Solutionnaire du chapitre 13

1. a)

En mettant nos doigts de la main droite dans la direction du champ électrique et en les pliant dans la direction du champ magnétique, notre pouce pointe vers la droite. Cette onde va donc vers la droite.

b) On trouve le champ magnétique avec

$$E = Bc$$
$$45\tfrac{V}{m} = B \cdot 3\times 10^8 \tfrac{m}{s}$$
$$B = 1{,}5\times 10^{-7} T$$

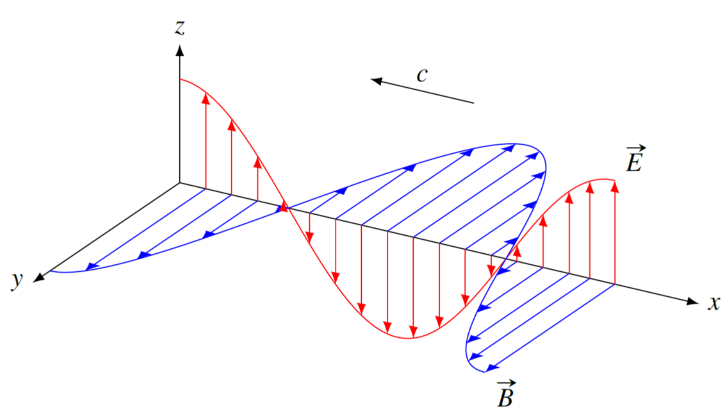
Selon la règle de la main droite, ce champ sort de la page.

2. a) On a

$$c = \frac{\omega}{k}$$
$$3\times 10^8 \tfrac{m}{s} = \frac{\omega}{\pi / 50 \tfrac{rad}{m}}$$
$$\omega = 1{,}885\times 10^7 \tfrac{rad}{s}$$

b) Puisqu'on a un signe positif devant ω, cette onde va vers les x négatifs.

c) À $t = 0$ s, on a $E_z = 12\tfrac{V}{m} \cdot \sin\left(\tfrac{\pi}{50}\tfrac{rad}{m} x + \tfrac{\pi}{2}\right)$. Si l'onde va vers les x négatifs, on doit avoir l'onde suivante à $t = 0$ s.



On voit que le champ magnétique a une composante en *y*. On a alors

$$E_z = B_y c$$
$$12\tfrac{V}{m}\cdot\sin\left(\tfrac{\pi}{50}\tfrac{rad}{m}\cdot x + 1{,}885\times10^{7}\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right) = B_y \cdot 3\times10^{8}\tfrac{m}{s}$$
$$B_y = 4\times10^{-8}T\cdot\sin\left(\tfrac{\pi}{50}\tfrac{rad}{m}\cdot x + 1{,}885\times10^{7}\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right)$$

Note : Si l'onde allait vers les *x* positifs, le champ magnétique à *x* = 0 aurait été vers les *y* <u>négatifs</u> alors que le champ électrique aurait été vers les *z* <u>positifs</u>. Il y aurait alors eu un signe négatif de plus. On aurait alors eu

$$E_z = -B_y c$$
$$12\tfrac{V}{m}\cdot\sin\left(\tfrac{\pi}{50}\tfrac{rad}{m}\cdot x - 1{,}885\times10^{7}\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right) = -B_y \cdot 3\times10^{8}\tfrac{m}{s}$$
$$B_y = -4\times10^{-8}T\cdot\sin\left(\tfrac{\pi}{50}\tfrac{rad}{m}\cdot x - 1{,}885\times10^{7}\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right)$$

On aurait pu ensuite camoufler ce signe négatif dans le déphasage pour obtenir

$$B_y = 4\times10^{-8}T\cdot\sin\left(\tfrac{\pi}{50}\tfrac{rad}{m}\cdot x - 1{,}885\times10^{7}\tfrac{rad}{s}\cdot t - \tfrac{\pi}{2}\right)$$

3. L'amplitude du champ électrique se trouve avec

$$\overline{I} = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2$$
$$1000\tfrac{W}{m^2} = \frac{1}{2}\cdot 3\times10^{8}\tfrac{m}{s}\cdot 8{,}854\times10^{-12}\tfrac{F}{m}\cdot E_0^2$$
$$E_0 = 867{,}7\tfrac{V}{m}$$

