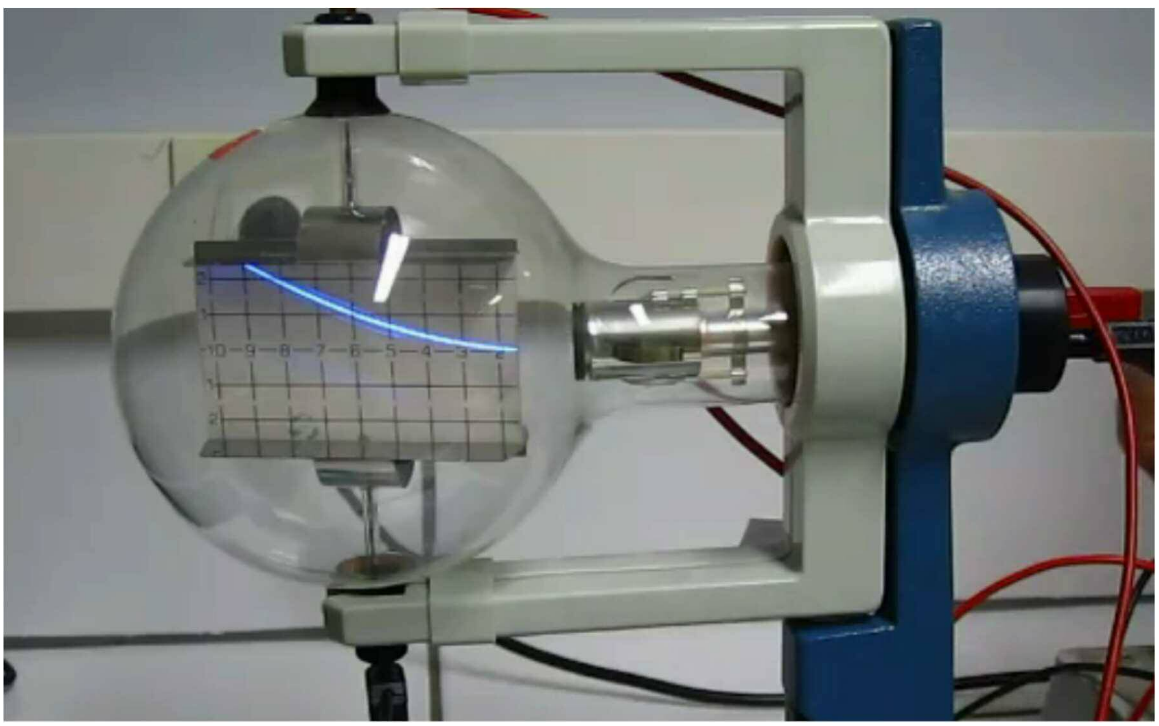
2 LE CHAMP ÉLECTRIQUE

Un électron se déplace vers la gauche avec une vitesse initiale de 2 x 10^6 m/s. Il entre alors dans un champ de 100 N/C dirigé vers le bas fait par deux plaques chargées. Quelle est la vitesse de l'électron (grandeur et direction) quand il sort de l'espace entre les plaques ?



www.web-sciences.com/documents/premiere/pedo13/petp1302.php

Découvrez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

2.1 LA DÉFINITION DU CHAMP ÉLECTRIQUE

Si on place une charge électrique ponctuelle à un endroit et qu'elle subit une force électrique, on dit qu'il y a un champ électrique à cet endroit. On note la grandeur de ce champ avec E. On a choisi de définir ce champ pour que la force soit proportionnelle au champ et à la charge de l'objet ponctuel. Cela se traduit par la définition suivante pour le champ électrique.

Définition du champ électrique : Force sur une charge ponctuelle

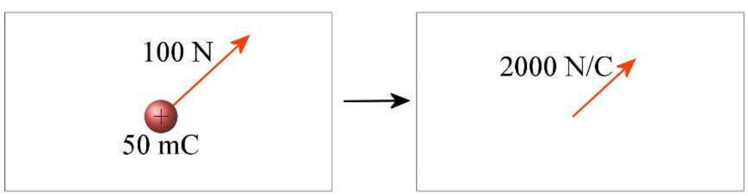
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

En composantes :

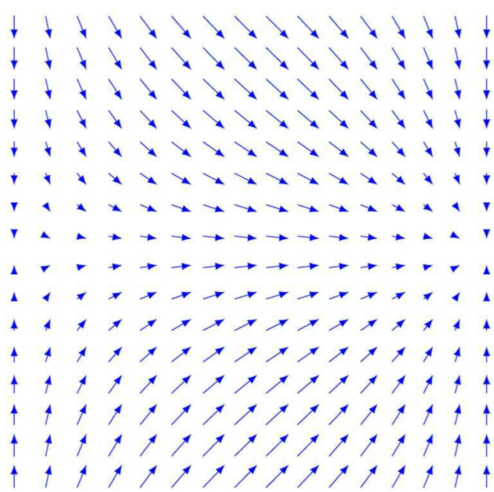
$$F_x = qE_x \qquad F_y = qE_y \qquad F_z = qE_z$$

Selon cette définition, le champ se mesure en N/C. On remarque aussi que le champ électrique doit être un vecteur puisque la force est un vecteur.

On peut ainsi trouver le champ électrique à un endroit. Pour ce faire, on place une charge ponctuelle à cet endroit et on mesure la force. En divisant la force par la charge, on obtient la grandeur du champ. On trouve la direction du champ facilement puisqu'il est dans le même sens que la force subie par une charge positive. Par exemple, si on place une charge de 50 mC à un endroit et qu'elle subit une force électrique de 100 N, alors le champ est de 2000 N/C à cet endroit.



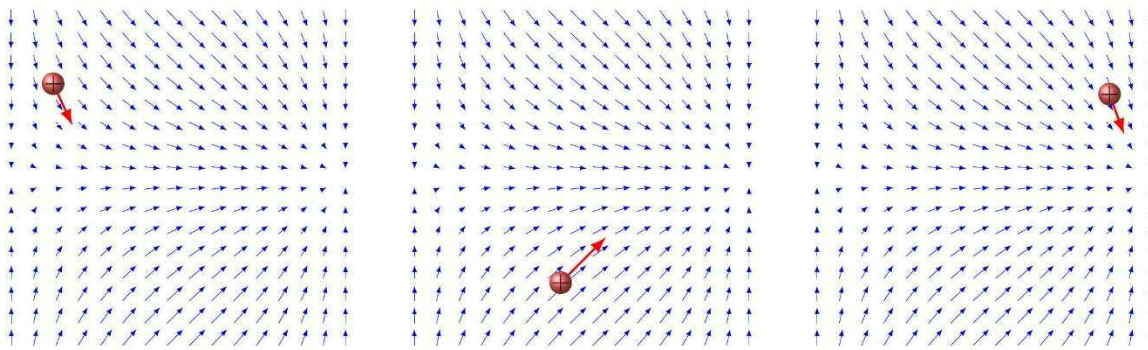
En mesurant à plusieurs endroits, on pourrait, par exemple, arriver au résultat suivant pour le champ électrique.



Sur cette figure, on peut voir le vecteur représentant le champ électrique à différents endroits dans une région. Même s'il n'y a que des vecteurs à certains endroits, le champ existe partout.

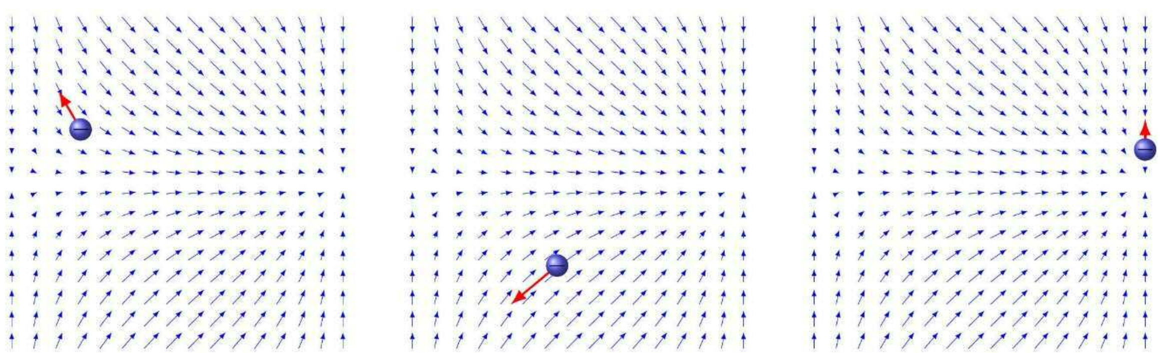
Mathématiquement, on dit qu'il y a un champ quand une quantité peut prendre des valeurs différentes à chaque position de l'espace. La température d'une pièce est en fait un champ de température, car elle peut varier d'un endroit à l'autre de la pièce et il doit y avoir une température à chaque point de l'espace. Comme le champ électrique est un vecteur dont la valeur dépend de la position, le champ électrique est un champ vectoriel.

Voyons les forces sur une particule positive placée à différents endroits de notre champ.



On voit que la direction de la force sur la charge positive est toujours la même que celle du champ. On peut voir aussi, sur l'image de droite, que la charge est dans une région où le champ est un peu plus faible (car les flèches représentant le champ sont plus petites) et elle subit donc une force un peu plus petite.

Examinons maintenant ce qui arrive si on place une charge négative à différents endroits dans le même champ électrique.

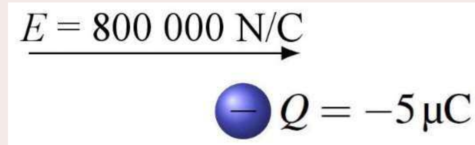


On voit que la force sur la charge négative est toujours dans la direction opposée au champ électrique. Cela est en accord avec la définition du champ puisqu'en multipliant le champ par une charge négative, on inverse la direction du vecteur. Encore une fois, la force est plus grande si le champ est plus grand.

Notez que les valeurs de champ électrique sont parfois très grandes. Ne soyez pas surpris par des valeurs de l'ordre du million de newtons par coulomb.

Exemple 2.1.1

Une charge de -5 μC est placée à un endroit où le champ électrique est de 800 000 N/C vers la droite. Quelle est la force électrique (grandeur et direction) sur la charge ?



On va travailler avec un axe des *x* positifs vers la droite. Comme le champ a seulement une composante en *x*, la force aura seulement une composante en *x*. Cette composante est

$$\begin{aligned} F_x &= qE_x \\ &= \left(-5\times 10^{-6} C\right)\cdot 800\,000 \tfrac{N}{C} \\ &= -4N \end{aligned}$$

La force est donc de 4 N vers la gauche.

On dit que le champ est *uniforme* si la grandeur et la direction du champ électrique sont les mêmes partout. On dit que le champ est *non uniforme* si la grandeur ou la direction du champ électrique change selon la position.

On dit que le champ est *constant* si sa grandeur et sa direction ne changent pas en fonction du temps. On dit que le champ est *variable* si la grandeur ou la direction du champ change en fonction du temps.

2.2 LE CHAMP ÉLECTRIQUE D'UNE CHARGE PONCTUELLE

On va maintenant combiner ce qu'on a appris à la section précédente et au chapitre 1.

Imaginons qu'une charge q soit placée à une distance r d'une charge Q. (Même si on voit des charges positives ayant une certaine grosseur sur la figure, ce sont des charges ponctuelles qui pourraient avoir n'importe quel signe.)

On sait, selon ce qu'on a appris au chapitre 1, que la grandeur de la force sur la charge q est

$$F = \frac{k\left|qQ\right|}{r^2} = \frac{k\left|q\right|\cdot\left|Q\right|}{r^2}$$

On sait aussi, selon ce qu'on a dit à la section précédente, que la charge q est dans un champ électrique puisqu'elle subit une force électrique. La charge q subit une force dont la grandeur est

$$F = \left|q\right| E$$

Comme ces 2 forces doivent être égales (car il s'agit de 2 façons de calculer la même force), on doit donc avoir

$$|q|E = \frac{k|q|\cdot|Q|}{r^2}$$

En simplifiant les q, on obtient la grandeur du champ à l'endroit où est située la charge q.

$$E = \frac{k|Q|}{r^2}$$

Ce champ doit être fait par la charge Q. La charge q subit une force uniquement parce que la charge Q est à proximité. S'il n'y avait pas de charge Q, il n'y aurait pas de force et s'il n'y avait pas de force, il n'y aurait pas de champ. On en conclut donc que c'est la charge Q qui est l'origine du champ.

Cela veut donc dire que la charge Q fait un champ autour d'elle. Voici les caractéristiques de ce champ.

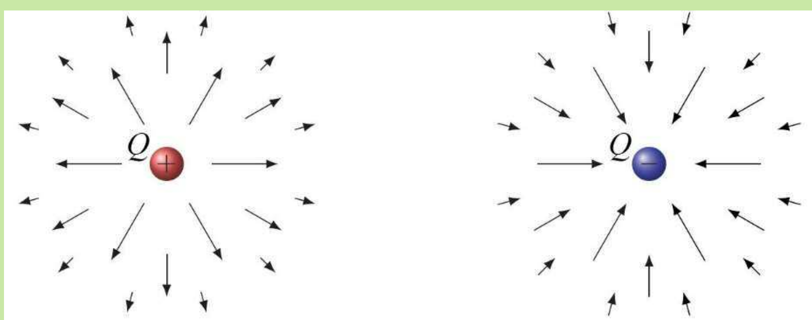
Champ électrique fait par une charge ponctuelle *Q*

Grandeur

$$E = \frac{k|Q|}{r^2} = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Direction

Le champ est dans la direction opposée à la charge si Q est une charge positive.
Le champ est vers la charge si Q est une charge négative.



On voit bien sur la figure que le champ diminue avec la distance comme l'indique la formule (ce qu'on a représenté avec la longueur des flèches).

On a trouvé la direction du champ en imaginant qu'on a placé une charge positive près de la charge Q.

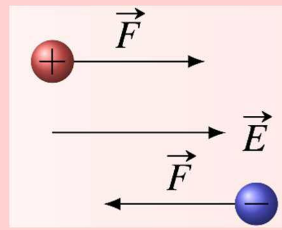
Si on met une charge positive près de la charge positive Q de la figure, elle sera repoussée et la force sera dans la direction opposée à la charge Q, ce qui signifie que le champ est dans la direction opposée de la charge Q, comme on peut le voir sur la figure.

Si on met une charge positive près de la charge négative Q de la figure, elle sera attirée et la force sera vers la charge négative Q, ce qui signifie que le champ est vers la charge négative Q, comme on peut le voir sur la figure.

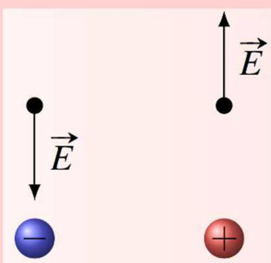
Erreur fréquente : confondre les conventions de signes pour le champ et la force

Nous avons deux conventions de signes dans ce chapitre et il ne faut pas les confondre.

Il y a premièrement la convention sur la direction de la force pour une charge dans un champ.



La force sur une charge positive dans un champ électrique est dans le même sens que le champ et la force sur une charge négative dans un champ électrique est dans la direction opposée au champ. Le vecteur F part toujours de la charge qui subit la force.



Ensuite, il y a la convention qui donne la direction du champ électrique fait par une charge.

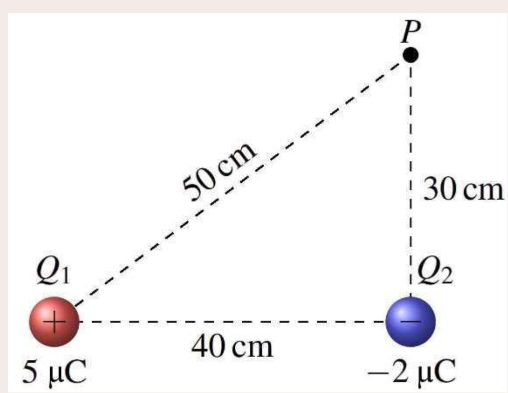
Le champ électrique est dans la direction opposée à la charge si Q est une charge positive. Le champ électrique est vers la charge si Q est une charge négative. Le vecteur E part toujours de l'endroit où on veut savoir le champ.

S'il y a plusieurs charges autour de l'endroit où on veut savoir le champ, on additionne simplement le champ fait par chacune des charges. Comme le champ est un vecteur, il s'agit d'une addition vectorielle.

Champ électrique fait par plusieurs charges ponctuelles

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \dots$$

Exemple 2.2.1



a) Quel est le champ électrique au point P (grandeur et direction) ?

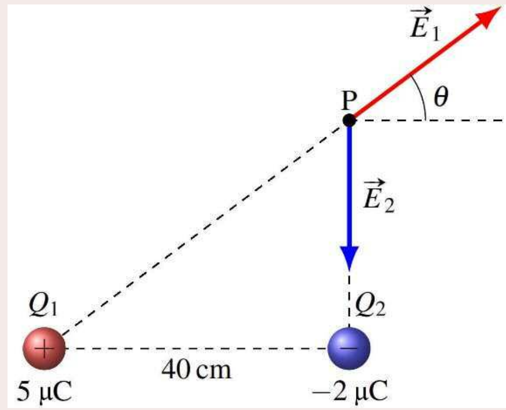
Le champ au point P est la somme des deux champs faits par les charges Q_1 et Q_2.

La grandeur de chacun de ces champs est

$$E_1 = \frac{k|Q_1|}{r_1^2} = \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left|5\times10^{-6}C\right|}{(0,5m)^2} = 180\,000\,\tfrac{N}{C}$$

$$E_2 = \frac{k|Q_2|}{r_2^2} = \frac{9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left|-2\times10^{-6}C\right|}{(0,3m)^2} = 200\,000\,\tfrac{N}{C}$$

La direction de ces champs est illustrée sur la figure de droite. **(Remarquez que les vecteurs de champ partent tous du point *P*, c'est-à-dire de l'endroit où on veut connaitre le champ.)**



La direction du vecteur E_1 est

$$\theta = \arctan\frac{30cm}{40cm} = 36,87°$$

La somme des composantes en *x* est donc

$$\begin{aligned} E_x &= E_{1x} + E_{2x} \\ &= 180\,000\,\tfrac{N}{C}\cdot\cos(36,87°) + 0 \\ &= 144\,000\,\tfrac{N}{C} \end{aligned}$$

et la somme des composantes en *y* est

$$\begin{aligned} E_y &= E_{1y} + E_{2y} \\ &= 180\,000\,\tfrac{N}{C}\cdot\sin(36,87°) - 200\,000\,\tfrac{N}{C} \\ &= -92\,000\,\tfrac{N}{C} \end{aligned}$$

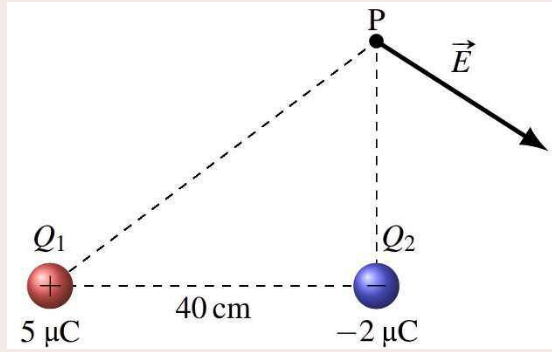
La grandeur du champ électrique est

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \\ &= \sqrt{\left(144\,000\,\tfrac{N}{C}\right)^2 + \left(-92\,000\,\tfrac{N}{C}\right)^2} \\ &= 170\,880\,\tfrac{N}{C} \end{aligned}$$

et la direction du champ électrique est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\frac{E_y}{E_x} \\ &= \arctan\frac{-92\,000\,\tfrac{N}{C}}{144\,000\,\tfrac{N}{C}} \\ &= -32,57° \end{aligned}$$

On a donc un champ dans la direction montrée sur la figure de droite.



