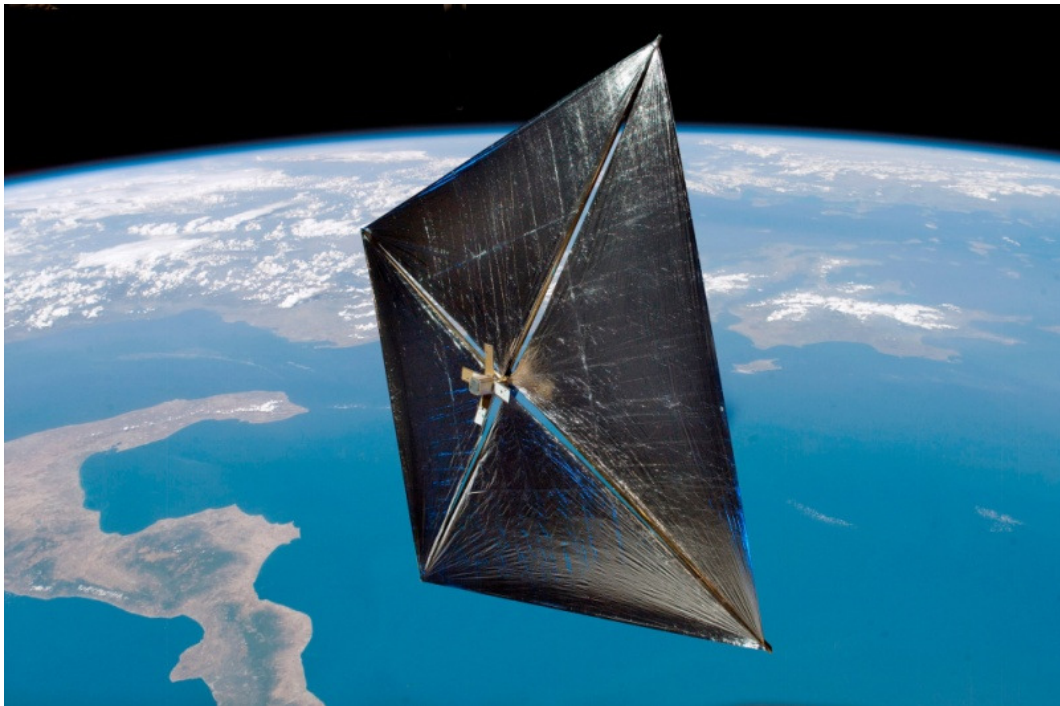


E2 LES ÉQUATIONS DE MAXWELL ET LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

On parle souvent de faire un vaisseau spatial propulsé par la pression de radiation du Soleil. Pour propulser le vaisseau, il suffit de placer une surface qui captera l'énergie du Soleil. La lumière, en frappant cette surface, exercera une force qui fera accélérer le vaisseau. Quelle force moyenne exerce la lumière du Soleil sur la surface de 1 km^2 ?



fr.wikipedia.org/wiki/Nanosail-D2

Apprenez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

E2.1 LES ÉQUATIONS DE MAXWELL

Le théorème de Gauss

La première équation de Maxwell est simplement le théorème de Gauss.

Théorème de Gauss

$$\sum EA \cos \theta = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \text{ (sur une surface fermée)}$$

ou (équivalent)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Pour plus de détails sur cette loi, consultez le chapitre E1.

La loi de Faraday

Quand le champ magnétique est constant

On a vu au chapitre 3 que si le champ électrique est constant, la différence de potentiel sur la trajectoire fermée doit être nulle.

$$\sum_{\text{un tour}} \Delta V = 0$$

C'est ce qui est devenu la loi des mailles de Kirchhoff dans notre étude des circuits.

