0$$

Le champ fait par le fil 2 est

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 5A}{2\pi\cdot\sqrt{2}\cdot 0,20m} \\ &= 3,5355\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

La figure montre la direction de ce champ à l'endroit où est situé le fil 4.



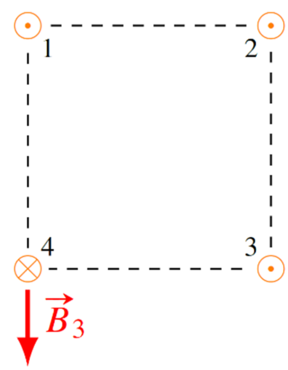
Les composantes de ce champ sont donc

$$B_{2x} = 3,5355\times 10^{-6}T\cdot\cos(-45°) = 2,5\times 10^{-6}T$$
$$B_{2y} = 3,5355\times 10^{-6}T\cdot\sin(-45°) = -2,5\times 10^{-6}T$$

Le champ fait par le fil 3 est

$$
\begin{aligned}
B_3 &= \frac{\mu_0 I_3}{2\pi r_2} \\
&= \frac{4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 2A}{2\pi \cdot 0,20m} \\
&= 2 \times 10^{-6} T
\end{aligned}
$$

La figure montre la direction de ce champ à l'endroit où est situé le fil 4.



Les composantes de ce champ sont donc

$$
\begin{aligned}
B_{3x} &= 0 \\
B_{3y} &= -2 \times 10^{-6} T
\end{aligned}
$$

Les composantes du champ total sont donc

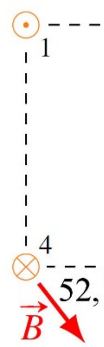
$$
\begin{aligned}
B_x &= B_{1x} + B_{2x} + B_{3x} = 1 \times 10^{-6} T + 2,5 \times 10^{-6} T + 0T = 3,5 \times 10^{-6} T \\
B_y &= B_{1y} + B_{2y} + B_{3y} = 0T + -2,5 \times 10^{-6} T + -2 \times 10^{-6} T = -4,5 \times 10^{-6} T
\end{aligned}
$$

La grandeur du champ est

$$
\begin{aligned}
B &= \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \\
&= \sqrt{\left(3,5 \times 10^{-6} T\right)^2 + \left(-4,5 \times 10^{-6} T\right)^2} \\
&= 5,701 \times 10^{-6} T
\end{aligned}
$$

et sa direction est

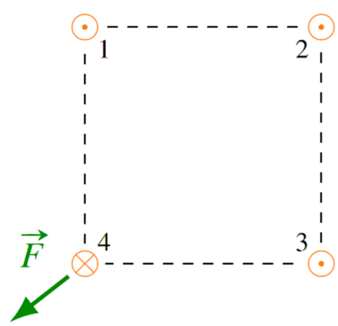
$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{B_y}{B_x} \\ &= \arctan \frac{-4,5\times10^{-6}T}{3,5\times10^{-6}T} \\ &= -52,12°\end{aligned}$$



La force sur le fil 4 est donc

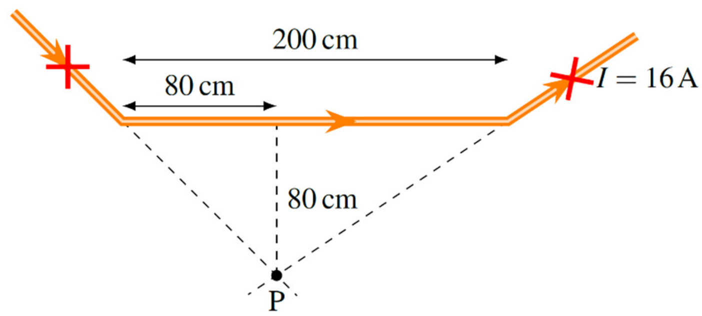
$$\begin{aligned}F &= IlB\sin\theta \\ &= 4A\cdot 10m\cdot 5,701\times10^{-6}T\cdot\sin 90° \\ &= 2,28\times10^{-4}N\end{aligned}$$

La direction est, selon la règle de la main droite



-52,1° - 90° = -142,1° (ou 217,9°)

10. Les deux bouts de fils sur la figure avec un X rouge ne contribuent pas au champ puisque le point P est aligné avec le fil.