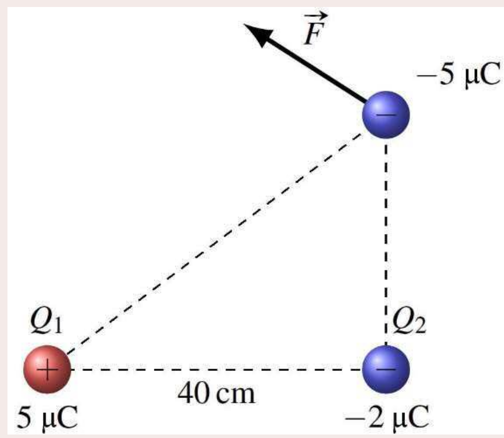
Ce n'est pas demandé, mais on pourrait écrire que le champ électrique est

$$\vec{E} = 144\,000 \tfrac{N}{C}\,\vec{i} - 92\,000 \tfrac{N}{C}\,\vec{j}$$

b) Quelle est la force sur une charge de –5 μC placée au point *P* ?

On pourrait refaire tout le calcul à partir de la loi de Coulomb, mais on peut maintenant aller plus vite puisqu'on sait le champ électrique. La force électrique est

$$\begin{aligned} F &= qE \\ &= (-5\mu C)\cdot 170\,880 \tfrac{N}{C} \\ &= -0,8544N \end{aligned}$$



Le résultat négatif signifie que la force est dans la direction opposée au champ. On a donc

F = 0,8544 N
θ= 147,43° (-32,57° + 180°)

On a ainsi la situation montrée à droite.

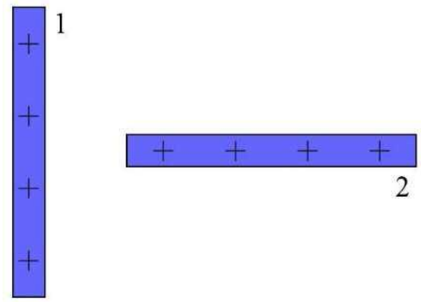
2.3 POURQUOI UTILISER LE CHAMP ÉLECTRIQUE ?

Au premier coup d'œil, le champ électrique semble tout à fait inutile. On calcule le champ à un endroit fait par les charges environnantes et on se sert ensuite de ce champ pour calculer la force sur une charge placée à cet endroit. Est-ce que ça n'aurait pas été plus simple de calculer la force directement avec la loi de Coulomb ?

En fait, c'est exactement l'utilité du champ électrique : c'est un intermédiaire pour le calcul de la force. Il permet de séparer le calcul de la force en deux étapes.

1) On calcule le champ fait par les particules environnantes.
2) Avec le champ, on calcule la force.

Dans l'exemple qu'on a fait, on ne gagnait rien à faire cette séparation et il aurait été un peu plus rapide de calculer la force directement.



Cependant, dans des situations plus complexes, cette séparation peut être bien utile. Par exemple, la séparation est bien utile quand on veut calculer la force entre 2 tiges. On va commencer par trouver le champ fait par une des tiges (la tige 1). Pour y arriver, on sépare la tige en une très grande quantité de petites charges et on calcule le champ fait par chacune de ces petites charges en faisant comme si c'était des charges ponctuelles. On trouve le champ total en additionnant les champs faits par toutes ces charges ponctuelles (avec une intégrale). Ensuite, on trouve la force sur l'autre tige (la tige 2) en séparant cette tige en une très grande quantité de charges ponctuelles. On calcule ensuite la force sur chacune des petites charges avec qE (où E est le champ fait par la tige 1) et on additionne finalement toutes les forces pour obtenir la force totale (avec une intégrale). On voit que chacune des étapes peut devenir une somme ou une intégrale pas si facile à faire. Si on ne sépare pas en deux étapes, on aura les deux sommes ou les deux intégrales imbriquées l'un dans l'autre et on risque de se perdre un peu en faisant le calcul. On pourrait donc dire que le champ électrique est une simple invention de l'esprit humain faite pour simplifier les calculs.

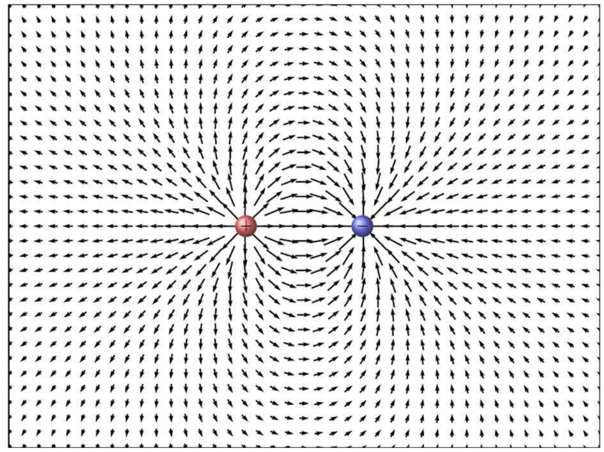
Cet intermédiaire peut aussi servir à visualiser certains phénomènes. Quand Faraday inventa ce concept au 19e siècle, cela lui permettait de visualiser le comportement de nombreux systèmes sans devoir faire de calculs. On pourra mieux apprécier cette façon de voir quand on aura vu comment représenter le champ électrique avec les lignes de champ.

Il est donc très difficile de répondre à la question *Qu'est-ce qu'un champ électrique* ? Certains pourraient dire que ces champs existent vraiment et c'est ce qu'on pensa au 19e siècle quand on imagina que les charges modifiaient l'éther autour d'elles, ce qui créait la force sur les charges environnantes. À l'opposé, on pourrait très bien argumenter que le champ n'est qu'une invention de l'esprit humain et qu'il n'existe pas. En tout cas, il est impossible à voir et ce n'est pas quelque chose de matériel. De plus, sa grandeur dépend de l'observateur. Il est possible qu'il y ait un champ électrique à un endroit selon un observateur et qu'il n'y en ait pas selon un autre observateur en mouvement par rapport au premier observateur ! Finalement, est-ce que le champ existe vraiment ou pas ? Il n'y a pas de réponse définitive à cette question puisqu'elle dépend de votre façon de concevoir le monde. (Quand on y pense bien, il y a plusieurs quantités comme ça en physique qui servent d'intermédiaire pour les calculs. La force en est un exemple.)

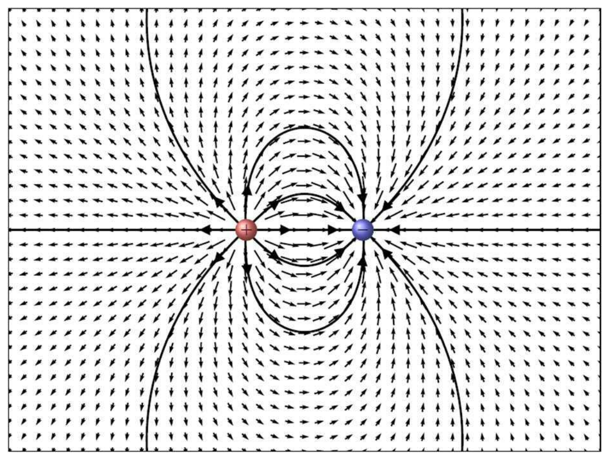
On peut lire parfois que le champ explique comment les charges peuvent exercer une force l'une sur l'autre à distance. L'interaction entre la charge et le champ à l'endroit où est la charge fait alors la force. Il n'y aurait donc pas d'interaction à distance, seulement une interaction charge-champ. En fait, on a simplement déplacé le problème, car on n'explique pas comment une charge peut créer un champ à distance. On a tenté de le faire au 19e siècle avec l'éther, mais sans succès.

2.4 LES LIGNES DE CHAMP ÉLECTRIQUE

Définition et propriétés fondamentales



On a vu précédemment qu'on peut représenter le champ électrique avec une multitude de vecteurs comme dans cette figure.



On peut aussi représenter le champ par des lignes de champ. On trace ces lignes pour que le champ électrique soit toujours tangent aux lignes. On obtient des lignes comme celles de la figure de droite.

On indique aussi, par une flèche sur la ligne, la direction vers laquelle pointent les vecteurs.

Avec cet applet, vous pouvez vous amuser à tracer de nombreuses lignes de champ
http://www.falstad.com/emstatic/

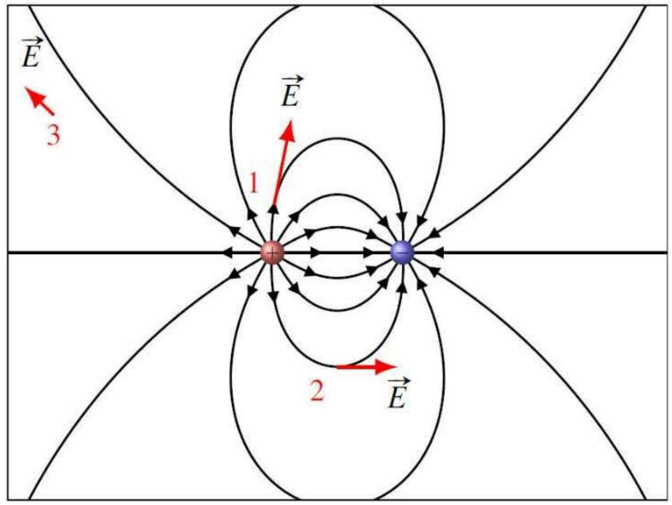
Ces lignes nous permettent de trouver le champ à un endroit à partir des propriétés suivantes.

Propriétés des lignes de champ

1) Le champ est toujours tangent à la ligne de champ, dans la direction de la ligne.

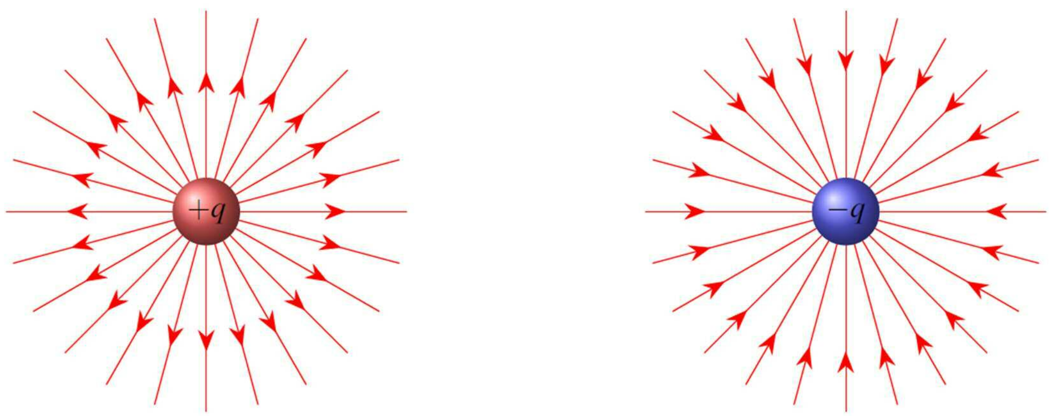
2) Plus les lignes de champ s'approchent les unes des autres, plus le champ est fort.

Voici ce que cela signifie dans un cas précis : le dipôle (deux charges identiques opposées l'une à côté de l'autre).

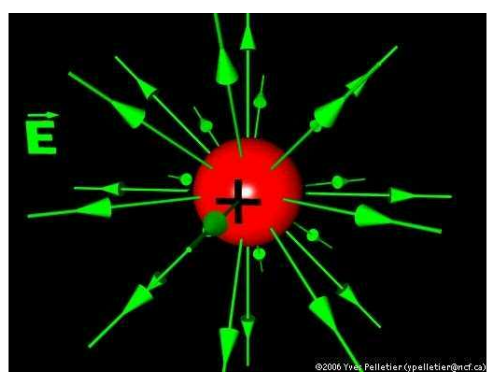


Sur la figure, on voit les lignes de champ et le champ électrique à 3 endroits différents. Dans tous les cas, le champ électrique est tangent à la ligne de champ à l'endroit où on veut connaitre le champ, dans la direction de la ligne de champ. Pour connaitre la grandeur du champ, on examine la densité des lignes de champ. Plus les lignes sont près les unes des autres, plus le champ est fort. Le champ au point 1 est donc beaucoup plus fort qu'au point 2 parce que les lignes sont plus denses au point 1 qu'au point 2. Si on veut connaitre le champ à un endroit où on n'a pas tracé de ligne (parce que le nombre qu'on trace est arbitraire), on extrapole un peu pour déterminer le champ, comme au point 3.

En représentant avec des lignes de champ, voici à quoi ressemble le champ autour de charges ponctuelles positive (à gauche) et négative (à droite)



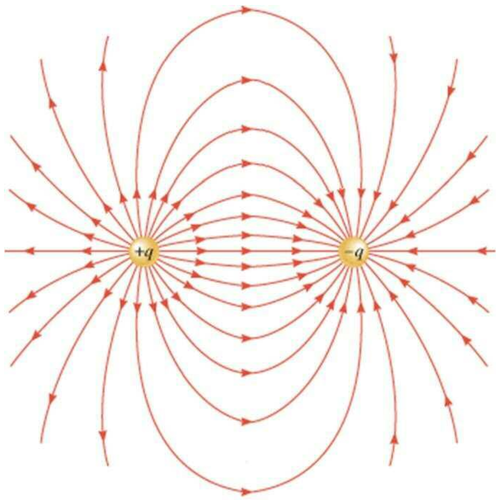
Gardons en tête qu'en réalité, c'est en trois dimensions. Les lignes de champ autour d'une charge ponctuelle positive ressemblent donc plus à ceci.

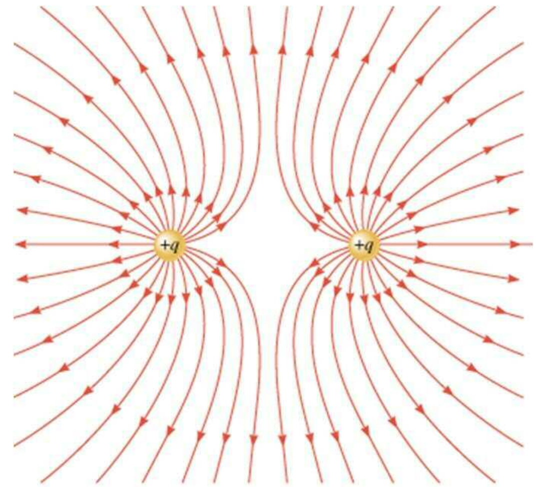


web.ncf.ca/ch865/englishdescr/EFldChargedSphere.html

Animé :
www.youtube.com/watch?v=A_NcMQA5RQc

Voici les champs obtenus avec 2 charges de signe contraire (un dipôle) et 2 charges positives.





demo.webassign.net/ebooks/cj6demo/pc/c18/read/main/c18x18_7.htm

N’oublions pas qu’en réalité, c’est en trois dimensions. Pour le dipôle, ça ressemble à ceci. http://www.youtube.com/watch?v=bG9XSY8i_q8

Autres propriétés des lignes de champ

3e propriété des lignes de champ

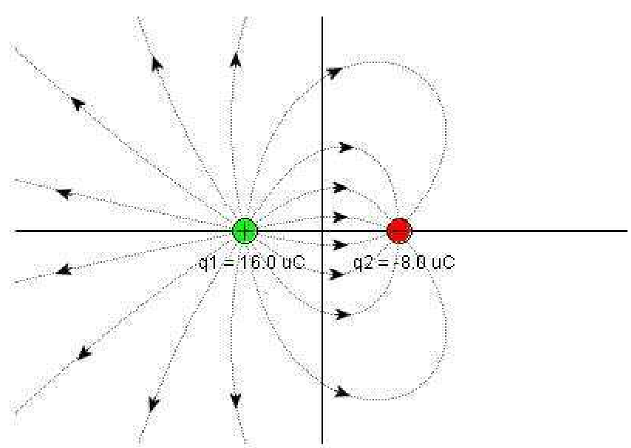
3) Les lignes de champ ne peuvent pas apparaitre ou disparaitre dans le vide. (Elles vont des charges positives aux charges négatives.)

Elles doivent commencer à une charge positive et se terminer à une charge négative. (Elles pourraient aussi se refermer sur elles-mêmes, ce que nous verrons beaucoup plus loin dans la session.) C’est effectivement ce qu’on observe sur les figures précédentes. Nous démontrerons cette propriété au chapitre suivant.

4e propriété des lignes de champ

4) Le nombre de lignes qui arrivent ou qui partent d’une charge est proportionnel à la charge.

Prenons un exemple pour illustrer ceci.



www.mrfizzix.com/utilitypage/dukes/electricfield/ElectricField.htm

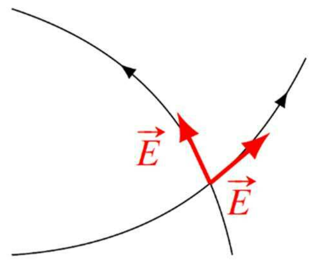
On voit qu'il y a deux fois plus de lignes qui partent de la charge de +16 μC qu'il y a de lignes qui arrivent à la charge de –8 μC parce qu'elle est deux fois plus grande (en valeur absolue).

Notez que le nombre exact de lignes qu'on trace est arbitraire. On doit simplement mettre un nombre de lignes proportionnel à la charge.

5e propriété des lignes de champ

5) Les lignes de champ ne se croisent pas.

