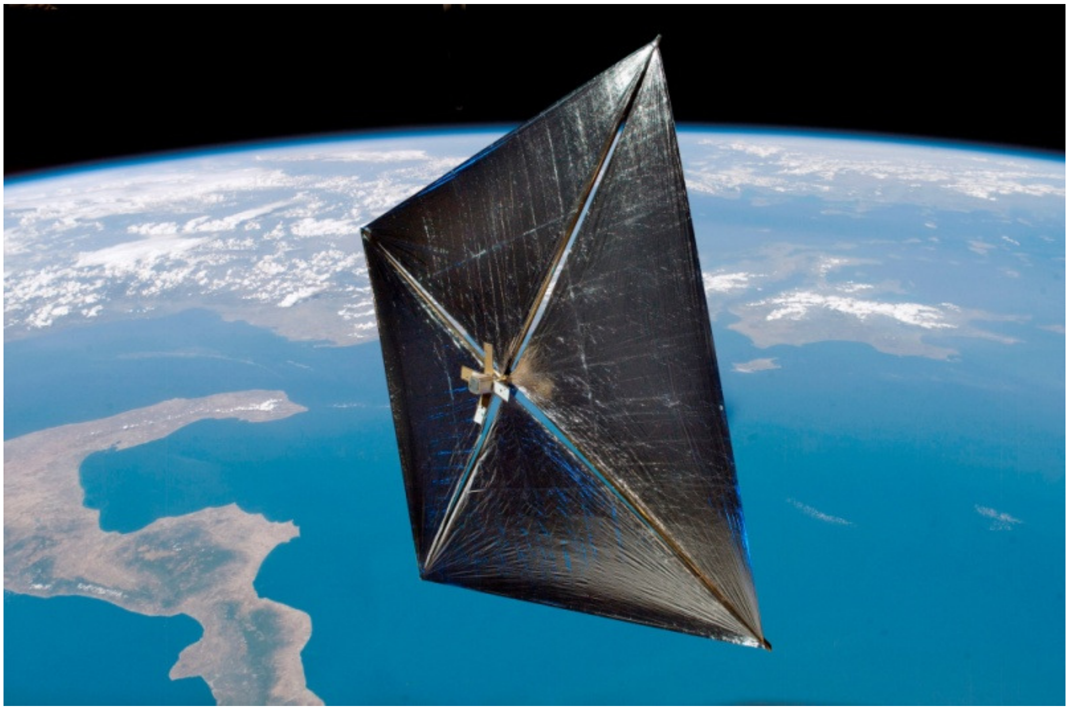
13 LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

On parle souvent de faire un vaisseau spatial propulsé par la pression de radiation du Soleil. Pour propulser le vaisseau, il suffit de placer une surface qui captera l'énergie du Soleil. La lumière, en frappant cette surface, exercera une force qui fera accélérer le vaisseau. Quelle force moyenne exerce la lumière du Soleil sur la surface de 1 km² ?



fr.wikipedia.org/wiki/Nanosail-D2

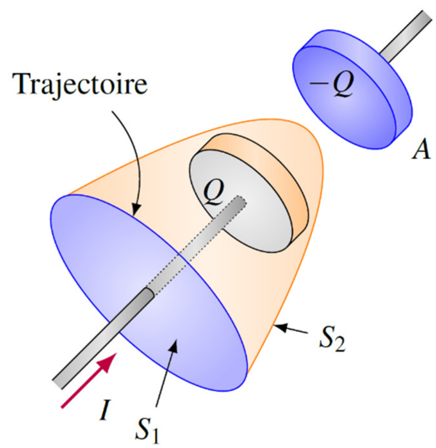
Apprenez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

13.1 L'ÉQUATION D'AMPÈRE-MAXWELL

En 1861, James Clerk Maxwell se rend compte qu'il y a un problème avec l'équation du théorème d'Ampère

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{\text{int}}$$

On se rappelle que I_{int} est le courant traversant la surface délimitée par la trajectoire d'intégration. Toutefois, on a vu que la surface délimitée par la trajectoire peut être déformée autant qu'on le veut, mais le résultat doit toujours être le même.



Dans ce cas, examinons une situation où il y a un condensateur sur un fil transportant un courant. Ici, puisqu'il y a symétrie cylindrique, l'intégrale vaut $B2\pi r$, comme montré dans la section sur le théorème d'Ampère. Si on prend la surface S_1. On a alors

$$B2\pi r = \mu_0 I$$

Ce résultat montre que le champ magnétique n'est pas nul.

Prenons maintenant une autre surface délimitée par la trajectoire, mais qui est déformée (S_2 qui passe entre les plaques du condensateur). Avec cette surface, il n'y a pas de courant qui traverse cette surface. On a donc

$$B2\pi r = 0$$

Ce résultat montre que le champ magnétique est nul.

De toute évidence, il y a une contradiction. On aurait dû obtenir le même résultat, peu importe la forme de la surface (notez qu'on peut déformer la surface et obtenir le même résultat en autant que la charge nette entre les surfaces soit nulle). Il manque donc quelque chose dans cette équation pour éviter cette contradiction. Que doit-on ajouter à cette équation pour éviter cette contradiction ?

La seule chose qui traverse la surface 2 est le champ électrique entre les plaques du condensateur. Le facteur manquant devrait donc dépendre du flux électrique qui traverse la surface. On peut même aller plus loin. La correction ne dépend pas simplement du flux parce que si la charge du condensateur ne change pas, il n'y a pas de courant dans le fil et pas de champ magnétique. S'il y a un courant, c'est que la charge du condensateur change, et donc que le champ électrique entre les plaques change, et donc que le flux électrique traversant la surface change. La correction qu'on doit faire à l'équation devrait donc dépendre de la variation de flux électrique qui traverse la surface. On va donc supposer qu'il y a un autre terme à l'équation d'Ampère qui va dépendre de la variation du flux électrique à travers la surface. Ce terme est donc de la forme suivante

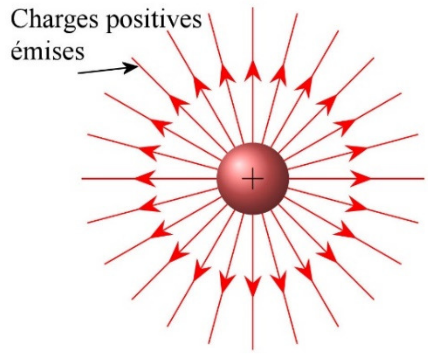
$$f\frac{d\phi_E}{dt}$$

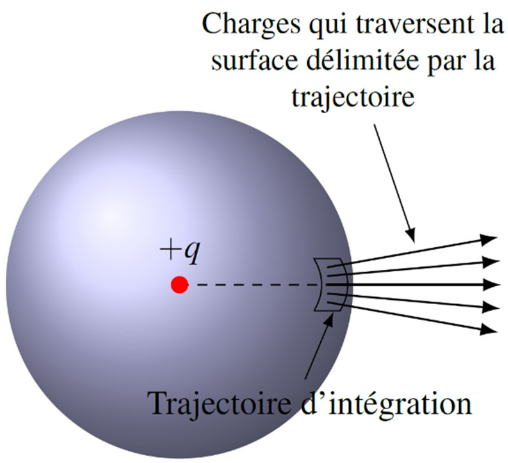
où f est une fonction inconnue qu'on doit trouver.

On aurait donc une équation de la forme suivante.

$$\oint \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{\text{int}} + f\frac{d\phi_E}{dt}$$

Pour trouver cette correction plus facilement, on va examiner une situation ayant une symétrie sphérique. On va donc considérer la situation montrée sur la figure de droite : une sphère chargée positivement qui émet des charges positives de façon isotrope dans toutes les directions (figure de droite). Attention, les lignes avec des flèches sur la figure ne sont pas les lignes de champ, ce sont les trajectoires des particules positives émises par la sphère.





On va imaginer une surface sphérique entourant cette charge positive et tracer une trajectoire d'intégration sur cette surface (figure de gauche). Il y a alors une certaine quantité de charges émises qui traversent la surface délimitée par la trajectoire.

Sur cette trajectoire, on doit avoir

$$\oint \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = 0$$

parce que la symétrie interdit d'avoir une composante du champ magnétique parallèle à la surface. Comme on sait que cette intégrale est nulle, on doit avoir que

$$0 = \mu_0 I_{\text{int}} + f\frac{d\phi_E}{dt}$$

Trouvons maintenant ce que vaut la dérivée du flux et le courant à l'intérieur de la trajectoire. Comme la charge centrale diminue, le champ fait par cette charge diminue et le flux à travers la surface délimitée par le trajet d'intégration diminue. La variation de flux est

$$\frac{d\phi_E}{dt} = \frac{d\left(EA\right)}{dt} = \frac{d\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}A\right)}{dt}$$

où r est le rayon de la sphère imaginée autour de la charge centrale et A l'aire de la zone délimitée par la trajectoire. Il n'y a que Q qui n'est pas une constante. On a donc

$$\frac{d\phi_E}{dt} = \frac{A}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{dQ}{dt}$$

Cette dérivée correspond au rythme auquel la charge centrale perd des charges. Ceci devrait être égal au courant total traversant la sphère imaginée autour de la charge centrale.

$$\frac{dQ}{dt} = -I_{tot}$$

Il y a un signe négatif, car la charge diminue. On a donc

$$\frac{d\phi_E}{dt} = -\frac{A}{4\pi\varepsilon_0 r^2} I_{tot}$$

Le courant traversant la surface délimitée par la trajectoire n'est qu'une partie de ce courant total. En fait, la proportion du courant passant à travers la surface délimitée par la trajectoire est simplement la proportion de cette aire par rapport à l'aire totale de la sphère.