Il ne reste que le bout de fils de 200 cm de long. Le champ de ce fil est

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\frac{y_1}{\sqrt{y_1^2+r^2}}+\frac{y_2}{\sqrt{y_2^2+r^2}}\right| \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 16A}{4\pi\cdot 0,8m}\cdot\left|\frac{0,8m}{\sqrt{(0,8m)^2+(0,8m)^2}}+\frac{1,2m}{\sqrt{(1,2m)^2+(0,8m)^2}}\right| \\ &= 3,078\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Le champ est de 3,078 µT, en entrant dans la feuille.

11. Avant de trouver le champ, on va trouver la distance entre le fil et le point P. Cette distance est

$$\begin{aligned} \frac{R}{5m} &= \cos 60° \\ R &= 2,5m \end{aligned}$$

Le champ est

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\cos\theta_1-\cos\theta_2\right| \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 8A}{4\pi\cdot 2,5m}\cdot\left|\cos 30°-\cos 90°\right| \\ &= 2,771\times 10^{-7}T \end{aligned}$$

Le champ est de 0,2771 µT, en entrant dans la feuille.

12. Les deux fils rectilignes ne font pas de champ au point P. Il ne resta alors que l'arc de cercle. Le champ est donc

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\beta \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 10A}{4\pi\cdot 0,2m}\cdot\pi \\ &= 1,571\times 10^{-5}T \end{aligned}$$

Le champ est de 15,71 μT, en entrant dans la feuille.

13. Les deux petits bouts de fils rectilignes ne font pas de champ au point P. Il ne reste donc que les deux arcs de cercle. L'arc avec le plus grand rayon fait le champ suivant.

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\beta \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 12A}{4\pi\cdot 0,24m}\cdot\pi \\ &= 1,571\times 10^{-5}T \end{aligned}$$

Ce champ entre dans la page.

L'arc avec le plus petit rayon fait le champ suivant.

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\beta \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 12A}{4\pi\cdot 0,16m}\cdot\pi \\ &= 2,356\times 10^{-5}T \end{aligned}$$

Ce champ sort dans la page.

Additionnons maintenant les deux champs. En prenant un axe positif qui sort de la page, on a

$$\begin{aligned} B &= B_1 + B_2 \\ &= -1,571\times 10^{-5}T + 2,356\times 10^{-5}T \\ &= 7,85\times 10^{-6} \end{aligned}$$

On a donc un champ de 7,85 μT qui sort de la page.

14. On a deux fils infinis et un arc de cercle.

Le champ du fil infini horizontal est

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right| \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 10A}{4\pi\cdot 0,4m}\cdot\left|\cos 0° - \cos 90°\right| \\ &= 2,5\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Ce champ entre dans la page.

Le champ de l'arc de cercle est

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\beta \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 10A}{4\pi\cdot 0,4m}\cdot\frac{\pi}{2} \\ &= 3,927\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Ce champ entre dans la page.

Le champ du fil infini vertical est

$$\begin{aligned} B_3 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right| \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 10A}{4\pi\cdot 0,4m}\cdot\left|\cos 90° - \cos 180°\right| \\ &= 2,5\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Ce champ entre dans la page.

Additionnons maintenant les trois champs. En prenant un axe positif qui entre dans la page, on a

$$\begin{aligned} B &= B_1 + B_2 + B_3 \\ &= 2,5\times 10^{-6}T + 3,927\times 10^{-6}T + 2,5\times 10^{-6}T \\ &= 8,927\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

On a donc un champ de 8,927 μT qui entre de la page.

15. On a 4 fils rectilignes. Le fil du haut fait un champ de

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right| \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 2A}{4\pi\cdot 0,25m}\cdot\left|\cos 45° - \cos 135°\right| \\ &= 1,131\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Ce champ entre dans la feuille.

