Solutionnaire du chapitre 5

1. Le courant moyen est

$$\begin{aligned} I &= \frac{Q}{\Delta t} \\ &= \frac{30C}{5s} \\ &= 6A \end{aligned}$$

2. On a

$$\frac{dQ}{dt} = I$$

$$\frac{dQ}{dt} = 3\tfrac{A}{s^2}\cdot t^2 + 8\tfrac{A}{s}\cdot t + 2A$$

$$dQ = \left(3\tfrac{A}{s^2}\cdot t^2 + 8\tfrac{A}{s}\cdot t + 2A\right)dt$$

$$Q = \int_{0s}^{5s}\left(3\tfrac{A}{s^2}\cdot t^2 + 8\tfrac{A}{s}\cdot t + 2A\right)dt$$

$$Q = \left[1\tfrac{A}{s^2}\cdot t^3 + 4\tfrac{A}{s}\cdot t^2 + 2A\cdot t\right]_{0s}^{5s}$$

$$Q = \left[1\tfrac{A}{s^2}\cdot(5s)^3 + 4\tfrac{A}{s}\cdot(5s)^2 + 2A\cdot 5s\right] - [0]$$

$$Q = 235C$$

3. On a

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

La charge qui entre dans le fil en 1 seconde est

$$\begin{aligned} 10A &= \frac{Q}{1s} \\ Q &= 10C \end{aligned}$$

Le nombre d'électrons que représente cette charge est

$$Q = Ne$$
$$10C = N \cdot 1{,}602 \times 10^{-19} C$$
$$N = 6{,}242 \times 10^{19}$$

4. On a

$$I = nev_d A$$
$$5A = 2\times 10^{28} m^{-3} \cdot 1{,}602\times 10^{-19} C \cdot v_d \cdot \pi (0{,}001m)^2$$
$$v_d = 4{,}967\times 10^{-4} \tfrac{m}{s}$$

5. a) Trouvons premièrement la densité d'électron libre de l'aluminium.

$$n = \text{valence} \cdot \frac{\rho N_A}{M}$$
$$= 3 \cdot \frac{2699 \frac{kg}{m^3} \cdot 6{,}02\times 10^{23}}{0{,}026982 \frac{kg}{mol}}$$
$$= 1{,}807\times 10^{29} m^{-3}$$

La vitesse de dérive est donc

$$I = nev_d A$$
$$0{,}05A = 1{,}807\times 10^{29} m^{-3} \cdot 1{,}602\times 10^{-19} C \cdot v_d \cdot \pi (0{,}0005m)^2$$
$$v_d = 2{,}199\times 10^{-6} \tfrac{m}{s}$$

b) Le temps est

$$t = \frac{distance}{vitesse}$$
$$= \frac{5m}{2{,}199\times 10^{-6} \frac{m}{s}}$$
$$= 2{,}274\times 10^{6} s$$
$$= \text{26 jours 7 heures 40 minutes 56 secondes}$$

6. Si le fil a une longueur *L,* le temps est

$$t = \frac{distance}{vitesse}$$
$$= \frac{L}{v_d}$$

La vitesse de dérive se trouve avec la formule suivante.

$$I = nev_d A$$
$$v_d = \frac{I}{neA}$$

Le temps est donc

$$t = \frac{L}{v_d}$$
$$= \frac{LneA}{I}$$

Or, le volume du cylindre est $Vol = AL$. On a donc

$$t = \frac{ne(vol)}{I}$$

Il y a un lien entre le volume du cylindre et la masse volumique ρ. Ce lien est

$$\rho = \frac{m}{vol}$$

Cela signifie que le volume est

$$vol = \frac{m}{\rho}$$

Le temps devient donc

$$t = \frac{ne(vol)}{I}$$
$$= \frac{nem}{I\rho}$$

Finalement, la densité d'électron libre est

$$n = \text{valence} \cdot \frac{\rho N_A}{M}$$

Le temps est donc

$$\begin{aligned} t &= \text{valence} \cdot \frac{\rho N_A}{M} \frac{em}{I\rho} \\ &= \text{valence} \cdot \frac{N_A}{M} \frac{em}{I} \end{aligned}$$