$$\frac{I_{\text{int}}}{I_{tot}} = \frac{A}{4\pi r^2}$$

Ce qui nous donne

$$I_{\text{int}} = \frac{A}{4\pi r^2} I_{tot}$$

On sait donc maintenant que

$$\frac{d\phi_E}{dt} = -\frac{A}{4\pi\varepsilon_0 r^2} I_{tot} \qquad \text{et} \qquad I_{\text{int}} = \frac{A}{4\pi r^2} I_{tot}$$

En utilisant ces valeurs dans

$$0 = \mu_0 I_{\text{int}} + f\frac{d\phi_E}{dt}$$

on arrive à

$$0 = \mu_0\left(\frac{A}{4\pi r^2} I_{tot}\right) + f\left(-\frac{A}{4\pi\varepsilon_0 r^2} I_{tot}\right)$$

Il ne reste qu'à isoler *f*.

$$0 = \mu_0\frac{A}{4\pi r^2} I_{tot} - f\frac{A}{4\pi\varepsilon_0 r^2} I_{tot}$$

$$0 = \mu_0 - f\frac{1}{\varepsilon_0}$$

$$f\frac{1}{\varepsilon_0}=\mu_0$$
$$f=\mu_0\varepsilon_0$$

Cela signifie que le terme qu'on doit ajouter à l'équation d'ampère est

$$f\frac{d\phi_E}{dt}=\mu_0\varepsilon_0\frac{d\phi_E}{dt}$$

On arrive donc à cette nouvelle version du théorème d'Ampère, appelée équation d'Ampère-Maxwell, obtenue par Maxwell en 1861.

Équation d'Ampère-Maxwell (4e équation de Maxwell)

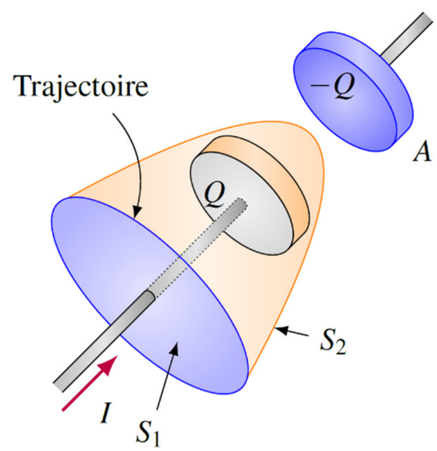
$$\oint\vec{B}\cdot\overrightarrow{dl}=\mu_0 I_{\text{int}}+\mu_0\varepsilon_0\frac{d\phi_E}{dt}$$

Avec ce terme, il n'y a plus de contradiction avec notre exemple du condensateur. Avec la surface 1, on a

$$B2\pi r=\mu_0 I$$

parce qu'il y a un courant qui traverse la surface. Avec la surface 2, on a

$$B2\pi r=\mu_0\varepsilon_0\frac{d\phi_E}{dt}$$



parce qu'il y a une variation de flux électrique dans cette surface. Si on avait la patience de trouver le champ partout entre les plaques, de l'intégrer sur toute la surface pour trouver le flux et de dériver ce résultat par rapport au temps pour trouver le taux de variation du flux, on pourrait constater que

$$\mu_0\varepsilon_0\frac{d\phi_E}{dt}=\mu_0 I$$

Cela signifie qu'on obtient donc le même résultat, peu importe la forme de la surface délimitée par la trajectoire choisie. Le problème est réglé.

Erreur vraiment fréquente : Penser qu'un champ électrique variable peut générer un champ magnétique

Certains diront que l'équation

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{\text{int}} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

veut dire qu'un champ électrique variable (2e terme de droite) peut générer un champ magnétique (terme de gauche). Cette erreur est très commune et est répétée par de nombreux manuels de physique (incluant mes notes pendant plusieurs années). Dans ces livres, on dit qu'un champ électrique variable fait apparaitre un champ magnétique, donc qu'un champ électrique variable peut être la source d'un champ magnétique. C'est faux, le champ électrique ne peut pas être la source du champ magnétique. Seules les charges électriques peuvent être la source des champs électriques et des champs magnétiques. Le champ magnétique vient des mêmes charges qui font le champ électrique variable. L'équation d'Ampère-Maxwell montre simplement le lien qu'il y a entre ces 2 champs fait par les mêmes particules chargées.

13.2 LES ÉQUATIONS DE MAXWELL

On arrive donc à la version définitive des équations de l'électromagnétisme.

Les équations de Maxwell et la force de Lorentz

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dA} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{\text{int}} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

En théorie, toutes les autres équations de l'électromagnétisme s'obtiennent à partir de ces 5 équations.

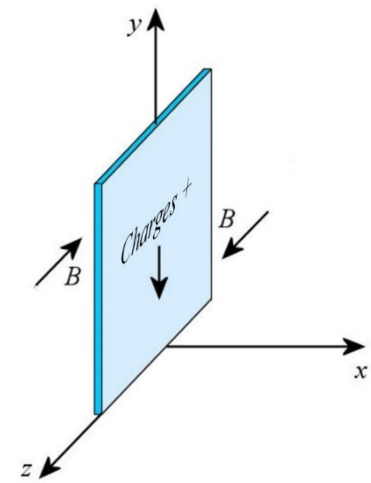
En passant, les 4 premières équations étaient représentées initialement par 20 équations par Maxwell. Il parvint ensuite à réduire ce nombre à 8 équations en 1873, puis ce fut Heaviside (qui contribua beaucoup à l'introduction de la notation vectorielle en physique et qui inventa aussi les termes d'inductance et d'impédance) qui parvint à les réduire à seulement 4 équations en 1884. Notez, à titre de curiosité, qu'en électrodynamique quantique, ces 4 équations peuvent s'écrire avec seulement ces deux équations tensorielles.

$$\partial_\alpha F^{\alpha\beta} = \mu_0 J^\beta$$

$$\partial_\gamma F_{\alpha\beta} + \partial_\alpha F_{\beta\gamma} + \partial_\beta F_{\gamma\alpha} = 0$$

13.3 LA VITESSE DE PROPAGATION DES CHAMPS

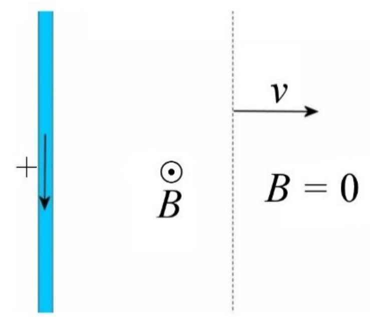
L'ajout du terme dans l'équation d'Ampère-Maxwell amène une conséquence très intéressante : les modifications du champ se propagent à une certaine vitesse bien précise.



Pour illustrer ce phénomène, imaginons qu'on ait une plaque infinie conductrice non chargée. À un certain moment, un courant apparait dans la plaque. Normalement, ce seraient les électrons qui se mettraient en mouvement si la plaque est métallique, mais ici on va imaginer que ce sont des charges positives qui se mettent en mouvement pour simplifier un peu.

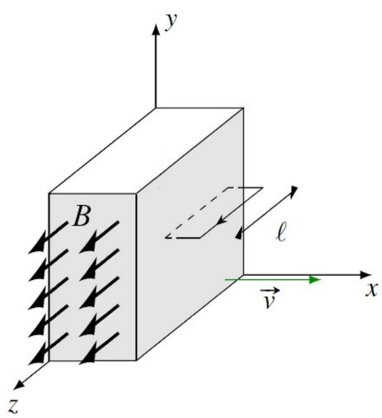
Disons donc qu'à un certain moment, les charges positives de la plaque commencent à se déplacer vers le bas pendant que les charges négatives restent en place. Ce mouvement de charge est un courant et ce courant génère un champ magnétique dont les directions sont montrées sur la figure. Avec une plaque infinie, ce champ serait uniforme de chaque côté de la plaque, ce qui signifie que la grandeur du champ est la même, peu importe la distance de la plaque.

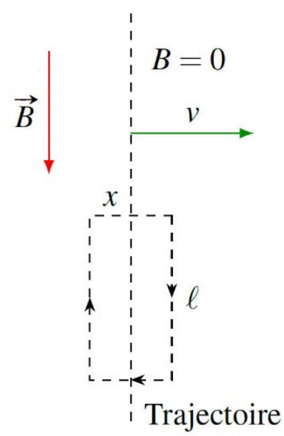
Avant le mouvement, il n'y avait pas de champ nulle part et, après le mouvement, il y a un champ magnétique. Ce qui nous intéresse ici, c'est comment ce champ qui apparait soudainement se propage. Nous allons donc voir si on peut trouver à quelle vitesse se propage le champ magnétique qui apparait quand les charges se mettent en mouvement.



À droite, on peut voir qu'il y a du champ magnétique près de la plaque et qu'il n'y en a pas plus loin de la plaque. Il y a une frontière séparant ces 2 régions (ligne pointillée) et cette frontière se propage à une certaine vitesse.

On va maintenant prendre la trajectoire d'intégration montrée sur ces figures (sur la figure de droite, la trajectoire est vue du dessus).





x est la longueur de la trajectoire perpendiculaire à B et qui est dans la zone où il y a un champ.