Le fil de droite fait un champ de

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right| \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 2A}{4\pi\cdot 0,25m}\cdot\left|\cos 45° - \cos 135°\right| \\ &= 1,131\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Ce champ entre dans la feuille.

Le fil du bas fait un champ de

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right| \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 2A}{4\pi\cdot 0,25m}\cdot\left|\cos 45° - \cos 135°\right| \\ &= 1,131\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Ce champ entre dans la feuille.

Le fil de gauche fait un champ de

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right| \\ &= \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 2A}{4\pi\cdot 0,25m}\cdot\left|\cos 45° - \cos 135°\right| \\ &= 1,131\times 10^{-6}T \end{aligned}$$

Ce champ entre dans la feuille.

Additionnons maintenant les quatre champs. En prenant un axe positif qui entre dans la page, on a

$$\begin{aligned} B &= B_1 + B_2 + B_3 \\ &= 1{,}131\times10^{-6}T + 1{,}131\times10^{-6}T + 1{,}131\times10^{-6}T + 1{,}131\times10^{-6}T \\ &= 4{,}525\times10^{-6}T \end{aligned}$$

On a donc un champ de 4,525 μT qui entre de la page.

16. On a

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 NI}{2a} \\ 0{,}002T &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot N\cdot 2A}{2\cdot 0{,}12m} \\ N &= 191 \end{aligned}$$

17. On a 3 fils rectilignes et un arc de cercle. Le fil de gauche fait un champ de

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\frac{y_1}{\sqrt{y_1^2+r^2}}+\frac{y_2}{\sqrt{y_2^2+r^2}}\right| \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 10A}{4\pi\cdot 2m}\cdot\left|\frac{1m}{\sqrt{(1m)^2+(2m)^2}}+\frac{1m}{\sqrt{(1m)^2+(2m)^2}}\right| \\ &= 4{,}472\times10^{-7}T \end{aligned}$$

Ce champ sort de la feuille.

Le fil du haut fait un champ de

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\frac{y_1}{\sqrt{y_1^2+r^2}}+\frac{y_2}{\sqrt{y_2^2+r^2}}\right| \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 10A}{4\pi\cdot 1m}\cdot\left|\frac{0m}{\sqrt{(0m)^2+(1m)^2}}+\frac{2m}{\sqrt{(2m)^2+(1m)^2}}\right| \\ &= 8{,}944\times10^{-7}T \end{aligned}$$

Ce champ sort de la feuille.

L'arc de cercle fait un champ de

$$\begin{aligned}B_3 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\beta \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 10A}{4\pi\cdot 1m}\cdot\pi \\ &= 3{,}1416\times10^{-6}T\end{aligned}$$

Ce champ sort de la feuille.

Le fil du bas fait un champ de

$$\begin{aligned}B_4 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left|\frac{y_1}{\sqrt{y_2^2+r^2}}+\frac{y_2}{\sqrt{y_1^2+r^2}}\right| \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 10A}{4\pi\cdot 1m}\cdot\left|\frac{2m}{\sqrt{(2m)^2+(1m)^2}}+\frac{0m}{\sqrt{(0m)^2+(1m)^2}}\right| \\ &= 8{,}944\times10^{-7}T\end{aligned}$$

Ce champ sort de la feuille.

Additionnons maintenant les quatre champs. En prenant un axe positif qui sort dans la page, on a

$$\begin{aligned}B &= B_1+B_2+B_3+B_4 \\ &= 4{,}472\times10^{-7}T+8{,}944\times10^{-7}T+3{,}1416\times10^{-6}T+8{,}944\times10^{-7}T \\ &= 5{,}378\times10^{-6}T\end{aligned}$$

On a donc un champ de 5,378 µT qui sort de la page.