Si on sépare la trajectoire en petits morceaux infinitésimaux et qu'on somme toutes les différences de potentiel qu'on a sur chaque petit morceau pour refaire la trajectoire fermée, la somme devient une intégrale. On a donc

$$\oint dV = 0$$

(Le cercle sur l'intégrale signifie simplement que c'est l'intégrale sur une trajectoire qui se referme sur elle-même.) Or, la différence de potentiel sur un petit morceau infinitésimal est

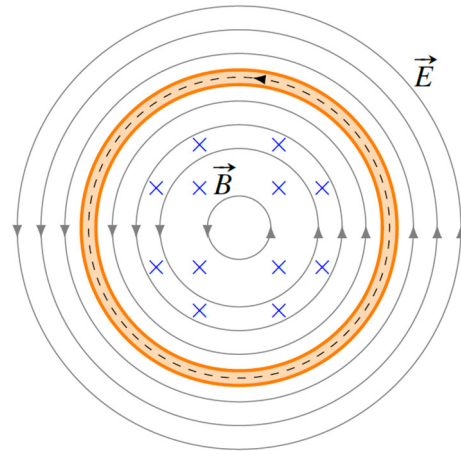
$$dV = -E ds \cos \theta = -\vec{E} \cdot \vec{ds}$$

En utilisant ce résultat, on obtient alors une première version de la deuxième équation de Maxwell.

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = 0$$

Quand le champ magnétique varie en fonction du temps

Quand il y a un champ magnétique variable, il y a aussi des lignes de champ électrique qui apparaissent. Ces lignes de champ forment des boucles qui se referment sur elles-mêmes. On va alors examiner ce qui se passe si on prend un circuit fait d'un seul tour de fil qui ne se déplace pas, comme sur la figure de droite.



Selon la loi de l'induction, on sait que

$$\mathcal{E}_{\text{induite}} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} + \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

Si le circuit ne se déplace pas, alors la vitesse v est toujours nulle et on arrive à ce qu'on appelle l'équation de Faraday.

Équation de Faraday

$$\sum_{\text{un tour}} E \Delta s \cos \theta = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

ou (équivalent)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

C'est notre 2^e équation de Maxwell. En faisant ce calcul, on suit une trajectoire et c'est pour ça que ce type d'intégrale porte le nom *d'intégrale de ligne*. Ici, c'est l'intégrale de ligne du champ électrique.

Dans cette formule, le flux est le flux qui traverse une surface délimitée par une trajectoire qui peut être n'importe où. Elle n'est pas obligée de suivre un circuit comme on l'a fait ici. Toutefois, cette trajectoire doit être fixe, ce qui veut dire que chaque partie de cette trajectoire doit rester immobile.

Le théorème de Gauss avec le champ magnétique

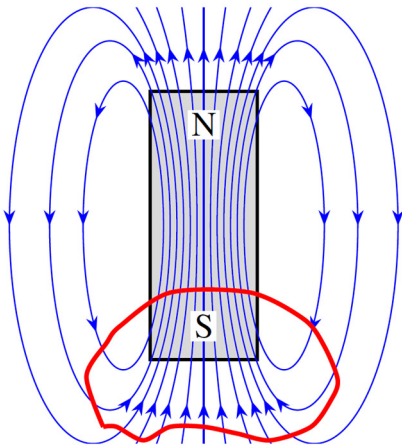
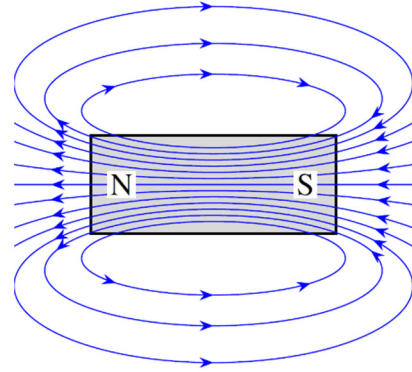
On peut aussi calculer le flux magnétique qui traverse une surface fermée avec

$$\phi_B = \sum BA \cos \theta$$

Toutefois, les lignes de champ ne sont pas des lignes qui commencent quelque part et qui se terminent quelque part, ce sont des lignes qui se referment sur elles-mêmes. On pourrait penser qu'avec un aimant permanent, les lignes partent du pôle nord et vont au pôle sud,

mais, en réalité, elles se prolongent dans l'aimant pour se refermer sur elles-mêmes (figure de droite).

Ainsi, si on veut calculer le flux traversant une surface fermée, on obtiendra toujours un résultat nul, car il y aura toujours le même nombre de lignes de champ qui entre dans la surface qu'il y en a qui sortent puisqu'elles doivent se refermer sur elles-mêmes.



