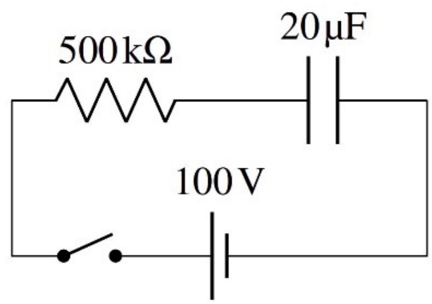
7 LES CONDENSATEURS

Avec ce circuit dans lequel on ferme l'interrupteur à t = 0, déterminez le temps pour que le condensateur atteigne 90 % de sa charge maximale.

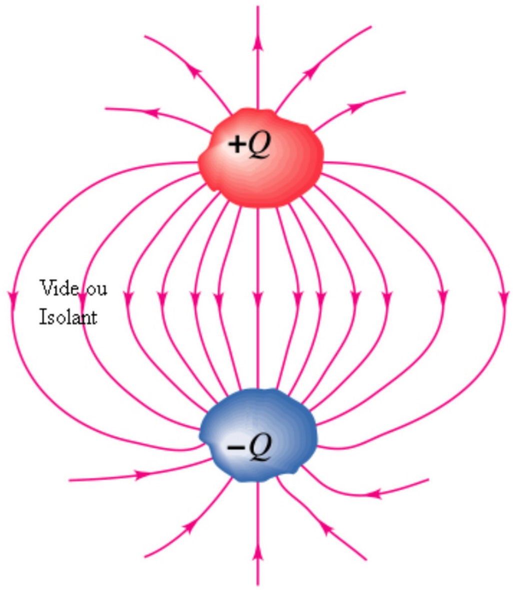


all-free-download.com/free-photos/download/board_circuits_control_center_240413.html

Découvrez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

7.1 QU'EST-CE QU'UN CONDENSATEUR ?

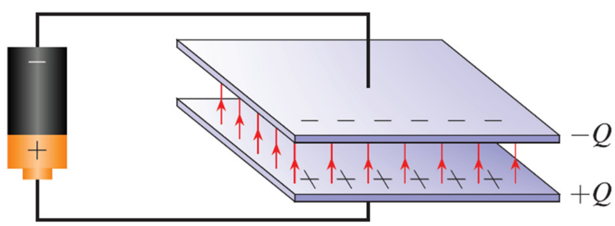
Un condensateur est un appareil qui permet d'emmagasiner de l'énergie électrique.



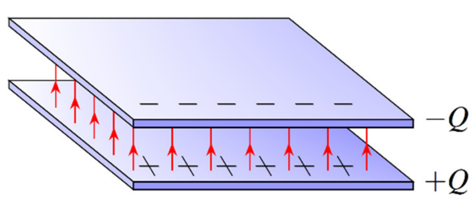
Le condensateur est composé de 2 conducteurs (qu'on appelle les armatures) séparés par un isolant ou par du vide (figure de droite). Une des armatures est chargée avec une charge +*Q* et l'autre est chargée avec une charge -*Q*. Le condensateur peut prendre n'importe quelle forme, pourvu qu'il soit constitué de deux armatures séparées par un isolant ou par du vide.

Cette séparation de charge entre les deux armatures permet au condensateur d'avoir de l'énergie potentielle (qu'on peut interpréter comme l'énergie du champ généré par la séparation de charge). Cette énergie est l'énergie emmagasinée dans le condensateur.

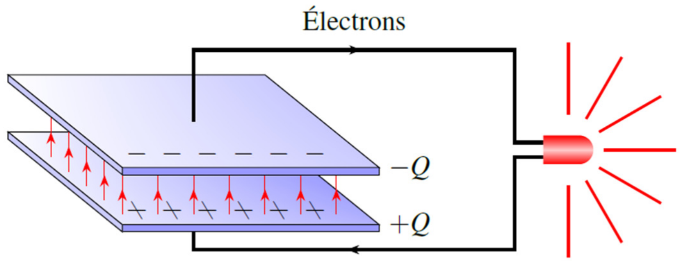
Voici comment on peut utiliser un condensateur. On relie premièrement les armatures à une source, ce qui va charger les armatures. Sur la figure, on charge les armatures d'un condensateur formé de 2 plaques parallèles.



Une fois que les armatures sont chargées, on peut débrancher la source et les armatures restent chargées puisque les charges ne peuvent pas traverser le vide ou l'isolant. L'énergie du condensateur va donc demeurer la même.



Plus tard, on pourrait, par exemple, brancher une ampoule aux armatures du condensateur. Les électrons en surplus dans l'armature négative vont alors se déplacer vers l'armature positive. Ce courant va allumer l'ampoule.



L'ampoule va fonctionner jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'énergie dans le condensateur.

Voici un petit film montrant ces étapes.
https://www.youtube.com/watch?v=zmnFossRWVM

Ça ressemble à une pile rechargeable, mais c'est très différent. Dans une pile, il y a une réaction chimique qui fournit les charges. Dans un condensateur, les charges ont été simplement placées sur des armatures et sont prêtes à se déplacer.

On va souvent parler de « charger un condensateur » ce qui pourrait laisser penser que le condensateur acquiert une charge nette. Cependant, les deux armatures ont toujours des charges identiques, mais de signes contraires ce qui signifie que la charge totale d'un condensateur est toujours nulle. Quand on dit « charger un condensateur », on veut dire qu'on charge chacune des armatures du condensateur avec des charges opposées.

7.2 LA CAPACITÉ

Définition

Puisque les deux armatures ont des charges opposées, il y a une différence de potentiel entre les armatures. Évidemment, plus les charges sont importantes, plus la différence de potentiel entre les armatures est grande.

Mais la charge des armatures ne dépend pas uniquement de la différence de potentiel entre les armatures. Elle dépend aussi de la forme du condensateur. Quand les armatures d'un condensateur accumulent plus de charges que les armatures d'un autre condensateur pour une même différence de potentiel, on dit que ce condensateur à une plus grande capacité (qui est notée C).

Comme la charge des armatures augmente avec la différence de potentiel et la capacité, on arrive à l'équation suivante (qui est en fait la définition de la capacité).

Définition de la capacité d'un condensateur

$$Q = C\Delta V$$

Notez que dans cette formule, on prend la valeur absolue des charges des plaques et la valeur absolue de la différence de potentiel entre les armatures.

Selon la formule, la capacité se mesure en C/V. On a donné le nom de farad à cette unité.

Le farad (F)

$$1F = 1\tfrac{C}{V}$$

Le farad est une unité très grande et les condensateurs ont généralement des capacités qui sont souvent données en µF (1 microfarad = 10^{-6} F), en nF (1 nanofarad = 10^{-9} F) ou en pF (1 picofarad = 10^{-12} F).

Capacité s'il y a du vide entre les armatures

Trouvons maintenant la capacité de trois types de condensateurs. Pour y arriver, il faut supposer que le condensateur est chargé. En trouvant alors la différence de potentiel entre les armatures, on pourra trouver la capacité avec

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Condensateur à plaques parallèles

Avec une plaque chargée positivement et une plaque chargée négativement, le champ entre les plaques est, selon les chapitres précédents,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$$

où A est l'aire d'une plaque. Cette charge Q est la valeur absolue de la charge de chacune des plaques.

La différence de potentiel entre les plaques est

$$\Delta V = Ed = \frac{Q}{A\varepsilon_0}d$$

La capacité est donc

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\left(\frac{Qd}{A\varepsilon_0}\right)}$$

En simplifiant, on arrive à la formule suivante.

Capacité d'un condensateur à plaques parallèles

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

On voit donc que la capacité augmente avec l'aire des armatures. On voit aussi que la capacité augmente quand on diminue la distance entre les armatures.

On peut finalement constater que l'unité de ε_0 peut aussi être des F/m puisque la capacité est en F et *A/d* est en m.

Exemple 7.2.1

Un condensateur à plaques parallèles est formé de deux plaques de 2 cm x 3 cm séparées d'une distance de 1,5 mm ?

a) Quelle est la capacité de ce condensateur ?

La capacité est

$$\begin{aligned} C &= \varepsilon_0 \frac{A}{d} \\ &= 8,854\times10^{-12} \tfrac{F}{m} \cdot \frac{(0,02m \cdot 0,03m)}{0,0015m} \\ &= 3,54\times10^{-12} F \\ &= 3,54 pF \end{aligned}$$

b) Quelle est la charge des plaques si la différence de potentiel entre les plaques est de 1200 V ?

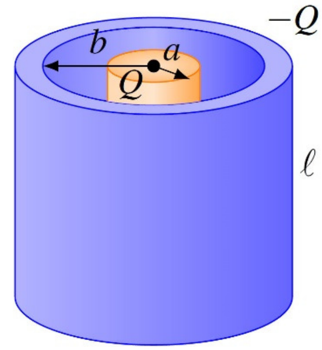
La charge est

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 3,54\times10^{-12} F \cdot 1200V \\ &= 4,25nC \end{aligned}$$

Ce qui veut dire que la plaque positive a une charge de 4,25 nC et la plaque négative a une charge de -4,25 nC.

Notez que si on voulait un condensateur de 1 F, il faudrait des plaques ayant une aire de 1,13 x 10^8 m² si elles sont séparées de 1 mm. Ce sont des plaques carrées d'un peu plus de 10 km de côté !

Condensateur cylindrique



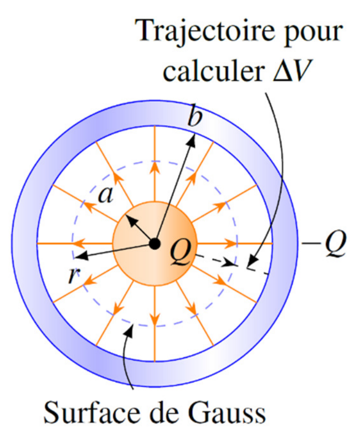
Le condensateur cylindrique est formé de deux cylindres conducteurs emboités l'un dans l'autre séparés par de l'air, comme sur la figure.

Le calcul de la capacité sera plus compliqué ici et on le fait pour illustrer comment se fait le calcul de la capacité dans des situations plus complexes. Toutefois, vous n'aurez pas à refaire ce genre de calcul.

On suppose premièrement qu'une armature (on choisit le cylindre plein à l'intérieur) a une charge positive et que l'autre armature (le tuyau externe) a une charge négative. Notre plan de match est le suivant.

1) Trouver le champ électrique entre les armatures.
2) Trouver la différence de potentiel entre les armatures (à partir du champ).
3) Trouver la capacité (à partir de la différence de potentiel).

1) Trouver le champ électrique entre les armatures



Ici, le champ entre les armatures n'est pas uniforme. On peut cependant le trouver avec le théorème de Gauss puisqu'il y a symétrie cylindrique. Si on fait un cylindre de Gauss de rayon r passant entre les deux armatures, on a

$$E2\pi rh = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

Si notre cylindre de Gauss a une longueur h, on a

$$E2\pi rh = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}$$

où λ est la charge linéique de la tige interne, car il n'y a que cette armature à l'intérieur de la surface de Gauss. Puisque la charge linéique est $\lambda = Q/\ell$, le champ est

$$E = \frac{Q}{2\pi r\ell\varepsilon_0}$$

2) Trouver la différence de potentiel entre les armatures

Puisque le champ change continuellement, la différence de potentiel entre les armatures se trouve avec

$$\Delta V = -\int E dr \cos\theta$$

Le déplacement est *dr* puisqu'on se déplacera d'une armature à l'autre dans la direction radiale, en allant de $r = a$ à $r = b$. La différence de potentiel est donc

$$\Delta V = -\int_a^b \frac{Q}{2\pi r \ell \varepsilon_0} dr \cos 0°$$

L'angle est 0° puisqu'on se déplace en s'éloignant de l'axe des cylindres et le champ est aussi en s'éloignant de l'axe des cylindres (voir figure). On obtient donc

$$\begin{aligned}\Delta V &= -\frac{Q}{2\pi\ell\varepsilon_0}\int_a^b \frac{1}{r} dr \\ &= -\frac{Q}{2\pi\ell\varepsilon_0}\left[\ln r\right]_a^b \\ &= -\frac{Q}{2\pi\ell\varepsilon_0}\left(\ln b - \ln a\right) \\ &= -\frac{Q}{2\pi\ell\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}\end{aligned}$$

On laisse tomber le signe négatif, car c'est la valeur absolue de la différence de potentiel qui nous intéresse.

3) **Trouver la capacité**

La capacité est

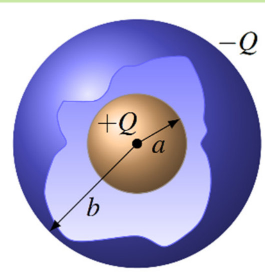
$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\ell\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}}$$

En simplifiant, on a

Capacité d'un condensateur cylindrique

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \ell}{\ln\left(b/a\right)}$$

Condensateur sphérique



Le condensateur sphérique est formé de deux armatures sphériques ayant le même centre, séparé par de l'air.

On va vous épargner le détail de calcul de la capacité. La procédure ressemble beaucoup à ce qu'on a fait pour le condensateur cylindrique.

Le résultat est

Capacité d'un condensateur sphérique

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

On peut même trouver la capacité d'une seule sphère. C'est en fait un condensateur sphérique, mais avec le rayon de l'armature externe (celle de rayon *b*) qui tend vers l'infini. C'est comme si le reste de l'univers jouait le rôle de la sphère externe. La capacité est donc

$$C = \lim_{b\to\infty} 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

Ce qui nous donne

Capacité d'une sphère de rayon *a*

$$C = 4\pi\varepsilon_0 a$$

Par exemple, la Terre a une capacité de

$$\begin{aligned} C &= 4\pi \cdot 8{,}854\times 10^{-12} \tfrac{F}{m} \cdot 6{,}38\times 10^{6} m \\ C &= 710\mu F \end{aligned}$$

Exemple 7.2.2

Un ballon de 10 cm de rayon est chargé jusqu'à ce que son potentiel atteigne 50 000 V. Quelle est la charge sur le ballon ?

On peut calculer la charge avec $Q = C\Delta V$. Toutefois, on doit connaitre la capacité. La capacité du ballon est

$$\begin{aligned} C &= 4\pi\varepsilon_0 a \\ &= 4\pi \cdot 8{,}854\times 10^{-12} \tfrac{F}{m} \cdot 0{,}1m \\ &= 11{,}1 pF \end{aligned}$$

La charge est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 11{,}1\times 10^{-12} F \cdot 50000V \\ &= 5{,}5\times 10^{-7} C = 0{,}55\mu C \end{aligned}$$

Notez qu'on aurait pu aussi calculer cette charge avec

$$V = \frac{kQ}{R}$$
$$50\,000V = \frac{9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot Q}{0{,}1m}$$
$$Q = 0{,}55\mu C$$

Capacité s'il y a un diélectrique entre les armatures

On peut mettre une substance diélectrique (donc isolante) entre les armatures d'un condensateur. L'introduction d'une telle substance a deux effets principaux.

Augmentation de la capacité

Quand un diélectrique emplit tout l'espace entre les armatures, la capacité du condensateur augmente. L'augmentation est donnée par la formule suivante.

Augmentation de la capacité avec un diélectrique

$$C = \kappa C_0$$

où C est la capacité avec le diélectrique, C_0 est la capacité quand il y a du vide entre les plaques et k est la permittivité relative.

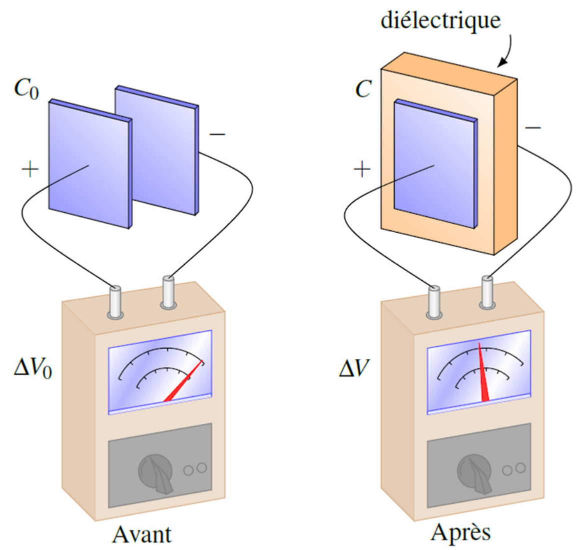
Pour comprendre pourquoi la capacité augmente, on va examiner ce qui change si on fait entrer un diélectrique dans un condensateur à plaques parallèles. On se rappelle que la présence d'un diélectrique fait diminuer le champ électrique. La diminution est donnée par

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$

Cette diminution du champ entre les plaques fait à son tour diminuer la différence de potentiel entre les plaques.

$$\Delta V = Ed$$
$$\Delta V = \frac{E_0 d}{\kappa}$$
$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa}$$

La différence de potentiel est donc divisée par la permittivité relative. La figure (page suivante) montre cette baisse de différence de potentiel pour un diélectrique qui a une permittivité relative de 2. On voit que la différence de potentiel est divisée par 2 quand on introduit le diélectrique entre les plaques d'un condensateur qui n'est pas branché à une source.



La capacité avec le diélectrique est donc

$$\begin{aligned} C &= \frac{Q}{\Delta V} \\ &= \frac{Q}{\left(\frac{\Delta V_0}{\kappa}\right)} \\ &= \kappa \frac{Q}{\Delta V_0} \\ &= \kappa C_0 \end{aligned}$$

On voit donc que la capacité augmente puisqu'elle est obtenue en multipliant la capacité quand il y a du vide entre les plaques par la permittivité relative du diélectrique (qui est toujours plus grande que 1.)

Charge maximale du condensateur

Avec un diélectrique, il y a une limite à la charge des armatures.

Plus on charge les armatures, plus le champ électrique entre les armatures augmente. Si ce champ devient trop grand et dépasse la rigidité diélectrique de la substance séparant les armatures, la substance isolante va devenir conductrice et il va y avoir un courant d'une armature à l'autre, en fait une étincelle entre les armatures. Les électrons de l'armature négative vont alors se rendre à l'armature positive, ce qui va décharger les armatures.

On indique souvent sur le condensateur la différence de potentiel maximale qu'il peut y avoir entre les armatures. Sur la figure, on indique 12 000 V.

www.technologyuk.net/electronics/electrical_principles/the_capacitor.shtml

Notez qu'il y a aussi un champ électrique maximum dans le vide (autour de 25 MV/m, cela dépend de la forme exacte des armatures). Il y a donc aussi une limite même s'il n'y a pas de diélectrique entre les armatures.

Exemple 7.2.3

Il y a 1 mm de distance entre les plaques d'un condensateur à plaques parallèles. L'aire des plaques est de 1000 cm² et l'espace entre les plaques est empli de papier dont la permittivité relative est de 3,7 et la rigidité diélectrique est de 16 x 10^6 V/m.

a) Quelle est la capacité de ce condensateur ?

La capacité est

$$\begin{aligned} C &= \kappa C_0 \\ &= \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d} \\ &= 3,7 \cdot 8,854 \times 10^{-12} \tfrac{F}{m} \cdot \frac{0,1m^2}{0,001m} \\ &= 3,276nF \end{aligned}$$

b) Quelle est la différence de potentiel maximale qu'il peut y avoir aux bornes de ce condensateur ?