Sur cette trajectoire, on a

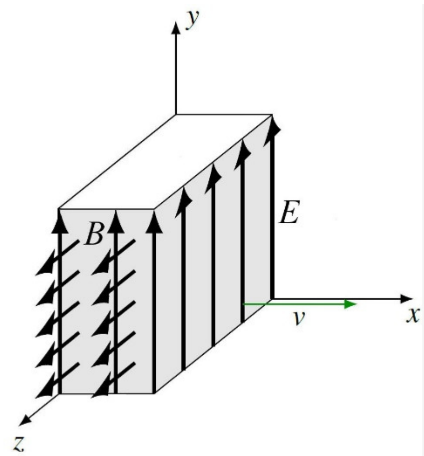
$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = Bx\cos 90° + Bl\cos 180° + Bx\cos 90°$$
$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = -Bl$$

Or, comme l'équation d'Ampère-Maxwell nous dit que

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

(puisqu'il n'y a pas de courant qui traverse la surface, il n'y a pas de $\mu_0 I$). On doit donc avoir

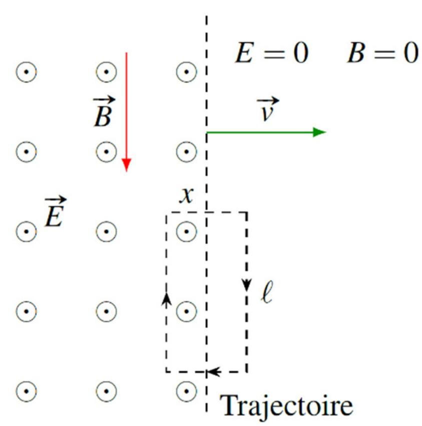
$$-Bl = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$



Cela veut dire qu'il y doit y avoir un flux électrique variable à travers la trajectoire. Cela implique qu'il doit y avoir un champ électrique et que la frontière doit avancer pour que le flux change. On devra donc avoir un champ électrique à gauche de la frontière qui accompagne le champ magnétique. Ce champ électrique est uniforme dans toute la partie grise (puisque sa valeur ne dépend pas de x dans les équations précédentes). Le champ peut être vers le haut ou vers le bas (pour faire un flux dans la trajectoire). On va supposer qu'il est vers le haut et on verra ce qu'indiquent les équations. Si on obtient un champ positif, alors il est bel et bien vers le haut. Si on obtient un champ négatif, alors il est vers le bas.

Sachant qu'il y a ce champ électrique vers le haut, réexaminons la trajectoire d'intégration. À mesure que la frontière avance, le flux électrique dans la trajectoire change, ce changement est (on place le vecteur A en entrant dans la page selon la règle de la main droite)

$$\begin{aligned}\frac{d\phi_E}{dt} &= \frac{d\left(EA\cos 180°\right)}{dt}\\ &= -E\frac{dA}{dt}\\ &= -E\frac{d\left(xl\right)}{dt}\\ &= -El\frac{dx}{dt}\\ &= -Elv\end{aligned}$$



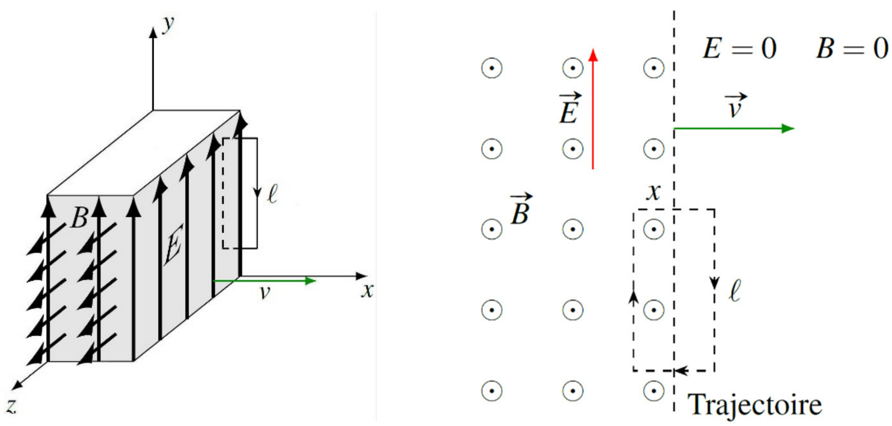
On arrive donc à

$$-Bl = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$
$$-Bl = \mu_0 \varepsilon_0 \left(-Elv\right)$$
$$B = \mu_0 \varepsilon_0 Ev$$

(Cette équation nous indique que la direction supposée pour *E*, vers le haut, était la bonne puisqu'il n'y a pas de signe négatif dans cette équation.)

On a une première équation pour trouver la vitesse, mais cette équation ne suffit pas puisqu'on ne connait pas encore la grandeur du champ électrique *E*. On sait seulement qu'il doit y avoir un champ électrique et que la grandeur de ce champ dépend de la vitesse de propagation du champ.

Pour trouver la vitesse et le champ électrique, il nous faut une autre équation. On trouve cette équation en prenant une autre trajectoire d'intégration montrée sur la figure suivante.



Calculons l'intégrale du champ le long de la trajectoire rectangulaire.

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = Ex\cos 90° + El\cos 0° + Ex\cos 90°$$
$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = El$$

Or, comme l'équation de Faraday nous dit que

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

On doit avoir

$$El = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

À mesure que la frontière avance, le flux dans la trajectoire change, ce changement est (on place le vecteur *A* en entrant dans la page selon la règle de la main droite.)

$$\begin{aligned}\frac{d\phi_B}{dt} &= \frac{d\left(BA\cos 180°\right)}{dt} \\ &= -B\frac{dA}{dt} \\ &= -B\frac{d\left(xl\right)}{dt} \\ &= -Bl\frac{dx}{dt} \\ &= -Blv\end{aligned}$$

On arrive donc à

$$\begin{aligned}El &= -\frac{d\phi_B}{dt} \\ El &= -\left(-Blv\right) \\ E &= Bv\end{aligned}$$

Ce qui nous donne une deuxième équation. Nos deux équations sont donc

$$\begin{aligned}E &= Bv \\ B &= \mu_0\varepsilon_0 Ev\end{aligned}$$

On trouve v en remplaçant E de la deuxième équation par le E de la première équation. On a alors

$$\begin{aligned}B &= \mu_0\varepsilon_0\left(Bv\right)v \\ 1 &= \mu_0\varepsilon_0 v^2\end{aligned}$$

En isolant v, on obtient

$$\begin{aligned}v &= \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\pi\times 10^{-7}\,\frac{H}{m}\cdot 8{,}854\times 10^{-12}\,\frac{F}{m}}} \\ &= 299\,792\,458\,\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

qui est la vitesse de la lumière ! On vient de montrer que la perturbation du champ magnétique et du champ électrique se propage à la vitesse de la lumière.

Vitesse de propagation des champs dans le vide (vitesse de la lumière)

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = c$$

Une fois qu'on a la vitesse, on peut trouver la grandeur du champ électrique avec

$$E = Bv$$

ce qui donne (puisque $v = c$)

$$E = Bc$$

Penchons-nous un peu plus sur ce champ électrique fait par la plaque. La plaque n'était pas chargée. Elle contenait autant de charges positives que de charges négatives. On a simplement créé le champ magnétique en faisant un courant en déplaçant les charges positives vers le bas. Comme la plaque n'est pas chargée, le champ ne vient donc pas d'une charge nette sur la plaque.

Même si la plaque n'est pas chargée, le champ électrique est fait par les charges de la plaque. Ce n'est pas super évident, mais l'addition des champs électriques faits par les charges négatives au repos et par les charges positives en mouvement donne un champ électrique uniforme vers le haut des deux côtés de la plaque. Le champ électrique n'est pas généré par la variation du champ magnétique, il est, comme toujours, généré par les charges et ces charges sont la source des deux champs.

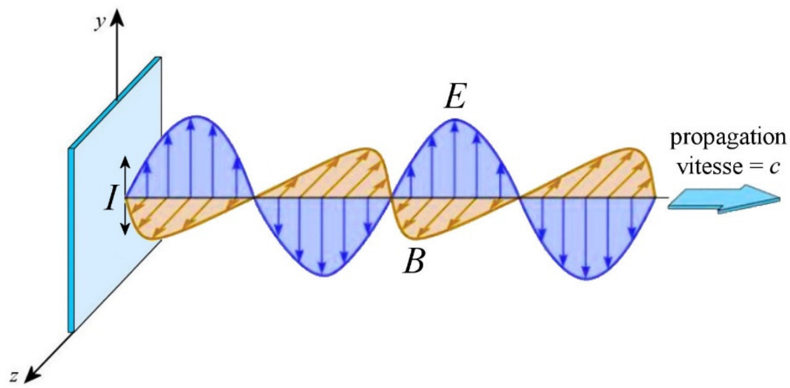
Notez que ce champ électrique vers le haut fait une force vers le haut sur les charges positives qui se déplacent vers le bas dans la plaque. Il y a donc une force qui s'oppose au mouvement de ces charges. Cela signifie qu'il faut faire un travail pour déplacer ces charges. Le travail fait pour déplacer les charges pendant un certain temps correspond exactement à l'énergie des champs électrique et magnétique qui s'ajoute pendant ce temps (cette énergie augmente puisque la frontière du champ avance, ce qui augmente le volume de la région où il y a des champs).

Pour plus de détails sur une plaque ou un fil qui se mettent soudainement en mouvement, vous pouvez consulter ce document.
https://physique.merici.ca/electricite/plaquetige.pdf
(C'est toutefois d'un niveau plus élevé que ce qu'on voit au cégep)

13.4 LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

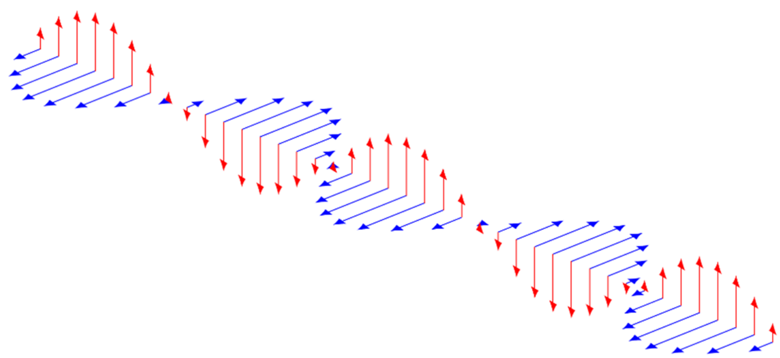
Maxwell, qui arriva en 1865 à la conclusion que les perturbations des champs électrique et magnétique se propagent à la vitesse de la lumière, fut surement très excité par ce résultat qui suggère un lien avec la lumière.