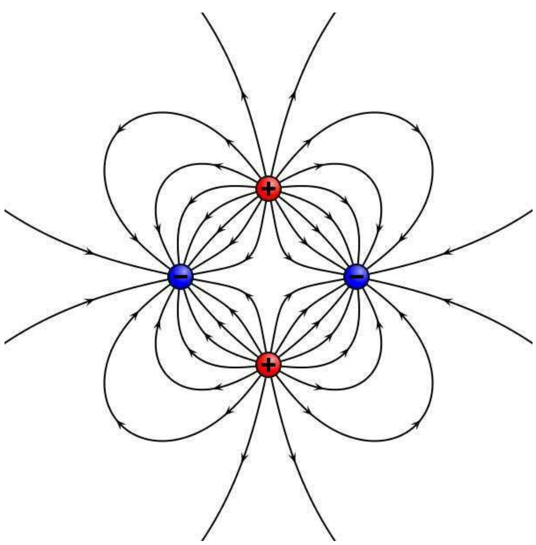
Vous pouvez admirer toutes les images de champ électrique présentées jusqu'ici et vous verrez qu'elles ne se croisent pas.



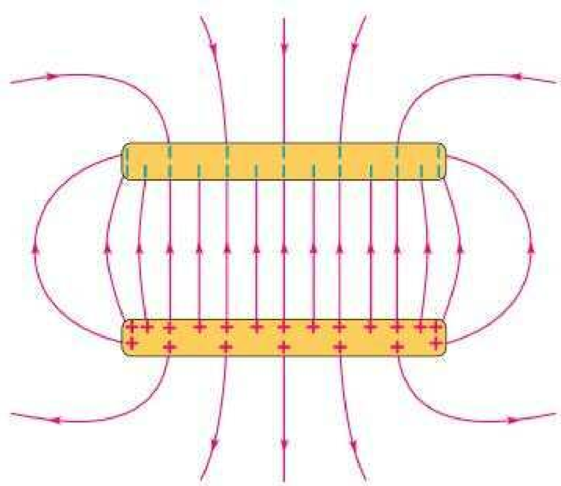
Comme le champ doit être tangent aux lignes, cela voudrait dire, si elles se croisaient, que le champ aurait deux directions au point de croisement, ce qui est impossible. Il n'y a qu'un seul vecteur champ électrique associé à chaque point de l'espace.

Les lignes de champ ont été inventées par Michael Faraday vers 1840. Ces lignes facilitaient la représentation des phénomènes électriques. En sachant qu'elles vont des charges positives aux charges négatives et en imaginant que les lignes se repoussent les unes des autres, on obtient souvent une représentation assez correcte du champ. Rappelez-vous cependant que ces lignes n'ont pas d'existence matérielle et sont tout à fait invisibles.

Voici deux autres exemples de champ électrique : le champ fait par 4 charges (un quadripôle) et le champ fait par 2 plaques parallèles ayant des charges opposées.



en.wikipedia.org/wiki/Earth's_magnetic_field

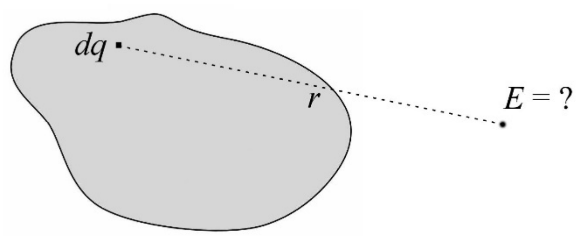


www.physics.sjsu.edu/becker/physics51/e_and_v.htm

On remarque que les lignes de champ sont parallèles entre les plaques (sans s'approcher trop des bords des plaques). Cela représente un champ électrique uniforme puisque la densité des lignes reste la même.

2.5 LE CHAMP ÉLECTRIQUE D'UN OBJET CHARGÉ

On peut trouver le champ électrique fait par un objet chargé non ponctuel en le séparant en très petits morceaux qu'on peut considérer comme ponctuels. Ces morceaux sont tellement petits qu'ils sont infinitésimaux. On note la charge de ce petit morceau *dq*. On trouve le champ fait par chacun de ces petits morceaux avec notre formule du champ d'une charge ponctuelle.



$$dE = \frac{k|dq|}{r^2}$$

On somme ensuite tous ces champs faits par chacun des petits morceaux composant l'objet pour trouver le champ total. Cette somme sera en fait une intégrale.

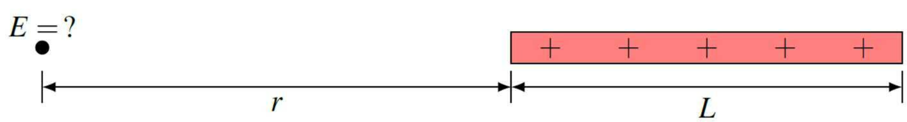
Souvent, il faut faire plusieurs intégrales en deux ou trois dimensions pour obtenir les composantes du champ. Comme vous n'êtes pas encore prêts à faire ces intégrales (sauf ceux qui ont fait calcul avancé), on ne cherchera pas à faire de telles intégrales dans ce cours. Nous allons nous contenter de faire le calcul pour un objet en une dimension, c'est-à-dire des tiges chargées.

Champ vis-à-vis du bout d'une tige uniformément chargée

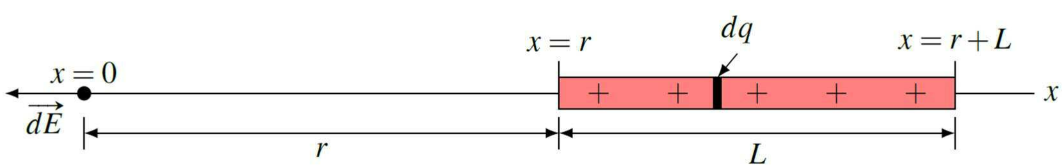
Pour les tiges, il y a une quantité déterminante : la charge linéique λ. Cette quantité, qui est en C/m, nous renseigne sur la quantité de charges par unité de longueur de la tige. Ici, cette quantité sera constante tout au long de la tige et, dans ce cas, on peut la calculer avec la formule suivante.

$$\lambda = \frac{\text{charge}}{\text{longueur}}$$

On va maintenant déterminer le champ à l'endroit indiqué sur la figure.



Pour y arriver, on prend un petit morceau de tige de longueur *dx* et dont la charge est *dq*.



On travaille avec un axe des *x* dont l'origine est au point où on veut savoir le champ.
À $x = 0$, le petit morceau fait un champ dont la grandeur est

$$dE = \frac{kdq}{x^2}$$

La charge dq dépend de la longueur du petit morceau dx. On trouve cette charge en multipliant la charge linéique par la longueur du petit morceau.

$$dq = \lambda dx$$

La grandeur du champ dE est donc

$$dE = \frac{k\lambda dx}{x^2}$$

On trouve le champ total en sommant tous les champs faits par chacun des petits morceaux. Cela veut dire qu'on fait l'intégrale et que nos bornes d'intégration sont les deux extrémités de la tige.

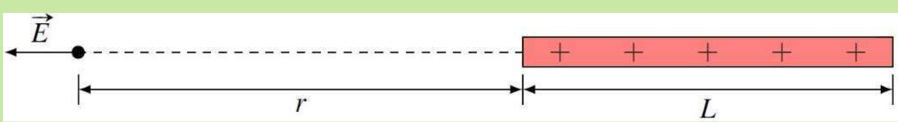
$$E = \int_r^{r+L} \frac{k\lambda dx}{x^2}$$

Comme k et λ sont des constantes, on obtient

$$\begin{aligned} E &= k\lambda \int_r^{r+L} \frac{dx}{x^2} \\ &= k\lambda \left[\frac{-1}{x}\right]_r^{r+L} \\ &= k\lambda \left(\frac{-1}{r+L} - \frac{-1}{r}\right) \end{aligned}$$

On arrive finalement au résultat suivant.

Champ électrique vis-à-vis du bout d'une tige uniformément chargée



Grandeur

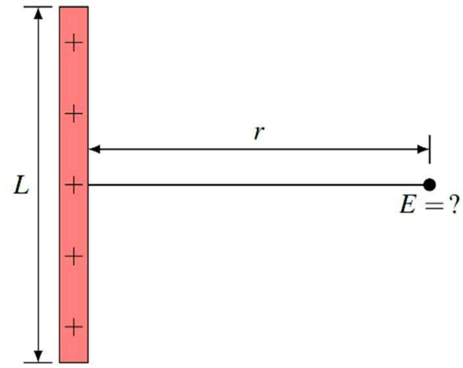
$$E = \frac{k|\lambda|L}{r(r+L)} = \frac{k|Q|}{r(r+L)}$$

Direction

Le champ est vers la tige si elle est chargée négativement.
Le champ est dans la direction opposée à la tige si elle est chargée positivement.

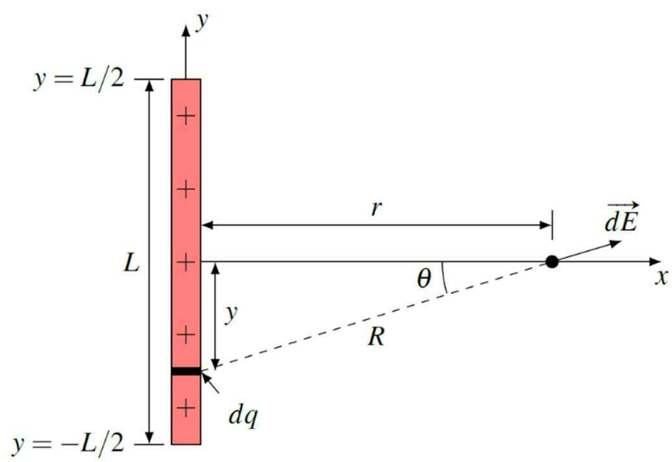
Champ vis-à-vis du milieu d'une tige uniformément chargée

On va maintenant déterminer le champ à l'endroit indiqué sur la figure.



Pour y arriver, on va placer des axes des *x* et des *y* avec l'origine au milieu de la tige. On prend un petit morceau de tige à la position *y,* de longueur *dy* et dont la charge est *dq*. Ce petit morceau fait un champ dont la grandeur est

$$dE = \frac{kdq}{R^2}$$



La charge *dq* dépend de la longueur du petit morceau *dy*. On trouve cette charge en multipliant la charge linéique par la longueur du petit morceau.

$$dq = \lambda dy$$

La grandeur du champ *dE* est donc

$$dE = \frac{k\lambda dy}{R^2}$$

Avant d'additionner les champs faits par chacun des petits morceaux, il faut séparer ce champ en composantes.

$$dE_x = \frac{k\lambda dy}{R^2}\cos\theta$$
$$dE_y = \frac{k\lambda dy}{R^2}\sin\theta$$

Or, on retrouve cet angle dans le triangle rectangle de la figure. Sur cette figure, on peut voir que

$$\cos\theta = \frac{r}{R} \qquad\qquad \sin\theta = \frac{-y}{R}$$

(Il y a un signe négatif devant le *y* pour obtenir une valeur positive, car la valeur de *y* est négative.) On a donc

$$dE_x = \frac{k\lambda dy}{R^2}\cos\theta \qquad dE_y = \frac{k\lambda dy}{R^2}\sin\theta$$

$$dE_x = \frac{k\lambda r dy}{R^3} \qquad dE_y = \frac{-k\lambda y dy}{R^3}$$

$$dE_x = \frac{k\lambda r dy}{\left(y^2+r^2\right)^{3/2}} \qquad dE_y = \frac{-k\lambda y dy}{\left(y^2+r^2\right)^{3/2}}$$

On trouve le champ total en sommant toutes les composantes des champs faits par chacun des petits morceaux. Cela veut dire qu'on fait l'intégrale et que nos bornes d'intégration sont les deux extrémités de la tige.

$$E_x = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda r dy}{\left(y^2+r^2\right)^{3/2}} \qquad E_y = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{-k\lambda y dy}{\left(y^2+r^2\right)^{3/2}}$$

$$E_x = \left[\frac{k\lambda y}{r\sqrt{y^2+r^2}}\right]_{-L/2}^{L/2} \qquad E_y = \left[\frac{k\lambda}{\sqrt{y^2+r^2}}\right]_{-L/2}^{L/2}$$

$$E_x = \left(\frac{k\lambda \frac{L}{2}}{r\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+r^2}} - \frac{-k\lambda \frac{L}{2}}{r\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+r^2}}\right) \qquad E_y = \left(\frac{k\lambda}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+r^2}} - \frac{k\lambda}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+r^2}}\right)$$

En simplifiant le tout, on obtient

$$E_x = \frac{2k\lambda L}{r\sqrt{L^2+4r^2}} \qquad E_y = 0$$

Ainsi, on a

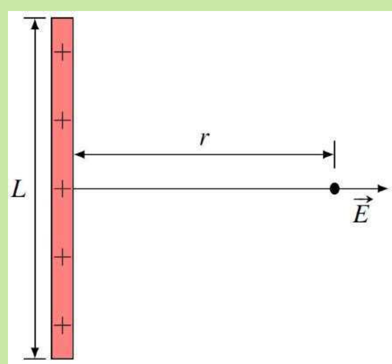
Champ électrique vis-à-vis du milieu d'une tige uniformément chargée

Grandeur

$$E = \frac{2k|\lambda|L}{r\sqrt{L^2+4r^2}} = \frac{2k|Q|}{r\sqrt{L^2+4r^2}}$$

Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée à la tige si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers la tige si elle est chargée négativement.



(Notez que si la longueur de la tige est très petite par rapport à la distance de la tige, L devient négligeable et on retrouve le champ fait par une charge ponctuelle.)

Champ d'une tige infinie uniformément chargée

En électricité, on s'intéresse souvent au champ fait par une tige infinie uniformément chargée. Bien que cela n'existe pas vraiment, c'est souvent une bonne approximation du champ d'une tige si $r \ll L$. On trouve le champ avec

$$E = \lim_{L\to\infty} \frac{2k\lambda L}{r\sqrt{L^2+4r^2}}$$

Quand L devient très grand, $4r^2$ devient négligeable et on a alors

$$\begin{aligned} E &= \lim_{L\to\infty} \frac{2k\lambda L}{r\sqrt{L^2}} \\ &= \lim_{L\to\infty} \frac{2k\lambda L}{rL} \end{aligned}$$

Ce qui nous amène à

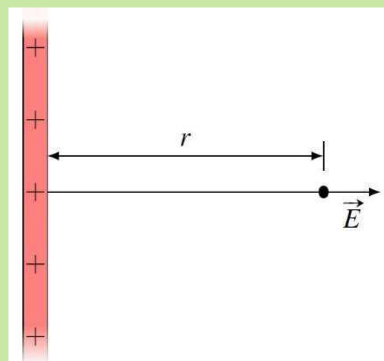
Champ électrique d'une tige infinie uniformément chargée

Grandeur

$$E = \frac{2k|\lambda|}{r} = \frac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

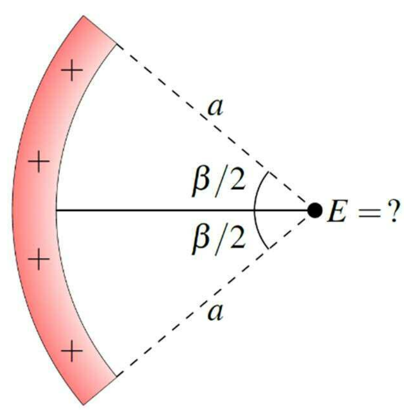
Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée à la tige si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers la tige si elle est chargée négativement.

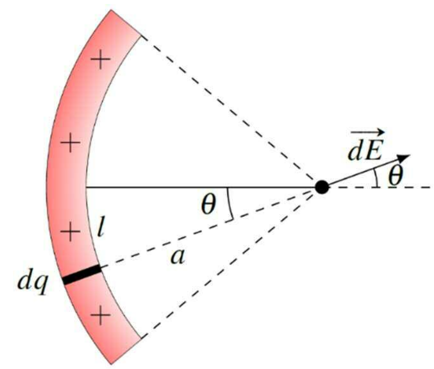


Champ au centre de courbure d'une tige uniformément chargée

On va maintenant déterminer le champ à l'endroit indiqué sur la figure.



On prend un petit morceau de tige à une distance *l* du centre de la tige, de longueur *dl* et dont la charge est *dq*. Ce petit morceau fait un champ dont la grandeur est



$$dE = \frac{kdq}{a^2}$$

La charge *dq* dépend de la longueur du petit morceau *dl*. On trouve cette charge en multipliant la charge linéique par la longueur du petit morceau.

$$dq = \lambda dl$$

La grandeur du champ *dE* est donc

$$dE = \frac{k\lambda dl}{a^2}$$

Avant d'additionner les champs faits par chacun des petits morceaux, il faut séparer ce champ en composantes.

$$dE_x = \frac{k\lambda dl}{a^2}\cos\theta$$
$$dE_y = \frac{k\lambda dl}{a^2}\sin\theta$$

Puisque l'angle (en radians) est

$$\theta = \frac{l}{a}$$

on a

$$l = a\theta$$
$$dl = ad\theta$$

(Il y a un signe négatif devant le *y* pour obtenir une valeur positive, car la valeur de *y* est négative.) On a donc

$$dE_x = \frac{k\lambda dl}{a^2}\cos\theta \qquad dE_y = \frac{k\lambda dl}{a^2}\sin\theta$$
$$dE_x = \frac{k\lambda ad\theta}{a^2}\cos\theta \qquad dE_y = \frac{k\lambda ad\theta}{a^2}\sin\theta$$
$$dE_x = \frac{k\lambda d\theta}{a}\cos\theta \qquad dE_y = \frac{k\lambda d\theta}{a}\sin\theta$$

On trouve le champ total en sommant toutes les composantes des champs faits par chacun des petits morceaux. Cela veut dire qu'on fait l'intégrale et que nos bornes d'intégration sont les deux extrémités de la tige.