L'amplitude du champ magnétique est

$$E_0 = B_0 c$$
$$867{,}7\tfrac{V}{m} = B_0\cdot 3\times10^{8}\tfrac{m}{s}$$
$$B_0 = 2{,}892\times10^{-6}T$$

4. L'intensité est

$$\begin{aligned}\overline{I} &= \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 3\times 10^8 \tfrac{m}{s}\cdot 8,854\times 10^{-12} \tfrac{F}{m}\cdot \left(25\tfrac{V}{m}\right)^2 \\ &= 0,83\tfrac{W}{m^2}\end{aligned}$$

La puissance captée est

$$\begin{aligned}P_{captée} &= IA_{capteur} \\ &= 0,83\tfrac{W}{m^2}\cdot 30m^2 \\ &= 24,9W\end{aligned}$$

L'énergie captée en 5 minutes est alors

$$\begin{aligned}E &= P\Delta t \\ &= 24,9W\cdot 300s \\ &= 7471J\end{aligned}$$

5. L'intensité à 2000 m de distance est

$$\begin{aligned}I &= \frac{P}{4\pi r^2} \\ &= \frac{1000W}{4\pi\cdot(2000m)^2} \\ &= 1,989\times 10^{-5}\tfrac{W}{m^2}\end{aligned}$$

L'amplitude du champ électrique se trouve avec

$$\begin{aligned}\overline{I} &= \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2 \\ 1,989\times 10^{-5}\tfrac{W}{m^2} &= \frac{1}{2}\cdot 3\times 10^8 \tfrac{m}{s}\cdot 8,854\times 10^{-12}\tfrac{F}{m}\cdot E_0^2 \\ E_0 &= 0,1224\tfrac{V}{m}\end{aligned}$$

L'amplitude du champ magnétique est

$$E_0 = B_0 c$$
$$0{,}1224\,\tfrac{V}{m} = B_0 \cdot 3\times10^8\,\tfrac{m}{s}$$
$$B_0 = 4{,}080\times10^{-10}T$$

6. a) À la limite, on a

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$
$$10^{-10}\,\tfrac{W}{m^2} = \frac{50W}{4\pi r^2}$$
$$r = 1{,}995\times10^5 m$$
$$r = 199{,}5km$$

b) L'amplitude du champ électrique se trouve avec

$$\overline{I} = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2$$
$$10^{-10}\,\tfrac{W}{m^2} = \frac{1}{2}\cdot 3\times10^8\,\tfrac{m}{s}\cdot 8{,}854\times10^{-12}\,\tfrac{F}{m}\cdot E_0^2$$
$$E_0 = 2{,}744\times10^{-4}\,\tfrac{V}{m}$$

L'amplitude du champ magnétique est

$$E_0 = B_0 c$$
$$2{,}744\times10^{-4}\,\tfrac{V}{m} = B_0 \cdot 3\times10^8\,\tfrac{m}{s}$$
$$B_0 = 9{,}147\times10^{-13}T$$

7. L'intensité est

$$\begin{aligned}\overline{I} &= \frac{1}{2}\frac{cB_0^2}{\mu_0}\\ &= \frac{1}{2}\cdot\frac{3\times10^8\,\tfrac{m}{s}\cdot\left(1\times10^{-7}T\right)^2}{4\pi\times10^{-7}\,\tfrac{H}{m}}\\ &= 1{,}194\,\tfrac{W}{m^2}\end{aligned}$$

On a alors

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$
$$1{,}194\,\tfrac{W}{m^2} = \frac{P}{4\pi \cdot (5m)^2}$$
$$P = 375W$$

8. La puissance captée par le panneau est

$$P = 0{,}2 \cdot 1350\,\tfrac{W}{m^2} \cdot A_{capteur}$$

Le 0,2 indique que 20 % de la puissance de la lumière reçue est captée.

L'énergie reçue pendant toute l'année est donc

$$\begin{aligned} E &= P\Delta t \\ &= 0{,}2 \cdot 1350\,\tfrac{W}{m^2} \cdot A_{capteur} \cdot \left(1an \cdot 365{,}25\,\tfrac{jours}{an} \cdot 12\,\tfrac{h}{jour} \cdot 60\,\tfrac{min}{h} \cdot 60\,\tfrac{s}{min}\right) \\ &= 4{,}26\times 10^9\,\tfrac{J}{m^2} \cdot A_{capteur} \end{aligned}$$

Cette énergie captée doit être égale à l'énergie consommée, qui est de

$$E = 5\times 10^{12}\,kWh \cdot 3{,}6\times 10^6\,\tfrac{J}{kWh} = 1{,}8\times 10^{19}\,J$$