18. Le champ est

$$\begin{aligned}B &= \frac{\mu_0 NI}{L} \\ &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 684\cdot 0{,}0491A}{0{,}172m} \\ &= 2{,}454\times10^{-4}T\end{aligned}$$

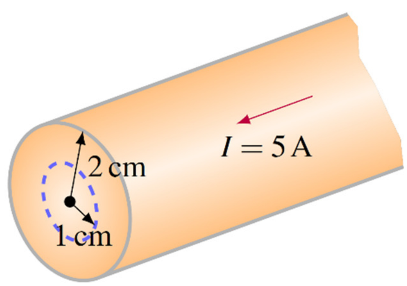
19. On a

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 NI}{L} \\ 0,08T &= \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 20\cdot I}{0,2m} \\ I &= 636,6A \end{aligned}$$

20. a) La densité de courant dans le fil est

$$\begin{aligned} J &= \frac{I}{\text{aire du fil}} \\ &= \frac{I}{\pi R^2} \\ &= \frac{5A}{\pi\cdot(0,02m)^2} \\ &= 3979\,\tfrac{A}{m^2} \end{aligned}$$

On va maintenant faire une trajectoire centrée sur le centre du fil et qui a un rayon de 1 cm.



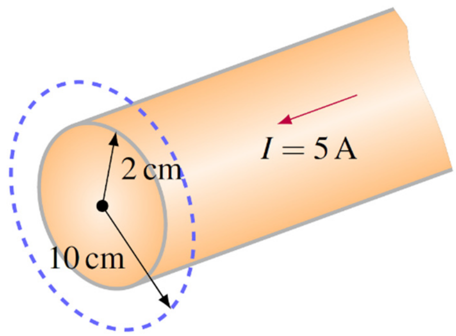
Le courant qui traverse cette trajectoire est

$$\begin{aligned} I_{\text{int}} &= JA_{\text{int}} \\ &= J\left(\pi r^2\right) \\ &= 3979\,\tfrac{A}{m^2}\cdot\pi\cdot(0,01m)^2 \\ &= 1,25A \end{aligned}$$

On a donc

$$B 2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$
$$B \cdot 2\pi \cdot 0{,}01m = 4\pi \times 10^{-7} \tfrac{Tm}{A} \cdot 1{,}25A$$
$$B = 2{,}5 \times 10^{-5}\,\text{T}$$

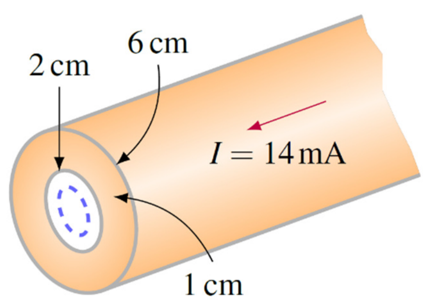
b) On va faire une trajectoire centrée sur le centre du fil et qui a un rayon de 10 cm.



On a donc

$$B 2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$
$$B \cdot 2\pi \cdot 0{,}1m = 4\pi \times 10^{-7} \tfrac{Tm}{A} \cdot 5A$$
$$B = 1 \times 10^{-5}\,\text{T}$$

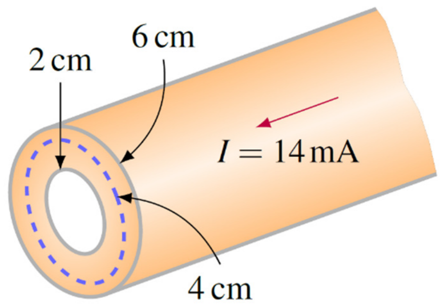
21. a) On va faire une trajectoire circulaire de 1 cm de rayon. Cette trajectoire est



Comme il n'y a pas de courant qui traverse cette trajectoire, on a

$$B 2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$
$$B \cdot 2\pi \cdot 0{,}01m = 4\pi \times 10^{-7} \tfrac{Tm}{A} \cdot 0A$$
$$B = 0\text{T}$$

b) On va maintenant faire une trajectoire ayant un rayon de 4 cm.