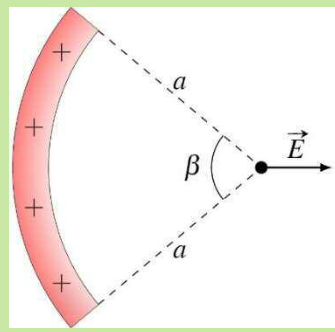
$$E_x = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} \frac{k\lambda d\theta}{a}\cos\theta \qquad E_y = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} \frac{k\lambda d\theta}{a}\sin\theta$$
$$E_x = \frac{k\lambda}{a}\left[\sin\theta\right]_{-\beta/2}^{\beta/2} \qquad E_y = \frac{k\lambda}{a}\left[-\cos\theta\right]_{-\beta/2}^{\beta/2}$$
$$E_x = \frac{k\lambda}{a}\left(\sin\left(\tfrac{\beta}{2}\right)-\sin\left(\tfrac{-\beta}{2}\right)\right) \qquad E_y = \frac{-k\lambda}{a}\left(\cos\left(\tfrac{\beta}{2}\right)-\cos\left(\tfrac{-\beta}{2}\right)\right)$$

En simplifiant le tout, on obtient

$$E_x = \frac{2k\lambda}{a}\sin\left(\tfrac{\beta}{2}\right) \qquad E_y = 0$$

Ainsi, on a

Champ électrique au centre de courbure d'une tige uniformément chargée



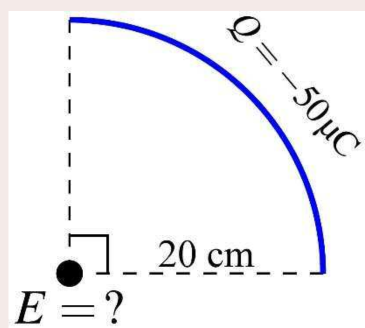
Grandeur

$$E = \frac{2k\left|\lambda\right|}{a}\sin\left(\tfrac{\beta}{2}\right)$$

Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée au milieu de la tige si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers le milieu de la tige si elle est chargée négativement.

Exemple 2.5.1



La tige courbée montrée sur la figure a une charge de -50 µC et un rayon de courbure de 20 cm.

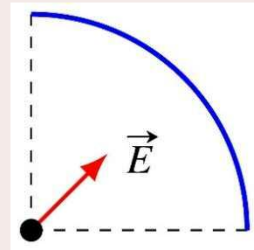
a) Quel est le champ électrique au centre de courbure ?

Dans cette situation, on a a = 0,2 m et β = 90°. Il ne reste qu'à trouver la charge linéique de la tige. Comme la longueur de la tige est égale au quart de la circonférence du cercle, on a

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{Q}{l} \\ &= \frac{-50\times10^{-6}C}{\frac{1}{4}\cdot2\pi\cdot(0,2m)} \\ &= -1,5915\times10^{-4}\,\tfrac{C}{m}\end{aligned}$$

Le champ est donc

$$
\begin{aligned}
E &= \frac{2k|\lambda|}{a}\sin\left(\tfrac{\beta}{2}\right) \\
&= \frac{2\cdot 9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left|-1,5915\times 10^{-4}\frac{C}{m}\right|}{0,2m}\cdot\sin(45^\circ) \\
&= 1,013\times 10^7 \tfrac{N}{C}
\end{aligned}
$$

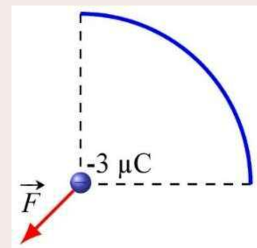


Le champ est vers le milieu de la tige puisque la tige a une charge négative.

b) Quelle est la force qui s'exerce sur une charge de -3 μC placée au centre de courbure ?

La force est

$$
\begin{aligned}
F &= qE \\
&= -3\times 10^{-6}C\cdot 1,013\times 10^7 \tfrac{N}{C} \\
&= -30,39N
\end{aligned}
$$



La valeur négative signifie que la force est dans la direction opposée au champ. La tige et la charge se repoussent, ce qui est bien normal puisque ces deux objets ont une charge négative.

Cet exemple montre bien ce que devient le calcul de la force quand on utilise le champ électrique. Insistons sur le fait qu'une simple utilisation de la formule de Coulomb.

$$
\begin{aligned}
F &= \frac{k|q_1q_2|}{r^2} \\
&= \frac{9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left|50\times 10^{-6}C\right|\left|-3\times 10^{-6}C\right|}{(0,2m)^2} \\
&= 33,75N
\end{aligned}
$$

ne donne pas la bonne force. La loi de Coulomb permet de trouver la force entre des charges ponctuelles, pas entre une tige chargée et une charge ponctuelle. Elle ne peut donc pas être utilisée ici.

Il se peut qu'à ce stade-ci vous vous disiez que vous n'avez pas de fun dans cette section. C'est normal. Les calculs qu'on vient de faire sont assez complexes pour le niveau collégial et ils sont là surtout pour illustrer la procédure. Dites-vous d'ailleurs que vous n'avez pas à reproduire cette procédure. Pour l'instant, c'est uniquement pour vous montrer que ce calcul n'est pas si facile. Imaginez ce dont ça peut avoir l'air quand on calcule le champ fait par un objet en deux ou trois dimensions… (Heureusement, on verra des techniques qui facilitent grandement le calcul plus tard.)

On va maintenant cesser de faire toute la preuve de la formule pour trouver le champ électrique pour donner uniquement le résultat du calcul pour deux cas importants : les plaques infinies uniformément chargées et une sphère chargée.

Les plaques infinies uniformément chargées

Sur une plaque uniformément chargée, la charge est répartie sur une surface. On caractérise les charges sur une surface par la charge surfacique (σ) qui est la charge par unité de surface.

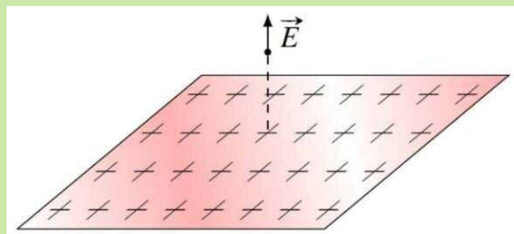
$$\sigma = \frac{\text{charge}}{\text{surface}}$$

Elle est en C/m². Les calculs montrent que le champ est

Champ électrique d'une plaque infinie uniformément chargée

Grandeur

$$E = 2\pi k\left|\sigma\right| = \frac{\left|\sigma\right|}{2\varepsilon_0}$$

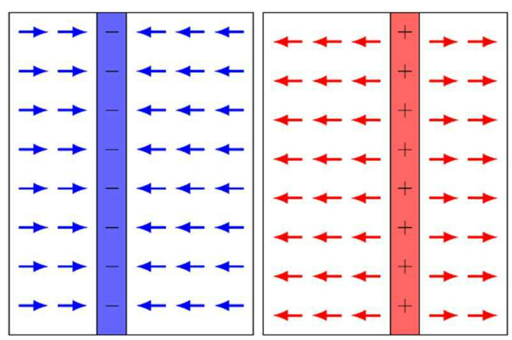


Direction

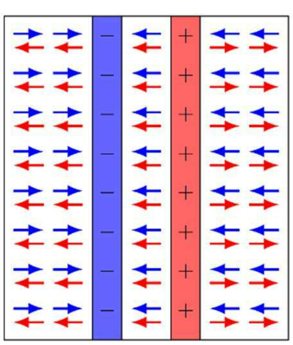
Le champ est dirigé dans la direction opposée à la plaque si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers la plaque si elle est chargée négativement.

Remarquez comme la valeur du champ ne dépend pas de la distance entre la plaque et l'endroit où on veut savoir le champ. Que ce point soit près ou loin de la plaque, le champ est toujours le même. Évidemment, ceci est vrai uniquement si la plaque est infinie. Si la plaque n'est pas infinie, ce résultat est une excellente approximation tant que notre distance de la plaque est beaucoup plus petite que les dimensions de la plaque.

Nous prouverons cette formule du champ par une plaque infinie uniformément chargée au chapitre suivant en utilisant une technique qui facilite beaucoup les calculs.



Connaissant ce résultat, on peut trouver le champ qu'il y a entre deux plaques parallèles infinies et ayant des charges surfaciques σ identiques, mais de signes contraires. La figure de droite montre les champs faits par chacune des plaques séparément.

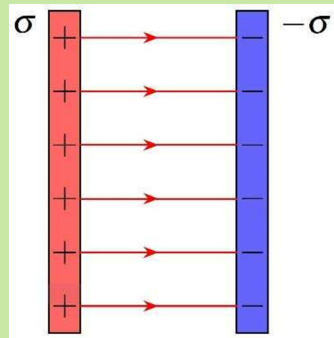


En plaçant les deux plaques l'une à côté de l'autre, les champs se superposent. Le champ de la plaque positive est en rouge et le champ de la plaque négative est en bleu. On remarque que les champs s'annulent à droite des plaques et à gauche des plaques. Par contre, les champs de chacune des plaques s'additionnent entre les plaques. Comme les deux plaques ont la même charge surfacique (en valeur absolue), cette addition donne

$$E_{\text{entre les plaques}} = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} + \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}$$

On a donc

Champ électrique entre deux plaques parallèles infinies et ayant des charges surfaciques identiques de signes opposés.



Grandeur

$$E = 4\pi k|\sigma| = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}$$

Direction

Le champ est dirigé de la plaque positive vers la plaque négative.

Le résultat ne dépend pas de la position entre les plaques, ce qui signifie que **le champ est uniforme entre les plaques**. Ce champ est le champ entre deux plaques infinies. Ce résultat est toutefois une excellente approximation du champ entre 2 plaques non infinies si la distance entre les plaques est beaucoup plus petite que la largeur et la longueur des plaques et qu'on est loin du bord des plaques.

Exemple 2.5.2

Deux plaques parallèles de 10 cm x 20 cm sont distantes de 1 mm. Si on donne une charge de 5 µC à une plaque et une charge de -5 µC à l'autre plaque, quelle est la grandeur du champ entre les deux plaques ?

La valeur absolue de la charge surfacique de chacune des plaques est

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{Q}{A} \\ &= \frac{5\mu C}{0{,}1m \cdot 0{,}2m} \\ &= 2{,}5\times10^{-4}\ \tfrac{C}{m^2}\end{aligned}$$

Le champ est donc

$$\begin{aligned}E &= \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0} \\ &= \frac{2{,}5\times10^{-4}\ \frac{C}{m^2}}{8{,}854\times10^{-12}\ \frac{C^2}{Nm^2}} \\ &= 2{,}82\times10^{6}\ \tfrac{N}{C}\end{aligned}$$

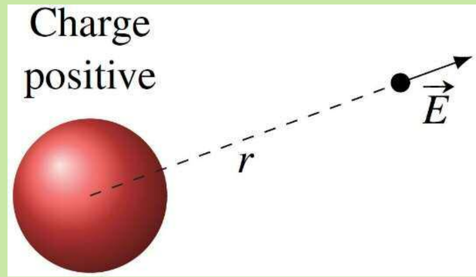
La sphère

Le champ fait par une sphère chargée est

Champ électrique fait par une sphère chargée (à l'extérieur de la sphère)

Grandeur

$$E = \frac{k|Q|}{r^2} = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée à la sphère si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers la sphère si elle est chargée négativement.

Ce résultat est valide tant que la distribution de charge dans la sphère est la même dans toutes les directions à partir du centre, donc tant que la distribution de charge dans la sphère a une symétrie sphérique. On pourra démontrer cette formule au chapitre suivant sans avoir à faire l'intégrale en trois dimensions.

2.6 LA FORCE SUR UNE CHARGE PONCTUELLE DANS UN CHAMP ÉLECTRIQUE

Maintenant qu'on a vu comment calculer le champ électrique, revenons au calcul de la force sur un objet dans un champ électrique. On a vu au début de ce chapitre qu'une charge ponctuelle dans un champ électrique subit une force électrique dont les composantes sont données par les équations suivantes.

Force sur une charge ponctuelle

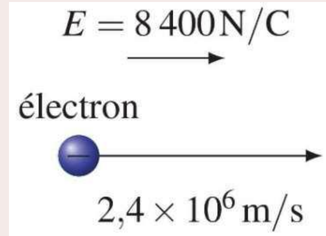
$$F_x = qE_x \qquad F_y = qE_y \qquad F_z = qE_z$$

(On va travailler en deux dimensions au maximum ici, mais ce ne serait pas tellement difficile de la faire en trois dimensions avec un champ uniforme.)

Attention : Le champ E dans les formules précédentes est le champ fait par les <u>*autres charges*</u> qui sont autour de la charge qui subit la force. Le champ fait par une charge ne génère pas de force sur elle-même.

Si le champ est uniforme, la force électrique sera constante, ce qui nous permet d'utiliser les formules du mouvement rectiligne uniformément accéléré. Voici deux exemples.

Exemple 2.6.1



Un électron se déplace vers la droite avec une vitesse initiale de 2,4 x 10^6 m/s dans un champ électrique de 8400 N/C dirigé vers la droite. Quelle distance fera l'électron avant de s'arrêter ?

On va trouver la distance à partir de la vitesse initiale et de l'accélération. Cette accélération se trouve à partir de la force, qui elle-même se trouve à partir du champ électrique.

Avec un axe des *x* vers la droite, on trouve que la force est

$$\begin{aligned} F_x &= qE_x \\ &= \left(-1,602\times10^{-19}C\right)\cdot 8400\tfrac{N}{C} \\ &= -1,344\times10^{-15}N \end{aligned}$$

L'accélération de l'électron est donc

$$\begin{aligned} F_x &= ma_x \\ -1,344\times10^{-15}N &= 9,11\times10^{-31}kg\cdot a_x \\ a_x &= -1,48\times10^{15}\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

L'accélération étant négative, elle est vers la gauche, ce qui montre bien que notre électron ralentit puisque l'accélération et la vitesse sont dans des directions opposées.

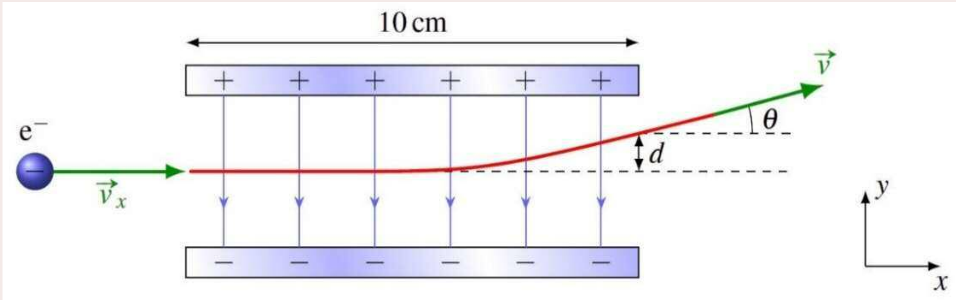
La distance d'arrêt de l'électron se trouve donc avec

$$\begin{aligned} 2a_x\left(x-x_0\right) &= v_x^2 - v_{0x}^2 \\ 2\cdot\left(-1,48\times10^{15}\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot\left(x-0m\right) &= \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(2,4\times10^{6}\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ x &= 0,00195m = 1,95mm \end{aligned}$$

(Évidemment, l'électron repartira ensuite vers la gauche en allant de plus en plus vite.)

Exemple 2.6.2

Un électron se déplace vers la droite avec une vitesse initiale de 2 x 10^6 m/s. Il entre alors dans un champ de 100 N/C dirigé vers le bas fait par deux plaques chargées. (On suppose que le champ est uniforme entre les plaques et qu'il commence abruptement quand l'électron arrive entre les plaques et se termine abruptement quand il sort des plaques.)



a) Quelle est la vitesse de l'électron (grandeur et direction) quand il sort de l'espace entre les plaques ?

On va trouver la vitesse à partir de la vitesse initiale et de l'accélération. Cette accélération se trouve à partir de la force, qui elle-même se trouve à partir du champ électrique.

Comme il n'y a pas de champ en *x*, il n'y a pas de force en *x* et la vitesse en *x* reste constante. On a donc

$$v_x = 2\times 10^6 \tfrac{m}{s}$$

Comme il y a un champ en *y*, il y a une force et une accélération en *y*. La force subie par l'électron est

$$\begin{aligned} F_y &= qE_y \\ &= \left(-1,602\times 10^{-19} C\right)\cdot\left(-100 \tfrac{N}{C}\right) \\ &= 1,602\times 10^{-17} N \end{aligned}$$

L'accélération de l'électron est donc

$$F_y = ma_y$$
$$1,602\times 10^{-17} N = 9,11\times 10^{-31} kg\cdot a_y$$
$$a_y = 1,75\times 10^{13} \tfrac{m}{s^2}$$

(On voit que l'accélération gravitationnelle de 9,8 m/s² peut être négligée.)

L'accélération en *y* est positive, ce qui signifie que l'électron sera dévié vers le haut, tel qu'illustré sur la figure.

Pour trouver la vitesse, on doit connaitre le temps qu'il faut pour passer de début à la fin des plaques. On trouve ce temps avec l'équation du mouvement en *x*.

$$x = x_0 + v_{0x}t$$
$$0,1m = 0m + 2\times 10^6 \tfrac{m}{s}\cdot t$$
$$t = 5\times 10^{-8} s$$

La vitesse en y à la sortie de l'espace entre les plaques sera donc

$$\begin{aligned} v_y &= v_{0y} + a_y t \\ &= 0\tfrac{m}{s} + 1,75\times10^{13}\tfrac{m}{s^2}\cdot 5\times10^{-8}s \\ &= 8,79\times10^{5}\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Puisque la vitesse en x est restée la même, la grandeur et la direction de la vitesse sont

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{\left(2\times10^{6}\tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(8,79\times10^{5}\tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 2,18\times10^{6}\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\frac{v_y}{v_x} \\ &= \arctan\frac{8,79\times10^{5}\tfrac{m}{s}}{2\times10^{6}\tfrac{m}{s}} \\ &= 23,7° \end{aligned}$$

b) Quel est le déplacement vertical de l'électron à sa sortie des plaques *(d* sur la figure) ?

Le déplacement est

$$\begin{aligned} d &= y_0 + v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \\ &= 0m + 0m + \frac{1}{2}\cdot 1,75\times10^{13}\tfrac{m}{s^2}\cdot\left(5\times10^{-8}s\right)^2 \\ &= 0,02198m = 2,198cm \end{aligned}$$

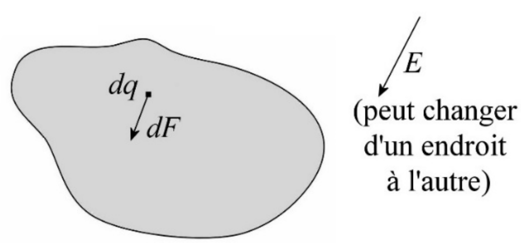
C'est avec de telles plaques chargées qu'on déviait les électrons pour les diriger aux bons endroits pour former l'image sur les écrans des téléviseurs à tube.

Peut-être que ce petit jeu vous donnera une meilleure compréhension du mouvement des charges ponctuelles dans un champ électrique.
https://phet.colorado.edu/en/simulations/electric-hockey

2.7 LA FORCE SUR UN OBJET CHARGÉ DANS UN CHAMP ÉLECTRIQUE

Calcul de la force

Quand un objet chargé non ponctuel est dans un champ électrique, on doit séparer l'objet en petites charges et calculer la force sur chacune de ces charges qu'on peut traiter comme une charge ponctuelle.