Il y a une valeur maximale de la différence de potentiel parce qu'il y a une valeur maximale pour le champ électrique entre les plaques. Ainsi, on a

$$\begin{aligned} \Delta V_{max} &= E_{max} d \\ &= 16 \times 10^6 \tfrac{V}{m} \cdot 0,001m \\ &= 16\,000V \end{aligned}$$

c) Quelle est la charge maximale qu'il peut y avoir sur les plaques de ce condensateur ?

Il y a une charge maximale parce qu'il y a une différence de potentiel maximale. On a donc

$$\begin{aligned} Q_{max} &= C \Delta V_{max} \\ &= 3,276nF \cdot 16\,000V \\ &= 52,5\mu C \end{aligned}$$

7.3 L'INVENTION DU CONDENSATEUR

Le condensateur fut inventé de façon accidentelle en 1746, presque immédiatement après que l'utilisation de la machine électrostatique se soit propagée partout en Europe au début des années 1740.

La bouteille de Leyde

En 1746, Pieter van Musschenbroek et Jean-Nicolas-Sébastien Allamand font des travaux dans lesquels ils tentent d'emmagasiner l'électricité dans une bouteille avec un générateur.

physique.vije.net/1STI/electricite_m.php?page=condensateurs1

Ils utilisent alors une bouteille remplie d'eau, fermée avec un bouchon. À travers ce bouchon, il y a une tige de métal qui touche à l'eau (comme sur la figure). Conformément aux découvertes de Gray sur la conduction, ils placent la bouteille d'eau sur un support isolant pour éviter que la charge quitte la bouteille et ils mettent la tige de métal en contact avec la machine électrostatique pour envoyer des charges dans la bouteille. Une fois que l'eau est chargée, ils reçoivent un petit choc quand ils touchent au fil conducteur qui sort de la bouteille.

Un jour, Andreas Cunaeus, un avocat qui se distrait parfois en visitant le laboratoire de Musschenbroek, tente de reproduire l'expérience chez lui. Ayant des connaissances moins avancées sur le sujet, il ne pense pas à mettre la bouteille sur un support isolant et tient plutôt la bouteille dans sa main quand il la charge. Une fois la charge terminée, il éloigne la bouteille du générateur et approche son autre main de la tige de métal…et il reçoit un choc terrible ! Cunaeus raconte la découverte à Musschenbroek qui essaie à son tour. Quand il reçoit la violente décharge électrique, Musschenbroek pense qu'il va en mourir.

Ils viennent de mettre au point un des premiers condensateurs (qui est appelé au départ *la bouteille de Leyde* parce que le laboratoire de Musschenbroek est à Leyde aux Pays-Bas). Ce n'est pas le premier parce que l'Allemand Ewald von Kleist avait fait la même découverte en octobre 1745, mais la description qu'il en avait faite était tellement incomplète que pratiquement personne n'avait réussi à reproduire ses expériences.

Les savants de l'époque ne comprennent plus rien. Quand la bouteille est sur un support isolant et que le verre est épais, la charge accumulée est petite. Quand le verre est mince et qu'on tient la bouteille avec la main, la charge est grande. Pourtant, les charges devraient pouvoir s'échapper plus facilement à travers le verre mince et la main. On ne parvient tout simplement pas à expliquer ce qui se passe avec la théorie de l'électricité en vogue à l'époque.

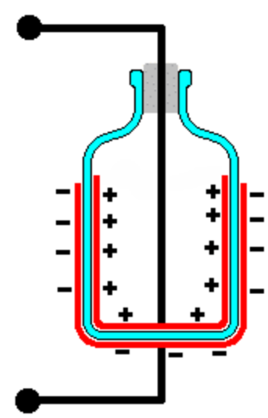
Avec ce que l'on sait maintenant, on peut comprendre comment fonctionne la bouteille de Leyde. Si on suppose que le générateur envoie des charges négatives dans l'eau, la main qui tient la bouteille, en contact avec le sol par le corps, va se charger par induction pour devenir positive. Cette charge positive de la main attire encore plus de charge négative dans l'eau, ce qui va permettre d'accumuler beaucoup plus de charge qu'avec une bouteille qui est sur un support isolant. C'est en fait un condensateur dont les armatures sont l'eau et la main de l'expérimentateur. Si on éloigne ensuite la bouteille du générateur, l'eau reste négative et la main reste positive. Quand on touche à la tige de métal négative avec l'autre main, on a alors une main positive (celle qui tient la bouteille) et une main négative (celle qui touche à la tige), ce qui occasionne le passage de charges électriques à travers le corps. Le condensateur se vide donc à travers la personne.

Le premier qui comprend ce qui se passe est Benjamin Franklin. Beaucoup d'éléments sont corrects dans la théorie de Franklin, mais pas tous. Par exemple, il pense que la charge s'accumule dans les surfaces du verre et non pas dans l'eau et la main. Aepinus et Wilcke corrigent Franklin en 1756 en fabriquant un condensateur ayant des armatures séparées par du vide. Cela montrait que la charge ne pouvait pas s'accumuler dans l'isolant séparant les armatures.

Pourquoi le choc est-il beaucoup plus fort avec ce condensateur en forme de bouteille qu'avec la machine électrostatique ? La machine électrostatique accumule des charges sur une sphère d'une dizaine de centimètres de diamètre. C'est donc un condensateur sphérique ayant une capacité d'une dizaine de picofarads. Par contre, les deux armatures de la bouteille sont séparées par une mince couche de verre, ce qui fait que la capacité de la bouteille est aux environs de 1 nF, soit une capacité environ 100 fois plus grande que celle de la sphère. Les charges accumulées dans la bouteille sont donc environ 100 fois plus grandes, ce qui explique la surprise générée par la force des chocs obtenus. (D'ailleurs, la capacité des condensateurs a longtemps été mesurée avec une unité appelée la bouteille, à peu près équivalente à 1 nF.)

En avril 1746, la nouvelle de la découverte se répand rapidement en Europe et tous les savants intéressés par l'électricité reproduisent l'expérience et reçoivent des chocs électriques qu'ils ne sont pas près d'oublier (en fait, beaucoup semblent exagérer ce qu'ils ressentent lors des chocs…). Le choc pouvant être assez fort, on préfère parfois regarder l'effet sur quelqu'un d'autre. C'est pour ça que la femme de Johann Winkler eut de la difficulté à marcher pendant une journée après avoir reçu un choc…Tout un gentleman ce Winckler.

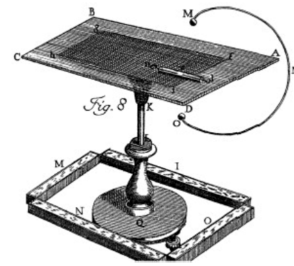
Le condensateur peut prendre n'importe quelle forme



On découvre en à peine quelques mois que l'eau et la main jouent simplement le rôle de conducteurs et qu'on peut les remplacer par n'importe quel autre conducteur. Par exemple, on peut les remplacer par de simples feuilles métalliques recouvrant les surfaces intérieure et extérieure de la bouteille. On obtient alors un condensateur ressemblant à celui sur la figure de droite. Dès lors, il n'est plus nécessaire de tenir la bouteille avec la main pour qu'elle se charge, mais on doit relier la feuille de métal externe au sol.

f5zv.pagesperso-orange.fr/RADIO/RM/RM23/RM23B/RM23B07.html

Puis, on découvre qu'il n'est pas nécessaire d'avoir une bouteille. Dès 1747, William Smeaton invente le condensateur à plaques parallèles (appelé alors *carré de Franklin*). C'était une simple plaque de verre recouverte d'une feuille métallique de chaque côté (figure). Puisqu'il n'y a pas de bouteille, on abandonna le terme *bouteille de Leyde* pour celui de *condensateur*, terme utilisé pour la première fois par Volta en 1782 (mais pour un appareil un peu différent !).



www.lfns.it/STORIA/Materiali%20Scuole/brescia%202008/Gambale_brescia_4.pdf

La capacité

Très peu de temps après l'invention de la bouteille de Leyde, il devient évident que certains condensateurs peuvent accumuler plus de charge que d'autres. Le concept de capacité d'un condensateur est donc utilisé par plusieurs, mais sans pouvoir véritablement le quantifier. Pas facile de quantifier la capacité quand le concept de charge n'est pas encore bien défini et qu'on ne connait même pas le concept de potentiel. Cependant, plusieurs observent que la capacité augmente avec l'aire des armatures et qu'elle augmente aussi si les armatures sont plus près l'une de l'autre.

Volta est le premier à bien distinguer les concepts de charge, de tension et de capacité. En 1782, Volta arrive à $Q = CT,$ où T est la tension (l'équivalent de notre $Q = C\Delta V$). En fait, Volta a plutôt l'intuition qu'on devrait avoir $Q = CT$, mais ça reste seulement une intuition parce qu'il n'a pas les outils pour tout mesurer. Avec le temps, on pourra se rendre compte que Volta avait vu juste.

Notons que quelques années plus tôt (en 1771), Henry Cavendish, dans des calculs vraiment innovateurs pour l'époque, calcule une quantité très similaire à la différence de potentiel (qu'il appelle le degré d'électrification) entre des armatures et arrive même à la formule de la capacité d'un condensateur à plaques parallèles ! (Il arrive à $DE = Q \cdot 2\ d/A$ où DE est le degré d'électrification.) Il est cependant un peu mystifié parce que la capacité calculée ne semble pas en accord avec la capacité mesurée expérimentalement (il n'a pas la permittivité relative de l'isolant dans sa formule). Bien que ses travaux soient publiés, ils n'ont pas vraiment d'impact (du genre que personne ne comprend vraiment, c'est trop avancé pour l'époque…). Très timide, Cavendish n'a pas fait beaucoup de promotion de ses travaux non plus.

La « batterie » de condensateurs

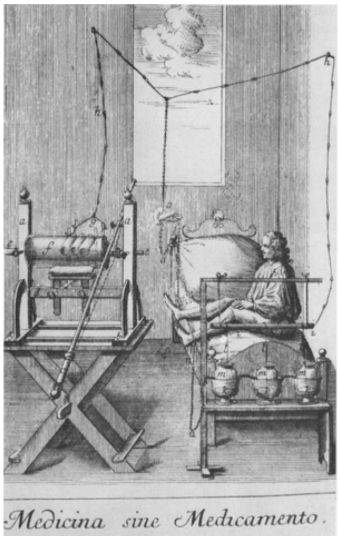
En reliant en parallèle plusieurs bouteilles de Leyde comme sur la figure, on pouvait accumuler beaucoup de charges.

Daniel Gralath est le premier à associer ainsi des condensateurs. On donne le nom de *batterie* à un tel groupe de condensateurs en faisant l'analogie avec

www.euratlas.net/photos/europe/netherlands/fr_leyden_jars.html une batterie de canons qui est formée de plusieurs canons. (Plus tard, on utilisera aussi le terme *batterie* pour un groupe de piles chimiques.)

La folie des décharges électriques (fin du 18e siècle)

Avec les batteries de condensateurs, on pouvait donner des chocs très importants. On a pu alors observer des effets intéressants. Benjamin Franklin tua un dindon, alors que d'autres ramenèrent à la vie un moineau mort noyé.



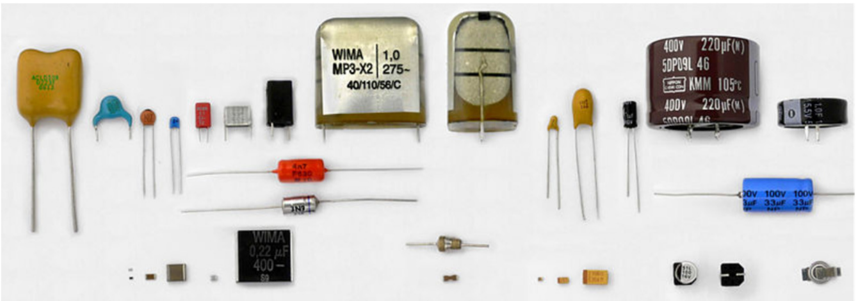
Ces résultats firent sensation et il y eut une véritable mode des chocs électriques entre 1750 et 1800 en Europe. Tous voulaient ressentir cette nouvelle sensation. On faisait la file chez l'abbé Nollet pour recevoir une décharge de condensateur. Pour gagner du temps, l'abbé a eu l'idée de donner le choc électrique en même temps à plusieurs personnes qui se tenaient la main. Cela a abouti finalement à des démonstrations spectaculaires : une fois, on a donné un choc à une compagnie de 180 soldats à la cour de Louis XV et, une autre fois, à une congrégation de chartreux formant une ligne de 1800 m ! On est allé aussi jusqu'à vendre des cannes dans lesquelles il y avait un condensateur caché qui permettait de donner des chocs à d'autres personnes pour faire une bonne blague. Une de ces blagues a dû mal tourner, car elle fut à l'origine d'un duel entre le chevalier Versac et la Chenaudière.

www.ampere.cnrs.fr/parcourspedagogique/zoom/galvanivolta/grenouilles/

Plusieurs ont aussi soutenu qu'on pouvait guérir de nombreuses maladies à l'aide de choc électrique donné par des bouteilles de Leyde. Puisque le fluide électrique peut aller partout dans le corps, on voulait mélanger le fluide électrique aux médicaments pour que ceux-ci puissent aller partout dans le corps. Pour l'abbé Berthollon, on pouvait guérir presque tout avec un bon choc électrique.

7.4 CIRCUITS SIMPLES AVEC DES CONDENSATEURS

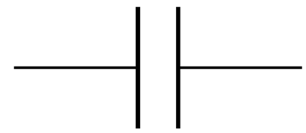
On peut utiliser des condensateurs dans des circuits. Voici à quoi peut ressembler cette composante.



de.wikipedia.org/wiki/Kondensator_(Elektrotechnik)

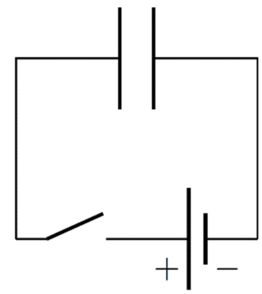
Symbole du condensateur

On utilise ce symbole pour le condensateur. De toute évidence, on s'est inspiré des condensateurs à plaques parallèles.

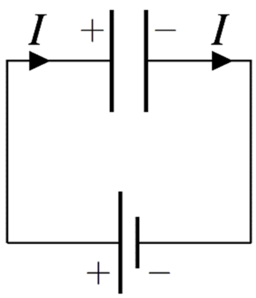


Circuit avec une source et un condensateur

Commençons avec le circuit montré à droite.



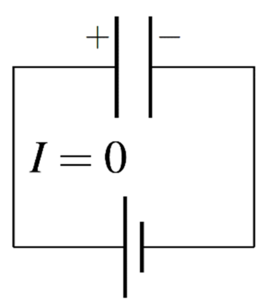
Quand on ferme l'interrupteur, le condensateur et la source deviennent en parallèle, ce qui signifie que la différence de potentiel aux bornes du condensateur doit être égale à celle aux bornes de la source. Pour qu'il y ait une différence de potentiel aux bornes du condensateur, les armatures du condensateur doivent être chargées.



La source doit donc fournir des charges pour charger les armatures du condensateur. Il y aura donc un courant dans le sens montré sur la figure de gauche. Ce courant amène des charges positives à une armature, ce qui la rend positive, et enlève des charges positives à l'autre armature, ce qui la rend négative (on va supposer ici que ce sont les charges positives qui se déplacent pour que les charges se déplacent dans le sens du courant).

Pendant que les armatures se chargent (la durée de cette phase est très courte), le courant est le même de chaque côté du condensateur. Les courants de chaque côté du condensateur sont égaux parce que pour un condensateur dans un circuit, les deux armatures ont toujours des charges de même grandeur, mais de signes opposés. Si on donne une certaine quantité de charge chaque seconde sur une armature, on doit enlever la même quantité de charge par seconde sur l'autre armature, ce qui signifie que les courants sont égaux. Notons que les armatures ont nécessairement des charges identiques, mais de signes opposés parce que si ce n'était pas le cas, il y aurait un champ électrique à l'extérieur du condensateur qui attirerait ou repousserait des charges vers les armatures. Ce processus continuerait jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de champ, donc jusqu'à ce que les armatures aient la même charge.

Une fois que la charge des armatures est assez grande pour que la différence de potentiel aux bornes du condensateur soit égale à celle aux bornes de la source, les charges sur les armatures ne changent plus. Il n'y a donc plus de charges positives qui arrivent à la plaque positive ou de charges positives qui quittent la plaque négatives. On en conclut ainsi que le courant est nul à l'équilibre (ce qui veut dire que les condensateurs ont eu le temps de se charger).



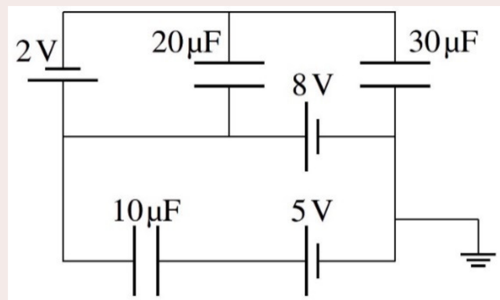
En résumé, la source va charger le condensateur jusqu'à ce que la différence de potentiel aux bornes du condensateur soit identique à celle de la source. Une fois le condensateur chargé, il n'y a plus de courant.

Circuit avec des sources et des condensateurs

L'idée reste la même quand il y a plusieurs sources et plusieurs condensateurs. Les condensateurs se chargent très rapidement jusqu'à ce que la différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur soit égale à celle imposée par les sources.

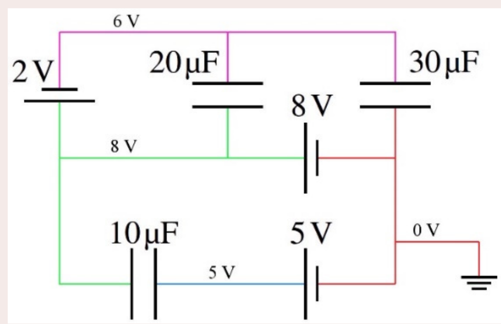
On peut alors appliquer les méthodes vues aux chapitres précédents pour trouver la charge des condensateurs à l'équilibre. (Il est implicite qu'on cherche les charges une fois l'équilibre atteint. Ce sera toujours le cas, à moins d'indications contraires.)

Exemple 7.4.1



Quelle est la charge de chacun des trois condensateurs dans ce circuit ?

En procédant comme au chapitre 5, on trouve les potentiels des fils. (En fait, le raisonnement est identique à celui fait à l'exemple 5.4.1 puisque le circuit est identique, on a seulement remplacé les résistances par des condensateurs.)