Si le courant dans notre plaque infinie changeait sans cesse, alors les variations de champ magnétique et électrique faites par les charges de la plaque se propageraient à la vitesse de la lumière en s'éloignant de la plaque infinie. Par exemple, si le courant variait continuellement en passant alternativement d'un courant vers le haut à un courant vers le bas, alors on aurait une onde de champs alternants de direction qui se propage à la vitesse de la lumière. On a alors une onde électromagnétique, c'est à dire une onde faite de champ électrique et de champ magnétique, qui se propage à près de 300 000 km/s.



Comme la lumière est aussi une onde qui se propage à près de 300 000 km/s, Maxwell suppose que la lumière est une onde électromagnétique. Hertz a été le premier, en 1887, à confirmer expérimentalement que de telles ondes électromagnétiques existent.

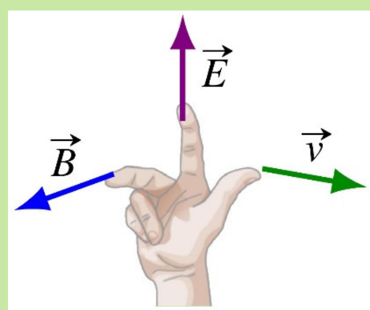
Si le courant dans la plaque varie de façon sinusoïdale, alors les champs vont aussi varier de façon sinusoïdale. Voici à quoi ressemble une onde électromagnétique sinusoïdale. Le champ électrique est en rouge et le champ magnétique est en bleu.



Il y a une règle de la main droite pour trouver la direction de propagation d'une onde électromagnétique.

Direction de propagation d'une onde électromagnétique

Quand on met nos doigts de la main droite dans la direction du champ électrique et qu'on les plie dans la direction du champ magnétique, notre pouce nous donne la direction de propagation de l'onde.



Les 2 ondes montrées précédemment se propagent donc vers la droite.

Dans une onde électromagnétique, on doit constamment avoir le lien trouvé précédemment entre les champs *E* et *B*. Ce lien est

Lien entre *E* et *B* dans une onde électromagnétique

$$E = Bc$$

Quelques rappels sur les ondes sinusoïdales

Rappelons-nous quelques formules concernant les ondes. L'équation des ondes sinusoïdales progressives se propageant le long de l'axe des x sur une corde est

$$y = A\sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

y est le déplacement de la corde, $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$ et ϕ est la constante de phase. Dans le sinus, on prend le signe positif si l'onde va vers les x négatifs et on prend le signe négatif si l'onde va vers les x positifs.

Avec une onde électromagnétique, la formule va nous donner la valeur du champ électrique plutôt que le déplacement de la corde. On aura donc

$$E = E_0 \sin\left(kx \pm \omega t + \phi\right)$$

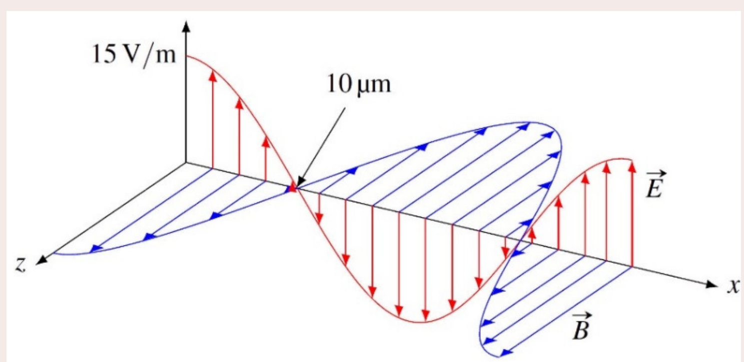
où E_0 est l'amplitude du champ électrique.

Rappelons-nous aussi qu'il y a un lien entre la vitesse, la longueur d'onde et la fréquence. Ce lien est

$$c = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

Exemple 13.4.1

Voici l'image d'une onde sinusoïdale à $t = 0$ s.



a) Quelle est la longueur d'onde de cette onde ?

En regardant l'image, on voit qu'on passe de la crête à un nœud de l'onde en 10 µm. Ceci est seulement ¼ de cycle. Il faut 4 fois cette distance pour faire un cycle. La longueur d'onde est donc de 40 µm.

b) Quelle est la fréquence de cette onde ?

La fréquence est

$$c = \lambda f$$
$$3\times 10^{8} \tfrac{m}{s} = 40\times 10^{-6} m \cdot f$$
$$f = 7,5\times 10^{12} Hz$$

c) Dans quelle direction se propage cette onde ?

En plaçant nos doigts de la main droite dans la direction du champ électrique et en pliant nos doigts dans la direction du camp magnétique, notre pouce pointe vers les *x* positifs. L'onde se dirige donc vers les *x* positifs.

d) Quelle est l'équation du champ électrique de cette onde ?

L'équation du champ électrique est de la forme

$$E_y = E_0 \sin\left(kx - \omega t + \phi\right)$$

Le graphique nous indique que E_0 = 15 V/m. Il nous faut donc trouver k, ω et ϕ.

Le graphique du champ électrique est le graphique du sinus décalé d'un quart de cycle vers les *x* négatifs. La constante de phase est donc de π/2.

La valeur de *k* est

$$\begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ &= \frac{2\pi}{40\times10^{-6}m} \\ &= 1,571\times10^{6}\,\tfrac{rad}{m} \end{aligned}$$

La valeur de ω est

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi f \\ &= 2\pi \cdot 7,5\times10^{12}\,Hz \\ &= 4,712\times10^{13}\,\tfrac{rad}{s} \end{aligned}$$

Avec un champ dans la direction de l'axe des *y*, l'équation est

$$E_y = 15\tfrac{V}{m}\cdot\sin\left(1,571\times10^{6}\,\tfrac{rad}{m}\cdot x - 4,712\times10^{13}\,\tfrac{rad}{s}\cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right)$$

e) Quelle est l'équation du champ magnétique de cette onde ?

L'équation du champ électrique est de la forme

$$B_z = B_0 \sin\left(kx - \omega t + \phi\right)$$

Comme *k* et ω sont les mêmes que pour le champ électrique, il reste à trouver B_0 et ϕ.

Le graphique du champ magnétique est aussi le graphique du sinus décalé d'un quart de cycle vers les *x* négatifs. La constante de phase est donc de π/2.

On trouve l'amplitude du champ magnétique avec

$$E_0 = B_0 c$$
$$15 \tfrac{V}{m} = B_0 \cdot 3\times 10^8 \tfrac{m}{s}$$
$$B_0 = 5\times 10^{-8} T$$

Avec un champ dans la direction de l'axe des *z,* l'équation est

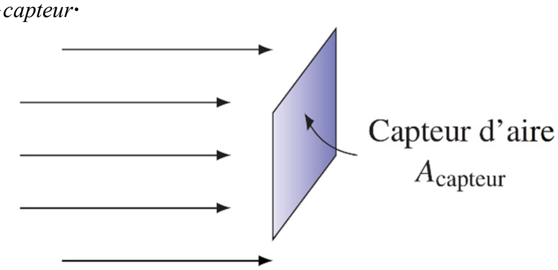
$$B_z = 5\times 10^{-8} T \cdot \sin\left(1{,}571\times 10^6 \tfrac{rad}{m} \cdot x - 4{,}712\times 10^{13} \tfrac{rad}{s} \cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right)$$

13.5 L'INTENSITÉ DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Définition de l'intensité

Dans la situation montrée sur la figure de droite (page suivante), une onde se dirigeant vers la droite arrive sur un capteur ayant une aire $A_{capteur}$.

Évidemment, on captera plus d'énergie si on capte l'énergie de l'onde pendant plus de temps. La quantité d'énergie captée doit donc être proportionnelle au temps pendant lequel on capte l'énergie.



Aussi, on captera plus d'énergie si l'aire du capteur est plus grande. La quantité d'énergie captée doit donc être proportionnelle à l'aire du capteur.

Finalement, on aura un facteur qui va dépendre de l'énergie de l'onde. On va appeler ce facteur l'*intensité de l'onde*. On capte peu d'énergie avec une onde de faible intensité et beaucoup avec une onde de grande intensité. La quantité d'énergie captée doit donc être proportionnelle à l'intensité de l'onde.

On arrive donc à

$$E_{captée} = I A_{capteur} t$$

où I est l'intensité de l'onde. La puissance est l'énergie divisée par le temps. Ainsi, on pourrait diviser la formule précédente par t pour obtenir une formule de la puissance captée.

Puissance captée

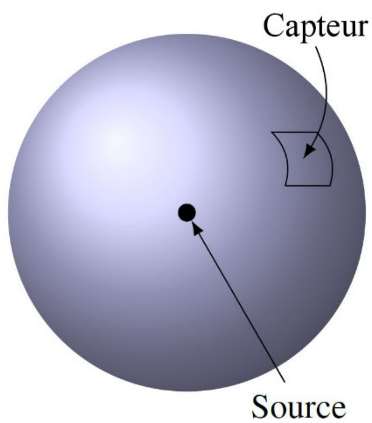
$$P_{captée} = I A_{capteur}$$

(Cette équation est en fait la définition de l'intensité.) Pour que la puissance captée soit en watts, il faut que les unités de l'intensité soient des W/m².

Intensité à une distance *r* d'une source isotrope

Imaginons qu'on est à une certaine distance r d'une source qui émet une énergie E pendant un temps t. Ici, l'énergie est émise également dans toutes les directions, ce qui signifie qu'on a affaire à une ***source isotrope***. Ainsi, à une certaine distance r, l'énergie émise est distribuée également sur une sphère entourant la source.