En utilisant les valeurs, on obtient

$$\begin{aligned} t &= \text{valence} \cdot \frac{N_A}{M} \frac{em}{I} \\ &= 3 \cdot \frac{6,02 \times 10^{23}}{0,026982 \frac{kg}{mol}} \cdot \frac{1,602 \times 10^{-19} C \cdot 0,004 kg}{8A} \\ &= 5361 s \end{aligned}$$

7. Le champ électrique est

$$\begin{aligned} E &= \frac{\Delta V}{l} \\ &= \frac{40V}{10m} \\ &= 4 \tfrac{V}{m} \end{aligned}$$

8. La résistance est

$$\begin{aligned} \Delta V &= RI \\ 100V &= R \cdot 0,05A \\ R &= 2000\Omega \end{aligned}$$

9. a) La résistance est

$$R = \rho \frac{l}{A}$$
$$= 1,678 \times 10^{-8} \Omega m \frac{8m}{\pi (0,0005m)^2}$$
$$= 0,1709\Omega$$

b) Le courant est

$$\Delta V = RI$$
$$50V = 0,1709\Omega \cdot I$$
$$I = 292,5A$$

10. Si les fils ont la même résistance, alors on a

$$R_1 = R_2$$
$$\rho_{Cu} \frac{l_1}{A_1} = \rho_{Al} \frac{l_2}{A_2}$$
$$1,678 \times 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{10m}{\pi \cdot (0,001m)^2} = 2,650 \times 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{50m}{\pi r_2^2}$$
$$1,678 \cdot \frac{10}{(0,001m)^2} = 2,650 \cdot \frac{50}{r_2^2}$$
$$r_2 = 2,81 \times 10^{-3} m$$
$$r_2 = 2,81mm$$
$$d_2 = 2 \cdot 2,81mm$$
$$d_2 = 5,62mm$$

11. On a

$$R = \rho \frac{l}{A}$$
$$559\Omega = \rho \cdot \frac{100m}{\pi \cdot (0,00005m)^2}$$
$$\rho = 4,39 \times 10^{-8} \Omega m$$

Selon le tableau, ce fil est fait de magnésium.

12. Trouvons la résistivité avec les données du premier fil.

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

$$5\Omega = \rho \cdot \frac{40m}{\pi \cdot (0{,}0005m)^2}$$

$$\rho = 9{,}817 \times 10^{-8}\,\Omega m$$

La résistance du deuxième fil est donc

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{l}{A} \\ &= 9{,}817 \times 10^{-8}\,\Omega m \cdot \frac{60m}{\pi \cdot (0{,}0001m)^2} \\ &= 187{,}5\Omega \end{aligned}$$

13. La résistance est

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{l}{A} \\ &= 20{,}8 \times 10^{-8}\,\Omega m \cdot \frac{0{,}1m}{0{,}03m \cdot 0{,}04m} \\ &= 1{,}733 \times 10^{-5}\,\Omega \end{aligned}$$

14. L'aire du bout de cet objet consiste en la moitié de l'aire d'un cercle de 20 cm de rayon à laquelle on soustrait la moitié de l'aire d'un cercle de 18 cm de rayon.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (0{,}2m)^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (0{,}18m)^2 \\ &= 0{,}01194m^2 \end{aligned}$$

La résistance est donc

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{l}{A} \\ &= 10,5\times 10^{-8}\,\Omega m \cdot \frac{1m}{0,01194m^2} \\ &= 8,795\times 10^{-6}\,\Omega \end{aligned}$$

15. La puissance est

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= 100\Omega \cdot (8A)^2 \\ &= 6400W \end{aligned}$$

16. La résistance du fil est

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{l}{A} \\ &= 1,678\times 10^{-8}\,\Omega m \cdot \frac{10m}{\pi \cdot (0,0001m)^2} \\ &= 5,341\Omega \end{aligned}$$

La puissance dissipée est donc

$$\begin{aligned} P &= \frac{\Delta V^2}{R} \\ &= \frac{(120V)^2}{5,341\Omega} \\ &= 2696W \end{aligned}$$