La force sur la charge ponctuelle est

$$d\vec{F} = (dq)\vec{E}$$

On somme ensuite, à l'aide d'une intégrale, toutes les forces sur chacune des petites charges pour obtenir la force totale.

Notez que si le champ est uniforme, le résultat est relativement simple, peu importe la forme de l'objet. On a alors

$$\vec{F} = \int \vec{E}dq = \vec{E}\int dq$$

Cette dernière intégrale est simplement la somme de toutes les charges composant l'objet, ce qui nous donne la charge totale de l'objet. On a donc, en composantes

Force sur un objet chargé dans un champ uniforme

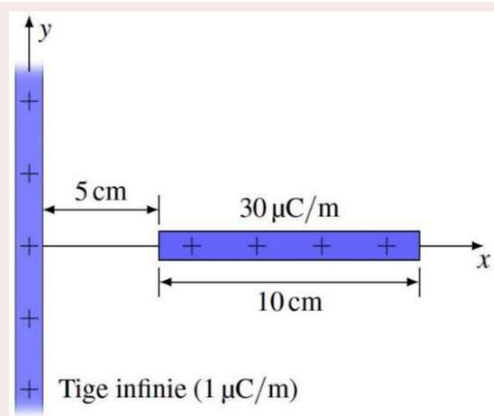
$$F_x = qE_x \qquad F_y = qE_y \qquad F_z = qE_z$$

Par contre, le calcul est plus complexe si le champ varie. On aura alors

Force sur un objet chargé dans un champ non uniforme

$$F_x = \int E_x dq \qquad F_y = \int E_y dq \qquad F_z = \int E_z dq$$

Exemple 2.7.1



Une tige chargée de 10 cm de long est placée à côté d'une tige infinie telle qu'illustrée sur la figure. Quelle est la force électrique sur la tige de 10 cm ?

Comme la tige de droite est dans un champ non uniforme, on devra séparer cette tige en petits morceaux et calculer la force sur chaque morceau.

Pour y arriver, on doit premièrement connaitre le champ électrique fait par la tige infinie. On sait par les résultats donnés précédemment que ce champ est

$$E_x = \frac{2k|\lambda_1|}{x}$$

Il s'agit de la composante en x du champ puisque le champ est dans la direction opposée à la tige, donc vers la droite. On a noté la charge linéique de la tige infinie avec un indice 1 pour la distinguer de la charge linéique de la tige de 10 cm qui sera notée avec un indice 2. On a également noté la distance avec x plutôt que r puisque cette distance est dans la direction des x.

Si on prend un petit morceau de charge (longueur dx et charge dq) dans la tige de 10 cm, elle subit une force de

$$\begin{aligned} dF_x &= E_x dq \\ &= \frac{2k\lambda_1}{x} dq \end{aligned}$$

On a laissé tomber la valeur absolue de la charge linéique puisqu'elle est déjà positive. La charge du petit morceau est liée à sa charge par la charge linéique

$$dq = \lambda_2 dx$$

Ce qui nous donne

$$dF_x = \frac{2k\lambda_1\lambda_2 dx}{x}$$

On doit maintenant sommer toutes les forces en allant d'un bout à l'autre de la tige, donc en commençant à x = 5 cm jusqu'à x = 15 cm.

$$\begin{aligned} F_x &= 2k\lambda_1\lambda_2 \int_{5cm}^{15cm} \frac{dx}{x} \\ &= 2k\lambda_1\lambda_2 \left[\ln x\right]_{5cm}^{15cm} \\ &= 2k\lambda_1\lambda_2 \left(\ln 15cm - \ln 5cm\right) \\ &= 2k\lambda_1\lambda_2 \ln\frac{15}{5} \\ &= 2k\lambda_1\lambda_2 \ln 3 \end{aligned}$$

Ce qui nous donne

$$\begin{aligned} F_x &= 2 \cdot 9\times 10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2} \cdot 10^{-6} \tfrac{C}{m} \cdot 30\times 10^{-6} \tfrac{C}{m} \cdot \ln 3 \\ &= 0{,}593N \end{aligned}$$

2 commentaires sur cet exemple :

Ce calcul illustre bien l'avantage d'avoir inventé le champ électrique. On a d'abord fait (plus tôt) une intégrale pour trouver le champ fait par une tige infinie et on a ensuite fait une autre intégrale pour trouver la force sur la tige de 10 cm. Sans le champ électrique, on aurait dû faire ces deux intégrales en même temps, ce qui aurait compliqué la tâche.

Si on demandait maintenant quelle est la force faite sur la tige infinie par la tige de 10 cm, il serait inutile de faire un long calcul pour trouver le champ fait par la tige de 10 cm et ensuite trouver la force sur la tige infinie (chacun de ces calculs correspond à une intégrale). On peut simplement utiliser la troisième loi de Newton. Si la tige infinie fait une force de 0,593 N vers la droite sur la tige de 10 cm, alors la tige de 10 cm fait une force de 0,593 N vers la gauche sur la tige infinie.

Force entre 2 sphères chargées

Pour trouver cette force, on se dit qu'on va devoir calculer la force sur chaque petit morceau d'une sphère (qu'on va appeler la sphère 1) fait par le champ généré par l'autre sphère (qu'on va appeler la sphère 2). Comme le champ fait par la sphère 2 est différent pour chaque morceau de la sphère 1, on imagine facilement que ce calcul pourrait virer en intégrale. Toutefois, il y a un moyen d'y arriver sans intégrale.

Comme le champ fait par la sphère 2 est le même que celui fait par une charge ponctuelle, on peut remplacer la sphère 2 par une charge ponctuelle et l'effet sur la sphère 1 sera identique. Notre calcul revient donc à calculer la force sur la sphère 1 dans cette situation.

On sait, par la troisième loi de Newton, que la force faite par la sphère 2 sur la sphère 1 a la même grandeur que la force faite par la sphère 1 sur la sphère 2. Or, la force sur la sphère 2, qui est remplacée par une charge ponctuelle, est facile à trouver. Comme, le champ fait par la sphère 1 est

$$E_1 = \frac{kQ_1}{r^2}$$

la force sur la charge ponctuelle est

$$F = Q_2 E_1 = Q_2 \frac{kQ_1}{r^2}$$

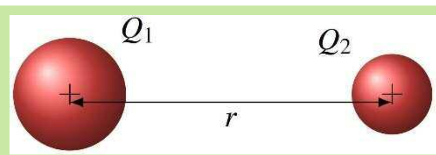
Ainsi, par la 3^e loi de Newton, la force sur la sphère 1 est aussi

$$F = \frac{kQ_1Q_2}{r^2}$$

On arrive donc à la conclusion que la force entre 2 sphères chargées est

Force entre deux sphères chargées

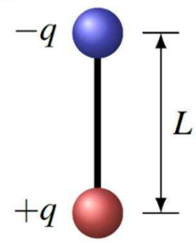
$$F = \frac{kQ_1Q_2}{r^2}$$



où r est la distance entre les centres des sphères.

En fait, cette formule reste bonne tant que la distribution de charge dans chaque sphère a une symétrie sphérique.

2.8 LE DIPÔLE DANS UN CHAMP ÉLECTRIQUE

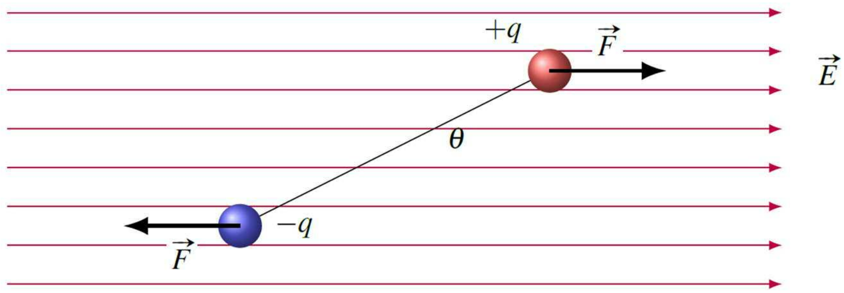


Un dipôle est constitué de deux charges identiques, mais de signes opposés, situés à une certaine distance (L) l'une de l'autre. La charge totale d'un dipôle est donc nulle, mais cela ne veut pas dire qu'il ne se passera rien si on le met dans un champ électrique.

Le comportement du dipôle dans un champ électrique est très intéressant parce que plusieurs molécules agissent comme des dipôles. Bien que la charge totale d'une molécule soit nulle, il arrive bien souvent qu'un côté de la molécule ait une charge négative et que l'autre côté ait une charge positive. C'est d'ailleurs le cas de la molécule d'eau, avec son oxygène légèrement négatif et ses hydrogènes légèrement positifs.

Dipôle dans un champ électrique uniforme

Chacune des charges du dipôle subit une force si on le place dans un champ électrique. Les directions des forces sont montrées sur cette figure.

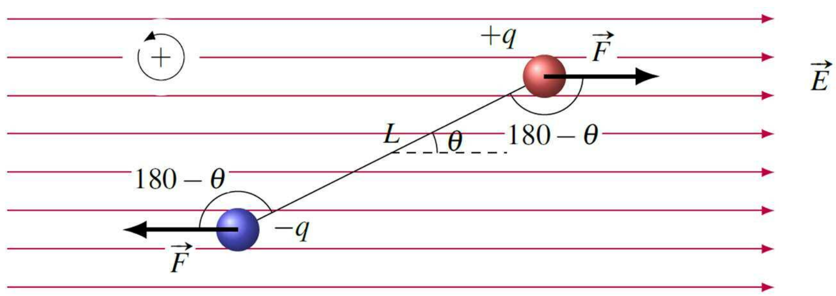


Comme les charges sont identiques (en valeur absolue) et que le champ est le même, les deux forces sont de même grandeur, mais de direction opposée. La somme des forces est donc nulle sur le dipôle.

Force sur un dipôle dans un champ électrique uniforme

$$\sum \vec{F} = 0$$

Par contre, les deux forces qui agissent sur le dipôle cherchent à faire tourner le dipôle. Il y a donc un moment de force sur le dipôle. Le moment de force est



$$\begin{aligned}\sum \tau &= -F\frac{L}{2}\sin\left(180^\circ-\theta\right)-F\frac{L}{2}\sin\left(180^\circ-\theta\right)\\ &= -FL\sin\left(180^\circ-\theta\right)\\ &= -FL\sin\theta\\ &= -qEL\sin\theta\end{aligned}$$

(On a choisi cette direction positive pour que l'angle soit positif sur la figure.)

Dans toutes les équations du dipôle, on retrouve le produit qL. On a donc inventé un symbole et un nom pour cette quantité.

Moment dipolaire électrique

$$p = qL$$

Ce moment dipolaire est en Cm. Pour les molécules, on utilise aussi le Debye qui vaut

$$1\ \text{D} = 3{,}33564 \times 10^{-30}\ \text{Cm}$$

Typiquement, les molécules diatomiques ont un moment dipolaire se situant entre 0 D et 11 D.

Le moment de force est donc

$$\sum \tau = -pE\sin\theta$$

Le signe négatif nous dit que le dipôle tourne dans le sens contraire du sens positif indiqué. Plutôt que de penser avec les signes, rappelons-nous simplement que la force électrique amène la charge positive dans la direction du champ et la charge négative dans la direction opposée au champ. Le moment de force fait toujours tourner le dipôle pour qu'il soit aligné avec le champ et que la charge positive est du côté vers où les lignes de champ se dirigent.

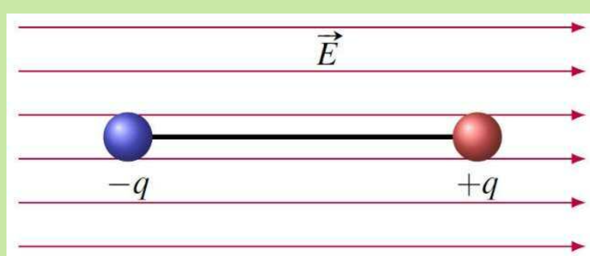
Moment de force sur un dipôle dans un champ électrique

Grandeur

$$\tau_{net} = pE\sin\theta$$

Direction

Aligne le dipôle avec le champ (charge positive du côté vers où les lignes de champ se dirigent)



On peut également déterminer l'énergie potentielle du dipôle dans le champ électrique. Pour y arriver, utilisons un résultat obtenu en mécanique qui permet de trouver l'énergie potentielle à partir du moment de force.

$$U = -\int \tau d\theta$$

$\left(\text{L'équivalent en rotation de } U = -\int F_x dx\right)$. On a donc

$$\begin{aligned} U &= -\int -pE\sin\theta d\theta \\ &= \int pE\sin\theta d\theta \\ &= -pE\cos\theta + \text{constante} \end{aligned}$$

Le plus simple c'est de prendre une constante nulle. On obtient alors la formule suivante.

Énergie potentielle du dipôle dans un champ électrique

$$U = -pE\cos\theta$$

Cette énergie est minimale (-*pE*) si le dipôle est aligné avec le champ et que la charge positive est du côté vers où les lignes de champ se dirigent. Elle augmente si on tourne le dipôle à partir de cette position.

Exemple 2.8.1

La molécule de bromure de potassium a un moment dipolaire de 10,5 D. Elle est dans un champ électrique de 100 000 N/C.

a) Quel est le moment de force sur la molécule si l'angle entre le champ et le dipôle est de 30° ?

Le moment dipolaire est

$$\begin{aligned} p &= 10.5 \cdot 3{,}33564 \times 10^{-30}\, Cm \\ &= 3{,}502 \times 10^{-29}\, Cm \end{aligned}$$

Le moment de force est donc

$$\begin{aligned} \tau_{net} &= pE\sin\theta \\ &= 3{,}502 \times 10^{-29}\, Cm \cdot 100\,000 \tfrac{N}{C} \cdot \sin 30° \\ &= 1{,}75 \times 10^{-24}\, Nm \end{aligned}$$

b) Quel travail faut-il faire pour tourner la molécule de 0° à 180° (en partant et en finissant au repos) ?

Le travail qu'il faut fournir est

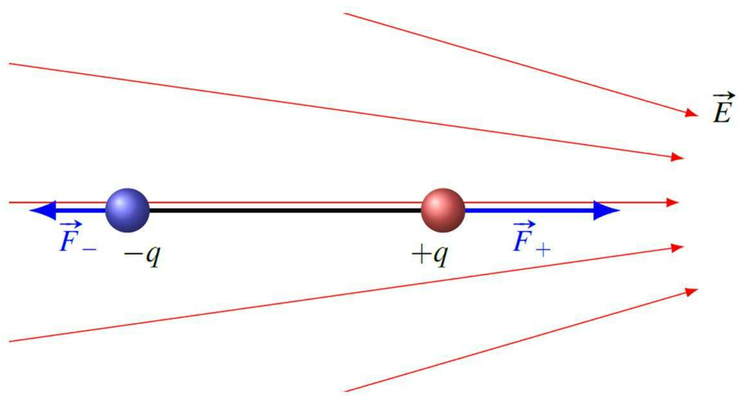
$$W_{ext} = \Delta U + \Delta E_k$$

Comme on commence et finit au repos, il n'y a pas de variation d'énergie cinétique. Il reste donc

$$\begin{aligned} W_{ext} &= \Delta U \\ &= U_f - U_i \\ &= -pE\cos 180° - -pE\cos 0° \\ &= pE + pE \\ &= 2pE \\ &= 2\cdot 3,502\times 10^{-29}\,Cm \cdot 100\,000\,\tfrac{N}{C} \\ &= 7,004\times 10^{-24}\,J \end{aligned}$$

Dipôle dans un champ électrique non uniforme

Regardons les forces sur le dipôle une fois que ce dernier s'est aligné avec les lignes de champ. Prenons l'exemple de la figure pour illustrer ce qui se passe si le champ n'est pas uniforme.



Avec un champ non uniforme, les deux forces n'ont plus la même grandeur. La force du côté où le champ est plus fort est maintenant plus grande et les deux forces ne peuvent plus s'annuler. Le dipôle subit maintenant une force. C'est évident ici que la force sur la charge positive est plus grande que la force sur la charge négative. Le dipôle subit donc une force vers la droite, c'est-à-dire vers l'endroit où le champ est le plus fort.

On pourrait examiner plusieurs cas pour se rendre compte que la force sur le dipôle est toujours vers l'endroit où le champ est le plus fort. On ne cherchera pas à savoir ici la grandeur de cette force.

Force sur un dipôle dans un champ électrique non uniforme

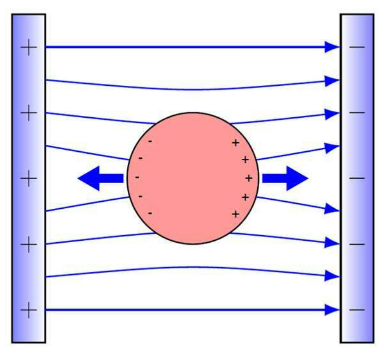
La force sur le dipôle aligné avec le champ est toujours vers l'endroit où le champ est le plus fort.

Voici une démonstration intéressante de cette force. On charge un tuyau de plastique avec une fourrure de lapin. Le tuyau chargé fait alors un champ électrique qui diminue à mesure qu'on s'éloigne du tuyau (c'est comme une tige chargée). Si on approche alors le tuyau de l'eau s'écoulant d'un robinet, on verra que l'eau est attirée par le tuyau.
http://www.youtube.com/watch?v=VhWQ-r1LYXY

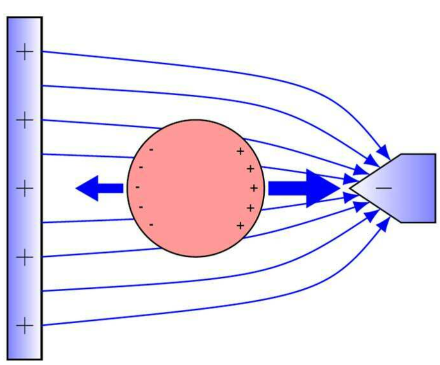
Il y a cette attraction parce que les molécules d'eau sont des petits dipôles (on dit qu'elles sont polaires). Quand elles passent près du tuyau, elles sont attirées par le tuyau parce que le champ électrique est plus grand près du tuyau.