À une certaine distance de la source, il y a un capteur ayant une aire $A_{capteur}$. Le capteur ne capte qu'une partie de l'énergie émise par la source. La proportion captée est donnée simplement par le rapport entre l'aire du capteur ($A_{capteur}$) et l'aire totale sur laquelle est répartie la puissance de



$$\frac{E_{captée}}{E} = \frac{A_{capteur}}{A_{sphère}}$$

$$E_{captée} = \frac{E}{A_{sphère}} A_{capteur}$$

$$E_{captée} = \frac{E}{4\pi r^2} A_{capteur}$$

En divisant les deux côtés de cette équation par le temps, on transforme l'énergie en puissance puisque $P = E/t$, On a ainsi

$$P_{captée} = \frac{P}{4\pi r^2} A_{capteur}$$

Mais puisque $P_{captée} = IA_{capteur}$, on obtient

Intensité d'une onde émise par une source isotrope

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Exemple 13.5.1

Une source lumineuse isotrope a une puissance de 100 W.

a) Quelle est l'intensité de l'onde à 120 m de la source ?

L'intensité est

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$
$$= \frac{100W}{4\pi \cdot (120m)^2}$$

$$= 5{,}526\times 10^{-4}\ \tfrac{W}{m^2}$$

b) Quelle est l'énergie captée en 10 secondes avec un capteur ayant une aire de 2 m² ?

L'énergie captée est $E_{captée} = P_{captée}t$. On doit donc connaitre la puissance captée. La puissance captée est

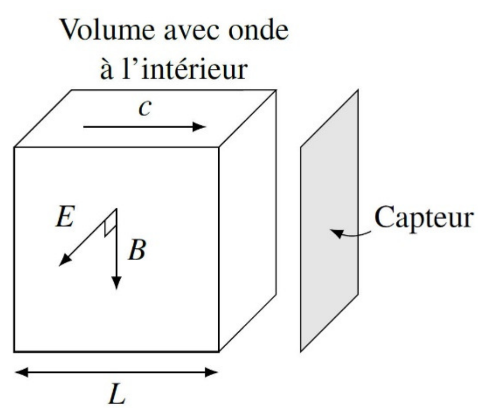
$$\begin{aligned} P_{captée} &= IA_{capteur} \\ &= 5{,}526\times 10^{-4}\ \tfrac{W}{m^2}\cdot 2m^2 \\ &= 1{,}1052\times 10^{-3} W \end{aligned}$$

Comme la puissance est l'énergie par unité de temps, l'énergie captée est

$$\begin{aligned} E_{captée} &= P_{captée}t \\ &= 1{,}1052\times 10^{-3} W\cdot 10s \\ &= 0{,}011052J \end{aligned}$$

L'intensité à partir de l'amplitude de l'onde

Pour trouver l'énergie de l'onde à partir de l'amplitude du champ électrique, imaginons un cube dans lequel il y a une onde électromagnétique. Ce cube se déplace avec l'onde à la vitesse de la lumière.



Dans ce cube, il y a du champ électrique et du champ magnétique. Les densités d'énergie de ces champs sont

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad u_B = \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

Voici un premier résultat intéressant : ces deux densités sont égales dans une onde électromagnétique ! En effet, puisque $B = E/c$ dans une onde, on a

$$\frac{1}{2\mu_0}B^2 = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{E}{c}\right)^2 = \frac{1}{2\mu_0 c^2}E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

car $\mu_0 c^2 = \varepsilon_0$. Il y a donc autant d'énergie dans le champ électrique que dans le champ magnétique dans une onde électromagnétique.

La densité d'énergie dans le cube est donc

$$u_{tot} = u_E + u_B = 2u_E = \varepsilon_0 E^2$$

L'énergie totale dans le cube est simplement la densité d'énergie multipliée par le volume du cube. On a donc

$$\begin{aligned} U &= u_{tot} \cdot A_{capteur} L \\ &= \varepsilon_0 E^2 A_{capteur} L \end{aligned}$$

On peut ensuite trouver la puissance de l'onde en divisant cette énergie par le temps qu'il faudra pour la capter. On commence à capter l'onde quand le devant du cube arrive au capteur et la captation se termine quand le derrière du cube arrive au capteur. Le temps de captation correspond donc au temps qu'il faut pour que le derrière du cube arrive au capteur. Comme le derrière du cube est à une distance L et qu'il se déplace à la vitesse c, il faudra le temps L/c pour qu'il arrive. On a donc

$$\begin{aligned} P_{captée} &= \frac{U}{t} \\ &= \frac{\varepsilon_0 E^2 A_{capteur} L}{L / c} \\ &= \varepsilon_0 E^2 A_{capteur} c \end{aligned}$$

On trouve finalement l'intensité de l'onde

$$\begin{aligned} P_{captée} &= IA_{capteur} \\ \varepsilon_0 E^2 A_{capteur} c &= IA_{capteur} \\ I &= \varepsilon_0 E^2 c \end{aligned}$$

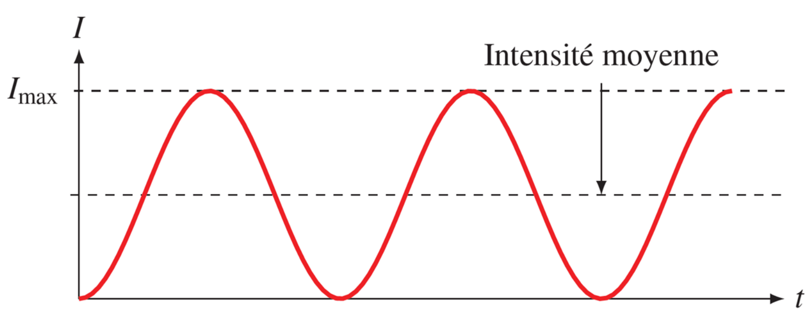
Dans le cas d'une onde sinusoïdale, le champ qui arrive varie de façon sinusoïdale

$$E = E_0 \sin\left(\omega t + \phi\right)$$

Ce qui fait que l'intensité varie en fonction du temps selon

$$I = \varepsilon_0 c E_0^2 \sin^2\left(\omega t + \phi\right)$$

Ce qui donne l'intensité suivante en fonction du temps.



I_{max} est la valeur maximale de l'intensité, qui se produit quand $\sin^2(\omega t + \phi)$ vaut 1. On a donc

$$I_{max} = \varepsilon_0 c E_0^2$$

On voit assez facilement sur le graphique (et on pourrait le démontrer avec une intégrale) que la valeur moyenne de cette intensité correspond à la moitié de cette valeur maximale. On a donc

$$\overline{I} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 c$$

En utilisant $B_0 = E_0/c$, cette équation peut prendre toutes les formes suivantes.

Intensité moyenne d'une onde électromagnétique sinusoïdale

$$\overline{I} = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2}\frac{E_0 B_0}{\mu_0} = \frac{1}{2}\frac{cB_0^2}{\mu_0}$$

où E_0 et B_0 sont les amplitudes du champ électrique et du champ magnétique de l'onde.

Exemple 13.5.2

Sur Terre, la lumière du Soleil a une intensité de 1340 W/m². Quelles sont les amplitudes du champ électrique et du champ magnétique de cette onde électromagnétique arrivant sur Terre ?

On a

$$\overline{I} = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2$$

$$1340\tfrac{W}{m^2} = \frac{1}{2}\cdot 3\times 10^8\tfrac{m}{s}\cdot 8,854\times 10^{-12}\tfrac{F}{m}\cdot E_0^2$$

$$E_0 = 1005\tfrac{V}{m}$$

De là, on trouve

$$E_0 = B_0 c$$

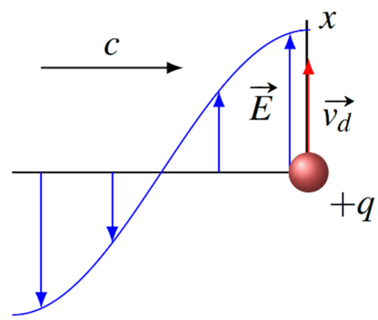
$$1005\tfrac{V}{m} = B_0\cdot 3\times 10^8\tfrac{m}{s}$$

$$B_0 = 3,35\times 10^{-6}T$$

13.6 LA PRESSION DE RADIATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

On peut faire la preuve de la formule de la pression de deux façons.

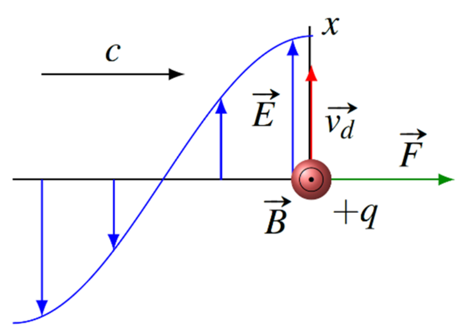
Preuve avec les ondes



Quand une onde arrive sur un objet, le champ électrique de l'onde exerce une force sur les charges dans l'objet. On a vu que le champ dans la matière déplace les charges avec une vitesse de dérive.

Les charges en mouvement subissent alors une force magnétique puisqu'il y a aussi un champ magnétique dans l'onde. La force magnétique est

$$\begin{aligned} F &= qv_d B \sin 90° \\ &= qv_d \frac{E}{c} \end{aligned}$$



La figure montre que cette force pousse effectivement sur l'objet. Avec un champ magnétique qui sort de la page (puisque l'onde va vers la droite), la force magnétique est vers la droite et il y a une force qui pousse l'objet.