On voit qu'il y a 3 V de différence de potentiel aux bornes du condensateur de 10 µF. Sa charge est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 10\mu F \cdot 3V \\ &= 30\mu C \end{aligned}$$

L'armature de droite a une charge négative et l'armature de gauche a une charge positive. (L'armature qui est au potentiel le plus élevé a toujours la charge positive)

On voit qu'il y a 2 V de différence de potentiel aux bornes du condensateur de 20 µF. Sa charge est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 20\mu F \cdot 2V \\ &= 40\mu C \end{aligned}$$

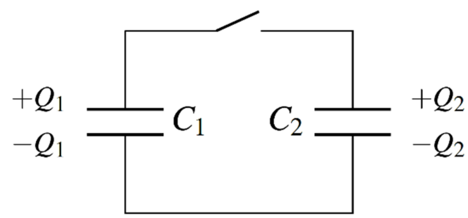
L'armature du haut a une charge négative et l'armature du bas a une charge positive.

On voit qu'il y a 6 V de différence de potentiel aux bornes du condensateur de 30 µF. Sa charge est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 30\mu F \cdot 6V \\ &= 180\mu C \end{aligned}$$

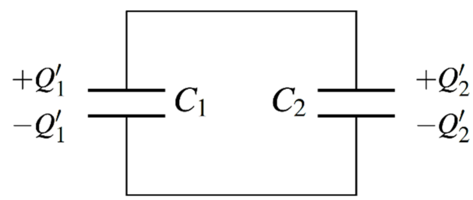
L'armature du bas a une charge négative et l'armature du haut a une charge positive. Le courant est nul dans toutes les branches de ce circuit, car les courants sont nuls quand les condensateurs ont fini de se charger.

Branchement de deux condensateurs ensemble



Voyons ce qui arrive si on branche deux condensateurs ensemble et qu'au moins un des condensateurs est chargé. Initialement, on a la situation montrée à droite.

Notez que dans cette situation, les charges ne peuvent se déplacer d'un condensateur à l'autre parce que l'interrupteur est ouvert sur un des fils reliant les condensateurs. Elles ne peuvent pas se déplacer non plus du côté où il n'y a pas d'interrupteur, car les charges des armatures sont toujours identiques, mais de charges opposées. Ainsi, si les charges positives ne peuvent se déplacer sur notre figure, les charges négatives ne peuvent pas se déplacer aussi.



Quand on ferme l'interrupteur, les charges pourront passer d'un condensateur à l'autre. On aura alors la situation montrée à droite.

On peut trouver les nouvelles charges de chaque condensateur avec les deux conditions suivantes.

Première condition

Puisque les condensateurs sont en parallèle, la différence de potentiel aux bornes des condensateurs doit être égale.

$$\Delta V_1' = \Delta V_2'$$

Comme la différence de potentiel aux bornes d'un condensateur est $\Delta V = Q/C$, cela signifie que

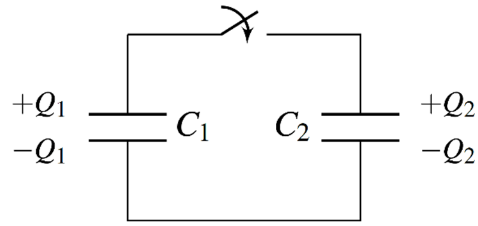
$$\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2}$$

Deuxième condition

Les charges sur les plaques des condensateurs vont changer, mais la charge totale restera la même selon le principe de conservation de la charge. C'est ce qui va nous donner une 2^e^ équation.

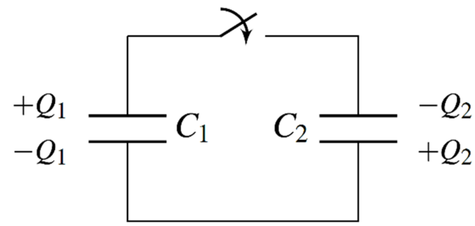
Il faut toutefois faire attention à la façon dont les condensateurs ont été branchés.

Regardons ce qui arrive si on branche ensemble les armatures de mêmes signes. On va se concentrer sur ce qui se passe dans le fil du haut. En fermant l'interrupteur, on met en contact les charges positives du condensateur de gauche et les charges positives du condensateur de droite et c'est toutes les charges qui vont se redistribuer. On aura alors



$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$$

Regardons ce qui arrive si on branche ensemble les armatures de signes contraires. On va se concentrer sur ce qui se passe dans le fil du haut. En fermant l'interrupteur, on met en contact les charges positives du condensateur de gauche et les charges négatives du condensateur de droite et c'est toutes ces charges qui vont se redistribuer. On aura alors



$$Q_1 - Q_2 = Q_1' + Q_2'$$

(Prenez toujours Q_1 comme la charge du condensateur ayant la plus grande charge.)

Exemple 7.4.2

Un condensateur de 10 µF est chargé avec une source de 72 V et un condensateur de 5 µF est chargé avec une source de 96 V.

a) Que devient la charge de chaque condensateur si on branche les deux condensateurs en reliant ensemble les armatures de mêmes signes ?

Les charges initiales des condensateurs sont

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 \Delta V_1 \\ &= 10\mu F \cdot 72V \\ &= 720\mu C \end{aligned} \qquad \begin{aligned} Q_2 &= C_2 \Delta V_2 \\ &= 5\mu F \cdot 96V \\ &= 480\mu C \end{aligned}$$

Pour trouver les charges après le branchement, nos deux conditions sont

$$\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2}$$

$$\frac{Q_1'}{10\mu F} = \frac{Q_2'}{5\mu F}$$

et

$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$$

$$1200\mu C = Q_1' + Q_2'$$

On doit résoudre ces deux équations pour trouver la solution. En isolant Q'_2 dans la deuxième équation et en remplaçant dans la première, on a

$$\begin{aligned}\frac{Q_1'}{10\mu F} &= \frac{1200\mu C - Q_1'}{5\mu F}\\ 5Q_1' &= 12000\mu C - 10Q_1'\\ 15Q_1' &= 12000\mu C\\ Q_1' &= 800\mu C\end{aligned}$$

De là, on trouve facilement Q'_2

$$\begin{aligned}1200\mu C &= Q_1' + Q_2'\\ 1200\mu C &= 800\mu C + Q_2'\\ Q_2' &= 400\mu C\end{aligned}$$

Vérifions qu'après le branchement, la différence de potentiel aux bornes des condensateurs est identique. Les différences de potentiel sont

$$\begin{aligned}\Delta V &= \frac{Q_1'}{C_1} & \qquad \Delta V &= \frac{Q_2'}{C_2}\\ &= \frac{800\mu C}{10\mu F} \qquad \text{ou} & &= \frac{400\mu C}{5\mu F}\\ &= 80V & &= 80V\end{aligned}$$

b) Que devient la charge de chaque condensateur si on branche les deux condensateurs en reliant ensemble les armatures de signes contraires ?

Pour trouver les charges après le branchement, nos deux conditions sont

$$\begin{aligned}\frac{Q_1'}{C_1} &= \frac{Q_2'}{C_2}\\ \frac{Q_1'}{10\mu F} &= \frac{Q_2'}{5\mu F}\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}Q_1 - Q_2 &= Q_1' + Q_2'\\ 240\mu C &= Q_1' + Q_2'\end{aligned}$$

(Comme les charges initiales des condensateurs étaient de 720 μC et de 480 μC, la différence de charge est de 240 μC.)

On doit résoudre ces deux équations pour trouver la solution. En isolant Q'_2 dans la deuxième équation et en remplaçant dans la première, on a

$$\frac{Q_1'}{10\mu F} = \frac{240\mu C - Q_1'}{5\mu F}$$
$$5Q_1' = 2400\mu C - 10Q_1'$$
$$15Q_1' = 2400\mu C$$
$$Q_1' = 160\mu C$$

De là, on trouve facilement Q'_2

$$240\mu C = Q_1' + Q_2'$$
$$240\mu C = 160\mu C + Q_2'$$
$$Q_2' = 80\mu C$$

Vérifions qu'après le branchement, la différence de potentiel aux bornes des condensateurs est identique. Les différences de potentiel sont

$$\Delta V = \frac{Q_1'}{C_1} = \frac{160\mu C}{10\mu F} = 16V \quad \text{ou} \quad \Delta V = \frac{Q_2'}{C_2} = \frac{80\mu C}{5\mu F} = 16V$$

Changement de capacité d'un condensateur

Il arrive parfois qu'on change la forme d'un condensateur. On pourrait, par exemple, éloigner ou approcher les plaques dans un condensateur à plaques parallèles. Ces changements modifient la valeur de la capacité et on pourra alors demander comment change la charge du condensateur ou comment change la différence de potentiel entre les armatures.

Pour répondre correctement à cette question, on doit savoir si notre condensateur est branché à une source ou non.

1) Il n'y a pas de source branchée aux armatures du condensateur.

   Dans ce cas, les armatures ne sont pas branchées et les charges ne peuvent quitter les armatures. On a donc
   - Q ne change pas
   - ΔV varie

2) Il y a une source branchée aux armatures du condensateur.
   Dans ce cas, la différence de potentiel entre les armatures reste constante et la source peut fournir ou enlever des charges. On a donc
   - Q varie
   - ΔV ne change pas

Exemple 7.4.3

Un condensateur à plaques parallèles ayant une capacité de 1 μF est chargé de sorte que la différence de potentiel entre les plaques est de 100 V.

a) Comment changent la charge des plaques et la différence de potentiel entre les plaques si on double la distance entre les plaques si les plaques ne sont pas branchées aux bornes d'une source ?

Trouvons premièrement la charge initiale des plaques du condensateur.

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 1\mu F \cdot 100V \\ &= 100\mu C \end{aligned}$$

Trouvons ensuite comment change la capacité du condensateur si les plaques sont deux fois plus loin. On sait que

$$1\mu F = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Si les plaques sont maintenant à une distance 2*d*, on aura

$$\begin{aligned} C' &= \varepsilon_0 \frac{A}{2d} \\ &= \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{d} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1\mu F \\ &= 0,5\mu F \end{aligned}$$

Si les plaques ne sont pas branchées à une pile, Q ne changera pas et c'est la différence de potentiel qui changera. On aura donc

$$\begin{aligned} Q &= C'\Delta V' \\ 100\mu C &= 0,5\mu F \cdot \Delta V' \\ \Delta V' &= 200V \end{aligned}$$

On a donc Q' = 100 μC et $\Delta V'$ = 200 V.

b) Comment changent la charge des plaques et la différence de potentiel entre les plaques si on double la distance entre les plaques si les plaques sont reliées aux bornes d'une source ?

Si les plaques sont reliées à une source, la différence de potentiel reste toujours à 100 V. La charge sera donc

$$\begin{aligned}Q' &= C'\Delta V\\ &= 0,5\mu F\cdot 100V\\ &= 50\mu C\end{aligned}$$

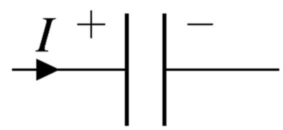
On a donc $Q' = 50$ µC et $\Delta V' = 100$ V.

Lois de Kirchhoff avec les condensateurs

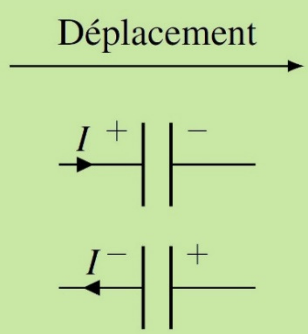
La loi des mailles avec les condensateurs

On peut utiliser les lois de Kirchhoff dans les circuits comportant des condensateurs. Pour ce faire, on doit savoir ce qu'on doit faire avec les condensateurs avec la loi de maille.

On pourrait croire qu'on peut facilement savoir si le potentiel monte ou diminue en regardant si on passe de l'armature positive à l'armature négative (le potentiel baisse dans ce cas) ou si on passe de l'armature négative à l'armature positive (le potentiel monte dans ce cas). Le problème, c'est que le signe des charges des armatures n'est pas indiqué sur les circuits. On va donc devoir supposer des charges pour les armatures. En faisant la solution des équations, si on trouve une valeur négative de Q, cela voudra simplement dire que les signes des charges des armatures sont le contraire de ce qu'on avait supposé. Ici, nous allons toujours supposer que l'armature qui reçoit le courant est l'armature positive. Avec ces signes pour les armatures, on arrive aux règles suivantes pour la loi des mailles.



Loi de Kirchhoff pour les condensateurs



$$\Delta V_C = -\frac{Q}{C}$$

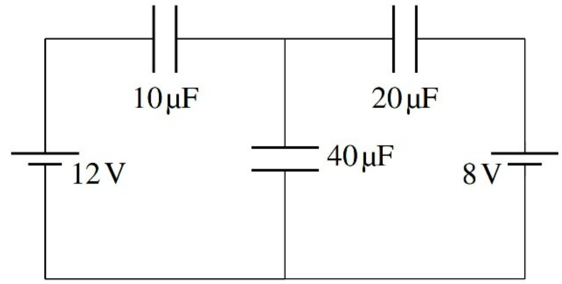
$$\Delta V_C = \frac{Q}{C}$$

Dans le premier cas, la différence de potentiel est négative, car on passe de l'armature positive à l'armature négative alors que dans le deuxième cas la différence de potentiel est positive, car on passe de l'armature négative à l'armature positive.

Le courant qui arrive fait changer la charge du condensateur. Avec cette supposition pour les signes des armatures, le courant fait augmenter la charge de l'armature positive et on a donc ce lien entre la charge et le courant.

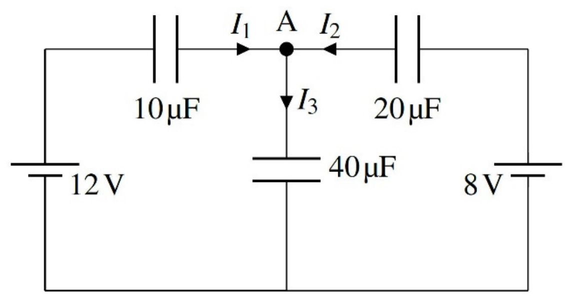
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

<u>*Une variante de la loi des nœuds*</u>



Supposons maintenant qu'on veuille savoir la charge des condensateurs de ce circuit.

La méthode utilisée précédemment dans laquelle on trouvait le potentiel des fils ne fonctionne pas parce qu'on ne peut pas trouver le potentiel à certains endroits sur la figure. Si on suppose, par exemple, que le fil du bas est à 0 V, on ne peut pas savoir le potentiel du fil du haut entre les 3 condensateurs. De plus, il n'y a pas de condensateurs en série ou en parallèle, ce qui permettrait de simplifier le circuit comme on le fera dans la section suivante. On pourrait appliquer les lois de Kirchhoff pour trouver les charges des condensateurs, mais la loi des nœuds donne toujours 0 = 0 puisqu'il n'y a pas de courant dans un circuit dans lequel il y a uniquement des condensateurs. Une fois que les condensateurs sont chargés, il n'y a plus de charges qui arrivent au condensateur, donc plus de courant dans les branches où il y a des condensateurs.



Toutefois, on peut quand même trouver une équation des nœuds, car il y a eu des courants au départ pendant le bref instant durant lequel les condensateurs se sont chargés. On avait alors la situation de droite.

On avait alors, au nœud a,

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Or, ces courants chargeaient les condensateurs, ce qui veut dire que

$$I_1 = \frac{dQ_1}{dt} \qquad I_2 = \frac{dQ_2}{dt} \qquad I_3 = \frac{dQ_3}{dt}$$

L'équation des nœuds devient donc

$$\frac{dQ_1}{dt} + \frac{dQ_2}{dt} = \frac{dQ_3}{dt}$$
$$\frac{d\left(Q_1 + Q_2\right)}{dt} = \frac{dQ_3}{dt}$$

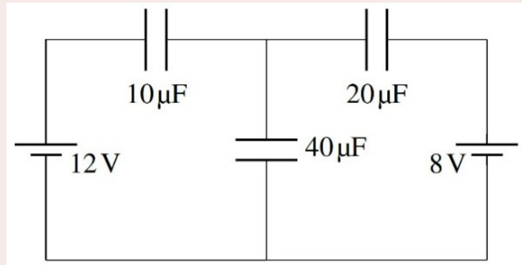
Si on intègre, on obtient

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

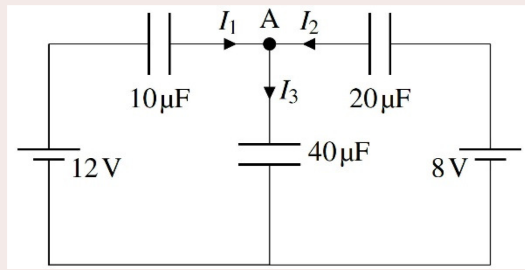
(Comme on a choisi une constante d'intégration nulle pour obtenir cette équation, on vient de supposer que tous les condensateurs étaient vides au départ. C'est toujours ce qu'on va supposer dans ce chapitre à moins qu'on spécifie que ce n'est pas le cas.)

En gros, cela veut dire qu'avec des condensateurs, on fait notre loi des nœuds puis on remplace simplement les courants I par les charges Q. Appliquons cela ici.

Exemple 7.4.4



Quelles sont les charges des condensateurs de ce circuit ?



Nous allons travailler avec les courants montrés sur la 2[e] figure. On a supposé la direction des courants.

(Il n'y a pas de courants une fois que les condensateurs sont chargés, mais ce sont les courants initiaux qui ont chargé les condensateurs.)

La première loi des mailles se fait avec la maille de gauche. En partant du point A et en faisant le tour de la maille dans le sens des aiguilles d'une montre, on obtient

$$-\frac{Q_3}{40\mu F}+12V-\frac{Q_1}{10\mu F}=0$$

La seconde loi des mailles se fait avec la maille de droite. En partant du point A et en faisant le tour de la maille dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, on obtient

$$-\frac{Q_3}{40\mu F}+8V+\frac{Q_2}{20\mu F}=0$$

Finalement, la loi des nœuds au point A est

$$I_1=I_2+I_3$$

Cette équation signifie que

$$Q_1=Q_2+Q_3$$

Pour résoudre, on va commencer par isoler Q_1 dans la première loi des mailles

$$-\frac{Q_3}{40\mu F}+12V-\frac{Q_1}{10\mu F}=0$$

$$\frac{Q_1}{10\mu F}=-\frac{Q_3}{40\mu F}+12V$$

$$Q_1=-0,25\cdot Q_3+120\mu C$$

et isoler Q_2 dans la seconde loi des mailles

$$-\frac{Q_3}{40\mu F}+8V+\frac{Q_2}{20\mu F}=0$$

$$\frac{Q_2}{20\mu F}=\frac{Q_3}{40\mu F}-8V$$

$$Q_2=0,5\cdot Q_3-160\mu C$$

On va ensuite remplacer ces deux valeurs dans la loi des nœuds pour obtenir

$$Q_1=Q_2+Q_3$$

$$-0,25\cdot Q_3+120\mu C=0,5\cdot Q_3-160\mu C+Q_3$$

$$-0,25\cdot Q_3+120\mu C=1,5\cdot Q_3-160\mu C$$

$$280\mu C=1,75Q_3$$

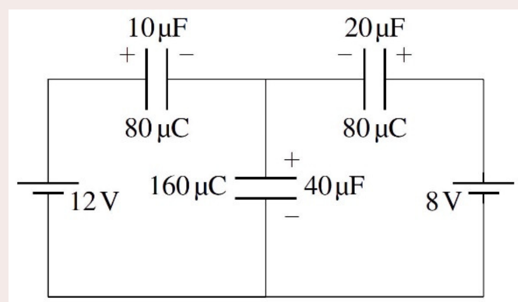
$$Q_3=160\mu C$$

On peut ensuite trouver les autres charges.

$$\begin{aligned}Q_1&=-0,25\cdot Q_3+120\mu C\\&=-0,25\cdot 160\mu C+120\mu C\\&=80\mu C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q_2&=0,5\cdot Q_3-160\mu C\\&=0,5\cdot 160\mu C-160\mu C\\&=-80\mu C\end{aligned}$$

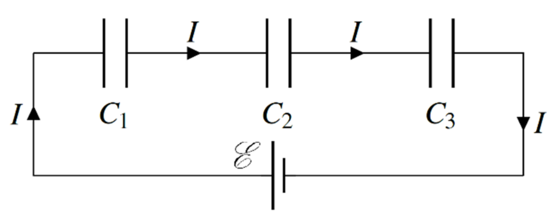
On a donc les charges montrées à droite. Selon nos conventions, la plaque positive est du côté où le courant supposé arrive si on obtient une réponse positive pour Q (c'est le cas ici pour les condensateurs 1 et 3) et la plaque négative est du côté où le courant supposé arrive si on obtient une réponse négative pour Q (c'est le cas ici pour le condensateur 2).