C'est aussi ce qui se passe quand on approche notre tube de petits morceaux de papier ou qu'on colle une balloune préalablement frottée dans nos cheveux (pour ceux qui en ont…) sur un mur. Dans les deux cas, on approche un objet chargé (le tube ou la balloune) d'un objet non chargé (les papiers ou le mur). Selon la loi de Coulomb, il n'y aura pas de force, car une des charges est nulle. Il ne peut non plus y avoir d'induction qui mène à une attraction puisque les papiers ou le mur ne sont pas conducteurs. Par contre, il y a des molécules polaires dans le papier et le mur qui vont être attirées par le tuyau ou la balloune parce que ces deux objets font des champs qui sont de plus en plus forts à mesure qu'on approche de l'objet. Tous les dipôles sont donc attirés par ces objets. Les morceaux de papier sont donc attirés par le tube et les molécules du mur sont attirées par le ballon. Par la troisième loi de Newton, si le ballon attire les molécules du mur, alors les molécules du mur attirent le ballon. Le ballon reste donc collé au mur.

C'est pour ça aussi que l'huile n'est pas soluble dans l'eau. Chaque molécule d'eau fait un champ électrique qui diminue rapidement à mesure qu'on s'éloigne de la molécule. (Tous les dipôles font un champ qui diminue avec $1/r^3$.) Ce champ va donc attirer les autres molécules d'eau autour de la molécule. Cette attraction « écrase » les molécules étrangères non polaires qui ne subissent pas cette force d'attraction et les force hors de l'eau, exactement comme on sort du dentifrice d'un tube en l'écrasant. L'huile n'étant pas polaire, elle se fait éjecter de l'eau par ce principe. Par contre, les molécules polaires pourront rester avec les molécules d'eau puisqu'elles subissent aussi l'attraction. Bien sûr, les résultats peuvent différer selon le moment dipolaire des molécules placées dans l'eau. C'est pour ça que les molécules polaires sont solubles dans l'eau et que les molécules non polaires ne sont pas solubles.



Les objets conducteurs seront également attirés du côté où le champ est le plus grand. En les plaçant dans un champ, les charges se déplaceront dans le conducteur. Les charges positives iront dans la direction du champ et les charges négatives dans la direction opposée au champ. Le conducteur devient alors un dipôle induit. Dans un champ uniforme, il n'y a pas de force nette, car les deux charges subissent la même force.



Mais dans un champ non uniforme, il y aura plus de force d'un côté du conducteur et il sera attiré dans la direction où le champ devient le plus grand.

Notez que les cellules vivantes sont conductrices et que si on place une cellule dans un champ non uniforme, elle se déplacera lentement (les biologistes disent qu'elle migre) vers l'endroit où le champ est le plus grand. Ceci est à la base de plusieurs techniques expérimentales en biologie.

2.9 LE CHAMP ÉLECTRIQUE ET LES CONDUCTEURS

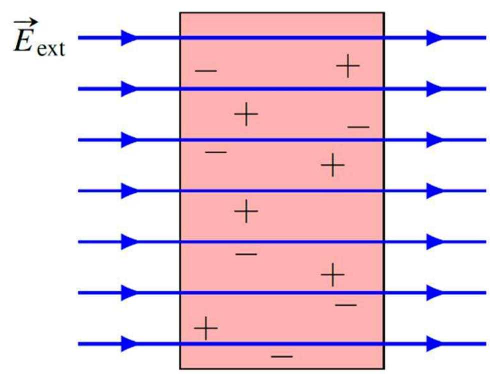
3 propriétés du champ avec un conducteur

Première propriété

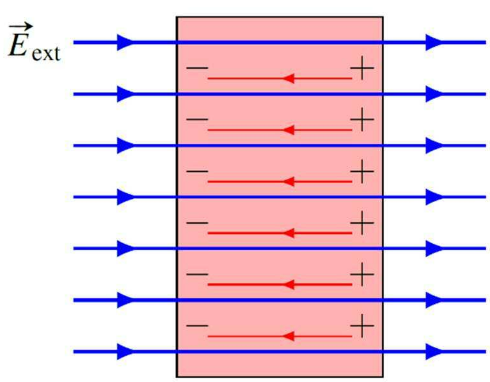
Propriétés du champ électrique à l'intérieur ou près d'un conducteur

1) À l'équilibre, le champ est nul dans un conducteur.

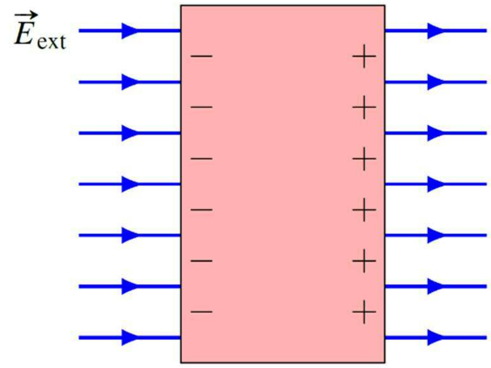
Expliquons pourquoi il doit en être ainsi. Supposons qu'il y ait un champ électrique dans un conducteur et que les charges positives et négatives peuvent se déplacer dans ce conducteur. Pour illustrer, notre conducteur sera un simple bloc dans un champ électrique uniforme.



Au départ, quand on place le conducteur dans le champ électrique (appelé ici E_{ext} pour champ à l'extérieur du conducteur), on a la situation montrée sur la figure. On a placé quelques charges dans le conducteur pour illustrer qu'il y a des charges qui peuvent se déplacer. Ces charges se retrouvent alors dans un champ électrique et elles vont donc subir une force. Les charges positives subissent une force vers la droite et les charges négatives subissent une force vers la gauche. Les charges vont donc se déplacer dans ces directions, jusqu'à ce qu'elles atteignent la surface de droite (charges positives) ou de gauche (charges négatives). On a alors la situation montrée sur la figure de gauche.



Les charges se sont déplacées jusqu'aux surfaces. Toutefois, cette séparation de charge crée à son tour un champ électrique allant des charges positives aux charges négatives. Ce champ vers la gauche (en bleu sur la figure), appelé *le champ induit*, s'oppose au champ électrique externe. Tant que ce champ induit n'annule pas le champ extérieur, il reste du champ dans le conducteur et les charges subissent une force qui les amène vers les surfaces. Ceci augmente la séparation de charge, ce qui augmente le champ induit. Le tout s'arrête quand le champ



induit annule exactement le champ extérieur. Alors, il n'y a plus de champ dans le conducteur et la séparation de charge reste stable. On a alors la situation montrée à droite.

Ainsi à l'équilibre, le champ à l'intérieur est nul.

On peut même trouver la densité de charge qui apparait à la surface du conducteur de notre exemple. Les deux surfaces agissent comme deux plaques et le champ induit fait par ces deux plaques doit être égal au champ externe pour que le champ soit nul. On a donc

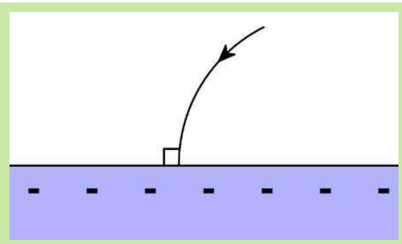
$$E_{induit} = E_{ext}$$
$$\frac{|\sigma|}{\varepsilon_0} = E_{ext}$$
$$|\sigma| = \varepsilon_0 E_{ext}$$

C'est la densité de charge de chaque côté de notre conducteur. D'un côté, elle est positive, de l'autre, elle est négative.

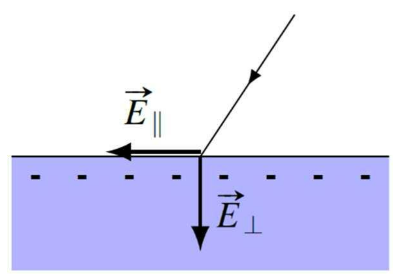
Deuxième propriété

Propriétés du champ électrique à l'intérieur ou près d'un conducteur

2) Le champ est toujours perpendiculaire à la surface à l'extérieur du conducteur.



La démonstration est un peu similaire à celle faite précédemment. Commençons par supposer que le champ n'est pas perpendiculaire à la surface. Dans ce cas, il y aura deux composantes du champ à la surface du conducteur : la composante parallèle et la composante perpendiculaire (figure de droite).



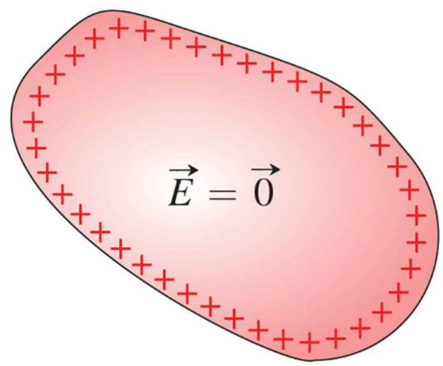
La composante perpendiculaire ne peut pas faire grand-chose, car elle ne peut amener les charges à l'intérieur puisque dès qu'on entre à l'intérieur, le champ disparait comme on l'a vu précédemment. Par contre, la composante parallèle va pouvoir déplacer des charges le long de la surface. Ce déplacement de charges va à son tour créer un champ dans la direction opposée au champ parallèle. Ce déplacement durera tant qu'il y aura des forces sur les charges, donc tant qu'il restera du champ électrique parallèle à la surface. Quand on atteint l'équilibre, c'est qu'il n'y a plus de déplacement de charge le long de la surface, donc plus de champ parallèle. Il ne reste donc que le champ perpendiculaire, ce qui montre que les lignes de champ arrivent toujours perpendiculairement à la surface d'un conducteur.

Troisième propriété

Propriétés du champ électrique à l'intérieur ou près d'un conducteur

3) La charge excédentaire d'un conducteur est toujours sur la surface du conducteur.

Ainsi, si on donne une charge positive au conducteur de la figure de droite, la répartition de charge ressemblera à ce qu'on peut voir sur la figure de droite.



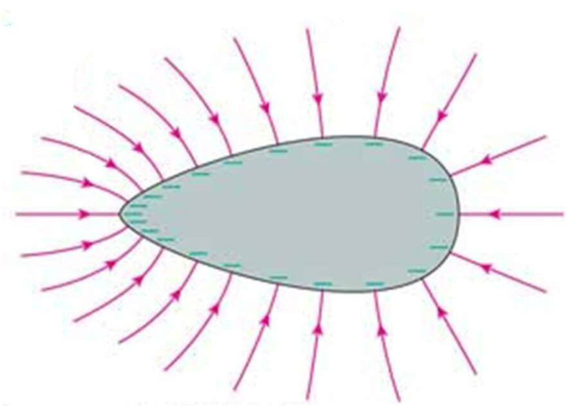
On peut simplement comprendre cette propriété en se disant que les charges se repoussent toutes les unes des autres, ce qui les pousse vers la surface de l'objet. On aura une preuve plus rigoureuse de cette propriété au chapitre suivant.

2 Situations pour résumer

Résumons ces 3 propriétés par deux exemples.

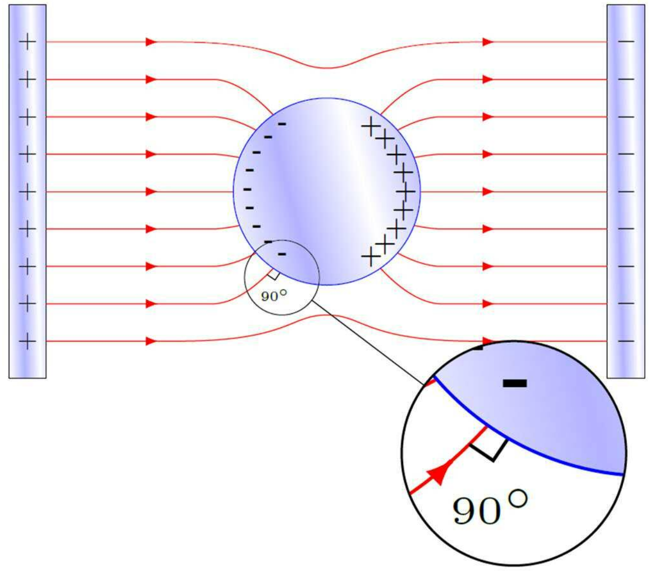
Exemple 1 : Un objet chargé négativement.

On voit que les charges se retrouvent à la surface du conducteur et que les lignes de champ font toujours 90° avec la surface. Il n'y a pas de lignes à l'intérieur, car le champ est nul à l'intérieur du conducteur. Remarquons que les lignes de champ sont plus rapprochées les unes des autres du côté plus pointu de l'objet, ce qui signifie que le champ est plus intense à cet endroit. Nous nous pencherons sur cela plus tard.



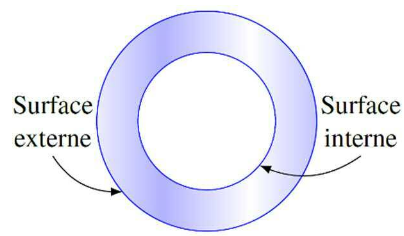
whs.wsd.wednet.edu/faculty/busse/mathhomepage/busseclasses/apphysics/studyguides/APPhysics2012/Chapter20_2012/Chapter20_2012.html

Exemple 2 : On place une sphère conductrice non chargée entre 2 plaques de charges opposées.



Le champ sera déformé par le mouvement des charges dans la sphère pour arriver finalement au champ montré sur la figure de droite. Dans cette situation, le champ des plaques a provoqué une séparation de charge dans la sphère qui a amené des charges en surface jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de champ à l'intérieur. Les charges en surface sont également réparties de façon à ce que le champ arrive toujours perpendiculairement à la surface de la sphère.

Conducteur avec une cavité

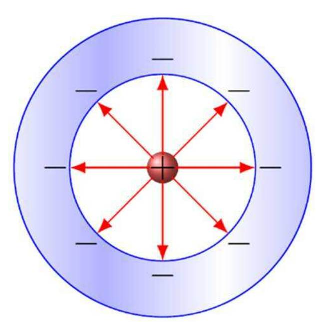


Un conducteur avec une cavité possède 2 surfaces : la surface interne et la surface externe.

On a dit que la charge du conducteur se répartit sur la surface de l'objet. Mais comme il y a deux surfaces ici, on va chercher à savoir combien il y en aura sur chaque surface.

Surface interne

Il est possible qu'il y ait une charge à l'intérieur de la cavité. Dans ce cas, il y aura des lignes de champ dans la cavité. Or, comme il ne doit pas y avoir de lignes de champ dans le conducteur puisque le champ y est nul, ces lignes ne peuvent pas pénétrer dans le conducteur. Ainsi, toutes les lignes de champ dans la cavité doivent s'arrêter à la surface interne. Prenons un exemple pour mieux illustrer cela. Dans l'exemple sur cette figure, il y a une charge positive à l'intérieur de la cavité. Il y a donc des lignes de champs qui partent de cette charge. Comme ces lignes ne peuvent pas entrer dans le conducteur et qu'elles doivent se terminer sur une charge négative, il y aura des charges négatives sur la surface interne. Puisque le nombre de lignes qui se terminent devra toujours être égal au nombre de lignes qui partent, la charge sur la surface interne sera toujours de même grandeur et de signe opposé à la charge dans la cavité.



Charge sur la surface interne d'un conducteur avec cavité

$$Q_{\text{surface interne}} = -Q_{\text{dans cavité}}$$

Surface externe

Puisqu'une partie des charges se retrouvent sur la surface interne, on retrouvera, sur la surface externe, ce qui reste de la charge que possède le conducteur.

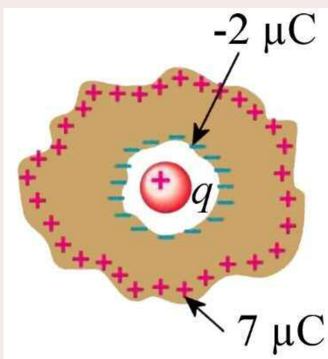
Charge sur la surface externe d'un conducteur avec cavité

$$Q_{\text{surface externe}} = Q_{\text{du conducteur}} - Q_{\text{surface interne}}$$

Exemple 2.9.1

Un morceau de métal avec cavité possède une charge de 5 μC. Quelles sont les charges sur les surfaces internes et externes du métal s'il y a une charge de 2 μC dans la cavité ?

Puisqu'il y a une charge de 2 μC dans la cavité, la charge sur la surface interne est



www.physics.sjsu.edu/becker/physics51/e_and_v.htm

$$\begin{aligned} Q_{\text{surface interne}} &= -Q_{\text{dans cavité}} \\ &= -2\mu C \end{aligned}$$

Puisque le métal a une charge de 5 μC, la charge sur la surface externe est

$$\begin{aligned} Q_{\text{surface externe}} &= Q_{\text{du conducteur}} - Q_{\text{surface interne}} \\ &= 5\mu C - (-2\mu C) \\ &= 7\mu C \end{aligned}$$

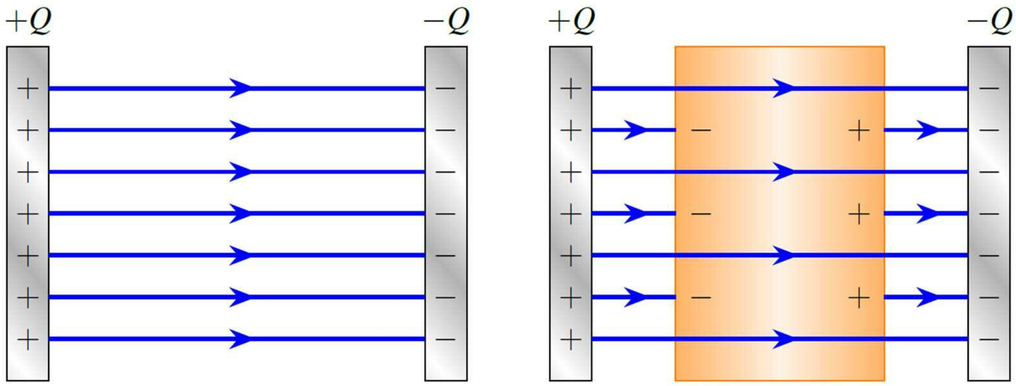
Remarquez que la somme des charges sur chaque surface nous donne toujours la charge totale du conducteur.

2.10 LE CHAMP ÉLECTRIQUE ET LES DIÉLECTRIQUES

Les substances diélectriques sont des substances qui ne conduisent pas l'électricité (donc des isolants). Dans cette section, on veut déterminer le champ électrique à l'intérieur des substances isolantes.

Baisse du champ électrique

Par exemple, voici ce qui se produit si on place un morceau de diélectrique entre des plaques parallèles ayant des charges opposées.