Par exemple, sur la figure de gauche, on a fait une surface de Gauss entourant le pôle sud d'un aimant. On voit qu'il y a autant de lignes de champ qui entrent dans la surface qu'il y en a qui sortent de la surface.

Le théorème de Gauss en magnétisme devient donc

Théorème de Gauss avec le champ magnétique

$$\sum BA \cos \theta = 0 \quad (\text{sur une surface fermée})$$

ou (équivalent)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Cette loi, notre 3^e équation de Maxwell, dit essentiellement qu'il n'y a pas de monopôles magnétiques.

Le théorème d'Ampère-Maxwell

Le théorème d'Ampère

Pour obtenir la loi de Faraday, on a calculé la différence de potentiel totale sur un tour avec les formules suivantes.

$$\sum_{\text{un tour}} E \Delta s \cos \theta$$

ou

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

(On utilise la deuxième formule si le champ change de façon continue.) Voyons ce qu'on obtient si on fait la même chose, mais avec le champ magnétique. On va donc calculer l'intégrale de ligne du champ magnétique.

$$\sum B \Delta s \cos \theta$$

ou

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

Commençons par voir ce que ça donne dans un champ magnétique uniforme. Prenons la trajectoire montrée à droite.

Il faut séparer le trajet en 4 morceaux, car l'angle θ (qui est l'angle entre la trajectoire et le champ) change quand la trajectoire change de direction.

Côté 1 (côté droit)

$$B \Delta s \cos \theta = 0,5T \cdot 0,3m \cdot \cos 90^\circ = 0$$

Côté 2 (haut)

$$B \Delta s \cos \theta = 0,5T \cdot 0,4m \cdot \cos 0^\circ = 0,2Tm$$

Côté 3 (côté gauche)

$$B \Delta s \cos \theta = 0,5T \cdot 0,3m \cdot \cos 90^\circ = 0$$

Côté 4 (bas)

$$B \Delta s \cos \theta = 0,5T \cdot 0,4m \cdot \cos 180^\circ = -0,2Tm$$

La somme sur toute la trajectoire est donc

$$\sum B \Delta s \cos \theta = 0 + 0,2Tm + 0 + -0,2Tm = 0$$

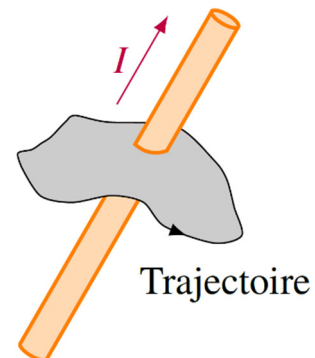
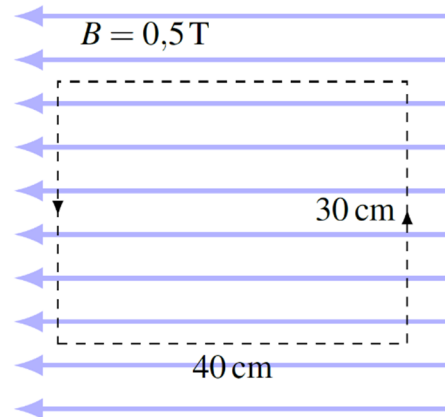
On obtient un résultat nul, et on voit assez facilement que c'est ce qu'on aurait obtenu, peu importe la valeur de B et les dimensions de la trajectoire.

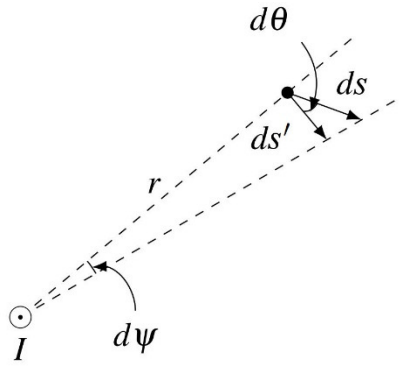
On pourrait alors penser qu'on aura toujours un résultat nul comme c'était le cas avec l'intégrale de ligne du champ électrique. Ce n'est toutefois pas le cas, car voici ce qu'on obtient quand on fait le calcul sur une trajectoire entourant un fil parcouru par un courant I .