7.5 LES CONDENSATEURS EN SÉRIE ET EN PARALLÈLE

Condensateurs en série

Supposons qu'on ait plusieurs condensateurs branchés en série. Le courant qu'on voit sur la figure est le courant pendant la charge des condensateurs (qui étaient initialement vides).



Pendant la charge, le courant qui arrive à chaque condensateur doit être le même puisqu'ils sont branchés en série.

Cela signifie que, puisque $I = dQ/dt$,

$$\frac{dQ_1}{dt} = \frac{dQ_2}{dt} = \frac{dQ_3}{dt}$$

Si on intègre, on arrive à

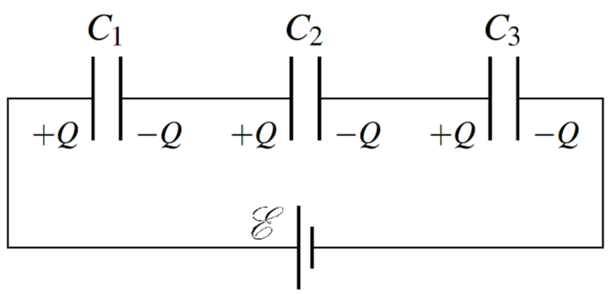
$$Q_1 = Q_2 = Q_3$$

(La constante d'intégration est nulle puisque tous les Q étaient nuls au départ.) On a donc

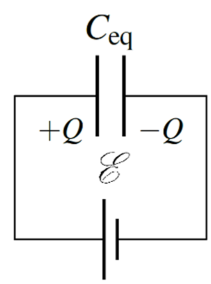
Charge des condensateurs en série

Tous les condensateurs branchés en série ont des charges identiques.
(Si les charges initiales étaient nulles.)

À la fin de la période de charge, on aura donc la situation suivante.



On veut trouver un condensateur équivalent à ces trois condensateurs. Pour qu'il soit équivalent, il faut que les charges données par la source soient les mêmes avec le condensateur équivalent qu'avec les trois condensateurs. Cela veut dire que la charge du condensateur équivalent doit être la même que celle des condensateurs en série (figure de droite).



Appliquons la loi des mailles de Kirchhoff au circuit avec les trois condensateurs. Partons du coin inférieur droit et suivons le fil en partant vers la gauche. On aura alors

$$\mathscr{E} - \frac{Q}{C_1} - \frac{Q}{C_2} - \frac{Q}{C_3} = 0$$

$$\mathscr{E} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

Si on fait aussi la loi des mailles du circuit avec le condensateur équivalent, on a

$$\mathscr{E} - \frac{Q}{C_{eq}} = 0$$

$$\mathscr{E} = \frac{Q}{C_{eq}}$$

En égalant les deux équations obtenues pour chaque circuit, on obtient

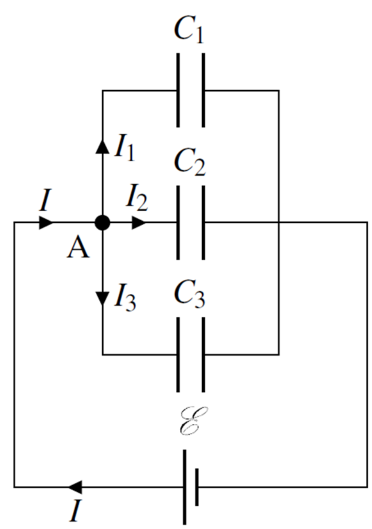
$$\frac{Q}{C_{eq}}=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_3}$$
$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$$

On peut facilement extrapoler pour deviner la formule s'il y avait plus de trois condensateurs. On arrive alors à

Condensateur équivalent : condensateurs en série

$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_4}+\dots$$

Condensateurs en parallèle

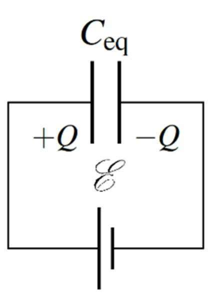


Supposons qu'on ait plusieurs condensateurs branchés en parallèle. Les courants qu'on voit sur la figure sont les courants pendant la charge des condensateurs. La charge donnée par la source qui arrive au nœud (courant I) se sépare en 3 pour aller charger les condensateurs. Selon le principe de conservation de la charge et selon ce qui a été dit pour la loi des nœuds, on doit avoir que

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3$$

Comme tous les condensateurs sont branchés en parallèle avec la source, la différence de potentiel aux bornes de chacun de condensateurs est aussi égale à $\mathscr{E}$. On a donc

$$Q=C_1\mathscr{E}+C_2\mathscr{E}+C_3\mathscr{E}$$



On veut trouver un condensateur équivalent à ces trois condensateurs. Pour qu'il soit équivalent, il faut que les charges données par la source soient les mêmes avec le condensateur équivalent qu'avec les trois condensateurs. On doit donc avoir que

$$Q=C_{eq}\mathscr{E}$$

Puisque les charges doivent être égales, on a

$$C_{eq}\mathscr{E}=C_1\mathscr{E}+C_2\mathscr{E}+C_3\mathscr{E}$$
$$C_{eq}=C_1+C_2+C_3$$

On peut facilement extrapoler pour deviner la formule s'il y avait plus de trois condensateurs. On arrive alors à l'équation suivante.

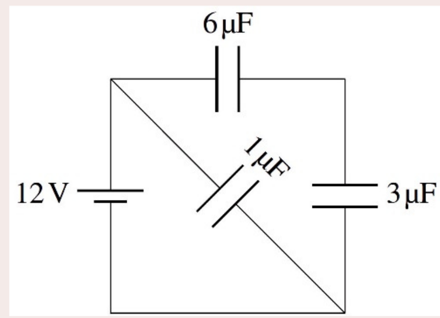
Condensateur équivalent : condensateurs en parallèle

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + \dots$$

Ces lois nous permettront de simplifier des circuits, ce qui nous aidera à déduire les charges de chaque condensateur.

Exemple 7.5.1

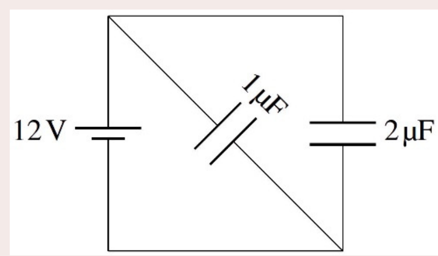
Quelle est la charge de chacun de ces condensateurs ?



La procédure est un peu la même que celle qu'on avait quand on cherchait les courants dans les résistances. On commence par simplifier le circuit pour trouver le condensateur équivalent. En reconstruisant le circuit par la suite, on pourra trouver la charge sur chacun des condensateurs.

On remarque premièrement que les condensateurs de 3 μF et 6 μF sont en série. La résistance équivalente est

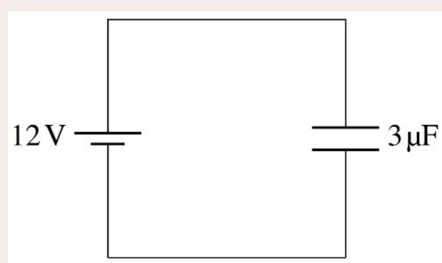
$$\frac{1}{C_{eq1}} = \frac{1}{3\mu F} + \frac{1}{6\mu F}$$
$$C_{eq1} = 2\mu F$$



On a alors le circuit montré à droite.

On a alors 2 condensateurs en parallèle. La résistance équivalente est

$$C_{eq2} = 1\mu F + 2\mu F$$
$$C_{eq2} = 3\mu F$$



On a alors le circuit montré à droite.

La charge du condensateur équivalent est donc

$$\begin{aligned} Q &= C_{eq2}\Delta V \\ &= 3\mu F \cdot 12V \\ &= 36\mu C \end{aligned}$$

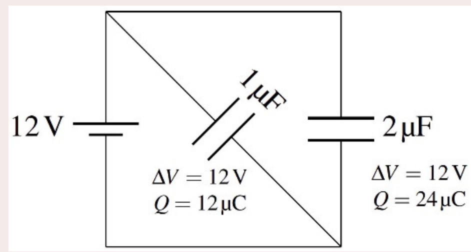
On va maintenant reconstruire le circuit de départ en utilisant la charge du condensateur équivalent pour déduire la charge de chaque condensateur. On va commencer par remettre les deux condensateurs en parallèle. **Quand on remplace un condensateur équivalent par des condensateurs en parallèle, la différence de**

condensateur équivalent par des condensateurs en parallèle, la différence de potentiel aux bornes des condensateurs en parallèle est la même que la différence de potentiel aux bornes du condensateur équivalent. Il y aura donc 12 V aux bornes de chacun des condensateurs.

Sachant la différence de potentiel, on peut alors trouver la charge des deux condensateurs.

$$Q_{1\mu F} = 1\mu F \cdot 12V \qquad\qquad Q_{2\mu F} = 2\mu F \cdot 12V$$
$$= 12\mu C \qquad\qquad\qquad = 24\mu C$$

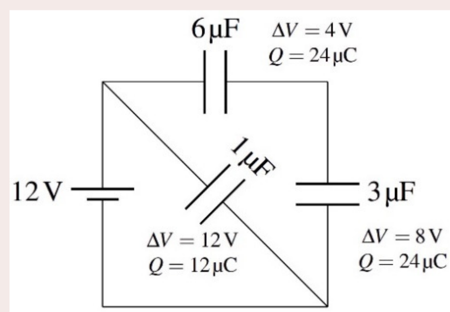
On a donc la situation montrée à droite. Remarquez que la somme des charges des condensateurs en parallèle est la même que celle du condensateur équivalent. Il en sera toujours ainsi.



On va ensuite remettre les deux condensateurs en série. **Quand on remplace un condensateur équivalent par des condensateurs en série, la charge des condensateurs en série est la même que la charge du condensateur équivalent**. La charge de chaque condensateur sera donc de 24 μC. La différence de potentiel aux bornes de chacun de ces condensateurs est donc (on n'a pas vraiment besoin de la trouver, mais elle peut servir à vérifier notre réponse).

$$\Delta V_{3\mu F} = \frac{24\mu C}{3\mu F} \qquad\qquad \Delta V_{6\mu F} = \frac{24\mu C}{6\mu F}$$
$$= 8V \qquad\qquad\qquad = 4V$$

On a donc la situation montrée à droite. Remarquez que la somme des différences de potentiel aux bornes des condensateurs en série est égale à la différence de potentiel aux bornes du condensateur équivalent.

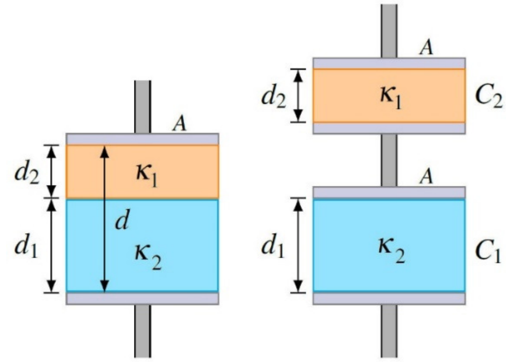


Nos réponses sont donc

$$Q_{1\mu F} = 12\mu C \qquad Q_{3\mu F} = 24\mu C \qquad Q_{6\mu F} = 24\mu C$$

Diélectriques qui n'occupent pas tout l'espace entre les armatures

Il peut arriver que le diélectrique n'occupe pas tout l'espace entre les armatures, ou qu'il y ait plusieurs types de diélectriques entre les armatures. Les règles des condensateurs en série et en parallèle nous permettent alors de connaitre la capacité du condensateur dans ce cas.

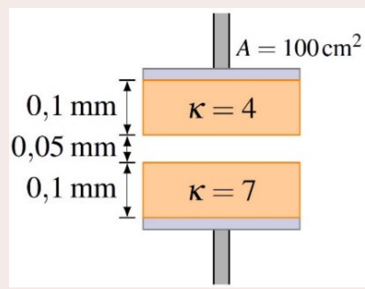


Si les diélectriques sont en couche une au-dessus de l'autre entre les plaques, on va séparer le condensateur en condensateurs en série. Attention, la distance entre les plaques diminue quand on sépare le condensateur de cette façon, mais l'aire des plaques reste la même.

On va obtenir le même résultat puisque, pour des charges identiques sur les plaques, la différence de potentiel entre les plaques la plus basse et la plus haute sur la figure de droite est la même que celle entre les plaques de la figure de gauche, car il n'y a pas de différence de potentiel dans le morceau de conducteur qu'on a ajouté pour séparer le condensateur en deux.

On peut alors calculer la capacité de chacun de ces condensateurs avec la loi donnant la capacité d'un condensateur complètement empli de diélectrique. On utilise ensuite la règle d'addition des condensateurs en série pour trouver la capacité totale.

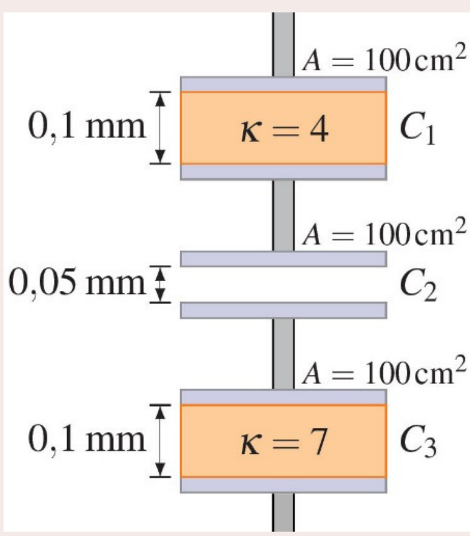
Exemple 7.5.2



Quelle est la capacité du condensateur représenté sur la figure de droite ?

On va séparer ce condensateur en trois condensateurs en série tel qu'illustré sur la figure de gauche.

Les capacités des trois condensateurs sont



$$C_1 = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$
$$= 4 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{0,01m^2}{0,0001m}$$
$$= 3,542nF$$

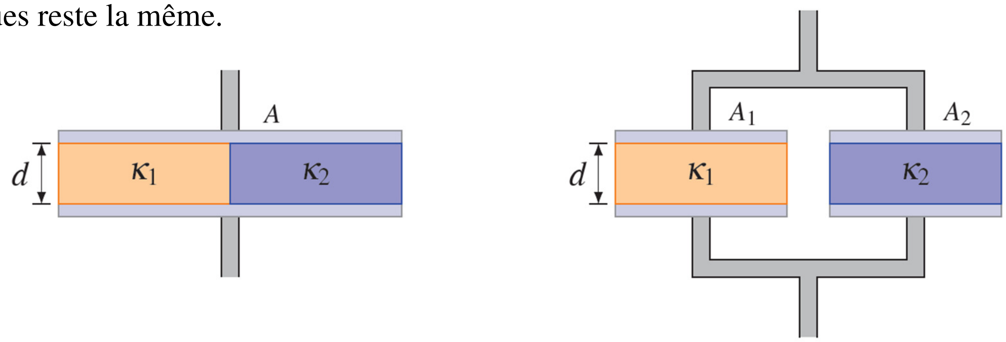
$$C_2 = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$
$$= \varepsilon_0 \cdot \frac{0,01m^2}{0,00005m}$$
$$= 1,771nF$$

$$C_3 = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$
$$= 7 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{0,01m^2}{0,0001m}$$
$$= 6,198nF$$

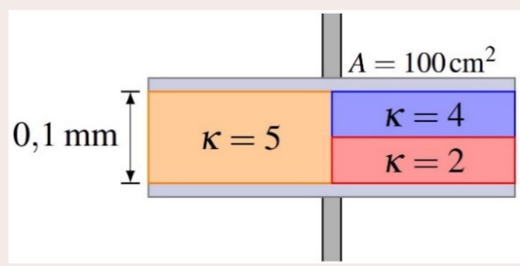
La capacité équivalente est donc

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{3,542nF} + \frac{1}{1,771nF} + \frac{1}{6,198nF}$$
$$C = 0,992nF$$

Si les diélectriques sont l'un à côté de l'autre entre les plaques, on va séparer le condensateur en deux condensateurs en parallèle. Attention, les grandeurs des plaques diminuent quand on sépare le condensateur de cette façon, mais la distance entre les plaques reste la même.



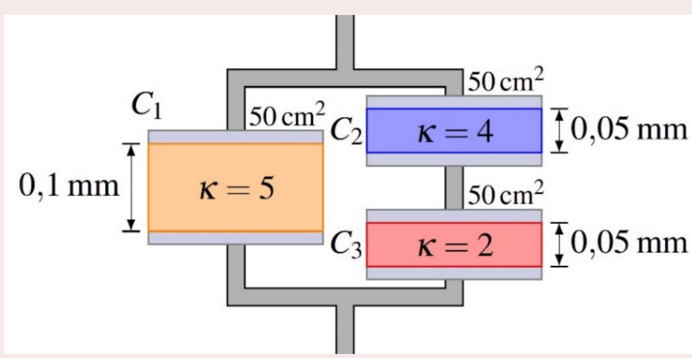
Exemple 7.5.3



Quelle est la capacité du condensateur représenté sur cette figure ?

(La moitié de la largeur du condensateur est occupée par un diélectrique avec κ = 5, et l'autre moitié de la largeur est occupée, pour une moitié de l'épaisseur, par un diélectrique avec κ = 4 et, pour l'autre moitié de l'épaisseur, par un diélectrique avec κ = 2.)

On va séparer ce condensateur en trois condensateurs pour obtenir la solution. Les capacités de ces 3 condensateurs sont



$$\begin{aligned} C_1 &= \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d} \\ &= 5 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{0,005m^2}{0,0001m} \\ &= 2,214nF \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2 &= \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d} \\ &= 4 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{0,005m^2}{0,00005m} \\ &= 3,542nF \end{aligned}$$

$$C_3 = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$
$$= 2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{0,005m^2}{0,00005m}$$
$$= 1,771nF$$

On a alors deux condensateurs (2 et 3) en série. La capacité équivalente est

$$\frac{1}{C_{eq2-3}} = \frac{1}{3,542nF} + \frac{1}{1,771nF}$$
$$C_{eq2-3} = 1,181nF$$

Ce condensateur équivalent est finalement en parallèle avec le condensateur 1. La capacité est donc

$$C = C_1 + C_{eq2-3}$$
$$= 2,214nF + 1,181nF$$
$$= 3,395nF$$

7.6 L'ÉNERGIE DANS UN CONDENSATEUR

Il faut fournir une certaine quantité d'énergie pour charger un condensateur. Il faut faire un certain travail pour ajouter des charges négatives à une armature négative (puisque les charges se repoussent) et il faut faire un certain travail pour ajouter des charges positives à une armature positive. C'est cette énergie qu'on pourra récupérer en déchargeant le condensateur.