On a donc

$$1{,}8\times 10^{19}\,J = 4{,}26\times 10^9\,\tfrac{J}{m^2} \cdot A_{capteur}$$

L'aire des panneaux est alors

$$A_{capteur} = 4{,}225\times 10^9\,m^2$$

Avec un capteur carré, la longueur d'un côté d'un capteur est

$$A_{capteur} = l^2$$
$$4{,}225\times 10^9\,m^2 = l^2$$
$$l = 65km$$

9. La pression est

$$\begin{aligned} P &= \frac{I}{c} \\ &= \frac{1350 \frac{W}{m^2}}{3\times 10^8 \frac{m}{s}} \\ &= 4,5\times 10^{-6} Pa \end{aligned}$$

La force est donc

$$\begin{aligned} F &= PA \\ &= 4,5\times 10^{-6} Pa \cdot 50m^2 \\ &= 2,25\times 10^{-4} N \end{aligned}$$

10. La force de gravitation sur la plaque est

$$\begin{aligned} F &= mg \\ &= 0,001kg \cdot 9,8 \frac{N}{kg} \\ &= 0,0098N \end{aligned}$$

Si on veut que la plaque lévite, la force de la pression de radiation doit être de 0,0098 N vers le haut. La pression de radiation doit être de

$$\begin{aligned} F &= PA \\ 0,0098N &= P \cdot 0,008m^2 \\ P &= 1,225Pa \end{aligned}$$

L'intensité de la lumière doit donc être de

$$\begin{aligned} P &= \frac{I}{c} \\ 1,225Pa &= \frac{I}{3\times 10^8 \frac{m}{s}} \\ I &= 3,675\times 10^8 \frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

(C'est pas mal grand comme intensité… Ce serait l'intensité d'une ampoule de 462 milliards de W à 10 m de distance !)

11. La pression est

$$\begin{aligned} P &= \frac{I}{c} \\ &= \frac{6000 \frac{W}{m^2}}{3\times 10^8 \frac{m}{s}} \\ &= 2\times 10^{-5} Pa \end{aligned}$$

Cette pression s'exerce seulement là où le laser éclaire la plaque. Pour calculer la force, il faut donc prendre seulement l'aire de la région où le laser éclair la plaque.

$$\begin{aligned} F &= PA \\ &= 2\times 10^{-5} Pa \cdot \pi \cdot (0,0005m)^2 \\ &= 1,571\times 10^{-11} N \end{aligned}$$

On ne peut pas dire que c'est une grosse force…

12. Commençons par trouver la force sur un grain de poussière. L'intensité de la lumière à une distance r du Soleil est

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{4\pi r^2} \\ &= \frac{100 \cdot 3,83\times 10^{26} W}{4\pi r^2} \\ &= \frac{3,048\times 10^{27} W}{r^2} \end{aligned}$$

La pression de radiation est donc

$$\begin{aligned} P &= \frac{I}{c} \\ &= \frac{\left(\frac{3,048\times 10^{27} W}{r^2}\right)}{3\times 10^8 \frac{m}{s}} \\ &= \frac{1,016\times 10^{19} N}{r^2} \end{aligned}$$

Si le grain a un rayon R, il agit comme un capteur circulaire de rayon R. La force sur le grain est donc de

$$\begin{aligned} F_{rad} &= PA \\ &= \frac{1{,}016\times10^{19}N}{r^2}\cdot\pi R^2 \\ &= \frac{3{,}192\times10^{19}N}{r^2}\cdot R^2 \end{aligned}$$

La force de gravitation sur le grain est

$$\begin{aligned} F_g &= \frac{GM_{Soleil}m_{grain}}{r^2} \\ &= \frac{GM_{Soleil}\pi\left(Volume\right)_{grain}}{r^2} \\ &= \frac{GM_{Soleil}\rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{r^2} \\ &= \frac{6{,}674\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 2\times10^{30}kg\cdot 2000\frac{kg}{m^3}\cdot\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{r^2} \\ &= \frac{1{,}118\times10^{24}\frac{N}{m}}{r^2}\cdot R^3 \end{aligned}$$

Le grain est poussé à l'extérieur du système solaire si la force de poussée est supérieure à la force de gravitation. Donc si

$$\begin{gathered} \frac{3{,}192\times10^{19}N}{r^2}\cdot R^2 > \frac{1{,}118\times10^{24}\frac{N}{m}}{r^2}\cdot R^3 \\ 3{,}192\times10^{19} > 1{,}118\times10^{24}\tfrac{1}{m}\cdot R \\ 2{,}854\times10^{-5}m > R \end{gathered}$$

Ainsi, tous les grains de poussière dont le rayon était inférieur à 28,54 µm furent éliminés du système solaire par la pression de radiation.