Sans diélectrique Avec diélectrique

Les diélectriques font diminuer la grandeur du champ électrique. Dans un métal, le champ était complètement annulé à l'intérieur de la substance. Avec un diélectrique, le champ est annulé en partie, mais pas complètement. En fait, le champ dans le diélectrique est

Champ électrique dans un diélectrique

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$

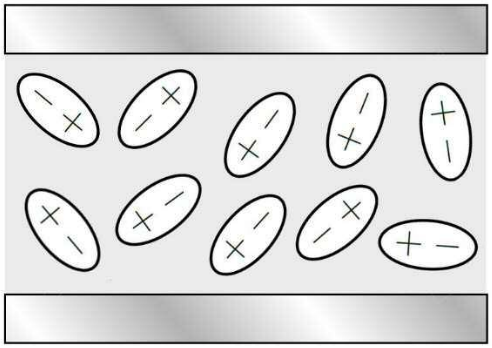
Dans cette formule, E est le champ dans le diélectrique, E_0 est le champ qu'on aurait s'il n'y avait pas de diélectrique et κ est une constante, appelée *permittivité relative*, qui dépend de la substance. Voici un tableau donnant la valeur de cette constante pour quelques substances diélectriques.

Substance	Permittivité relative	Substance	Permittivité relative
Air	1,00059	**Polystyrène**	5
Téflon	2,1	**Mica**	8
Paraffine	2,2	**Eau pure**	78,5
Papier	2,3	**Titanate de strontium**	310
Caoutchouc vulcanisé	2,7	**Titanate de baryum**	Jusqu'à 10 000
Plexiglas	3,5	**Polymères conjugués**	Jusqu'à 100 000
Pyrex	4,7	**CCTO**	Jusqu'à 250 000

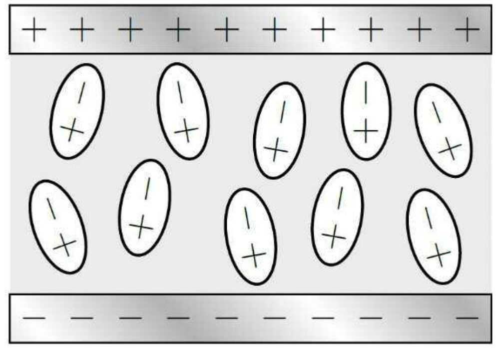
(CCTO veut dire *calcium copper titanium oxyde*.)

(Notez que les valeurs varient grandement avec les changements de composition. Il ne faut donc pas se surprendre si on trouve des valeurs différentes dans d'autres sites.)

Pour comprendre pourquoi le champ baisse dans un diélectrique, il faut savoir que les diélectriques sont formés de molécules polaires et que ces molécules polaires tournent pour s'aligner avec le champ quand elles sont dans un champ électrique.



Plaques non chargées



Plaques chargées

Or, les dipôles font un champ qui vont du + au –. Dans le diélectrique, on a donc deux champs qui se superposent : le champ fait par les plaques (vers le bas sur la figure) et le champ fait par les dipôles (vers le haut sur la figure). On a donc

$$E = E_{plaques} - E_{dipoles}$$

Comme il s'agit d'une soustraction, le champ dans le diélectrique est plus petit que ce qu'on aurait sans diélectrique, ce qui est conforme au résultat obtenu précédemment.

En théorie, tous les isolants sont formés de molécules qui ont une polarisation permanente ou de molécules qui deviennent des dipôles induits quand on les place dans un champ électrique. Toutefois, le terme *diélectrique* est généralement réservé pour des substances composées de molécules polaires qui génèrent un champ électrique assez important par rapport au champ externe (on dit que ces substances ont une polarisabilité élevée).

Champ électrique maximum dans un diélectrique

Dans un diélectrique, il y a un champ électrique maximum. Si on dépasse cette valeur, la substance devient subitement conductrice.

La **rigidité diélectrique** est la valeur maximale du champ électrique que peut supporter un diélectrique. Voici la valeur maximale du champ électrique pour quelques diélectriques.

Substance	Rigidité MN/C	Substance	Rigidité MN/C
Air	3,6	**Papier**	16
Quartz	8	**Bakélite**	24
Titanate de strontium	8	**Polystyrène**	24
Nylon	14	**Téflon**	60
Pyrex	14	**Mica**	150

Ces valeurs sont un peu approximatives, car la valeur exacte peut dépendre d'impuretés dans la substance. Par exemple, la rigidité électrique de l'air peut descendre à 1 MN/C si elle est très humide.

Cette limite existe parce que si le champ devient trop fort, des électrons de valence seront arrachés des atomes et pourront alors se déplacer pour faire un courant. La substance devient alors conductrice.

deweybertolini.com/2016/01/24/lightning-strike/lightning/

C'est ce qui se passe quand il y a des éclairs. Quand le champ électrique dans l'air dépasse la rigidité électrique de l'air, l'air devient conducteur et il se forme un éclair.

Sachez qu'il y a même un champ électrique maximum dans le vide (autour de 25 MV/m, cela dépend de la forme des armatures). Il serait trop complexe d'expliquer ici pourquoi il y a une limite dans le vide.

Tous les isolants sont des diélectriques et les termes sont donc des synonymes. Le terme utilisé va souvent dépendre du contexte. Si on veut souligner le fait que la substance ne laisse pas passer l'électricité, on utilise le terme *isolant*. Si on veut souligner le fait que la substance est polarisable, on utilise le terme *diélectrique*.

Exemple 2.10.1

Deux plaques parallèles sont chargées avec des charges opposées. L'aire des plaques est de 1000 cm² et l'espace entre les plaques est empli de papier dont la permittivité relative est de 3,7 et la rigidité diélectrique est de 16 x 10^6 N/C.

a) Quel est le champ électrique entre les plaques quand il y a 1 µC sur la plaque positive et -1 µC sur la plaque négative ?

S'il n'y avait pas de diélectrique, le champ électrique serait

$$E_0 = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}$$

Ici, la densité surfacique de charge des plaques est

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{Q}{A} \\ &= \frac{10^{-6}C}{0{,}1m^2} \\ &= 10^{-5}\,\tfrac{C}{m^2}\end{aligned}$$

Le champ entre les plaques serait donc (s'il n'y avait pas de papier)

$$E_0 = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}$$
$$= \frac{10^{-5} \frac{C}{m^2}}{8,854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}}$$
$$= 1,1294 \times 10^6 \tfrac{N}{C}$$

Avec le papier, le champ est

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$
$$= \frac{1,1294 \times 10^6 \frac{N}{C}}{3,7}$$
$$= 3,0525 \times 10^5 \tfrac{N}{C}$$

b) Quelle est la charge maximale qu'il peut y avoir sur les plaques ?

Le champ électrique maximal est de 16 x 10^6 N/C. Cela signifie que le champ dans le vide serait

$$E_{\max} = \frac{E_{0\ \max}}{\kappa}$$
$$16 \times 10^6 \tfrac{N}{C} = \frac{E_{0\ \max}}{3,7}$$
$$E_{0\ \max} = 5,92 \times 10^7 \tfrac{N}{C}$$

La densité de charge maximale est donc

$$E_{0\ \max} = \frac{|\sigma_{\max}|}{\varepsilon_0}$$
$$5,92 \times 10^7 \tfrac{N}{C} = \frac{|\sigma_{\max}|}{8,854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}}$$
$$\sigma_{\max} = 5,242 \times 10^{-4} \tfrac{C}{m^2}$$

La charge maximale est donc

$$\sigma_{\max} = \frac{Q_{\max}}{A}$$
$$5,242 \times 10^{-4} \tfrac{C}{m^2} = \frac{Q_{\max}}{0,1 m^2}$$
$$Q_{\max} = 52,42 \mu C$$

Autres types d'isolants

L'étude des champs électriques dans des isolants peut être beaucoup plus complexe que ce qu'on a fait ici. Il ne faut pas conclure qu'on trouve toujours le champ dans un diélectrique en divisant simplement par κ. Il y a des substances pour lesquelles le calcul est nettement plus compliqué, mais nous n'étudierons pas ce genre de matériau ici. Ce qu'on a fait ici s'applique seulement aux diélectriques de classe A, mais il existe d'autres classes de diélectriques qui ont des comportements différents. Par exemple, on peut avoir des substances pour lesquelles l'orientation des dipôles n'est pas la même que celle du champ électrique. Dans ce cas, κ devient une matrice 3 x 3. Il y a aussi des substances appelées *électrets* qui sont aussi formées de molécules polaires, mais dans lesquelles les molécules sont toutes orientées dans une même direction même en l'absence de champ externe.

Résumé des différences entre conducteurs et isolants

Le petit tableau suivant résume les différences entre les conducteurs et les isolants

	Conducteur	**Isolant**
Les charges peuvent-elles se déplacer ?	Oui	Non
Champ électrique à l'équilibre	Le champ doit être nul à l'intérieur	Il peut y avoir un champ à l'intérieur
Position de la charge si l'objet est chargé	En surface	N'importe où à l'intérieur ou à la surface
Direction du champ à l'extérieur (à l'équilibre)	Perpendiculaire à la surface	N'importe quel angle entre la surface et le champ

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Définition du champ électrique : Force sur une charge ponctuelle

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

En composantes : $F_x = qE_x$ $\quad F_y = qE_y$ $\quad F_z = qE_z$

Champ électrique fait par une charge ponctuelle *Q*

Grandeur

$$E = \frac{k|Q|}{r^2} = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Direction

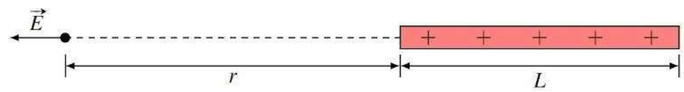
Le champ est dans la direction opposée à la charge si Q est une charge positive.
Le champ est vers la charge si Q est une charge négative.

Champ électrique vis-à-vis du bout d'une tige uniformément chargée

Grandeur

$$E = \frac{k|\lambda|L}{r(r+L)} = \frac{k|Q|}{r(r+L)}$$

Direction

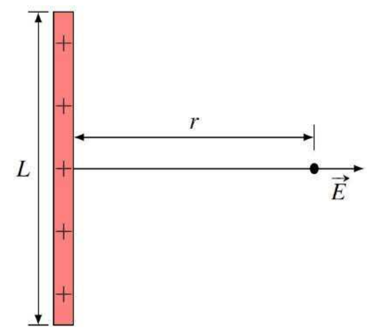


Le champ est vers la tige si elle est chargée négativement.
Le champ est dans la direction opposée à la tige si elle est chargée positivement.

Champ électrique vis-à-vis du milieu d'une tige uniformément chargée

Grandeur

$$E = \frac{2k|\lambda|L}{r\sqrt{L^2+4r^2}} = \frac{2k|Q|}{r\sqrt{L^2+4r^2}}$$



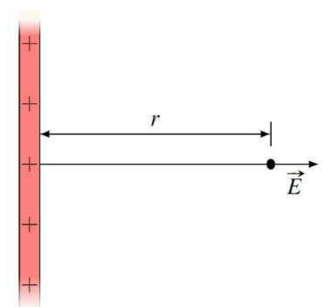
Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée à la tige si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers la tige si elle est chargée négativement.

Champ électrique d'une tige infinie uniformément chargée

Grandeur

$$E = \frac{2k|\lambda|}{r} = \frac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_0 r}$$



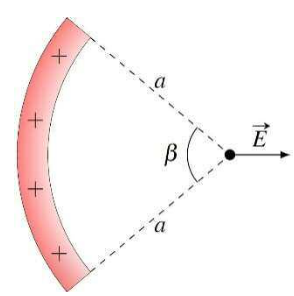
Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée à la tige si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers la tige si elle est chargée négativement.

Champ électrique au centre de courbure d'une tige uniformément chargée

Grandeur

$$E = \frac{2k|\lambda|}{a}\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)$$



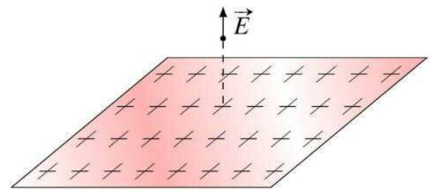
Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée au milieu de la tige si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers le milieu de la tige si elle est chargée négativement.

Champ électrique d'une plaque infinie uniformément chargée

Grandeur

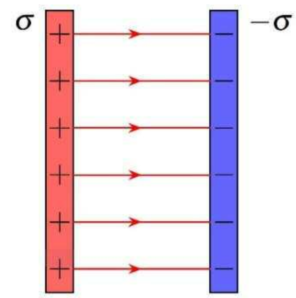
$$E = 2\pi k|\sigma| = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}$$



Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée à la plaque si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers la plaque si elle est chargée négativement.

Champ électrique entre deux plaques parallèles infinies et ayant des charges surfaciques identiques de signes opposés.



Grandeur

$$E = 4\pi k|\sigma| = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}$$

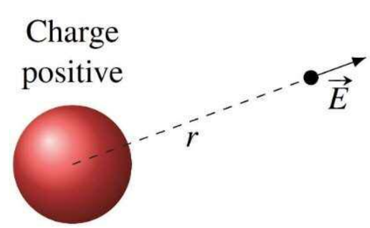
Direction

Le champ est dirigé de la plaque positive vers la plaque négative.

Champ électrique fait par une sphère chargée (à l'extérieur de la sphère)

Grandeur

$$E = \frac{k|Q|}{r^2} = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée à la sphère si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers la sphère si elle est chargée négativement.

Force sur une charge ponctuelle ou force sur un objet chargé dans un champ uniforme

$$F_x = qE_x \qquad F_y = qE_y \qquad F_z = qE_z$$

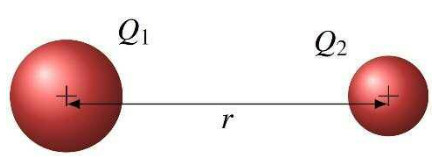
Force sur un objet chargé dans un champ non uniforme

$$F_x = \int E_x dq \qquad F_y = \int E_y dq$$

Force entre deux sphères chargées

$$F = \frac{kQ_1Q_2}{r^2}$$

où r est la distance entre les <u>centres</u> des sphères.



Force sur un dipôle dans un champ électrique uniforme

$$\sum \vec{F} = 0$$

Moment dipolaire électrique

$$p = qL$$

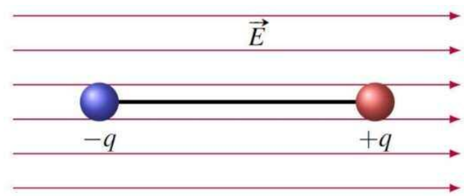
Moment de force sur un dipôle dans un champ électrique

Grandeur

$$\tau_{net} = pE\sin\theta$$

Direction

Aligne le dipôle avec le champ (charge positive du côté vers où les lignes de champ se dirigent.)



Énergie potentielle du dipôle dans un champ électrique

$$U = -pE\cos\theta$$

Charge sur la surface interne d'un conducteur avec cavité

$$Q_{\text{surface interne}} = -Q_{\text{dans cavité}}$$

Charge sur la surface externe d'un conducteur avec cavité

$$Q_{\text{surface externe}} = Q_{\text{du conducteur}} - Q_{\text{surface interne}}$$

Champ électrique dans un diélectrique

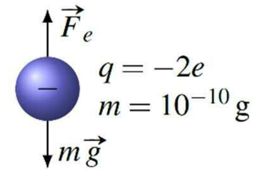
$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$

EXERCICES

2.1 La définition du champ électrique

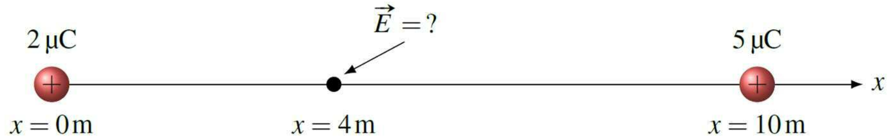
1. Une charge de 10 μC subit une force électrique de 25 N vers le bas quand elle est placée à un endroit. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à cet endroit ?

2. Une goutte d'huile chargée est maintenue en suspension au-dessus du sol grâce à une force électrique qui vient annuler la force gravitationnelle sur la goutte. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) qui permet de maintenir ainsi cette goutte en équilibre dans les airs ?

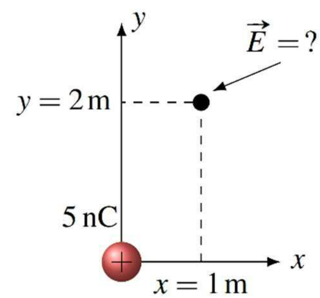


2.2 Le champ électrique d'une charge ponctuelle

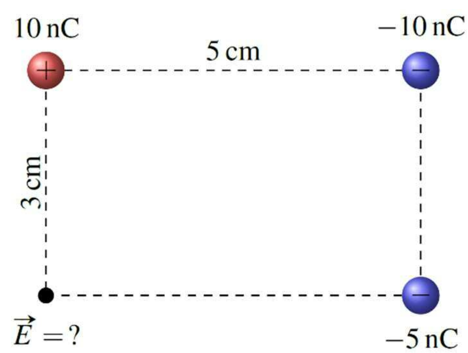
3. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?



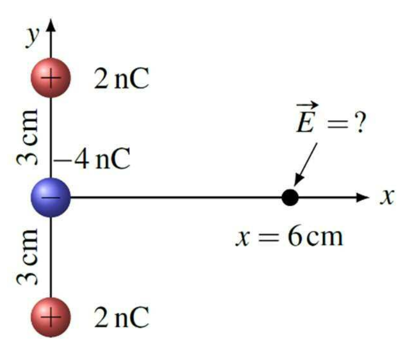
4. Quelles sont les composantes x et y du champ électrique à l'endroit indiqué sur la figure ?



5. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?

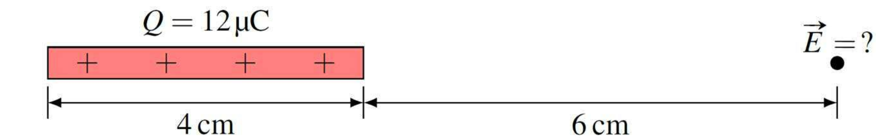


6. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?

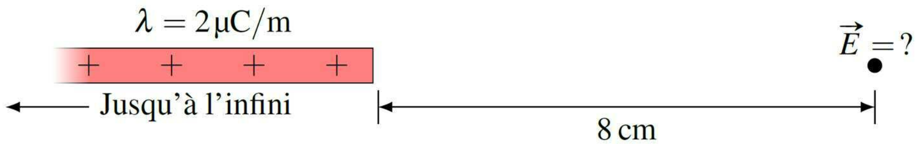


2.5 Le champ électrique d'un objet chargé

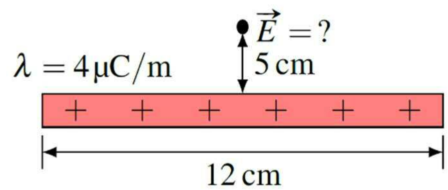
7. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?