Quand on charge un condensateur, on enlève des charges à une armature pour la mettre sur l'autre armature. Normalement, la charge passe par des fils, mais on peut imaginer qu'on la fait passer directement d'une armature à l'autre ici. De toute façon, on a vu précédemment que le travail fait pour passer d'un endroit à un autre ne dépend pas de la trajectoire des charges.

Si on déplace une charge *dq* entre deux armatures qui sont à des potentiels différents, la variation d'énergie électrique est

$$dU = dq \cdot \Delta V$$

Si on somme toutes les variations d'énergie électrique, en partant d'une charge nulle jusqu'à la charge finale *Q*, on obtient l'énergie totale qu'on a dû fournir pour charger le condensateur.

$$U_C = \int_0^Q \Delta V dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q dq = \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

En utilisant $Q = C\Delta V$, on obtient toutes les formules suivantes pour l'énergie électrique dans un condensateur.

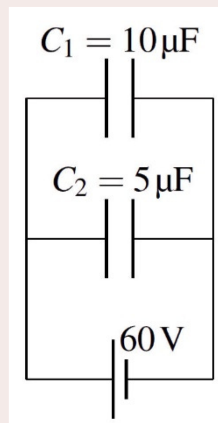
Énergie dans un condensateur

$$U_C = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}C\Delta V^2$$

On remarque la deuxième forme, qui est identique à ce qu'on avait obtenu, au chapitre 4, pour l'énergie d'un conducteur chargé.

Notez que cette énergie est emmagasinée sous forme de champ électrique (puisqu'il faut de l'énergie pour faire un tel champ). Plus le condensateur est chargé, plus le champ entre les armatures est grand et plus l'énergie est grande.

Exemple 7.6.1



Quelle est l'énergie dans chacun de ces condensateurs ?

Ces deux condensateurs sont en parallèle avec la source. La différence de potentiel aux bornes des deux condensateurs est donc de 60 V. L'énergie des condensateurs est donc

$$\begin{aligned} U_{C1} &= \frac{1}{2}C_1\Delta V^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 10\mu F\cdot(60V)^2 \\ &= 0,018J \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{C2} &= \frac{1}{2}C_2\Delta V^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 5\mu F\cdot(60V)^2 \\ &= 0,009J \end{aligned}$$

En passant, l'énergie totale des condensateurs d'un circuit est toujours égale à l'énergie dans le condensateur équivalent.

Exemple 7.6.2

Une sphère conductrice de 20 cm de rayon possède une charge de 10 µC. Quelle est l'énergie électrique de la sphère ?

La capacité de la sphère est

$$\begin{aligned} C &= 4\pi\varepsilon_0 a \\ &= 4\pi \cdot 8,854\times10^{-12} \tfrac{F}{m} \cdot 0,2m \\ &= 22,25\,pF \end{aligned}$$

L'énergie est donc

$$\begin{aligned} U_C &= \frac{Q^2}{2C} \\ &= \frac{\left(10\times10^{-6} C\right)^2}{2\cdot 22,25\times10^{-12} F} \\ &= 2,25J \end{aligned}$$

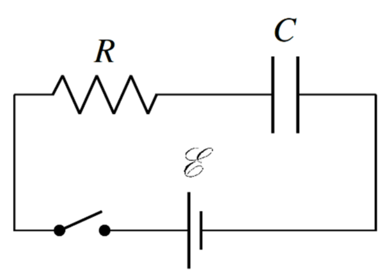
(Cela est conforme au résultat obtenu au chapitre 4 qui donnait l'énergie d'un conducteur

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}Q\frac{kQ}{R} = \frac{1}{2}\cdot\frac{9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\left(10\times10^{-6} C\right)^2}{0,2m} = 2,25J\,)$$

7.7 LES CIRCUITS AVEC DES RÉSISTANCES ET DES CONDENSATEURS

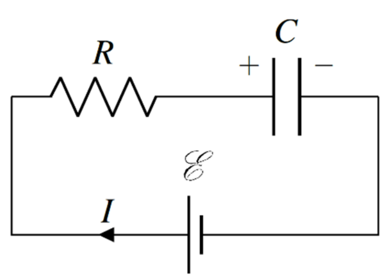
Circuit RC

<u>*La charge d'un condensateur*</u>



On va premièrement étudier ce circuit dans lequel un condensateur initialement vide se charge.

On veut connaitre le courant en fonction du temps dans ce circuit à partir du moment où on ferme l'interrupteur (qui sera notre $t = 0$). On peut résoudre ce circuit avec la loi des mailles. On va commencer dans le coin inférieur droit et aller dans le sens des aiguilles d'une montre (en supposant que le courant est aussi dans cette direction). On a alors



$$\mathscr{E} - RI - \frac{Q}{C} = 0$$

Comme le courant arrive au condensateur, il correspond aussi au rythme auquel les armatures du condensateur accumulent les charges.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

On a donc l'équation suivante.

$$\mathscr{E} - R\frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

On doit donc résoudre cette équation pour connaitre la charge. Il s'agit d'une équation différentielle. Comme on n'est pas dans un cours d'équation différentielle, on va donner immédiatement la solution de cette équation. (Sachez que ce n'est pas une équation très difficile à résoudre.)

Charge en fonction du temps pour un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

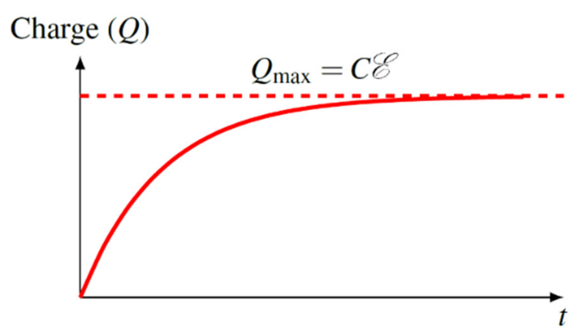
$$Q = C\mathscr{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

Dans l'exposant, on retrouve *RC* dont la valeur est en seconde. On appelle souvent cette combinaison *la constante de temps* du circuit et elle est notée τ.

Constante de temps d'un circuit RC

$$\tau = RC$$

Le graphique de droite montre comment change la charge du condensateur en fonction du temps.



On ne peut donc pas répondre directement à la question « *Combien faut-il de temps pour que le condensateur se charge ?* » puisque la charge n'atteint jamais, en théorie, la charge complète. On peut cependant se donner une idée du rythme de charge en définissant la demi-vie du circuit comme étant le temps qu'il faut pour le condensateur atteigne 50 % de la charge maximale. On a alors

$$Q = C\mathscr{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

$$\frac{C\mathscr{E}}{2} = C\mathscr{E}\left(1 - e^{\frac{-t_{1/2}}{RC}}\right)$$

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{\frac{-t_{1/2}}{RC}}$$

$$e^{\frac{-t_{1/2}}{RC}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-t_{1/2}}{RC} = \ln\frac{1}{2}$$

$$t_{1/2} = -RC \ln \frac{1}{2}$$

Comme $-\ln ½ = \ln (½)^{-1} = \ln 2$, on a

Demi-vie d'un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$t_{1/2} = RC \ln 2$$

Voici ce que cette demi-vie veut dire pour la charge d'un condensateur. Si la demi-vie est de 5 secondes, on a

5 secondes → $Q = \frac{Q_{\max}}{2}$ (il manque $\frac{Q_{\max}}{2}$ pour atteindre la charge maximale)

10 secondes → $Q = \frac{3Q_{\max}}{4}$ (il manque $\frac{Q_{\max}}{4}$ pour atteindre la charge maximale)

15 secondes → $Q = \frac{7Q_{\max}}{8}$ (il manque $\frac{Q_{\max}}{8}$ pour atteindre la charge maximale)

20 secondes → $Q = \frac{15Q_{\max}}{16}$ (il manque $\frac{Q_{\max}}{16}$ pour atteindre la charge maximale)

On voit qu'à chaque demi-vie, ce qui manque pour atteindre la charge maximale est divisé par deux.

On peut ensuite trouver le courant dans le circuit, car on sait que le courant est la dérivée de la charge. On a donc

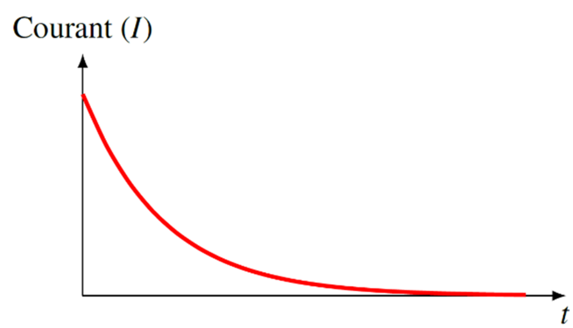
$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d\left(C\mathscr{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)\right)}{dt}$$

Ce qui nous donne

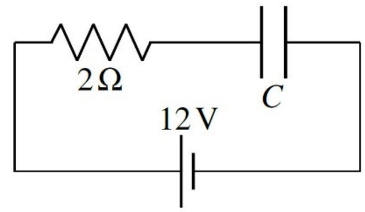
Courant en fonction du temps pour un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} e^{\frac{-t}{RC}}$$

Le graphique de droite montre comment change le courant en fonction du temps.

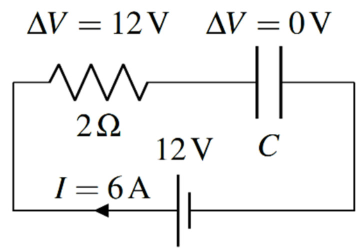


Examinons ce qui se passe dans un circuit pour mieux comprendre ces résultats. (On va utiliser $R = 2\ \Omega$ et $\mathscr{E} = 12$ V pour simplifier l'explication.)



Circuit à t = 0

Immédiatement après la fermeture de l'interrupteur, on a la situation montrée à droite. Comme le condensateur n'est pas chargé au départ, la différence de potentiel aux bornes du condensateur est nulle. La loi des mailles de ce circuit

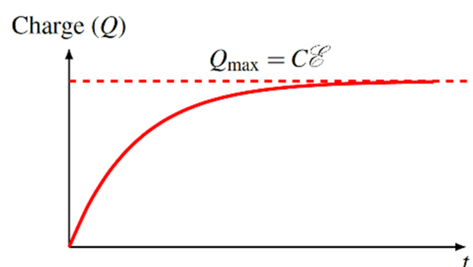


$$\mathscr{E} - RI - \tfrac{Q}{C} = 0$$
$$\mathscr{E} - \Delta V_R - \Delta V_c = 0$$
$$\mathscr{E} = \Delta V_R + \Delta V_c$$

montre clairement que la somme des différences de potentiel aux bornes de la résistance et du condensateur doit toujours être égale à la différence de potentiel aux bornes de la source. Ainsi, s'il y a 0 V aux bornes du condensateur, il doit y avoir 12 V aux bornes de la résistance.

Puisqu'il y a une différence de potentiel de 12 V aux bornes de la résistance de 2 Ω, le courant dans le circuit doit être de 6 A.

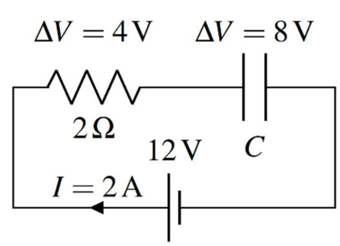
Puisque le courant correspond au rythme de charge du condensateur (puisque $I = dQ/dt$), alors le condensateur se charge initialement à un rythme de 6 C/s. Cette valeur est la pente du graphique de la charge à $t = 0$.



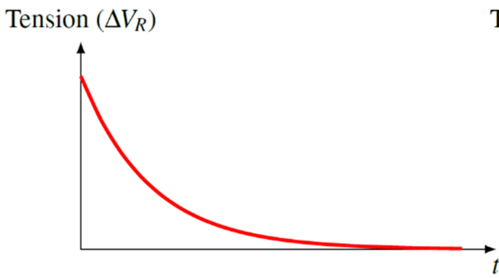
C'est donc la résistance qui impose le rythme initial de charge du condensateur. Ainsi, à $t = 0$, le courant est exactement le même que ce qu'on aurait s'il n'y avait pas de condensateur puisque ce dernier ne fait aucune différence de potentiel. Ce sera toujours le cas à $t = 0$ avec des circuits où les condensateurs sont initialement vides.

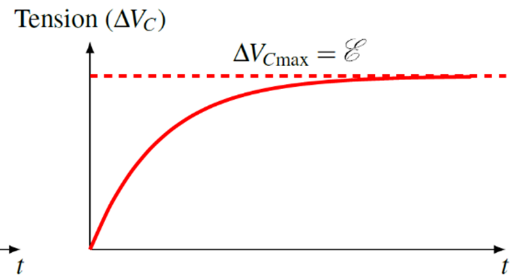
Circuit pendant la charge du condensateur

À mesure que le condensateur se charge, la différence de potentiel aux bornes du condensateur augmente. La différence de potentiel aux bornes du condensateur va passer de 0 V à 12 V dans notre exemple. Supposons qu'à un certain moment la différence de potentiel aux bornes du condensateur soit de 8 V. On a alors la situation montrée à droite.



S'il y a 8 V aux bornes du condensateur, on doit avoir 4 V aux bornes de la résistance (parce que la somme de ces 2 différences de potentiel doit toujours être égale aux 12 V de la source). On peut bien voir ce transfert de la différence de potentiel de la résistance vers le condensateur avec le temps sur les deux graphiques des différences de potentiel aux bornes de la résistance et du condensateur en fonction du temps. À mesure que ΔV_C monte, ΔV_R diminue pour que la somme des 2 soit toujours constante.

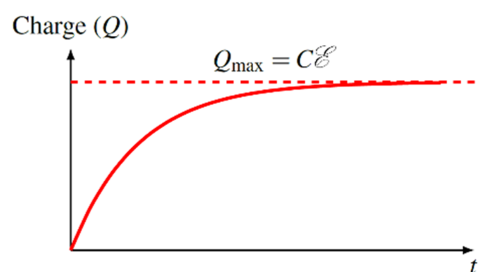




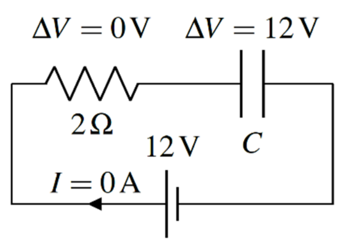
$$\Delta V_R = RI = \mathscr{E} e^{\frac{-t}{RC}} \qquad \Delta V_C = \frac{Q}{C} = \mathscr{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

Puisque la différence de potentiel aux bornes de la résistance est RI, cela veut dire que le courant doit diminuer si la différence de potentiel aux bornes de la résistance diminue. Dans notre exemple, le courant n'est plus que de 2 A quand la différence de potentiel aux bornes de la résistance de 2 Ω est de 4 V.

Donc, à mesure que la différence de potentiel augmente aux bornes du condensateur, le courant diminue et le condensateur se charge à un rythme de plus en plus petit (puisque $I = dQ/dt$). C'est pour ça que la pente diminue continuellement sur le graphique de la charge en fonction du temps. C'est ce qu'on peut voir sur le graphique de la charge en fonction du temps.



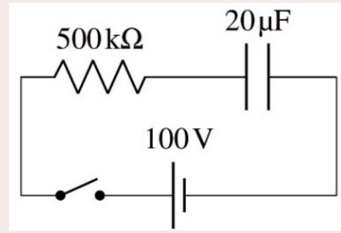
Circuit au bout d'un temps très long



Au bout d'un temps très long, la charge du condensateur a atteint sa valeur maximale et on a la situation montrée à droite.

La différence de potentiel aux bornes du condensateur est maintenant de 12 V, ce qui veut dire qu'elle est de 0 V pour la résistance. S'il n'y a pas de différence de potentiel aux bornes d'une résistance, c'est que le courant est nul. Si le courant est nul, alors le condensateur ne reçoit plus de charge, ce qui signifie que la charge du condensateur est maintenant stable. Ce sera d'ailleurs toujours le cas pour des circuits avec des condensateurs : au bout d'un temps très long, il n'y a plus de courant dans les fils où il y a un condensateur.

Exemple 7.7.1



On ferme l'interrupteur de ce circuit à t = 0.

a) Combien de temps faudra-t-il pour que le condensateur atteigne 90 % de sa charge maximale ?

La constante de temps de ce circuit est $RC = 500\ k\Omega \cdot 20\ \mu F = 10\ s$. (C'est une bonne idée de la calculer en partant parce qu'elle revient dans toutes les équations.)

On trouve le temps avec la formule de la charge en fonction du temps. On doit trouver t quand $Q = 0{,}9C\mathcal{E}$ (90 % de la charge maximale, qui est $C\mathcal{E}$).

$$Q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

$$0{,}9C\mathcal{E} = C\mathcal{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

$$0{,}9 = \left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

$$e^{\frac{-t}{RC}} = 0{,}1$$

$$\frac{-t}{RC} = \ln 0{,}1$$

$$t = -RC \ln 0{,}1$$

$$t = -10s \cdot \ln 0{,}1$$

$$t = 23{,}03s$$

b) Quelle sera la différence de potentiel aux bornes de la résistance à t = 5 s ?

À t = 5 s, on a

$$\begin{aligned} \Delta V_R &= RI \\ &= R\frac{\mathcal{E}}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= \mathcal{E}\, e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= 100V \cdot e^{-\frac{5s}{10s}} \\ &= 60{,}65V \end{aligned}$$

c) Quel sera le courant à t = 1 s ?

Le courant sera

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathscr{E}}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= \frac{100V}{500k\Omega} e^{\frac{-1s}{10s}} \\ &= 0{,}181mA \end{aligned}$$

Examinons maintenant les énergies fournies et reçues pendant la charge.