Une partie de l'énergie de l'onde est absorbée par la charge. Seule la force électrique fait un travail. Le rythme auquel l'énergie est absorbée (la puissance) est

$$\begin{aligned} P_{captée} &= Fv\cos\theta \\ &= F_{elec} v_d \\ &= qEv_d \end{aligned}$$

En comparant ces deux dernières équations, on arrive à

$$F = \frac{1}{c} P_{captée}$$

En divisant par l'aire de la région où on reçoit l'onde, on arrive à

$$\frac{F}{A} = \frac{1}{c}\frac{P_{captée}}{A}$$

Comme *F*/*A* est la pression, et que la puissance captée divisée par l'aire est l'intensité de l'onde, on a

$$P = \frac{I}{c}$$

Preuve avec les photons

Il y a une pression parce que chaque photon a une quantité de mouvement. Quand un objet reçoit des photons, chaque collision donne un peu de quantité de mouvement à l'objet, ce qui signifie qu'il y a une force exercée.

On sait que pour les photons, le lien entre l'énergie et la quantité de mouvement est

$$E = pc$$

Ainsi, si on reçoit de l'énergie d'une onde, on reçoit aussi de la quantité de mouvement. On trouve la force en dérivant cette équation

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d\left(pc\right)}{dt}$$
$$\text{Puissance} = c\frac{dp}{dt}$$
$$\text{Puissance} = cF$$

puisque la force correspond à la dérivée de la quantité de mouvement.

Comme l'intensité de la lumière est la puissance divisée par la surface où on reçoit l'onde, on a

$$I = \frac{\text{Puissance}}{A}$$
$$I = \frac{cF}{A}$$
$$I = c\frac{F}{A}$$

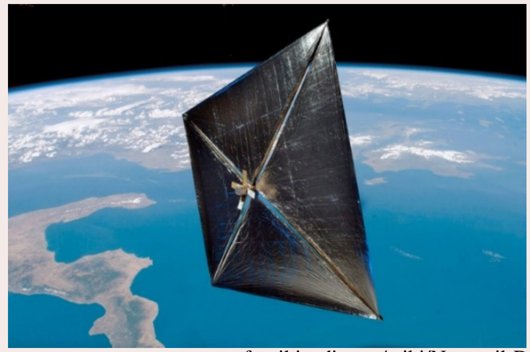
Comme *F/A* est la pression, on a

Pression exercée par une onde électromagnétique

$$P = \frac{I}{c}$$

Exemple 13.6.1

On parle souvent de faire un vaisseau spatial propulsé par la pression de radiation du Soleil. Pour propulser le vaisseau, il suffit de placer une surface qui captera l'énergie du Soleil. La lumière, en frappant cette surface, exercera une force qui fera accélérer le vaisseau. Supposons ici que la surface a une aire de 1 km².



fr.wikipedia.org/wiki/Nanosail-D2

a) Quelle force moyenne exerce la lumière du Soleil sur la surface de 1 km² ?

La force est $F = PA$. On doit donc connaitre la pression faite par la lumière pour trouver la force. La pression moyenne est

$$\begin{aligned}\overline{P} &= \frac{\overline{I}}{c} \\ &= \frac{1340\,\frac{W}{m^2}}{3\times 10^8\,\frac{m}{s}} \\ &= 4,47\times 10^{-6}\,Pa\end{aligned}$$

La force moyenne est donc

$$\begin{aligned}\overline{F} &= \overline{P}A \\ &= 4,47\times 10^{-6}\,Pa\cdot 10^6\,m^2 \\ &= 4,47N\end{aligned}$$

b) Quelles seront la vitesse du vaisseau et la distance parcourue par le vaisseau au bout d'une semaine si sa masse est de 10 tonnes et qu'il est initialement au repos ?

L'accélération du vaisseau est de

$$\begin{aligned}a &= \frac{F}{m} \\ &= \frac{4,47N}{10\,000kg} \\ &= 4,47\times 10^{-4}\,\frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

Sa vitesse à la fin de la semaine est

$$\begin{aligned}v &= at \\ &= 4,47\times 10^{-4}\,\frac{m}{s^2}\cdot 604\,800s \\ &= 270,33\,\frac{m}{s}\end{aligned}$$

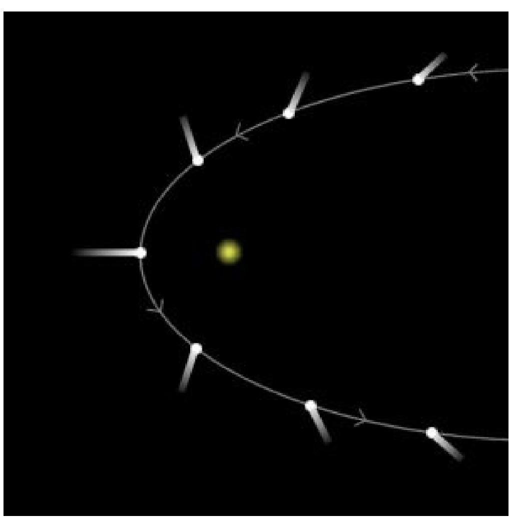
et la distance parcourue est de

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4,47 \times 10^{-4} \tfrac{m}{s^2} \cdot \left(604\,800 s\right)^2 \\ &= 8,175 \times 10^7 m = 81750 km \end{aligned}$$

Pour des objets très gros comme la Terre, la force de répulsion faite par la pression de radiation de la lumière du Soleil est vraiment négligeable par rapport à l'attraction gravitationnelle (environ 10^{14} fois plus petite que la gravitation). Toutefois, la pression de radiation prend de plus en plus d'importance pour des objets plus petits. En effet, puisque la force de gravité est proportionnelle à la masse, la force de gravitation diminue avec le cube des dimensions puisque la masse dépend du volume. Pour une planète de même densité que la Terre, mais ayant un diamètre valant la moitié de celui de la Terre, la force de gravitation est 8 fois plus petite que celle sur la Terre. Par contre, la force de pression est proportionnelle à la surface de la planète. Ainsi, une planète deux fois plus petite que la Terre subira 4 fois moins de force de pression de radiation que la Terre. On voit que la force de pression diminue moins vite que la force de gravitation.

En diminuant constamment la taille de l'objet, la force de pression de radiation devient donc de plus en plus importante par rapport à la force de gravitation et on arrivera finalement à une taille où la force de pression de radiation devient plus grande que la force de gravitation. Cet objet sera alors repoussé par le Soleil et éjecté du système solaire. Pour le Soleil, cela se produit pour des objets ayant un diamètre d'environ 1 µm. La pression de radiation a donc éliminé, en bonne partie, la poussière du système solaire.

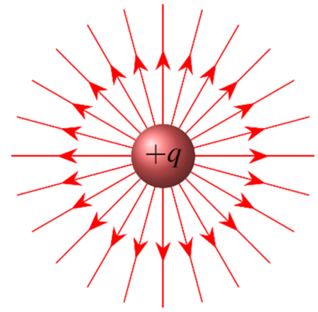
C'est aussi cette pression qui pousse sur le gaz qui provient de la sublimation de la glace dans une comète et qui forme la queue de la comète. La queue de la comète est donc toujours dans la direction opposée au Soleil.



chez.pierrot.perso.neuf.fr/astro10.html et fr.wikipedia.org/wiki/Comète

13.7 ÉMISSIONS D'ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PAR DES CHARGES QUI ACCÉLÈRENT

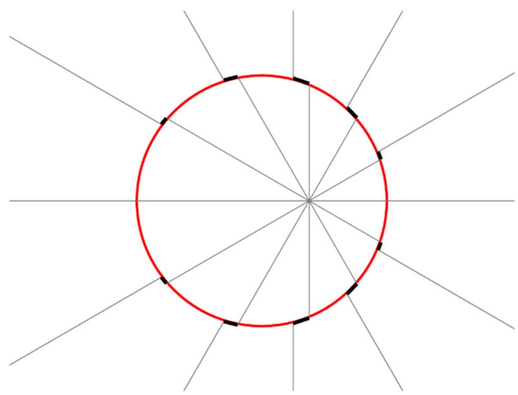
Voici les lignes de champ d'une charge au repos.



Si la charge se déplace à vitesse constante, les lignes de champ restent des lignes droites qui partent de la charge. Toutefois, la charge qui se déplace génère aussi un champ magnétique. Toutefois, ces deux champs ne forment pas une onde électromagnétique.

Dans ces deux cas, le champ électrique est dans une direction radiale par rapport à la charge (vers la charge pour une charge négative et dans une direction opposée à la charge pour une charge positive). Ce champ ne peut pas représenter le champ d'une onde électromagnétique émise par la charge puisque le champ d'une onde électromagnétique est dans une direction transversale.

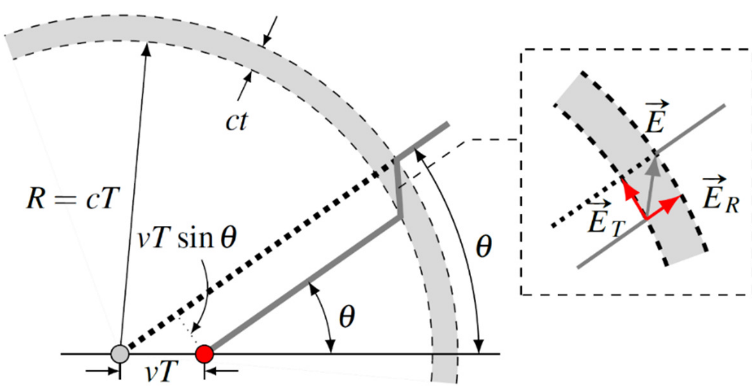
Pour qu'il y ait un champ dans la direction transversale et qu'il y ait une onde électromagnétique émise, la charge doit accélérer.



La figure de droite montre le champ d'une charge q qui a accéléré.

Cette charge était initialement immobile, puis a accéléré brièvement vers la droite pour ensuite se déplacer à vitesse constante. Le temps qu'a pris la charge pour accélérer est t et la vitesse finale est v. L'accélération est donc

$$a = \frac{v}{t}$$



Voici une figure montrant une ligne de champ au temps T après la période d'accélération. On va supposer que $T > t$.