Il n'y a qu'une partie du courant qui passe dans la trajectoire. La densité de courant dans le fil est

$$\begin{aligned} J &= \frac{I}{\text{aire du fil}} \\ &= \frac{14mA}{\pi \cdot (0,06m)^2 - \pi \cdot (0,02m)^2} \\ &= 1,3926 \tfrac{A}{m^2} \end{aligned}$$

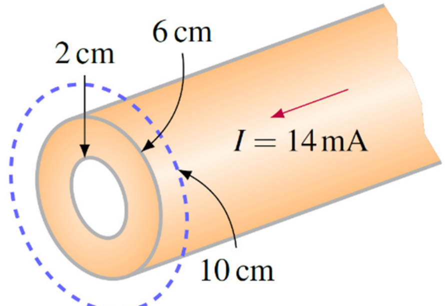
Le courant dans la trajectoire est donc

$$\begin{aligned} I_{\text{int}} &= JA_{\text{int}} \\ &= 1,3926 \tfrac{A}{m^2} \cdot \left(\pi \cdot (0,04m)^2 - \pi \cdot (0,02m)^2 \right) \\ &= 5,25mA \end{aligned}$$

Le théorème d'Ampère nous donne donc

$$B 2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$
$$B \cdot 2\pi \cdot 0,04m = 4\pi \times 10^{-7} \tfrac{Tm}{A} \cdot 0,00525A$$
$$B = 2,625 \times 10^{-8} \text{T}$$

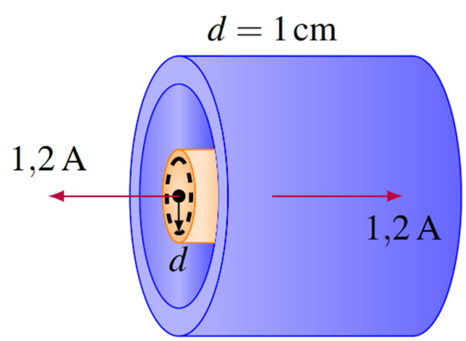
c) On va finalement faire une trajectoire ayant un rayon de 10 cm.



Dans ce cas, le courant passe au complet dans la trajectoire. On a donc

$$B2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$
$$B \cdot 2\pi \cdot 0,1m = 4\pi\times10^{-7}\,\tfrac{Tm}{A} \cdot 0,014A$$
$$B = 2,8\times10^{-8}\text{T}$$

22. a) On va faire une trajectoire circulaire de 1 cm de rayon. Cette trajectoire est



Il n'y a qu'une partie du courant du fil central qui passe dans la trajectoire. La densité de courant dans le fil central est

$$\begin{aligned} J &= \frac{I}{\text{aire du fil}} \\ &= \frac{1,2A}{\pi \cdot (0,02m)^2} \\ &= 954,9\,\tfrac{A}{m^2} \end{aligned}$$

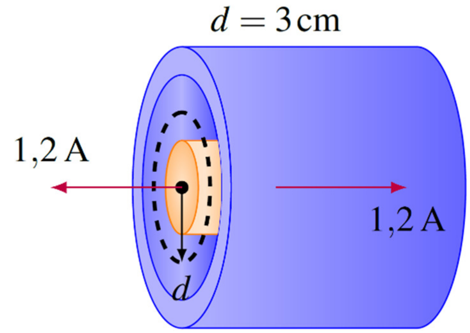
Le courant dans la trajectoire est donc

$$\begin{aligned} I_{\text{int}} &= JA_{\text{int}} \\ &= 954,9\,\tfrac{A}{m^2} \cdot \pi \cdot (0,01m)^2 \\ &= 0,3A \end{aligned}$$

Le théorème d'Ampère nous donne donc

$$B2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$
$$B \cdot 2\pi \cdot 0,01m = 4\pi\times10^{-7}\,\tfrac{Tm}{A} \cdot 0,3A$$
$$B = 6\times10^{-6}\text{T}$$

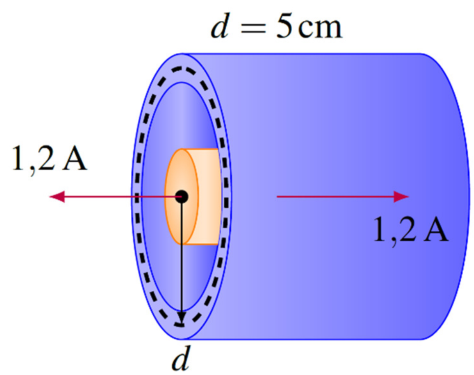
b) On va maintenant faire une trajectoire ayant un rayon de 3 cm.