13. Dans un champ de 10^6 V/m, l'accélération de l'électron est

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m} \\ &= \frac{eE}{m} \\ &= \frac{1{,}602\times10^{-19}C\cdot10^{6}\frac{V}{m}}{9{,}11\times10^{-31}kg} \\ &= 1{,}758\times10^{17}\frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

La puissance émise est donc

$$\begin{aligned} P &= \frac{a^2q^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \\ &= \frac{\left(1{,}758\times10^{17}\frac{m}{s^2}\right)^2\cdot\left(1{,}602\times10^{-19}C\right)^2}{6\pi\cdot8{,}854\times10^{-12}\frac{F}{m}\cdot\left(3\times10^{8}\frac{m}{s}\right)^3} \\ &= 1{,}761\times10^{-19}W \end{aligned}$$

Puisque l'électron accélère pendant 10 s, l'énergie perdue est

$$\begin{aligned} E &= Pt \\ &= 1{,}761\times10^{-19}W\cdot10s \\ &= 1{,}761\times10^{-18}J \\ &= 10{,}99eV \end{aligned}$$

14. Intensité de l'onde est

$$I = \frac{a^2q^2\sin^2\theta}{16\pi^2\varepsilon_0 c^3R^2}$$

Comme on a une oscillation harmonique, l'accélération est

$$a = -A\omega^2\sin\left(\omega t+\phi\right)$$

L'intensité est donc

$$I = \frac{A^2\omega^4\sin^2\left(\omega t+\phi\right)q^2\sin^2\theta}{16\pi^2\varepsilon_0 c^3R^2}$$

Pour avoir la valeur moyenne de l'intensité sur une période, on prend la valeur moyenne de sin²($\omega t+\phi$) sur un cycle, qui est ½. On a donc

$$\overline{I}=\frac{1}{2}\cdot\frac{A^2\omega^4q^2\sin^2\theta}{16\pi^2\varepsilon_0c^3R^2}$$

Dans cette formule, θ est l'angle entre la direction de l'accélération (verticale ici) et l'endroit où on veut savoir l'intensité. Cet angle est donc de 60°.

Avec les valeurs, on a

$$\begin{aligned}\overline{I}&=\frac{1}{2}\cdot\frac{(0,001m)^2\cdot\left(\frac{2\pi}{10^{-6}s}\right)^4\cdot(0,01C)^2\cdot\sin^2 60°}{16\pi^2\cdot 8,854\times10^{-12}\tfrac{F}{m}\cdot\left(3\times10^8\tfrac{m}{s}\right)^3\cdot(15m)^2}\\&=6,881\times10^{-3}\tfrac{W}{m^2}\end{aligned}$$

15. Pendant le freinage, l'accélération de l'électron est

$$\begin{aligned}2a\left(x-x_0\right)&=v^2-v_0^2\\2\cdot a\cdot\left(10^{-10}m\right)&=0-\left(10^8\tfrac{m}{s}\right)^2\\a&=-5\times10^{25}\tfrac{m}{s^2}\end{aligned}$$

La puissance émise est donc

$$\begin{aligned}P&=\frac{a^2q^2}{6\pi\varepsilon_0c^3}\\&=\frac{\left(5\times10^{25}\tfrac{m}{s^2}\right)^2\cdot\left(1,602\times10^{-19}C\right)^2}{6\pi\cdot 8,854\times10^{-12}\tfrac{F}{m}\cdot\left(3\times10^8\tfrac{m}{s}\right)^3}\\&=1,4238\times10^{-2}W\end{aligned}$$

La durée du freinage est

$$\begin{aligned}v&=v_0+at\\0&=10^8\tfrac{m}{s}+\left(-5\times10^{25}\tfrac{m}{s^2}\right)\cdot t\\t&=2\times10^{-18}s\end{aligned}$$

L'énergie perdue est donc

$$\begin{aligned} E &= Pt \\ &= 1,4238\times10^{-2}W\cdot 2\times10^{-18}s \\ &= 2,848\times10^{-20}J \\ &= 0,1778eV \end{aligned}$$