17. La puissance dissipée en chaleur est

$$\begin{aligned} P_R &= I\Delta V \\ &= 5A \cdot 200V \\ &= 1000W \end{aligned}$$

On doit donc avoir

$$1000W = \sigma A\left(T^4 - T_0^4\right)$$

On doit donc maintenant trouver l'aire de cet objet. Si on néglige les bouts du cylindre, l'aire est

$$\begin{aligned} A &= (2\pi r)L \\ &= (2\pi \cdot 0,2m)\cdot 2m \\ &= 2,513m^2 \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} 1000W &= \sigma A\left(T^4 - T_0^4\right) \\ 1000W &= 5,67\times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2K^4} \cdot 2,513m^2 \cdot \left(T^4 - (293K)^4\right) \\ T &= 346K \\ T &= 73°C \end{aligned}$$

18. La puissance dissipée en chaleur est

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= 250\Omega \cdot (4A)^2 \\ &= 4000W \end{aligned}$$

L'énergie nécessaire pour chauffer l'eau est

$$\begin{aligned} E &= 4190 \tfrac{J}{l°C} \cdot 2,5l \cdot 60°C \\ &= 628\,500J \end{aligned}$$

Le temps est donc

$$\begin{aligned} E &= P\Delta t \\ 628\,500J &= 4000W \cdot \Delta t \\ \Delta t &= 157,1s \end{aligned}$$

19. La résistance est

$$\begin{aligned} R &= R_0\left(1+\alpha\left(T-T_0\right)\right) \\ &= 10\Omega\cdot\left(1+0,0039°C^{-1}\cdot\left(80°C-20°C\right)\right) \\ &= 12,34\Omega \end{aligned}$$

20. On a

$$\begin{aligned} R &= R_0\left(1+\alpha\left(T-T_0\right)\right) \\ 18,2\Omega &= 20\Omega\cdot\left(1+0,0045°C^{-1}\cdot\left(T-30°C\right)\right) \\ T &= 10°C \end{aligned}$$

21. Trouvons la valeur de α avec les données à 0 °C et 40 °C. On a

$$\begin{aligned} R &= R_0\left(1+\alpha\left(T-T_0\right)\right) \\ 12\Omega &= 10\Omega\cdot\left(1+\alpha\cdot\left(40°C-0°C\right)\right) \\ \alpha &= 0,005K^{-1} \end{aligned}$$

On peut maintenant trouver la résistance à 100 °C.

$$\begin{aligned} R &= R_0\left(1+\alpha\left(T-T_0\right)\right) \\ &= 10\Omega\cdot\left(1+0,005°C^{-1}\cdot\left(100°C-0°C\right)\right) \\ &= 15\Omega \end{aligned}$$

22. À 20 °C, on a

$$P_0 = \frac{\Delta V^2}{R_0}$$

À la nouvelle température, on a

$$P = \frac{\Delta V^2}{R}$$

Puisqu'on veut que P = 1,25 P_0, on a

$$P = 1{,}25P_0$$
$$\frac{\Delta V^2}{R} = 1{,}25\frac{\Delta V^2}{R_0}$$
$$\frac{1}{R} = 1{,}25\frac{1}{R_0}$$
$$R_0 = 1{,}25R$$

On a donc

$$R = R_0\left(1+\alpha\left(T - T_0\right)\right)$$
$$R = 1{,}25R\cdot\left(1+0{,}0050°C^{-1}\cdot\left(T-20°C\right)\right)$$
$$1 = 1{,}25\cdot\left(1+0{,}0050°C^{-1}\cdot\left(T-20°C\right)\right)$$
$$T = -20°C$$

23. a) La puissance de la source est

$$\begin{aligned} P &= I\mathscr{E} \\ &= 6A\cdot 24V \\ &= 144W \end{aligned}$$

b) La charge qui est passée par la source est

$$\begin{aligned} Q &= I\Delta t \\ &= 6A\cdot 120s \\ &= 720C \end{aligned}$$

L'énergie fournie par la source est donc

$$\begin{aligned} E &= Q\mathscr{E} \\ &= 720C\cdot 24V \\ &= 17\ 280J \end{aligned}$$