Dans ce cas, le courant du fil passe au complet dans la trajectoire. On a donc

$$\begin{aligned}
B2\pi r &= \mu_0 I_{\text{int}} \\
B\cdot 2\pi \cdot 0{,}03m &= 4\pi\times 10^{-7}\,\tfrac{Tm}{A}\cdot 1{,}2A \\
B &= 8\times 10^{-6}\,\text{T}
\end{aligned}$$

c) On va maintenant faire une trajectoire ayant un rayon de 5 cm.



Tout le courant de la partie centrale passe dans la trajectoire, plus une partie du courant dans le cylindre externe. La densité de courant dans le cylindre externe est

$$\begin{aligned}
J &= \frac{I}{\text{aire du fil}} \\
&= \frac{1{,}2A}{\pi\cdot(0{,}06m)^2 - \pi\cdot(0{,}04m)^2} \\
&= 191\,\tfrac{A}{m^2}
\end{aligned}$$

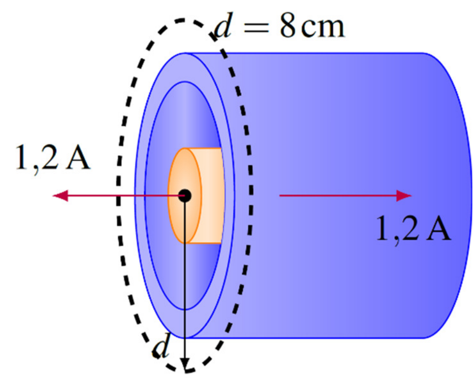
Le courant dans la trajectoire est donc

$$\begin{aligned} I_{int} &= JA_{int} \\ &= 191\tfrac{A}{m^2}\cdot\left(\pi\cdot(0{,}05m)^2 - \pi\cdot(0{,}04m)^2\right) \\ &= 0{,}54A \end{aligned}$$

Le théorème d'Ampère nous donne donc

$$\begin{gathered} B2\pi r = \mu_0 I_{int} \\ B\cdot 2\pi\cdot 0{,}05m = 4\pi\times10^{-7}\tfrac{Tm}{A}\cdot(1{,}2A - 0{,}54A) \\ B = 2{,}64\times10^{-6}\mathrm{T} \end{gathered}$$

d) On va finalement faire une trajectoire ayant un rayon de 8 cm.



Maintenant, les deux courants passent au complet dans la trajectoire. On a donc

$$\begin{gathered} B2\pi r = \mu_0 I_{int} \\ B\cdot 2\pi\cdot 0{,}08m = 4\pi\times10^{-7}\tfrac{Tm}{A}\cdot(1{,}2A - 1{,}2A) \\ B = 0\mathrm{T} \end{gathered}$$

23. Pour trouver le champ, on va séparer le disque en petits anneaux. On sommera le champ fait par chacun de ces anneaux pour trouver le champ magnétique total.

On doit donc trouver le champ fait par un anneau, on va prendre la loi de Biot-Savart

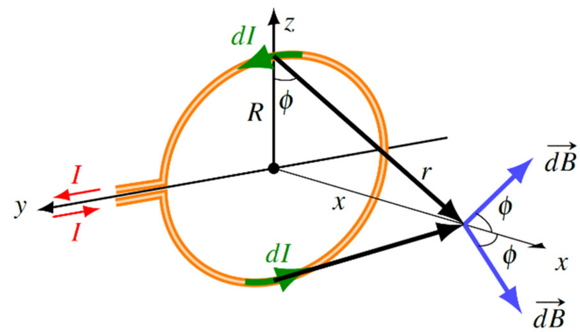
Chaque petit morceau génère un champ dont la grandeur est

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} Ids\sin\phi$$

Dans cette formule, ϕ est toujours 90°.