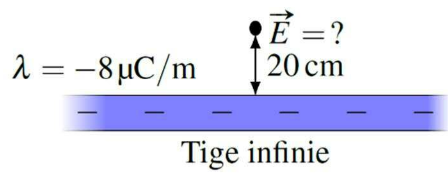
8. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?



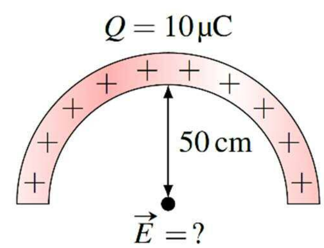
9. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?



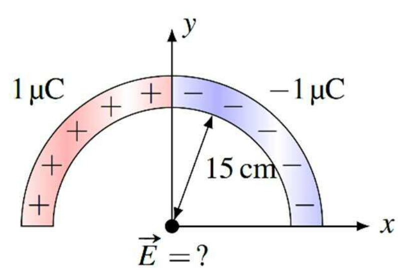
10. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?



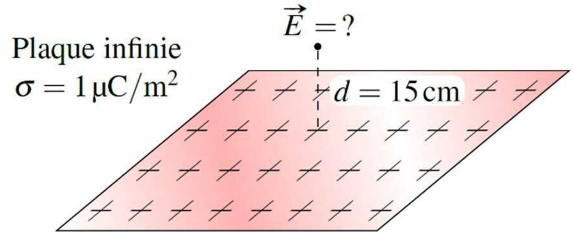
11. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?



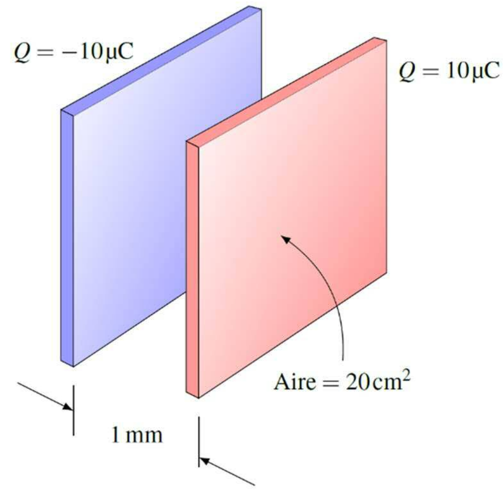
12. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?



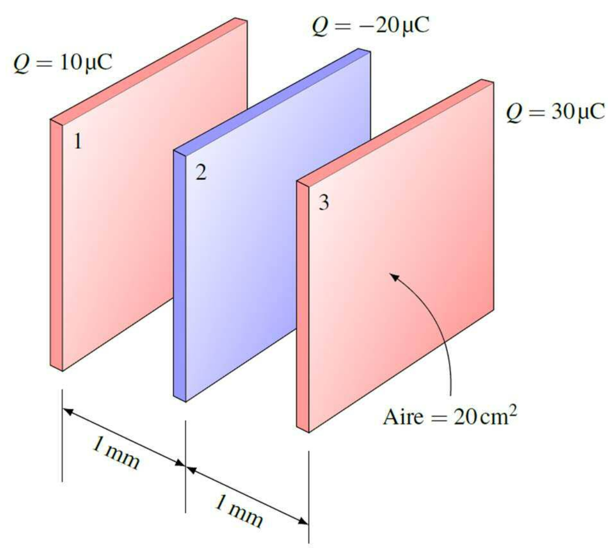
13. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?



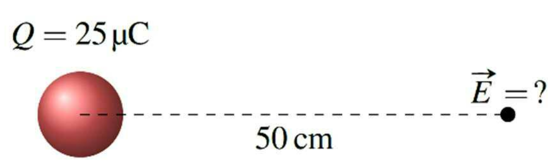
14. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) entre ces deux plaques parallèles ?



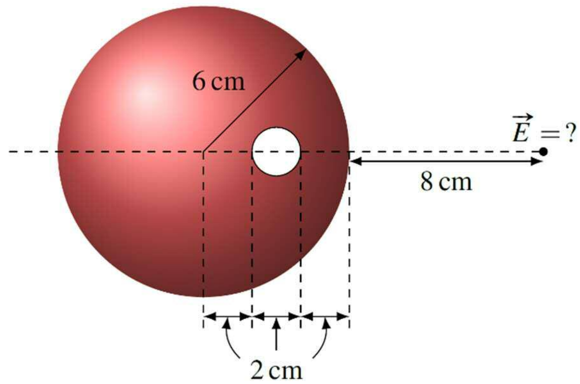
15. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) entre la plaque n° 2 et la plaque n° 3 ?



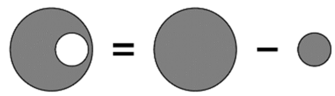
16. Quel est le champ électrique (grandeur et direction) à l'endroit indiqué sur la figure ?



17. Quelle est la grandeur du champ électrique fait par cette sphère trouée ayant une densité de charge de 10 µC/m³ à l'endroit indiqué sur la figure ? (Le trou a aussi une forme sphérique.)

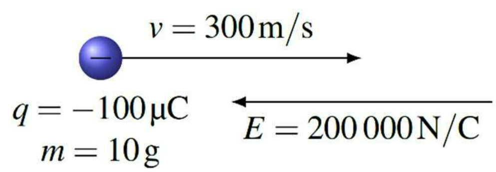


Indice : Pour trouver ce champ, on peut trouver le champ fait par la sphère non trouée et ensuite soustraire le champ fait par la sphère qui forme le trou.

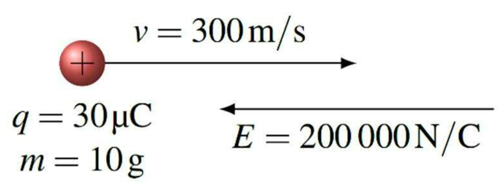


2.6 La force sur une charge ponctuelle dans un champ électrique

18. Une charge négative de – 100 µC a une vitesse initiale de 300 m/s vers la droite dans un champ électrique de 200 000 N/C vers la gauche. Quelle sera la vitesse (grandeur et direction) de la charge dans 2 secondes ?

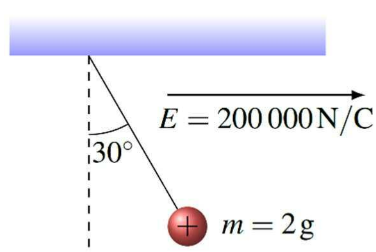


19. Une charge positive de 30 µC a une vitesse initiale de 300 m/s vers la droite dans un champ électrique de 200 000 N/C vers la gauche. Quelle distance fera la charge avant de s'arrêter et de repartir vers la gauche ?



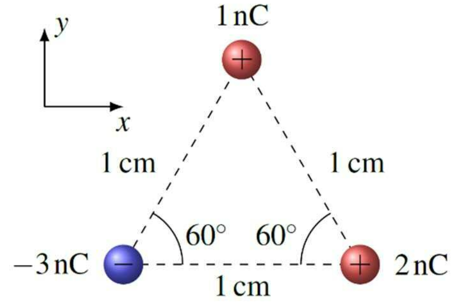
20. Un proton initialement au repos est placé dans un champ électrique uniforme. Quand on laisse partir le proton, il parcourt une distance de 2,5 m en 2 ms. Sachant que la masse du proton est de 1,673 x 10^{-27} kg, calculez la grandeur du champ électrique.

21. Une force électrique pousse ce pendule chargé vers la droite et lui donne une inclinaison de 30° avec la verticale. En se rappelant qu'à l'équilibre la somme des forces en *x* et en *y* est nulle, déterminez la charge de la masse au bout du pendule.

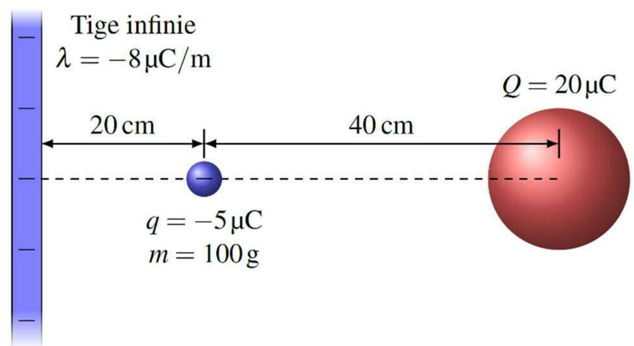


22. Trois charges sont placées aux positions montrées sur la figure de droite.

a) Quel est le champ électrique (grandeur et direction) fait par les charges de 1 nC et de 2 nC à l'endroit où est située la charge de – 3 nC ?
b) Quelle est la force électrique (grandeur et direction) sur la charge de – 3 nC ?

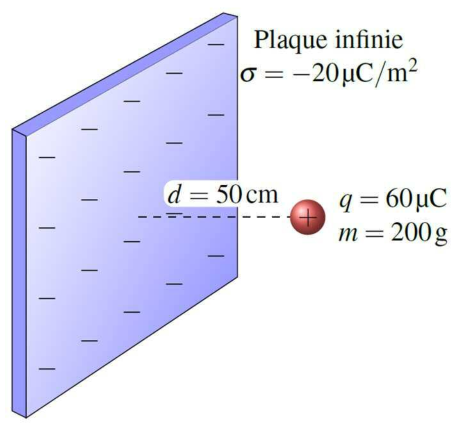


23. Dans la situation montrée à droite, quelle est l'accélération (grandeur et direction) de la charge de -5 μC ?

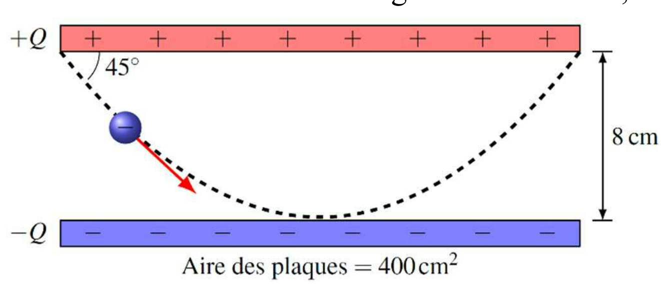


24. Une charge de 60 μC est initialement au repos à une distance de 50 cm d'une plaque infinie chargée négativement.

a) Combien de temps faudra-t-il pour que la charge atteigne la plaque ?
b) À quelle vitesse la charge frappera-t-elle la plaque ?
c) Quelle est la force exercée sur la plaque infinie par la charge de 60 μC ?

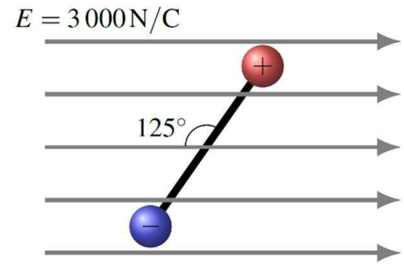


25. Un électron (m = 9,11 x 10^{-31} kg) est lancé avec une vitesse initiale de 2 x 10^{7} m/s près de la plaque positive dans la situation illustrée sur la figure. Initialement, la trajectoire fait un angle de 45° avec la plaque positive. L'électron vient ensuite effleurer la plaque négative pour revenir frapper la plaque positive. Quelles sont les charges des plaques ?

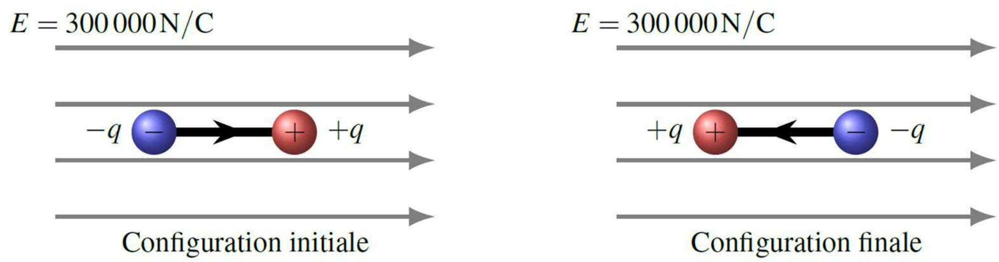


2.8 Le dipôle dans un champ électrique

26. Ce dipôle ayant un moment dipolaire de 0,002 Cm est placé dans un champ électrique de 3000 N/C. Dans la configuration montrée sur la figure, quel est le moment de force sur le dipôle ? Déterminez aussi dans quel sens le moment de force fait tourner le dipôle.

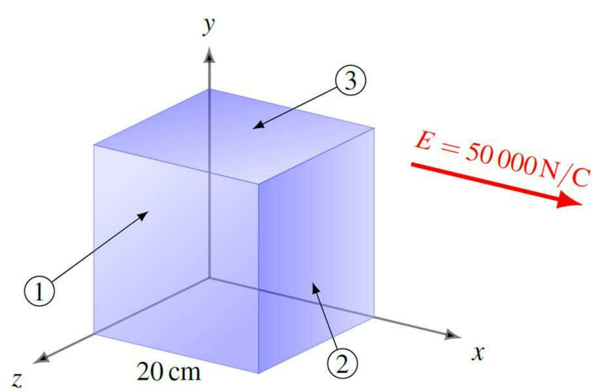


27. Un dipôle est formé d'une charge positive de 2 μC et d'une charge négative de -2 μC séparées d'une distance de 5 cm. Ce dipôle est placé dans un champ électrique de 300 000 N/C. Quelle énergie faut-il fournir pour passer de la configuration initiale à la configuration finale ? (Le dipôle n'a pas d'énergie cinétique dans les deux configurations)

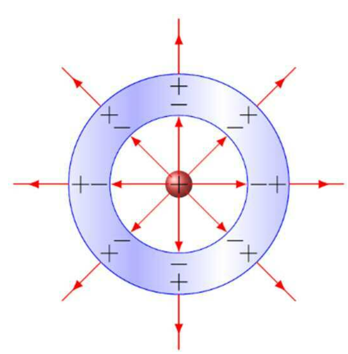


2.9 Le champ électrique et les conducteurs

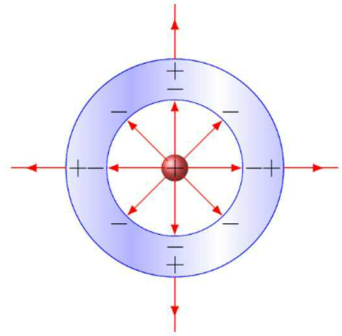
28. Un cube de métal de 20 cm de côté est placé dans un champ électrique de 50 000 N/C. Quelles sont les charges qui se retrouvent sur les surfaces 1 (devant), 2 (côté droit) et 3 (dessus) montrées sur la figure ?



29. Dans la situation montrée sur la figure, la charge au centre de la sphère est une charge de 2 μC. Quelles sont les charges qui se retrouvent sur les surfaces interne et externe de la coquille métallique si cette coquille n'est pas chargée ?

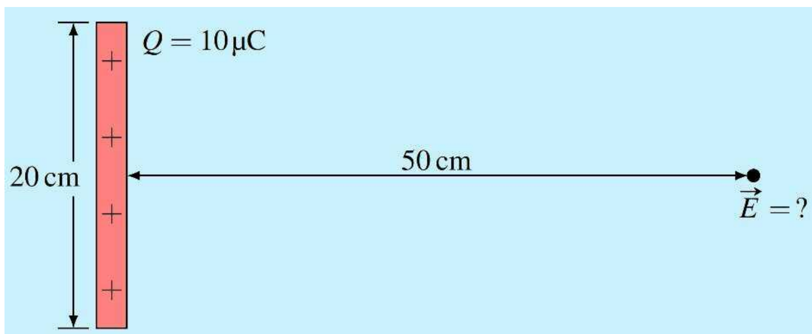


30. Dans la situation montrée sur la figure, la charge au centre de la sphère est une charge de 4 µC. Quelles sont les charges qui se retrouvent sur les surfaces interne et externe de la coquille métallique si cette coquille a une charge de -2 µC ?



2.10 Le champ électrique et les diélectriques

31. Dans la situation montrée sur la figure, quel est le champ électrique à 50 cm de la tige si la tige est dans l'eau et que la permittivité relative de l'eau est de 78,5 ? (L'eau est un bon isolant si elle est très pure.)



32. Une sphère chargée ayant un rayon de 30 cm est entourée de polystyrène. Quelle est la charge maximale que peut avoir la sphère pour que le champ électrique juste à la surface de la sphère ne dépasse pas le champ maximal qu'il peut y avoir dans le polystyrène sachant que la permittivité relative de cette substance est de 2,5 ?

RÉPONSES

2.1 La définition du champ électrique

1. $2,5 \times 10^6$ N/C vers le bas
2. $3,059 \times 10^6$ N/C vers le bas

2.2 Le champ électrique d'une charge ponctuelle

3. 125 N/C vers la gauche.
4. $E_x = 4,025$ N/C $E_y = 8,050$ N/C
5. 95 488 N/C à -64,8°

6. 2845 N/C vers la gauche

2.5 Le champ électrique d'un objet chargé

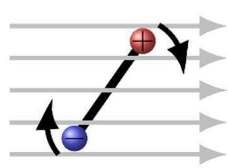
7. $1,8 \times 10^{7}$ N/C vers la droite.
8. 225 000 N/C vers la droite.
9. $1,106 \times 10^{6}$ N/C vers le haut.
10. 720 000 N/C vers le bas.
11. $2,291 \times 10^{5}$ N/C vers le bas.
12. $5,093 \times 10^{5}$ N/C vers la droite.
13. 56 470 N/C vers le haut.
14. $5,647 \times 10^{8}$ N/C vers la gauche.
15. $1,129 \times 10^{9}$ N/C vers la gauche.
16. 900 000 N/C dans la direction opposée à la direction du centre de la sphère.
17. 4124 N/C

2.6 La force sur une charge ponctuelle dans un champ électrique

18. 4300 m/s
19. 75 m
20. 0,0131 N/C
21. 56,58 nC
22. a) 238 118 N/C à 199,1° b) $7,144 \times 10^{-4}$ N à 19,1°
23. 92,25 m/s² vers la droite.
24. a) 0,0543 s b) 18,41 m/s c) 67,76 N vers la charge de 60 µC.
25. La plaque positive a donc une charge de 2,518 nC et la plaque négative a une charge de -2,518 nC.

2.8 Le dipôle dans un champ électrique

26. 4,915 Nm



27. 0,06 J

2.9 Le champ électrique et les conducteurs

28. Q = 0 pour les surfaces 1 et 3, Q = +17,71 nC pour la surface 2.
29. $Q_{\text{surface interne}}$ = -2 µC $Q_{\text{surface externe}}$ = 2 µC

30. $Q_{\text{surface interne}} = -4\ \mu C$ $Q_{\text{surface externe}} = 2\ \mu C$

2.10 Le champ électrique et les diélectriques

31. 4496 N/C
32. 600 μC (positif ou négatif)