On aurait aussi pu trouver cette énergie avec

$$\begin{aligned} E &= P\Delta t \\ &= 144W\cdot 120s \\ &= 17\ 280J \end{aligned}$$

24. On a

$$Q = I\Delta t$$
$$0,75Ah = 50\times 10^{-3} A\cdot \Delta t$$
$$\Delta t = 15h$$

25. Le courant est

$$P = I\cdot \Delta V$$
$$60W = I\cdot 12V$$
$$I = 5A$$

On a donc

$$Q = I\Delta t$$
$$50Ah = 5A\cdot \Delta t$$
$$\Delta t = 10h$$

26. La puissance fournie par la borne est

$$\begin{aligned} P &= I\Delta V \\ &= 30A\cdot 240V \\ &= 7200W \end{aligned}$$

Le temps de recharge est donc

$$E = P\Delta t$$
$$60kWh = 7,2kW\cdot \Delta t$$
$$\Delta t = 8,33h$$

27. On va séparer cet objet en petites tranches verticales minces. Chacune de ces tranches est un petit disque d'épaisseur dx et de rayon r. Puisque le courant se déplace dans le sens de l'épaisseur, la résistance de chaque tranche est

$$dR = \rho \frac{l}{A}$$
$$dR = \rho \frac{dx}{\pi r^2}$$

Tous ces disques sont en série. On trouve la résistance totale en additionnant les résistances de tous les disques. On a alors

$$R = \int \rho \frac{dx}{\pi r^2}$$

Pour faire l'intégrale, on doit savoir comment change le rayon en fonction de *x*. Ce rayon change de façon linéaire, ce qui signifie qu'on a $r = mx + b$. On va faire l'intégrale et on trouvera les valeurs de *m* et *b* plus tard. On va travailler avec un *x* = 0 vis-à-vis du côté gauche de l'objet. On a donc

$$\begin{aligned}
R &= \int_0^L \rho \frac{dx}{\pi r^2} \\
&= \int_0^L \rho \frac{dx}{\pi \left(mx+b\right)^2} \\
&= \frac{\rho}{\pi} \int_0^L \frac{dx}{\left(mx+b\right)^2} \\
&= \frac{\rho}{\pi} \left[-\frac{1}{m\left(mx+b\right)} \right]_0^L \\
&= \frac{\rho}{\pi} \left[-\frac{1}{m\left(mL+b\right)} - -\frac{1}{m\left(0+b\right)} \right] \\
&= \frac{\rho}{\pi m} \left[-\frac{1}{\left(mL+b\right)} + \frac{1}{b} \right] \\
&= \frac{\rho}{\pi m} \left[-\frac{b}{b\left(mL+b\right)} + \frac{mL+b}{b\left(mL+b\right)} \right] \\
&= \frac{\rho}{\pi m} \left[\frac{-b+mL+b}{b\left(mL+b\right)} \right] \\
&= \frac{\rho}{\pi m} \frac{mL}{b\left(mL+b\right)} \\
&= \frac{\rho}{\pi} \frac{L}{b\left(mL+b\right)}
\end{aligned}$$

Reste à trouver les valeurs de *m* et *b*. On sait alors le rayon à deux endroits.

$$\begin{aligned}
r &= r_1 \quad \text{à} \quad x = 0 \\
r &= r_2 \quad \text{à} \quad x = L
\end{aligned}$$

Comme le rayon change de façon linéaire, on doit avoir $r = mx + b$. Avec la première valeur, on trouve

$$\begin{aligned} r &= mx + b \\ r_1 &= m \cdot 0 + b \\ r_1 &= b \end{aligned}$$

Avec la 2e valeur, on trouve

$$\begin{aligned} r &= mx + b \\ r_2 &= mL + b \end{aligned}$$

En utilisant ces 2 valeurs, on a

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho}{\pi} \frac{L}{b(mL+b)} \\ &= \frac{\rho}{\pi} \frac{L}{r_1 r_2} \end{aligned}$$