Au bout d'un temps très long, l'énergie dans le condensateur est

$$U = \frac{1}{2} C\Delta V^2 = \frac{1}{2} C\mathscr{E}^2$$

puisque la différence de potentiel aux bornes du condensateur est la même qu'aux bornes de la source au bout d'un temps très long. Or, la pile a fait le travail

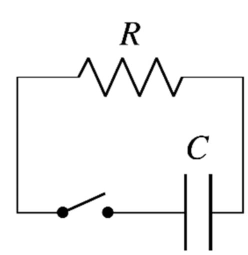
$$W = Q\mathscr{E} = (C\mathscr{E})\mathscr{E} = C\mathscr{E}^2$$

On voit que l'énergie du condensateur n'est que la moitié du travail fait par la source. Bien sûr, l'autre moitié est perdue en chaleur dans la résistance. Il est quand même étonnant qu'il y ait toujours la moitié de l'énergie fournie par la source qui va dans le condensateur et l'autre moitié qui se perd en chaleur dans la résistance, peu importe les valeurs de *R* et *C*. (Les sceptiques peuvent calculer l'énergie perdue en chaleur dans la résistance en calculant l'intégrale suivante.

$$U = \int_0^\infty P dt = \int_0^\infty RI^2 dt = \int_0^\infty R\left(\frac{\mathscr{E}}{R} e^{\frac{-t}{RC}}\right)^2 dt$$

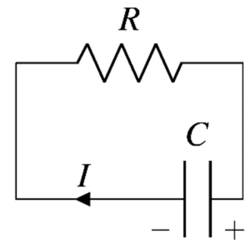
pour se rendre compte qu'elle vaut aussi $\frac{1}{2}C\mathscr{E}^2$. (Il faut faire une intégrale parce que la puissance change constamment, car le courant change constamment. Pour ceux qui insistent, voici cette intégrale :
http://physique.merici.ca/electricite/PuissanceRC.pdf)

La décharge d'un condensateur



On va maintenant étudier ce circuit dans lequel un condensateur se décharge à travers une résistance. Évidemment, le condensateur possède une charge initiale Q_0 sinon il ne se passerait rien. On veut connaitre la charge du condensateur et le courant en fonction du temps dans ce circuit à partir du moment où on ferme l'interrupteur.

On peut quand même prévoir un peu ce qui va se passer. Pendant que le condensateur se vide, ΔV_C baisse. Comme la résistance et le condensateur sont en parallèle, ΔV_R diminue aussi puisqu'il doit être égale à ΔV_C. Si ΔV_R baisse, alors le courant baisse aussi. On devrait donc avoir, dans ce circuit, un courant qui diminue en fonction du temps. Voyons si c'est ça qui se passe.



On peut résoudre ce circuit avec la loi des mailles. On va commencer dans le coin inférieur droit et aller dans le sens des aiguilles d'une montre. (On doit avoir cette direction pour le courant et ces signes sur les armatures selon les suppositions qu'on fait avec les lois de Kirchhoff.) On a alors

$$-RI-\frac{Q}{C}=0$$

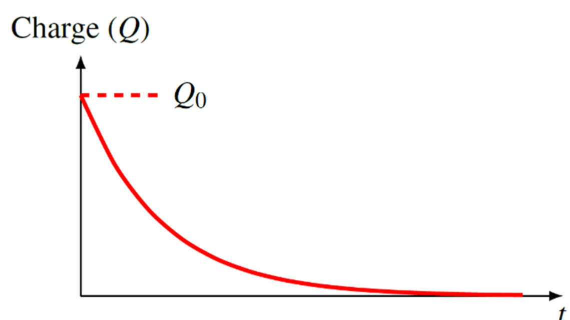
Puisque $I = dQ/dt$, on obtient

$$-R\frac{dQ}{dt}-\frac{Q}{C}=0$$

On doit donc résoudre cette équation pour connaitre la charge. Encore, une fois, comme on n'est pas dans un cours d'équation différentielle, on va donner immédiatement la solution de cette équation. (Celle-ci est encore plus facile à résoudre.)

Charge en fonction du temps pour un circuit RC (décharge du condensateur)

$$Q=Q_0e^{\frac{-t}{RC}}$$



Le graphique de droite montre comment change la charge du condensateur en fonction du temps.

Encore une fois, on ne peut donc pas répondre directement à la question *Combien faut-il de temps pour que le condensateur soit vide ?* puisque la charge n'est jamais nulle en théorie. On peut cependant se donner une idée du rythme de décharge en définissant la demi-vie du circuit comme le temps qu'il faut pour le condensateur ait perdu 50 % de sa charge initiale. On a alors

$$\begin{aligned}
Q&=Q_0e^{\frac{-t}{RC}}\\
\frac{Q_0}{2}&=Q_0e^{\frac{-t_{1/2}}{RC}}\\
\frac{1}{2}&=e^{\frac{-t_{1/2}}{RC}}\\
\ln\frac{1}{2}&=\frac{-t_{1/2}}{RC}\\
t_{1/2}&=-RC\ln\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Mais comme $-\ln½ = \ln (½)^{-1} = \ln 2$, on a

Demi-vie d'un circuit RC (le condensateur se décharge à travers une résistance)

$$t_{1/2} = RC\ln 2$$

Voici ce que cette demi-vie veut dire pour la charge d'un condensateur. Si la demi-vie est de 5 secondes, on a

$$\begin{array}{lcl} \text{5 secondes} & \rightarrow & Q = \dfrac{Q_0}{2} \\ \text{10 secondes} & \rightarrow & Q = \dfrac{Q_0}{4} \\ \text{15 secondes} & \rightarrow & Q = \dfrac{Q_0}{8} \\ \text{20 secondes} & \rightarrow & Q = \dfrac{Q_0}{16} \end{array}$$

On voit qu'à chaque demi-vie, la charge qui reste dans le condensateur est divisée par deux.

On peut aussi trouver le courant dans le circuit, car on sait que le courant est la dérivée de la charge. On a donc

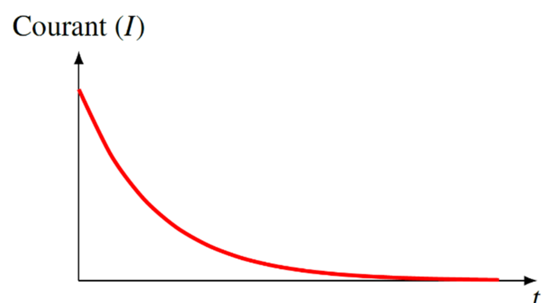
$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d\left(Q_0 e^{\frac{-t}{RC}}\right)}{dt}$$

Ce qui nous donne

Courant en fonction du temps pour un circuit RC (le condensateur se décharge à travers une résistance)

$$I = \frac{Q_0}{RC} e^{\frac{-t}{RC}}$$

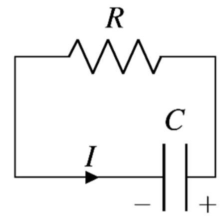
Le graphique de droite montre le courant en fonction du temps.



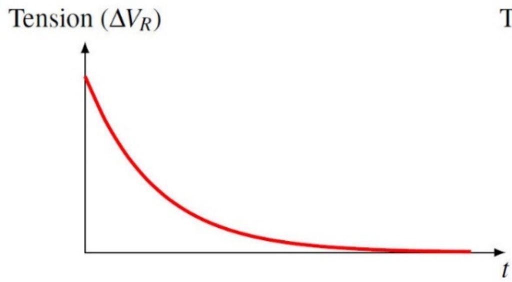
Notez que le courant initial vaut (on met $t = 0$ s dans l'équation du courant)

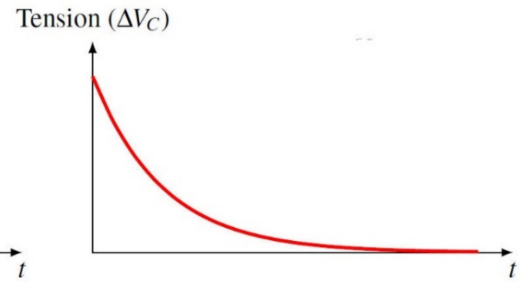
$$I_0 = \frac{Q_0}{RC}$$

(En fait, on obtient un courant négatif quand on fait la dérivée. Ceci vient de notre convention faite pour les lois de Kirchhoff qui stipulait qu'on supposait toujours que le courant arrive à la plaque positive, comme si on chargeait le condensateur. Or ici, le condensateur se décharge et le courant quitte la plaque positive du condensateur. Il est donc normal qu'on arrive à une valeur négative de I dans cette situation puisque le courant est dans le sens contraire de celui supposé par la loi de Kirchhoff. Le courant est donc dans le sens montré sur la figure en réalité. Oublions donc le signe négatif, mais rappelons-nous la vraie direction du courant.)



Les graphiques et équations qui suivent montrent les différences de potentiel aux bornes de la résistance et du condensateur en fonction du temps.

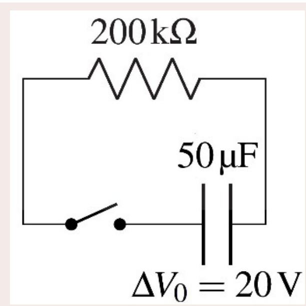




$$\Delta V_R = RI = \frac{Q_0}{C} e^{\frac{-t}{RC}} \qquad \Delta V_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C} e^{\frac{-t}{RC}}$$

On obtient exactement ce qui était prévu. Les 2 tensions ΔV_R et ΔV_C sont les mêmes parce que la résistance et le condensateur sont en parallèle et ΔV_C baisse parce que le condensateur se vide.

Exemple 7.7.2



On a initialement chargé un condensateur avec une source de 20 V. On place ensuite ce condensateur chargé dans le circuit montré à droite. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

a) Combien faudra-t-il de temps pour que le condensateur atteigne 40 % de sa charge initiale ?

La constante de temps de ce circuit est $RC = 500\ k\Omega \cdot 20\ \mu F = 10$ s.

La charge initiale du condensateur est $Q_0 = C\Delta V_0 = 50\mu F \cdot 20V = 0{,}001C$.

On trouve le temps avec la formule de la charge en fonction du temps. On doit trouver t quand Q est égal à $0{,}4Q_0$, c'est-à-dire 40 % de la charge initiale Q_0.

$$Q = Q_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$0{,}4Q_0 = Q_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$0{,}4 = e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\frac{-t}{RC} = \ln 0{,}4$$

$$t = -RC \ln 0,4$$
$$t = -10s \cdot \ln 0,4$$
$$t = 9,163s$$

b) Quelle sera la différence de potentiel aux bornes de la résistance à t = 5 s ?

À t = 5 s, on a

$$\begin{aligned}\Delta V_R &= RI \\ &= R\frac{Q_0}{RC}e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= \frac{Q_0}{C}e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= \frac{0,001C}{50\mu F}\cdot e^{\frac{-5s}{10s}} \\ &= 12,13V\end{aligned}$$

c) Quel sera le courant à t = 1 s ?

Le courant sera

$$\begin{aligned}I &= \frac{Q_0}{RC}e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= \frac{0,001C}{10s}e^{\frac{-1s}{10s}} \\ &= 0,0905mA\end{aligned}$$

Voici une petite note historique intéressante. En 1853, on a installé le premier long câble sous-marin (entre l'Angleterre et la Hollande) pour transmettre des messages télégraphiques. Toutefois, quand on a tenté d'envoyer des messages en utilisant ce câble pour la première fois, on a constaté qu'il y avait un problème : le courant dans le fil variait très lentement. On ne pouvait donc pas envoyer des signaux télégraphiques en faisant le code morse très rapidement comme on pouvait le faire à l'époque. Il fallait faire ce code très lentement, ce qui limitait le nombre de messages qu'on pouvait envoyer. On pouvait à peine faire 10 mots par minute. Évidemment, ce n'était pas très efficace et on se demandait bien pourquoi le courant variait si lentement. En fait, on venait de construire un circuit *RC* géant avec une énorme constante de temps. Pourtant, c'était un simple fil métallique entouré d'une gaine isolante. Il y a bien une résistance (la résistance du fil), mais où est le condensateur ? Il ne faut pas oublier que l'eau salée est conductrice et qu'elle peut agir comme une armature. On avait donc un énorme condensateur cylindrique dans lequel le fil métallique formait une armature et l'océan formait l'autre armature. Quand on appliquait une différence de potentiel, le courant montait donc lentement comme dans un circuit RC.

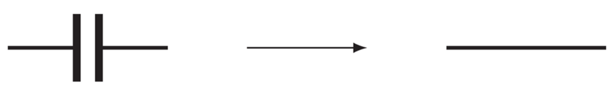
Comme on voulait ultimement faire un câble transatlantique, il fallait résoudre ce problème. C'est Lord Kelvin qui a analysé correctement ce qui se passait et qui a trouvé des solutions pour corriger cet effet. En partenariat avec une compagnie, il a fait installer un de ses câbles modifiés entre l'Angleterre et l'Amérique en 1867. Ce câble a parfaitement fonctionné et Kelvin est devenu un homme très riche.

Courant à t = 0 et à t = ∞ dans des circuits plus complexes

Dans des circuits avec des condensateurs et des résistances, on peut déterminer les courants et les charges des condensateurs à $t = 0$ et à $t = \infty$ assez facilement quand les condensateurs sont vides au départ.

1) *À t = 0 (on vient d'allumer la source ou de brancher les fils du circuit ou de fermer un interrupteur qui permet au courant de passer).*

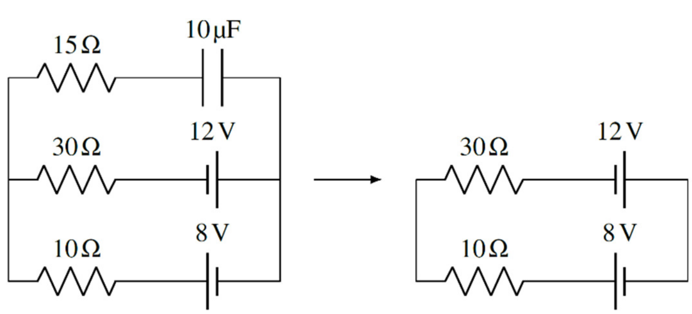
   À ce moment, les condensateurs sont vides et la différence de potentiel aux bornes des condensateurs est nulle. Cela signifie que les condensateurs n'ont aucun effet dans le circuit puisqu'ils n'apparaitront pas dans les lois des mailles. Cela veut dire qu'on peut simplifier le circuit en remplaçant les condensateurs par des fils.



2) *Au bout d'un temps très long (t = ∞).*

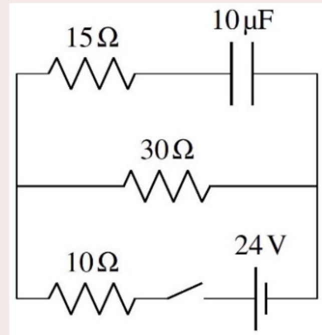
   À ce moment, les condensateurs ont atteint leur charge d'équilibre et **il n'y a plus de courant dans les branches sur lesquelles il y a des condensateurs** (puisqu'il n'y a plus de charge qui arrive à ces condensateurs).

   Pour trouver les courants dans les autres branches, on enlève simplement les branches qui contiennent des condensateurs puisque le courant ne peut plus passer par ces branches. On garde uniquement les branches sur lesquelles il n'y a pas de condensateurs. En faisant ça, on garde uniquement les branches dans lesquelles il peut y avoir du courant.



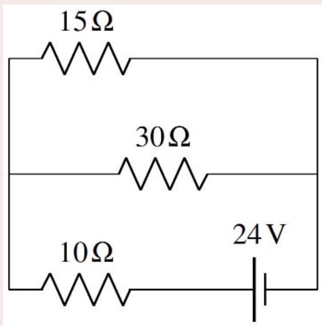
   S'il ne reste que des branches ouvertes après qu'on ait enlevé les branches contenant des condensateurs ou s'il ne reste plus aucune branche, alors les courants sont nuls partout.

Exemple 7.7.3



Quels sont les courants dans les branches de ce circuit immédiatement après la fermeture de l'interrupteur ?

À $t = 0$, le condensateur n'a aucun effet et on le remplace par un fil. On a alors le circuit de gauche.

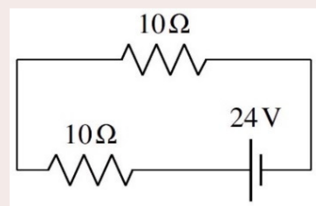


Nous avons alors deux résistances en parallèle donc la résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{15\Omega}$$

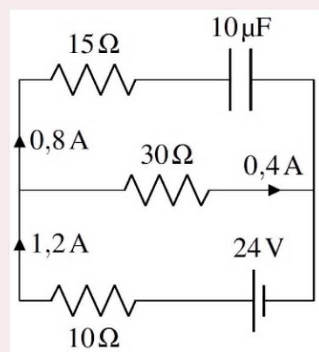
$$R_{eq1} = 10\Omega$$

On a alors deux résistances en série dont la résistance équivalente est de 20 Ω. Le courant dans le circuit est donc



$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{24V}{20\Omega} = 1,2A$$

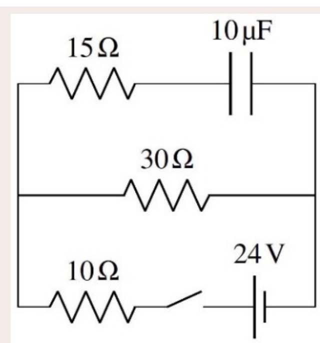
La différence de potentiel aux bornes de chaque résistance de 10 Ω est donc de 12 V. Cela signifie que la différence de potentiel aux bornes des résistances de 30 Ω et 15 Ω est aussi de 12 V (les résistances en parallèle ont la même tension que leur résistance équivalente). Les courants circulant dans ces résistances sont donc



$$I_{30\Omega} = \frac{12V}{30\Omega} = 0,4A \qquad I_{15\Omega} = \frac{12V}{15\Omega} = 0,8A$$

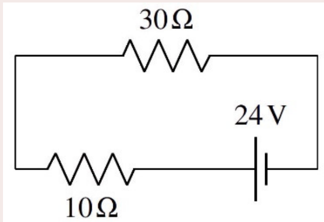
Les courants sont donc ceux montrés sur la figure. Cela veut dire que les armatures du condensateur accumulent des charges au rythme de 0,8 C/s juste après la fermeture de l'interrupteur.

Exemple 7.7.4



Quels sont les courants dans les branches de ce circuit et quelle est la charge du condensateur de ce circuit au bout d'un temps très long après la fermeture de l'interrupteur ?

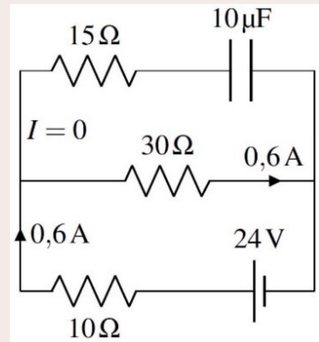
Au bout d'un temps très long, il n'y a pas de courant dans la branche du haut. On enlève donc cette branche pour trouver le courant dans les autres branches du circuit. On a alors le circuit de gauche.



On a alors deux résistances en série dont la résistance équivalente est de 40 Ω. Le courant dans le circuit est donc

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{24V}{40\Omega} = 0,6A$$

On a donc la solution montrée à droite.



Pour déterminer la charge du condensateur, on peut trouver la différence de potentiel aux bornes du condensateur avec une loi des mailles. On prend la maille du haut, en partant du coin supérieur gauche et en allant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. On a alors

$$\begin{aligned} -30\Omega \cdot 0,6A + \Delta V_c - 15\Omega \cdot 0A &= 0 \\ \Delta V_c &= 18V \end{aligned}$$

La charge du condensateur est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 10\mu F \cdot 18V \\ &= 180\mu C \end{aligned}$$

(Si vous aviez obtenu une réponse négative pour la différence de potentiel, n'oubliez pas que c'est la valeur absolue de la différence de potentiel qui va dans l'équation de la charge.)