Premièrement, on va définir dC comme étant $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ sur une petite partie de la trajectoire

$$dC = B ds \cos \theta$$

Or, comme on peut le voir sur la figure de gauche, on a, sur une partie de trajectoire,





Ainsi, dC est

$$ds' = ds \cos \theta$$

$$dC = B ds'$$

L'angle en radians fait par ce bout de fil, mesuré à partir de fil, est

$$d\psi = \frac{ds'}{r}$$

Cela signifie que dC est

$$dC = Br d\psi$$

Comme le champ magnétique fait par le fil est

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

on a, pour un fil passant à l'intérieur de la trajectoire,

$$\begin{aligned} dC_{\text{int}} &= \frac{\mu_0 I_{\text{int}}}{2\pi r} r d\psi \\ &= \frac{\mu_0 I_{\text{int}}}{2\pi} d\psi \end{aligned}$$

Si on additionne maintenant tous les dC_{int} de tous les petits bouts de fils qui composent la trajectoire entourant le fil, on arrive à

$$\begin{aligned} C_{\text{int}} &= \int \frac{\mu_0 I_{\text{int}}}{2\pi} d\psi \\ &= \frac{\mu_0 I_{\text{int}}}{2\pi} \int d\psi \\ &= \frac{\mu_0 I_{\text{int}}}{2\pi} \psi_{\text{tot}} \end{aligned}$$

Comme l'angle total pour une trajectoire qui entoure le fil est 2π , on a

$$\begin{aligned} C_{\text{int}} &= \frac{\mu_0 I_{\text{int}}}{2\pi} 2\pi \\ &= \mu_0 I_{\text{int}} \end{aligned}$$

On voit que maintenant, le résultat n'est pas nul. Il semble donc que la présence du fil a fait que l'intégrale de ligne n'est pas nulle. Est-ce simplement la présence d'un courant qui fait qu'elle n'est pas nulle ou faut-il que la trajectoire entoure nécessairement le fil ?

Pour répondre à cette question, examinons ce qui se passe si la trajectoire n'entoure pas le fil (figure de droite).

Pour la partie de trajectoire du côté opposé de la trajectoire (trajectoire ds_1), dC est

$$dC_1 = B_1 \cos \theta_1 ds_1$$

Encore une fois, on peut travailler avec la longueur ds' pour obtenir

$$dC_1 = B_1 ds'_1$$

Vue du fil, cette petite trajectoire fait un angle $d\psi$ et la longueur de la trajectoire est

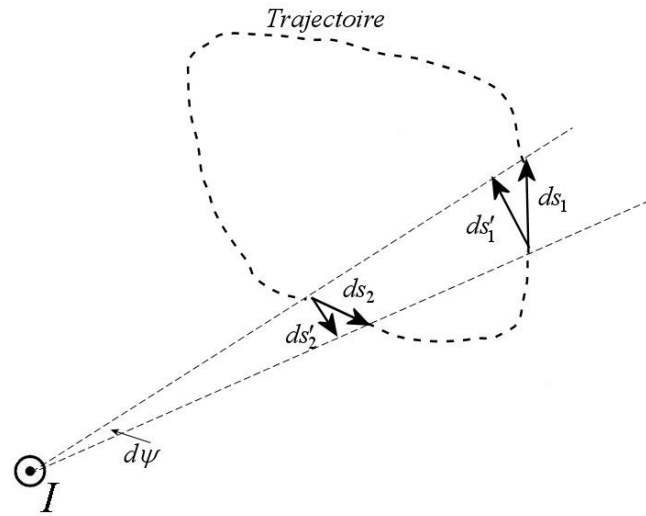
$$ds'_1 = r_1 d\psi$$

dC_1 est donc

$$dC_1 = B_1 r_1 d\psi$$

Avec la valeur du champ magnétique fait par le fil, on obtient

$$\begin{aligned} dC_1 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} r_1 d\psi \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\psi \end{aligned}$$