16. a) L'accélération est

$$ma = \frac{kqq}{r^2}$$

$$a = \frac{kqq}{mr^2}$$

$$a = \frac{9\times10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\left(1,602\times10^{-19}C\right)^2}{9,11\times10^{-31}kg\cdot\left(5,29\times10^{-11}m\right)^2}$$

$$a = 9,06\times10^{22}\,\frac{m}{s^2}$$

b) L'énergie mécanique de l'électron sur son orbite est

$$E = E_k + U$$

$$E = \frac{1}{2}m_e v^2 - \frac{kZe^2}{r}$$

Or, l'équation de la force centripète

$$m_e v^2 = \frac{kZe^2}{r}$$

nous permet d'écrire l'énergie cinétique sous la forme suivante.

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{kZe^2}{2r}$$

On a donc

$$\begin{aligned} E &= E_k + U \\ &= \frac{kZe^2}{2r} - \frac{kZe^2}{r} \\ &= -\frac{kZe^2}{2r} \end{aligned}$$

L'énergie est donc

$$\begin{aligned} E &= -\frac{ke^2}{2r} \\ &= -\frac{9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \left(1{,}602\times 10^{-19} C\right)^2}{2\cdot 5{,}29\times 10^{-11} m} \\ &= -2{,}183\times 10^{-18} J \end{aligned}$$

c) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \frac{a^2 q^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \\ &= \frac{\left(9{,}06\times 10^{22} \frac{m}{s^2}\right)^2 \cdot \left(1{,}602\times 10^{-19} C\right)^2}{6\pi \cdot 8{,}854\times 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot \left(3\times 10^8 \frac{m}{s}\right)^3} \\ &= 4{,}674\times 10^{-8} W \end{aligned}$$

d) On sait que

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{a^2 e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$$

Puisque l'accélération est

$$\begin{aligned} a &= \frac{ke^2}{mr^2} \\ &= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m r^2} \end{aligned}$$

On a

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{e^6}{m^2 r^4 96\pi^3 \varepsilon_0^3 c^3}$$

Puisque

$$\begin{aligned} E &= -\frac{ke^2}{2r} \\ &= -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} \end{aligned}$$

On a aussi

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{dE}{dr}\frac{dr}{dt} \\ &= \frac{d}{dr}\left(-\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}\right)\frac{dr}{dt} \\ &= \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{dr}{dt} \end{aligned}$$

En égalant nos deux *dE/dt* on a

$$\begin{aligned} \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{dr}{dt} &= -\frac{e^6}{m^2 r^4 96\pi^3\varepsilon_0^3 c^3} \\ \frac{dr}{dt} &= -\frac{e^4}{m^2 r^2 12\pi^2\varepsilon_0^2 c^3} \\ r^2 dr &= -\frac{e^4}{m^2 12\pi^2\varepsilon_0^2 c^3} dt \\ \frac{r^3}{3} &= -\frac{e^4 t}{m^2 3\pi\varepsilon_0 c^3} + cst \end{aligned}$$

Comme à $t = 0$, le rayon est le rayon de Bohr a_0, on a

$$\frac{a_0^3}{3} = 0 + cst$$

Ainsi, le rayon est

$$\begin{aligned} \frac{r^3}{3} &= -\frac{e^4 t}{m^2 12\pi^2\varepsilon_0^2 c^3} + \frac{a_0^3}{3} \\ r^3 &= a_0^3 - \frac{e^4 t}{m^2 4\pi^2\varepsilon_0^2 c^3} \end{aligned}$$

Ainsi, le temps pour arriver à r = 10^{-15} m est

$$\left(10^{-15}m\right)^3 = \left(5,29\times10^{-11}m\right)^3 - \frac{\left(1,602\times10^{-19}C\right)^4\cdot t}{\left(9,11\times10^{-31}kg\right)^2\cdot 4\pi^2\cdot\left(8,854\times10^{-12}\,\tfrac{F}{m}\right)^2\cdot\left(3\times10^8\,\tfrac{m}{s}\right)^3}$$

$$\left(10^{-15}m\right)^3 = \left(5,29\times10^{-11}m\right)^3 - 9,497\times10^{-21}\,\tfrac{m^3}{s}\cdot t$$

$$t = 1,55\times10^{-11}s$$

L'atome ne vivrait donc pas très longtemps…