7.8 AUTRES INFORMATIONS SUR LES CONDENSATEURS

L'utilisation des condensateurs

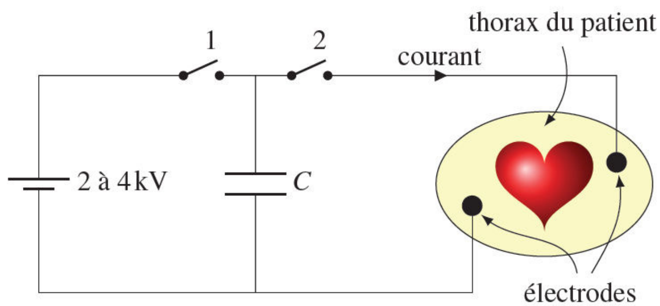
Voici quelques exemples d'utilisation des condensateurs. Souvent, on utilisera un condensateur lorsqu'un emmagasinage temporaire d'électrons peut aider l'opération d'un circuit.

<u>Des charges pouvant être fournies rapidement</u>

On a vu que l'énergie dans un condensateur n'est pas très grande. Un condensateur de 1 farad (qui est une énorme capacité) chargé avec une différence de potentiel de 4,5 V pourra à peine faire fonctionner une ampoule de 1 W (une lampe de poche) pendant une dizaine de secondes, alors que trois piles de 1,5 V, qui donneront 4,5 V en série, pourront la faire fonctionner pendant des heures. Quel est l'intérêt alors d'utiliser des condensateurs s'ils ne peuvent pas emmagasiner beaucoup d'énergie ?

L'avantage des condensateurs, c'est qu'ils peuvent donner les charges très rapidement, ce qu'une batterie ne peut pas toujours faire à cause de sa résistance interne. Par exemple, il faut un courant intense, mais bref, pour faire fonctionner un flash de caméra et il est très difficile pour une batterie de donner un tel courant intense. On utilise donc la batterie pour charger lentement un condensateur. Quand il y a suffisamment de charges sur les armatures du condensateur, on utilise ces charges pour faire fonctionner le flash. On peut alors obtenir un fort courant très intense, mais qui dure peu de temps. La batterie recharge ensuite le condensateur et le processus peut recommencer. C'est ce qui explique pourquoi il y a parfois un temps d'attente quand on prend des photos avec le flash : il faut attendre que le condensateur se recharge.

Il y a aussi des condensateurs dans les défibrillateurs. Typiquement, on aura un condensateur de 100 µF qui sera chargé avec une tension de 2000 à 4000 V (en fermant l'interrupteur 1 et en ouvrant l'interrupteur 2), pour une énergie maximale d'environ 400 J (les nouveaux modèles ont plutôt des énergies de 200 J). On pourra alors obtenir un courant intense et bref (en fermant l'interrupteur 2 et en ouvrant l'interrupteur 1). Il faut ensuite recharger le condensateur (en fermant l'interrupteur 1 et en ouvrant l'interrupteur 2), ce qui prendra environ 10 secondes, avant de recommencer.



Les microphones

Les microphones peuvent aussi être de simples condensateurs à plaques parallèles. En recevant un son, les variations de pression de l'air font bouger une des plaques du condensateur, ce qui change la distance entre les plaques. Cela change la capacité, et donc la charge des plaques. Le courant qui fournit les charges au condensateur va donc suivre les mêmes variations que le son.

La régularisation de la tension d'une source

Lorsqu'un condensateur est placé en parallèle avec une source dans un circuit, il contribue à régulariser la différence de potentiel fournie par la source. Si la différence de potentiel fournie par la source augmente temporairement, le courant ira charger le condensateur, ce qui ralentira la hausse du potentiel dans le reste du circuit. Si la différence de potentiel de la source baisse, la baisse de la différence de potentiel sera ralentie par celle faite par le condensateur chargé. On peut donc utiliser cette propriété pour atténuer les variations du potentiel.

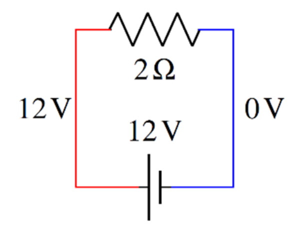
<u>*L'élimination des arcs électriques*</u>

On peut aussi utiliser un condensateur pour réduire les arcs électriques aux contacts des interrupteurs. Comme nous le verrons dans un chapitre ultérieur, il se peut qu'il se forme un arc électrique (étincelle) quand un interrupteur s'ouvre alors qu'un courant circulait dans le circuit. Avec le temps, ce phénomène use les contacts de l'interrupteur et ce dernier finira par ne plus fonctionner correctement (les contacts brulés auront une grande résistance et empêcheront le courant de bien circuler). Lorsqu'on place un condensateur en parallèle avec les contacts, celui-ci accumule les charges qui auraient créé l'étincelle lorsque l'interrupteur s'ouvre. La charge électrique retournera dans le circuit lorsque l'interrupteur sera fermé de nouveau.

Même les fils ont une capacité

Notez qu'un circuit a toujours une capacité même s'il n'y a pas de condensateur dans le circuit.

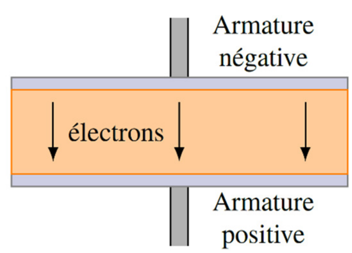
Par exemple, le circuit de droite a une certaine capacité. C'est que le fil en rouge joue le rôle de l'armature positive et le fil bleu joue le rôle de l'armature négative. Les fils du circuit ont donc une certaine capacité (pas très grande) et c'est impossible de l'éliminer.



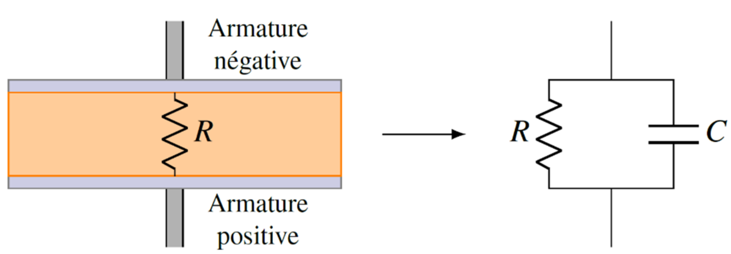
Donc, même s'il ne semble y avoir que des résistances dans un circuit, ce circuit est en réalité un circuit RC. Bien souvent, la capacité est assez faible pour qu'on puisse la négliger.

Les isolants ne sont pas parfaits

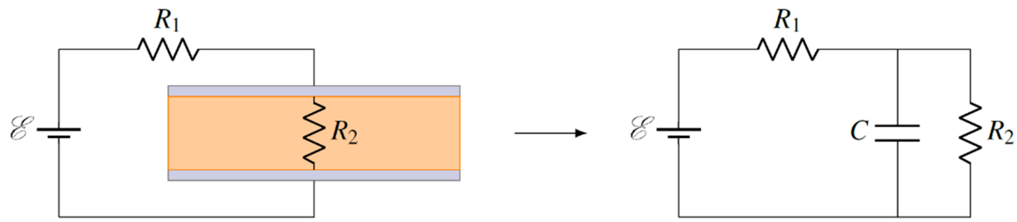
Les diélectriques ne sont pas des isolants parfaits, ce qui fait que les électrons de l'armature négative pourront passer lentement à travers le diélectrique pour aller annuler la charge positive de l'armature positive. Le condensateur va donc perdre lentement sa charge même s'il n'est pas branché à une résistance.



Le diélectrique agit donc comme une résistance (très élevée). Cela signifie qu'un condensateur est tout à fait équivalent à une résistance et un condensateur en parallèle puisque chacune des bornes de la résistance est reliée à une armature du condensateur. La différence de potentiel aux bornes de la résistance est donc la même que celle aux bornes du condensateur.



On aurait donc, par exemple, le circuit suivant si on tient compte de la résistance du diélectrique lors de la charge du condensateur.



La solution de ce circuit est plus complexe puisqu'elle mène à un système d'équations différentielles. À titre de curiosité, la charge du condensateur en fonction du temps dans ce circuit est

$$Q = C\mathscr{E}\frac{R_2}{R_1+R_2}\left(1-e^{-\frac{R_1+R_2}{R_1R_2C}t}\right)$$

Vous pouvez consulter ce document si vous voulez voir la preuve

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Capacité d'un condensateur

$$Q = C\Delta V$$

Capacité d'un condensateur à plaques parallèles

$$C = \varepsilon_0\frac{A}{d}$$

Capacité d'un condensateur cylindrique

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\ell}{\ln(b/a)}$$

Capacité d'un condensateur sphérique

$$C = 4\pi\varepsilon_0\frac{ab}{b-a}$$

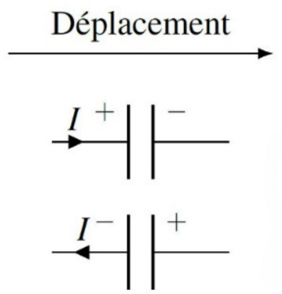
Capacité d'une sphère de rayon *a*

$$C = 4\pi\varepsilon_0 a$$

Augmentation de la capacité avec un diélectrique

$$C = \kappa C_0$$

Loi de Kirchhoff pour les condensateurs



$$\Delta V_C = -\frac{Q}{C}$$

$$\Delta V_C = \frac{Q}{C}$$

Charge des condensateurs en série

Tous les condensateurs branchés en série ont des charges identiques.
(Si les charges initiales étaient nulles.)

Condensateur équivalent : condensateurs en série

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \dots$$

Condensateur équivalent : condensateurs en parallèle

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + \dots$$

Énergie dans un condensateur

$$U_C = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q\Delta V = \frac{1}{2} C\Delta V^2$$

Charge en fonction du temps pour un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$Q = C\mathscr{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

Constante de temps d'un circuit RC

$$\tau = RC$$

Demi-vie d'un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$t_{1/2} = RC \ln 2$$

Courant en fonction du temps pour un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} e^{\frac{-t}{RC}}$$

Charge en fonction du temps pour un circuit RC (le condensateur se décharge à travers une résistance)

$$Q = Q_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

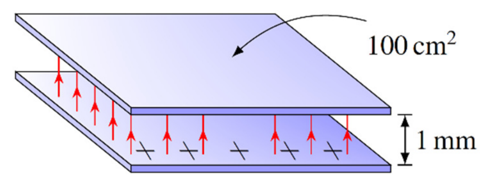
Courant en fonction du temps pour un circuit RC (le condensateur se décharge à travers une résistance)

$$I = \frac{Q_0}{RC} e^{\frac{-t}{RC}}$$

EXERCICES

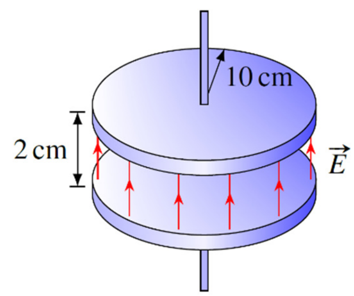
7.2 La capacité

1. Quelle est la capacité de ce condensateur ?



2. Voici un condensateur à plaques parallèles.

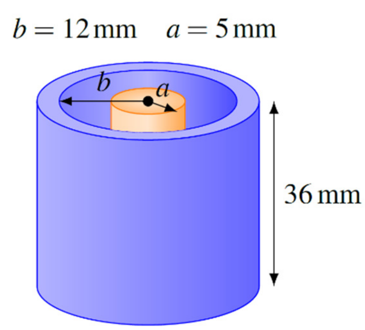
   a) Quelle est la capacité du condensateur ?
   b) Quelle est la charge de chaque plaque s'il y a une différence de potentiel de 100 V entre les plaques ?
   c) Quelle est la grandeur du champ électrique entre les plaques ?



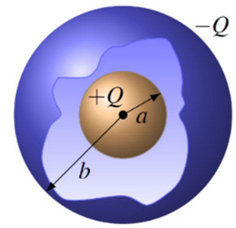
3. En transférant 10^{13} électrons d'une armature à l'autre d'un condensateur qui n'était pas chargée initialement, il apparait une différence de potentiel de 24 V entre les plaques. Quelle est la capacité de ce condensateur ?

4. Voici un condensateur cylindrique.

   a) Quelle est la capacité de ce condensateur ?
   b) Quelle est la différence de potentiel entre les armatures si l'armature positive a une charge de 1 nC et l'armature négative a une charge de -1 nC ?

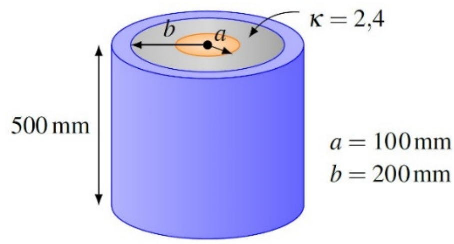


5. Dans ce condensateur sphérique, la charge de la plaque positive est de 50 nC et la charge de la plaque négative est -50 nC. La différence de potentiel entre les armatures est de 200 V et le rayon de la grande sphère est de b = 20 cm. Quel est le rayon de la petite sphère (a) ?



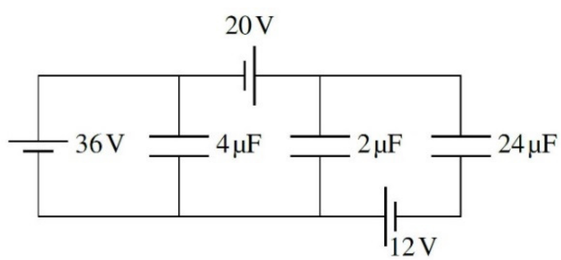
6. Dans un condensateur à plaques parallèles, la valeur absolue de la charge surfacique de chaque plaque est de σ = 40 nC/m². Quelle est la distance entre les plaques s'il y a une différence de potentiel de 20 V entre les armatures ?

7. Quelle est la capacité de ce condensateur cylindrique ?

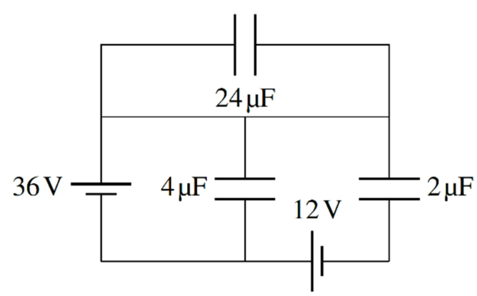


7.4 Circuits simples avec des condensateurs

8. Quelle est la charge de chacun des condensateurs de ce circuit ? (Spécifiez aussi les signes des armatures.)



9. Quelle est la charge de chacun des condensateurs de ce circuit ? (Spécifiez aussi les signes des armatures.)



10. Un condensateur de 20 µF a été chargé avec une différence de potentiel de 12 V et un condensateur de 30 µF a été chargé avec une différence de potentiel de 32 V. On branche ensuite les condensateurs ensemble en reliant ensemble les armatures de même signe.

   a) Quelles sont les charges des condensateurs après qu'on les ait branchés ensemble ?
   b) Quelle est la différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur après qu'on les ait branchés ensemble ?

11. Un condensateur de 40 µF a été chargé avec une différence de potentiel de 100 V et un condensateur de 20 µF a été chargé avec une différence de potentiel de 50 V. On branche ensuite les condensateurs ensemble en reliant ensemble les armatures de signe contraire.

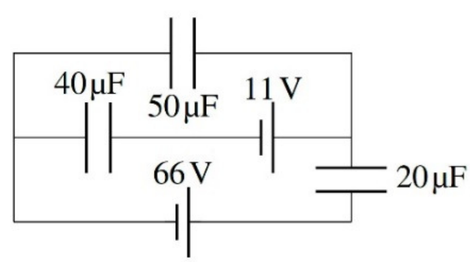
   a) Quelles sont les charges des condensateurs après qu'on les ait branchés ensemble ?
   b) Quelle est la différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur après qu'on les ait branchés ensemble ?

12. On charge un condensateur de 100 µF avec une différence de potentiel de 30 V. On branche ensuite ce condensateur avec un autre condensateur qui n'est pas chargé initialement. Après le branchement, la différence de potentiel aux bornes du condensateur de 100 µF diminue à 24 V. Quelle est la capacité de l'autre condensateur ?

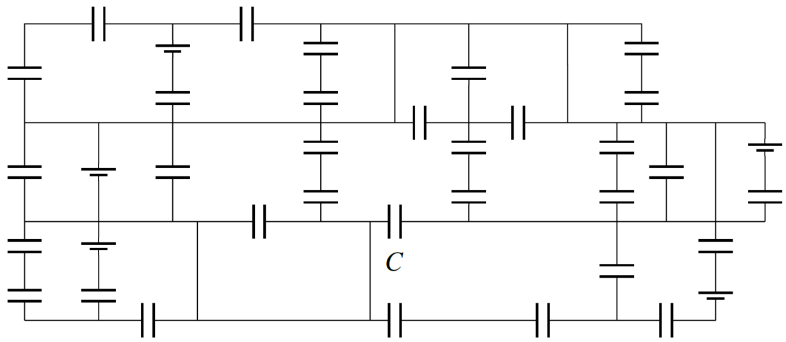
13. Un condensateur à plaques parallèles de 36 µF est branché à une source de 12 V. La distance entre les plaques est initialement de 0,5 mm. De combien changent la charge du condensateur et la différence de potentiel entre les armatures si on augmente la distance entre les plaques à 2 mm tout en laissant le condensateur branché à la source ?

14. Un condensateur à plaques parallèles de 36 µF est branché à une source de 12 V. On débranche ensuite le condensateur de la source et le condensateur reste chargé. La distance entre les plaques est initialement de 0,5 mm. De combien changent la charge du condensateur et la différence de potentiel entre les armatures si on augmente la distance entre les plaques à 2 mm alors que le condensateur n'est toujours pas branché à la source ?

15. Quelles sont les charges des condensateurs de ce circuit ? (Spécifiez aussi les signes des armatures.)

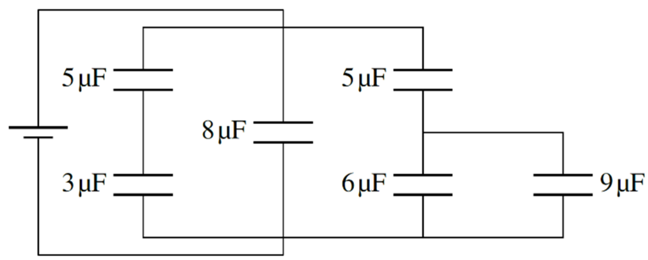


16. Dans ce circuit (page suivante), toutes les sources ont $\mathscr{E}$ = 10 V et tous les condensateurs ont une capacité de 5 µF. Quelle est la charge du condensateur identifié par un C dans ce circuit ? Indice : si vous pouvez trouver la bonne maille dans ce vaste circuit, vous pouvez facilement trouver la réponse.