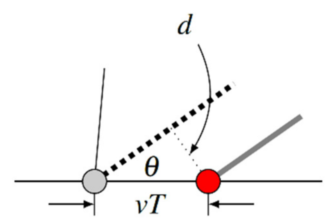
Loin de la charge, les lignes de champ pointent encore vers l'endroit où était la charge initialement. Près de la charge, les lignes de champ pointent maintenant vers la charge, même si elle se déplace à vitesse constante. Le changement de direction (zone grise) se propage à la vitesse de la lumière et forme une coquille sphérique dont le rayon est cT.

Dans la zone grise, la ligne de champ est dans la direction montrée sur la figure pour relier les lignes de champ à l'intérieur et à l'extérieur de la zone grise. Dans cette région, il y a bel et bien un champ dans la direction transversale (noté E_T). Ce champ est le champ de l'onde électromagnétique. Notre but ici est de trouver ce champ.

Selon la partie de l'image zoomée, on doit avoir

$$\frac{E_T}{E_R} = \frac{d}{ct}$$

Or, cette distance d est



$$\frac{d}{vT} = \sin\theta$$
$$d = vT\sin\theta$$

On a donc

$$\begin{aligned}\frac{E_T}{E_R} &= \frac{vT\sin\theta}{ct} \\ &= \frac{atT\sin\theta}{ct} \\ &= \frac{aT\sin\theta}{c}\end{aligned}$$

Puisque le champ radial est le champ fait par la charge

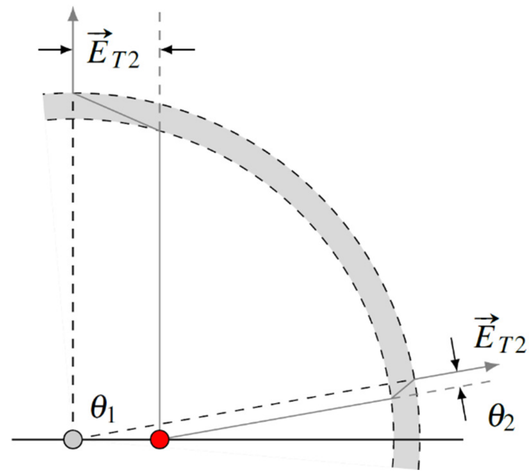
$$E_R = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

on a

$$E_T = \frac{aT\sin\theta}{c}E_R$$
$$E_T = \frac{aT\sin\theta}{c}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

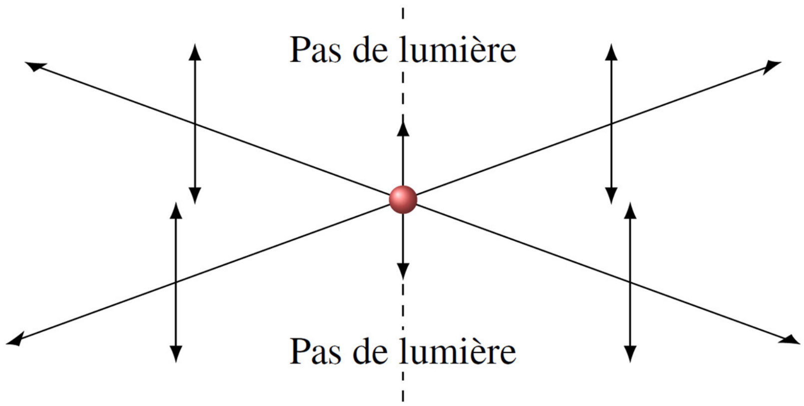
Puisque $R = cT$, on arrive à

$$E_T = \frac{a\frac{R}{c}\sin\theta}{c}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$
$$E_T = \frac{a\sin\theta}{c^2}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$



C'est le champ électrique de notre onde. Déjà, cette équation nous montre que l'onde n'est pas la même dans toutes les directions. L'onde sera peu intense dans la direction de l'accélération alors qu'elle sera la plus importante dans la direction perpendiculaire à l'accélération. La figure de droite montre effectivement que le champ E_T doit être plus grand à 90°.

De plus, ce champ doit être dans la direction de l'accélération, ce qui signifie que l'onde émise est polarisée. Ceci correspond bien à ce qu'on affirmait dans le chapitre sur la polarisation en optique. Dans ce chapitre, on avait dit qu'une charge en oscillation (donc qui accélère) émet surtout des ondes dans une direction perpendiculaire à l'oscillation et qui est polarisée dans la direction de l'oscillation (pour les ondes émises à 90°).



Comme l'intensité de l'onde est

$$I = \varepsilon_0 E^2 c$$

L'intensité de la lumière émise est

Intensité de l'onde électromagnétique émise par une charge qui accélère

$$I = \frac{a^2 q^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 R^2}$$

Comme pour une source isotrope, l'intensité de l'onde diminue avec le carré de la distance. Attention, il ne s'agit pas d'une source isotrope puisque l'énergie est surtout émise perpendiculairement au mouvement d'oscillation.

Si on calcule l'énergie captée par seconde dans toutes les directions et qu'on somme, on va obtenir l'énergie totale émise par seconde par la charge. Ceci correspond à la puissance de la charge. Cette puissance est

Puissance émise par une charge qui accélère sous forme d'onde électromagnétique (Formule de Larmor)

$$P = \frac{a^2 q^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$$

(Ceux qui insistent peuvent voir le calcul ici :
http://physique.merici.ca/electricite/Ptotchargeaccelere.pdf)

Exemple 13.7.1

Une charge de 1 mC fait un mouvement circulaire ayant un rayon de 10 cm. Quelle est la puissance émise par la charge si la période de révolution est 1 ms ?

Pour calculer la puissance, on doit connaitre l'accélération. L'accélération est

$$\begin{aligned} a &= \frac{4\pi^2 r}{T^2} \\ &= \frac{4\pi^2 \cdot 0,1m}{(0,001s)^2} \\ &= 3,948\times 10^6 \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

La puissance émise est donc

$$\begin{aligned} P &= \frac{a^2 q^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \\ &= \frac{\left(3,948\times 10^6 \tfrac{m}{s^2}\right)^2 \cdot (0,001C)^2}{6\pi \cdot 8,854\times 10^{-12} \tfrac{F}{m} \cdot \left(3\times 10^8 \tfrac{m}{s}\right)^3} \\ &= 3,458\times 10^{-9} W \end{aligned}$$

Exemple 13.7.2

Une charge de 1 mC fait un mouvement d'oscillation de haut en bas avec une amplitude de 1 cm et une période de 0,1 ms. Quelle est l'intensité moyenne de l'onde électromagnétique à une distance de 10 cm de la charge dans une direction perpendiculaire au mouvement d'oscillation ?

(Rappel : L'accélération pour un mouvement d'oscillation est $a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$.)

L'intensité de l'onde est

$$I = \frac{a^2 q^2 \sin^2\theta}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 R^2}$$

À $\theta = 90°$, l'intensité devient

$$I = \frac{a^2 q^2}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 R^2}$$

On a donc

$$I = \frac{A^2 \omega^4 \sin^2\left(\omega t + \phi\right) q^2}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 R^2}$$

L'intensité change en fonction du temps, comme avec une onde sinusoïdale. La valeur moyenne se trouve avec la valeur moyenne du sinus au carré, qui est ½. On a donc

$$\begin{aligned}\overline{I} &= \frac{A^2 \omega^4 q^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3 R^2} \\ &= \frac{\left(0{,}01m\right)^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{0{,}0001s}\right)^4 \cdot \left(0{,}001C\right)^2}{32\pi^2 \cdot 8{,}854\times 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot \left(3\times 10^8 \frac{m}{s}\right)^3 \cdot \left(0{,}1m\right)^2} \\ &= 2{,}064\times 10^{-6} \frac{W}{m^2}\end{aligned}$$

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Les équations de Maxwell et la force de Lorentz

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dA} = 0$$

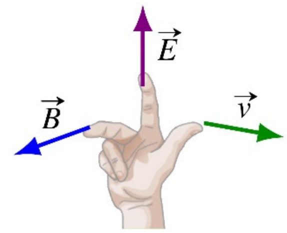
$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{\text{int}} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Vitesse de propagation des champs dans le vide (vitesse de la lumière)

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = c$$

Direction de propagation d'une onde électromagnétique



Quand on met nos doigts de la main droite dans la direction du champ électrique et qu'on les plie dans la direction du champ magnétique, notre pouce nous donne la direction de propagation de l'onde.

Lien entre *E* et *B* dans une onde électromagnétique

$$E = Bc$$

Puissance captée

$$P_{captée} = IA_{capteur}$$

Intensité lumineuse d'une source isotrope

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Intensité d'une onde électromagnétique sinusoïdale

$$\overline{I} = \frac{c\varepsilon_0 E_0^2}{2} = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = c\frac{B_0^2}{2\mu_0}$$

Pression exercée par une onde électromagnétique

$$P = \frac{I}{c}$$

Intensité de l'onde électromagnétique émise par une charge qui accélère

$$I = \frac{a^2 q^2 \sin^2\theta}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 R^2}$$

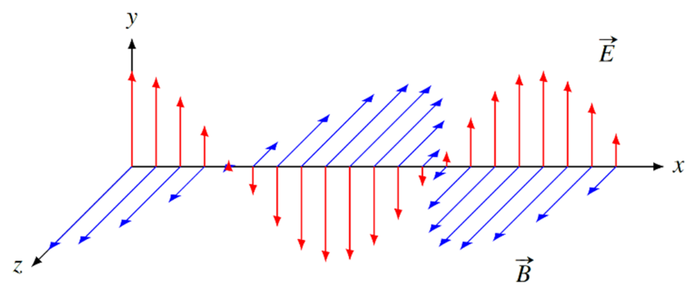
Puissance émise par une charge qui accélère sous forme d'onde électromagnétique

$$P = \frac{a^2 q^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$$

EXERCICES

13.4 Les ondes électromagnétiques

1. Voici une onde électromagnétique sinusoïdale.



   a) Dans quelle direction se propage cette onde électromagnétique ?
   b) À un endroit et à un certain moment, le champ électrique de cette onde est de 45 V/m vers le haut. Quelles sont la grandeur et la direction du champ magnétique à cet endroit et à ce moment ?