On voit que ce champ n'est pas toujours dans la même direction. On va séparer en composante et garder seulement la composante z (les autres composantes vont s'annuler 2 à 2 comme pour les deux champs montrés sur la figure). Cette composante est

$$\begin{aligned} dB_z &= dB\cos\phi \\ &= dB\frac{R}{r} \\ &= dB\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}} \end{aligned}$$



Le champ total est donc

$$\begin{aligned} B_z &= \int dB\frac{R}{r} \\ &= \int \frac{\mu_0}{4\pi r^2} Ids\frac{R}{r} \\ &= \frac{\mu_0 RI}{4\pi r^3}\int ds \end{aligned}$$

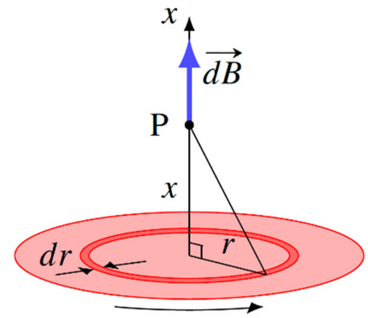
Comme la somme des distances sur l'anneau est $2\pi R$, on a

$$\begin{aligned} B_z &= \frac{\mu_0 RI}{4\pi r^3}2\pi R \\ &= \frac{\mu_0 R^2 I}{2r^3} \end{aligned}$$

Comme $r=\sqrt{R^2+x^2}$, on a

$$B_z = \frac{\mu_0 R^2 I}{2\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$

On peut maintenant retourner au disque, formé de plusieurs anneaux.



Ici, chaque anneau de rayon r fait le champ

$$dB_z = \frac{\mu_0 r^2 I}{2\left(r^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

Il faut trouver le courant dans chaque anneau généré par la rotation du disque. En un tour, la charge de l'anneau passe au complet en un point. Le courant est donc

$$I = \frac{dq}{T}$$

La charge de l'anneau est égale à l'aire de l'anneau, multiplié par la charge surfacique

$$\begin{aligned} dq &= \sigma dA \\ &= \sigma 2\pi r dr \end{aligned}$$

Comme la charge surfacique est

$$\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$$

On a

$$\begin{aligned} dq &= \sigma 2\pi r dr \\ &= \frac{Q}{\pi R^2} 2\pi r dr \\ &= \frac{Q}{R^2} 2 r dr \end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{dq}{T} \\ &= \frac{Q}{TR^2} 2 r dr \end{aligned}$$

Comme $T = 2\pi/\omega$, le courant est

$$\begin{aligned} I &= \frac{Q\omega}{2\pi R^2} 2rdr \\ &= \frac{Q\omega}{\pi R^2} rdr \end{aligned}$$

Le champ d'un anneau est donc

$$\begin{aligned} dB_z &= \frac{\mu_0 r^2 I}{2\left(r^2+x^2\right)^{3/2}} \\ &= \frac{\mu_0 r^2}{2\left(r^2+x^2\right)^{3/2}} \frac{Q\omega}{\pi R^2} rdr \end{aligned}$$

Si on somme les champs de tous les anneaux, on a

$$\begin{aligned} B_z &= \int_0^R \frac{\mu_0 r^2}{2\left(r^2+x^2\right)^{3/2}} \frac{Q\omega}{\pi R^2} rdr \\ &= \frac{\mu_0}{2} \frac{Q\omega}{\pi R^2} \int_0^R \frac{r^3}{\left(r^2+x^2\right)^{3/2}} dr \end{aligned}$$

Si on fait l'intégrale, on obtient

$$\begin{aligned} B_z &= \frac{\mu_0}{2} \frac{Q\omega}{\pi R^2} \left[\frac{r^2+2x^2}{\sqrt{r^2+x^2}} \right]_0^R \\ &= \frac{\mu_0}{2} \frac{Q\omega}{\pi R^2} \left[\frac{R^2+2x^2}{\sqrt{R^2+x^2}} - \frac{2x^2}{\sqrt{x^2}} \right] \\ &= \frac{\mu_0}{2} \frac{Q\omega}{\pi R^2} \left[\frac{R^2+2x^2}{\sqrt{R^2+x^2}} - 2x \right] \end{aligned}$$