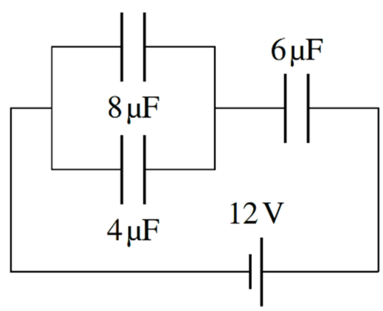


7.5 Les condensateurs en série et en parallèle

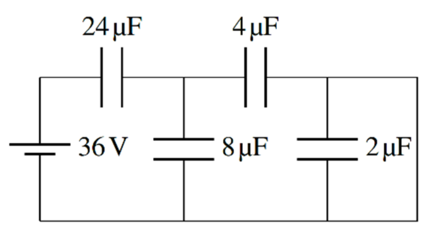
17. Quelle est la capacité équivalente de ce groupe de condensateurs ?



18. Quelles sont les charges de ces condensateurs ? (Spécifiez aussi les signes des armatures.)

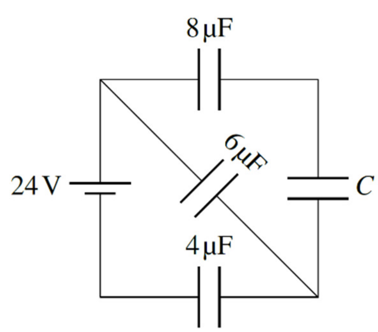


19. Quelles sont les charges de ces condensateurs ? (Spécifiez aussi les signes des armatures.)

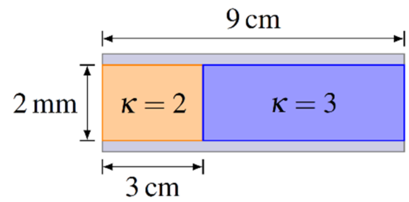


20. Quand la source a chargé ces condensateurs, elle a fourni une charge de 72 μC.

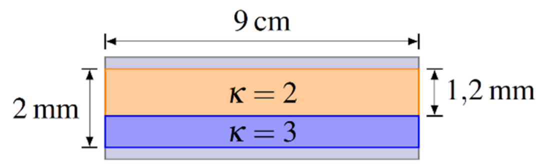
a) Quelle est la valeur de C ?
b) Quelle est la différence de potentiel aux bornes du condensateur C ?



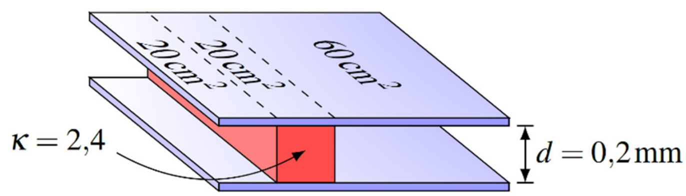
21. Les plaques de ce condensateur à plaques parallèles ont une aire de 90 cm². Quelle est la capacité de ce condensateur ?



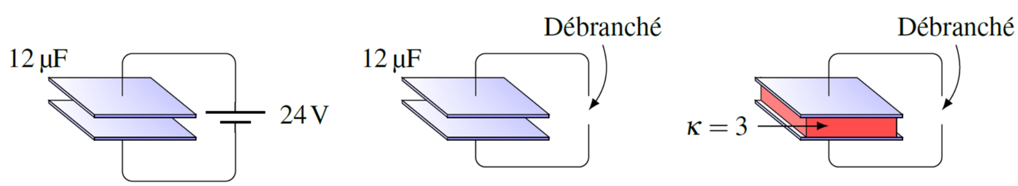
22. Les plaques de ce condensateur à plaques parallèles ont une aire de 90 cm². Quelle est la capacité de ce condensateur ?



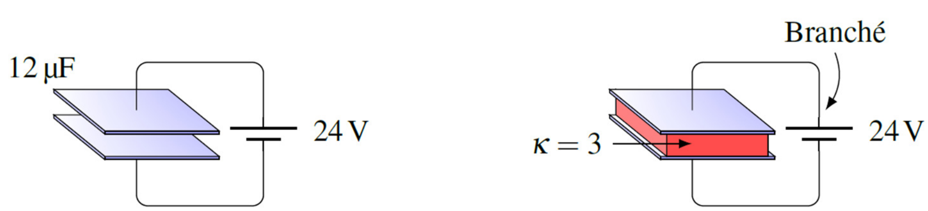
23. Quelle est la capacité de ce condensateur ?



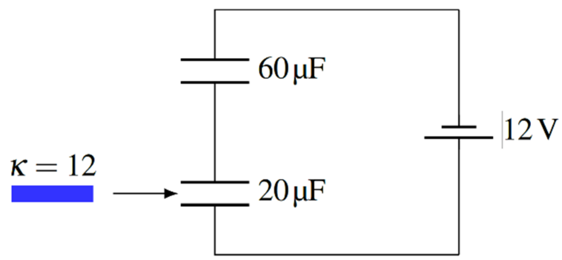
24. On charge un condensateur de 12 μF avec une source de 24 V. On débranche ensuite la source et on introduit ensuite un diélectrique entre les plaques. Ce diélectrique a une permittivité relative de 3 et il occupe tout l'espace entre les plaques. Quelles sont les valeurs de la charge des plaques et de la différence de potentiel entre les plaques après qu'on ait introduit le diélectrique ?



25. On charge un condensateur de 12 μF avec une source de 24 V. On introduit ensuite un diélectrique entre les plaques tout en laissant le condensateur branché à la source. Ce diélectrique a une permittivité relative de 3 et il occupe tout l'espace entre les plaques. Quelles sont les valeurs de la charge des plaques et de la différence de potentiel entre les plaques après qu'on ait introduit le diélectrique ?



26. Comment change la charge du condensateur du bas dans ce circuit quand on introduit un diélectrique ayant une constante de k = 12 entre les armatures du condensateur ? La capacité du condensateur est de 20 µF avant l'introduction du diélectrique.

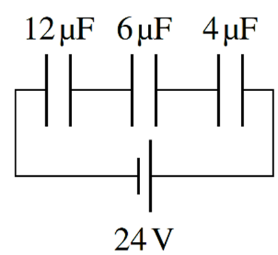


7.6 L'énergie dans un condensateur

27. On charge un condensateur de 20 µF avec une différence de potentiel de 200 V. Quelle est l'énergie emmagasinée dans le condensateur ?

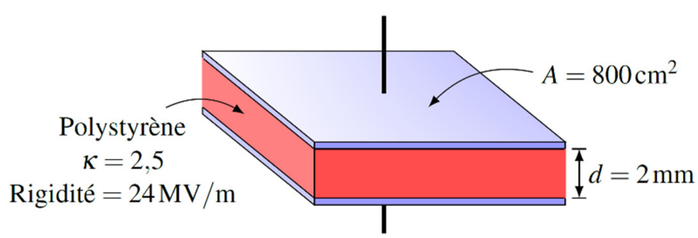
28. L'aire des plaques d'un condensateur à plaques parallèles est de 200 cm². Quelle doit être la distance entre les plaques si on veut accumuler 0,01 J dans ce condensateur quand on le charge avec une différence de potentiel de 500 V.

29. Quelle est l'énergie accumulée dans chacun de ces condensateurs ?



30. On charge un condensateur à plaques parallèles de sorte que l'énergie dans le condensateur est de 0,12 J. On débranche ensuite le condensateur de la batterie, mais le condensateur reste chargé. On double ensuite la distance entre les plaques. Quelle est maintenant l'énergie dans le condensateur ?

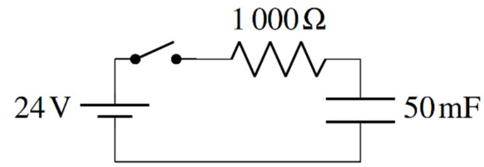
31. Voici un condensateur à plaques parallèles.



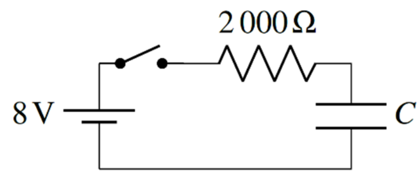
a) Quelle est la capacité de ce condensateur ?
b) Quelle est l'énergie maximale que peut emmagasiner ce condensateur ?

7.7 Les circuits avec des résistances et des condensateurs

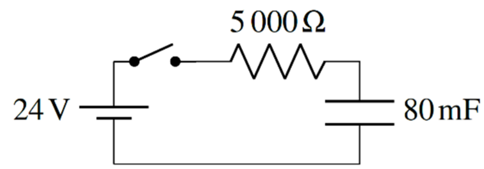
32. Dans le circuit RC suivant, combien faudra-t-il de temps après la fermeture de l'interrupteur pour que le condensateur ait 90 % de sa charge maximale ?



33. Dans le circuit suivant, le courant diminue à 50 % de sa valeur initiale en 5 ms après la fermeture de l'interrupteur. Quelle est la capacité du condensateur ?

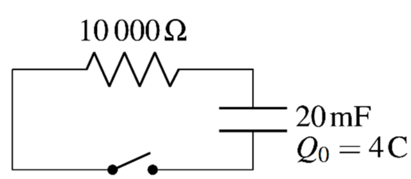


34. Voici un circuit RC.



a) Quel est le courant initial dans la résistance quand on ferme l'interrupteur ?
b) Quel est le courant dans la résistance 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
c) Quelle est la puissance dissipée par la résistance 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
d) Quelle est la charge du condensateur 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
e) Quelle est la différence de potentiel aux bornes du condensateur 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
f) Quelle est la différence de potentiel aux bornes de la résistance 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
g) Quelle est l'énergie dans le condensateur 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
h) Quelle est l'énergie dissipée en chaleur par la résistance durant les 90 premières secondes après la fermeture de l'interrupteur ?

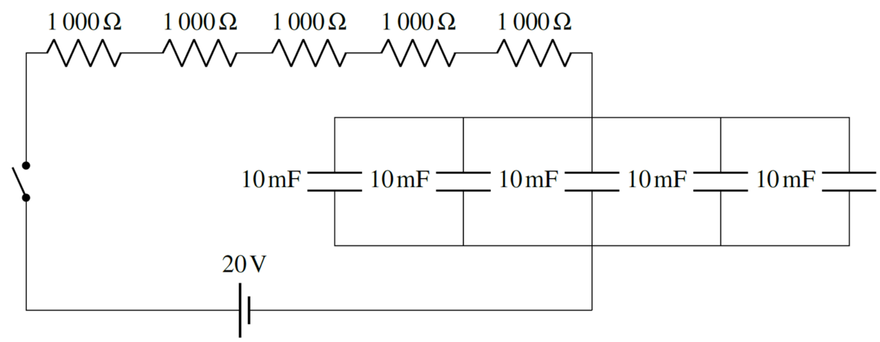
35. Un condensateur de 20 mF ayant initialement une charge de 4 C se décharge à travers une résistance de 10 000 Ω.



a) Quel est le courant initial dans la résistance quand on ferme l'interrupteur ?
b) Quel est le courant dans la résistance 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
c) Quelle est la puissance dissipée par la résistance 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?

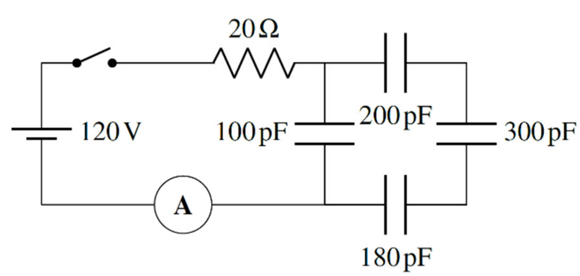
d) Quelle est la charge du condensateur 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
e) Quelle est l'énergie initiale dans le condensateur ?
f) Quelle est l'énergie dans le condensateur 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
g) Quelle est l'énergie dissipée en chaleur par la résistance durant les 90 premières secondes après la fermeture de l'interrupteur ?

36. Dans le circuit suivant, quel est le courant fourni par la pile 120 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?



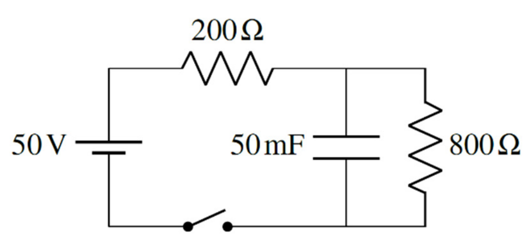
37. On a le circuit montré sur la figure.

a) Quelle sera la valeur maximale indiquée par l'ampèremètre après la fermeture de l'interrupteur ?
b) Combien faudra-t-il de temps pour que le courant indiqué par l'ampèremètre diminue à 1 A ?

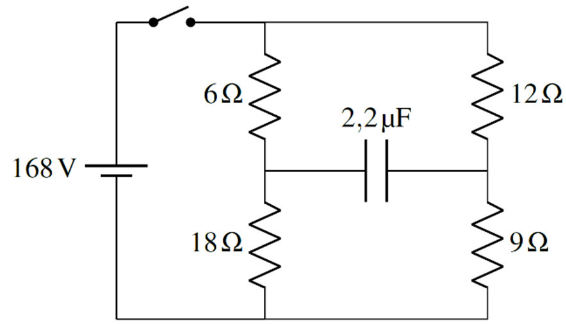


38. Quand un condensateur se vide à travers une résistance, il faut 0,5 seconde pour que le courant descende à 50 % de sa valeur initiale. Combien faudra-t-il de temps pour que le courant ne soit plus que 1 % de sa valeur initiale ?

39. Dans le circuit suivant, on ferme l'interrupteur très longtemps, puis on l'ouvre. Quelle sera la charge du condensateur 20 secondes après l'ouverture de l'interrupteur ?

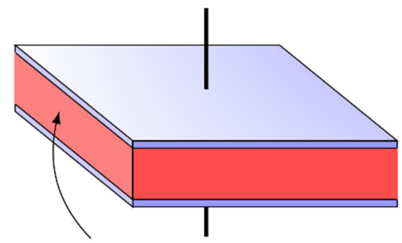


40. Voici un circuit avec des résistances et un condensateur.



a) Quel est le courant fourni par la source immédiatement après la fermeture de l'interrupteur ?
b) Quel est le courant fourni par la source longtemps après la fermeture de l'interrupteur ?
c) Quelle est la charge du condensateur longtemps après la fermeture de l'interrupteur ?

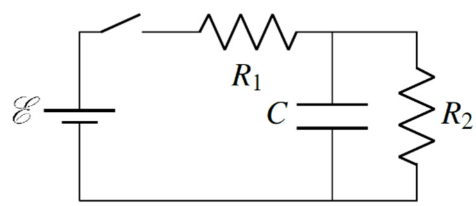
41. Ce condensateur à plaques parallèles est rempli d'un diélectrique. Or, ce diélectrique conduit l'électricité, ce qui fait que le condensateur se décharge lentement à travers le diélectrique. Au bout de combien de temps le condensateur aura-t-il perdu la moitié de sa charge initiale ?



Défis

(Questions plus difficiles que les questions qu'il y aura à l'examen.)

42. Appliquer les lois de Kirchhoff pour trouver l'équation du courant fourni par la source en fonction du temps de ce circuit à partir du moment où on ferme l'interrupteur si le condensateur est initialement vide.



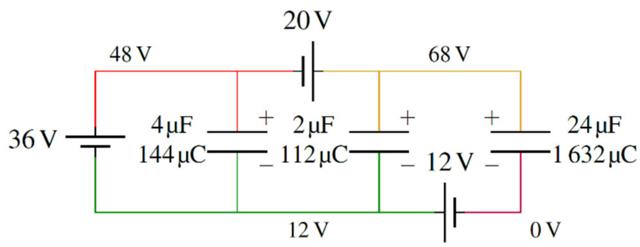
RÉPONSES

7.2 La capacité

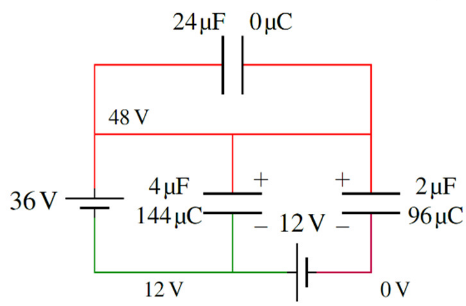
1. 88,54 pF
2. a) 13,91 pF b) 1,391 nC c) 5000 N/C
3. 66,76 nF
4. a) 2,288 pF b) 437,1 V
5. 18,37 cm
6. 4,427 mm
7. 96,31 pF

7.4 Circuits simples avec des condensateurs

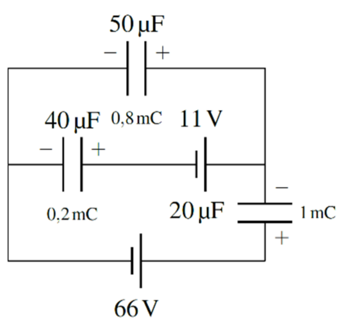
8.



9.



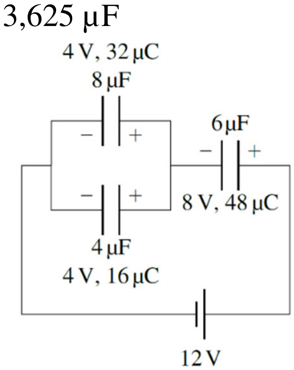
10. a) condensateur de 20 μF : 480 μC condensateur de 30 μF : 720 μC b) 24 V
11. a) condensateur de 40 μF : 2000 μC condensateur de 20 μF : 1000 μC b) 50 V
12. 25 μF
13. La différence de potentiel reste la même (12 V) et la charge baisse de 324 μC.
14. La charge reste la même (432 μC) et la différence de potentiel monte de 36 V.
15.

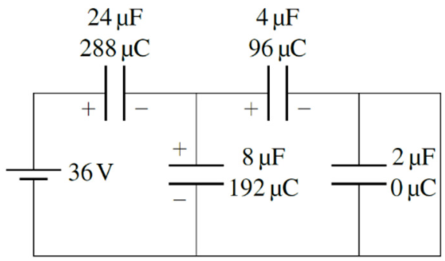


16. 50 μC

7.5 Les condensateurs en série et en parallèle

17. 13,625 μF
18.



19. 

20. a) 24 μF b) 1,5 V
21. 106,25 pF
22. 91,95 pF
23. 566,7 pF
24. La charge reste la même à 288 μC et la différence de potentiel diminue à 8 V.
25. La différence de potentiel reste la même à 24 V et la charge augmente à 864 μC.
26. La charge passe de 180 μC à 576 μC.

7.6 L'énergie dans un condensateur

27. 0,4 J
28. 2,214 μm
29. 12 μF : 9,6 x 10^{-5} J 6 μF : 1,92 x 10^{-4} J 4 μF : 2,88 x 10^{-4} J
30. 0,24 J
31. a) 885,4 pF b) 1,02 J

7.7 Les circuits avec des résistances et des condensateurs

32. 115,1 s
33. 3,607 μF
34. a) 4,8 mA b) 3,833 mA c) 0,07345 W d) 0,3868 C e) 4,836 V f) 19,164 V g) 0,9353 J h) 8,349 J
35. a) 20 mA b) 12,75 mA c) 1,626 W d) 2,551 C e) 400 J f) 162,6 J g) 237,4 J
36. 2,475 mA
37. a) 6 A b) 6,164 ns
38. 3,322 s
39. 1,213 C
40. a) 16,8 A b) 15 A c) 118,8 μC
41. 920,6 s

Défis

42. $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}\left(1 + \frac{R_2}{R_1} e^{-\frac{R_1+R_2}{CR_1R_2}t}\right)$