2. Le champ électrique d'une onde électromagnétique sinusoïdale se dirigeant le long de l'axe des x est donné par la formule suivante.

$$E_z = 12\tfrac{V}{m}\sin\left(\tfrac{\pi}{50}\tfrac{rad}{m}x + \omega t + \tfrac{\pi}{2}\right)$$

   a) Quelle est la valeur de ω ?
   b) Dans quelle direction va cette onde ?
   c) Quelle est la formule donnant le champ magnétique en fonction de la position et du temps ? Cette formule est de la forme

$$B_0 \sin\left(kx + \omega t + \phi\right)$$

13.5 L'intensité des ondes électromagnétiques

3. Une onde électromagnétique a une intensité de 1000 W/m². Quelles sont les amplitudes du champ électrique et du champ magnétique ?

4. L'amplitude du champ électrique dans une onde électromagnétique est de 25 V/m. On capte cette onde avec un capteur dont l'aire est de 30 m². Combien d'énergie capte-t-on en 5 minutes ?

5. Une source isotrope émet une onde électromagnétique sinusoïdale avec une puissance de 1000 W. Quelles sont les amplitudes du champ électrique et du champ magnétique à 2 km de la source ?

6. L'œil humain détecte les ondes électromagnétiques si l'intensité de l'onde est supérieure à 10^{-10} W/m² (pour des longueurs d'onde dans le visible bien sûr).

   a) Jusqu'à quelle distance peut-on voir une source isotrope ayant une puissance de 50 W ?
   b) Quelles sont les amplitudes des champs électrique et magnétique pour une onde à la limite de visibilité ?

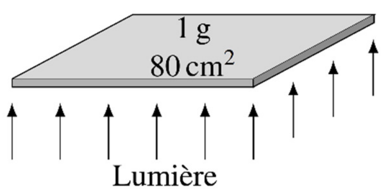
7. À 5 m d'une source isotrope, l'amplitude du champ magnétique de l'onde est de 0,001 G. Quelle est la puissance de la source ?

8. La consommation d'électricité des États-Unis est environ de 5×10^{12} kWh par année. Pour fournir cette énergie, des écologistes proposent d'installer un grand panneau solaire carré dans le désert. Quelle devrait être la longueur de ce panneau solaire pour qu'il puisse fournir toute l'énergie des États-Unis si ce dernier convertit 20 % de l'énergie solaire reçue en électricité, sachant que l'intensité de la lumière du Soleil est de 1350 W/m² ? (En supposant que le Soleil éclaire les panneaux pendant 12 h chaque jour.)

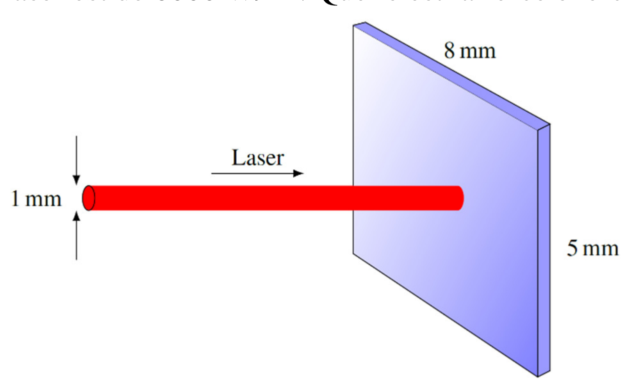
13.6 La pression de radiation des ondes électromagnétiques

9. Le rayonnement solaire a une intensité de 1350 W/m². Quelle est la force exercée par la pression de radiation sur une surface de 50 m² qui absorbe la lumière ?

10. Quelle devrait être l'intensité de la lumière pour qu'on puisse faire léviter cette plaque ?



11. On envoie un laser sur un morceau de bois tel qu'illustré sur la figure. L'intensité de la lumière du laser est de 6000 W/m². Quelle est la force exercée sur la plaque ?



12. Dans sa jeunesse, le Soleil avait une puissance 100 fois supérieure à sa puissance actuelle. La pression de radiation a alors fait le ménage autour du Soleil en poussant les petits grains de poussière autour du Soleil. Pour que le grain de poussière soit ainsi poussé, il faut que la pression de radiation soit supérieure à la force de gravitation exercée par Soleil. Quelle est la taille maximale des grains de poussière pour lesquels la pression de radiation est supérieure à la force de gravitation ? (Supposez que le grain de poussière est sphérique.)

Utilisez les données suivantes.

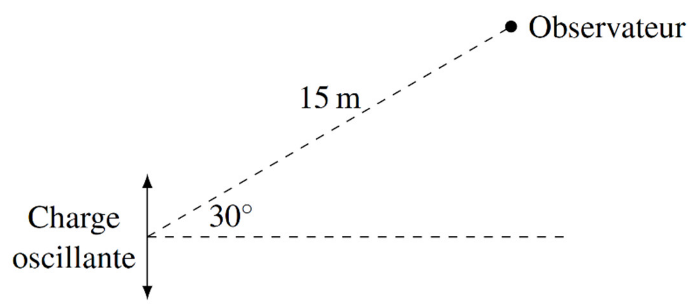
Masse du Soleil = 2×10^{30} kg
Densité des grains de poussière = 2000 kg/m³
Puissance du Soleil en ce moment = $3,83 \times 10^{26}$ W

13.7 Émission d'ondes électromagnétiques par des charges qui accélèrent

13. Un électron est placé dans un champ électrique de 10^6 V/m. L'électron accélère dans ce champ pendant 10 s. Quelle est l'énergie émise par l'électron sous forme d'onde électromagnétique pendant cette accélération (en eV) ? (Masse de l'électron = $9,11 \times 10^{-31}$ kg.)

14. Dans la situation montrée sur la figure, quelle est l'intensité moyenne de l'onde électromagnétique reçue par l'observateur si la charge de 0,01 C oscille de façon harmonique avec une amplitude de 1 mm est une période de 1 μs ?

(Rappel : L'accélération pour un mouvement d'oscillation est $a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$.)



15. Quand un électron freine, il émet des ondes électromagnétiques. On appelle cette radiation de freinage par son nom allemand *Bremsstrahlung*. Imaginons ce qui arriverait si un électron frappait directement un noyau atomique pour s'arrêter sur une distance de 0,1 nm. Quelle est l'énergie perdue sous forme d'onde électromagnétique par un électron allant à 10^8 m/s qui freine sur une distance de 0,1 nm (en eV) ? (En fait, il faudrait faire une correction relativiste ici, mais on ne la fera pas.) (Masse de l'électron = $9,11 \times 10^{-31}$ kg.)

Défis

16. Après les découvertes de Rutherford montrant qu'il y avait un noyau atomique, il était tentant de faire un modèle atomique simple dans lequel des électrons négatifs étaient en orbite autour d'un noyau positif. La force d'attraction électrique entre l'électron et le noyau serait alors la force centripète. Toutefois, personne ne soutint ce modèle bien longtemps (Rutherford n'affirma jamais que les électrons tournent autour du noyau et évitait cette question.) C'est qu'en tournant autour du noyau, les électrons accélèrent et perdent de l'énergie. Voyons ce que cela signifie pour un électron en orbite autour du noyau. (Masse de l'électron = 9,11 x 10^{-31} kg.)

    a) Sachant que la force électrique doit être la force centripète, quelle est l'accélération de l'électron autour du noyau si le rayon de son orbite est égal au rayon de Bohr (0,529 nm) ?
    b) Quelle est l'énergie mécanique de l'électron sur cette orbite ?
    c) Quelle est la puissance émise par l'électron à ce moment ?
    d) Combien faudrait-il de temps pour que l'électron frappe le noyau (dont le rayon est environ 10^{-15} m.)

RÉPONSES

13.4 Les ondes électromagnétiques

1. a) vers la droite b) 1,5 x 10^{-7} T vers les z positifs
2. a) 1,885 x 10^{7} rad/s b) vers la gauche
   c) $B_y = 4\times10^{-8} T \sin\left(\frac{\pi}{50}\frac{rad}{m} x + 1,885\times10^{7}\frac{rad}{s}\cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$

13.5 L'intensité des ondes électromagnétiques

3. E_0 = 867,7 V/m B_0 = 2,892 x 10^{-6} T
4. 7471 J
5. E_0 = 0,1224 V/m B_0 = 4,080 x 10^{-10} T
6. A) 199,5 km b) E_0 = 2,744 x 10^{-4} V/m B_0 = 9,147 x 10^{-13} T
7. 375 W
8. 65 km

13.6 La pression de radiation des ondes électromagnétiques

9. 2,25 x 10^{-4} N
10. 3,675 x 10^{8} W/m²
11. 1,571 x 10^{-11} N

12. Tous les grains de poussière dont le rayon était inférieur à 28,54 μm furent éliminés du système solaire par la pression de radiation.

13.7 Émission d'ondes électromagnétiques par des charges qui accélèrent

13. 10,99 eV
14. 6,881 x 10^{-3} W/m²
15. 0,1778 eV

Défis

16. a) 9,06 x 10^{22} m/s² b) -2,183 x 10^{-18} J c) 4,674 x 10^{-8} W d) 1,55 x 10^{-11} s