Examinons maintenant la trajectoire ds_2 . Pour cette trajectoire, dC est

$$dC_2 = B_2 \cos \theta_2 ds_2$$

Encore une fois, on peut travailler avec la longueur ds' pour obtenir

$$dC_2 = B_2 ds'_2$$

Vue du fil, cette petite trajectoire fait un angle $d\psi$ et la longueur de la trajectoire est

$$ds'_2 = r_2 d\psi$$

dC_2 est donc

$$dC_2 = B_2 r_2 d\psi$$

Avec la valeur du champ, on obtient

$$dC_2 = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} r_2 d\psi$$

$$= -\frac{\mu_0 I}{2\pi} d\psi$$

Cette valeur est négative puisque le vecteur trajectoire est nécessairement dans le sens opposé à ce qu'on avait pour la trajectoire ds_1 , ce qui inverse le signe.

Si on additionne maintenant les deux dC du fil dans cette direction, on arrive à

$$C_{\text{ext}} = C_1 + C_2$$

$$= \frac{\mu_0 I_{\text{ext}}}{2\pi} d\psi + -\frac{\mu_0 I_{\text{ext}}}{2\pi} d\psi$$

$$= 0$$

En additionnant les dC_{ext} dans toutes les directions, on somme donc une suite de zéro. On a donc

$$C_{\text{ext}} = 0$$

Ainsi, l'intégrale de ligne est nulle si le fil parcouru par le courant n'est pas à l'intérieur de la trajectoire. On en conclut que l'intégrale de ligne ne donne pas 0 uniquement s'il y a un courant qui passe à l'intérieur de la surface délimitée par la trajectoire. On arrive donc au théorème d'Ampère.

$$\sum_{\text{un tour}} B \Delta s \cos \theta = \mu_0 I_{\text{int}}$$

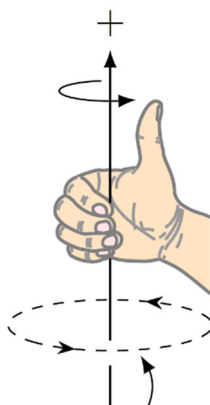
ou (équivalent)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{int}}$$

où I_{int} est le courant traversant la surface délimitée par la trajectoire

(Vous pouvez voir une preuve plus formelle, mais pas du tout de niveau collégial ici :

<http://physique.merici.ca/electricite/Ampere.pdf>.)



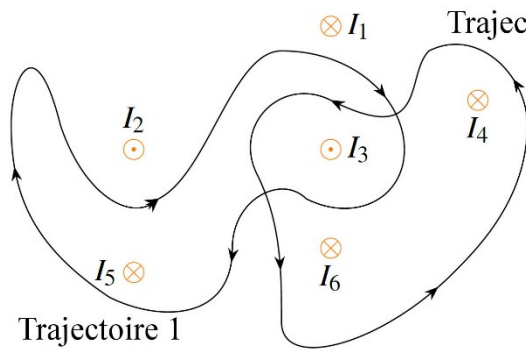
Trajectoire

Il y a une règle de la main droite pour déterminer le signe du courant dans la formule. Pour déterminer le signe du courant, placer vos doigts dans le sens de la trajectoire (que vous avez vous-même décidé). Votre pouce pointe alors dans la direction positive.

Si le courant traverse la surface délimitée par la trajectoire dans cette direction, il est positif et si le courant traverse la surface délimitée par la trajectoire dans l'autre direction, il est négatif.

On peut donc déterminer facilement la valeur de l'intégrale de ligne avec les courants traversant la surface délimitée par la trajectoire. Prenons un

exemple pour illustrer. Dans cet exemple, tous les fils transportent des courants de 10 A.



Pour calculer la valeur de l'intégrale de ligne pour la trajectoire 1, on regarde quels sont les courants qui passent dans la surface délimitée par la trajectoire. Il n'y a que deux courants : I_5 qui est de +10 A et I_3 qui vaut -10 A. Le théorème d'Ampère nous donne donc

$$\begin{aligned}\sum B \Delta s \cos \theta &= \mu_0 I_{\text{int}} \\ &= \mu_0 (10\text{A} + -10\text{A}) \\ &= 0\end{aligned}$$

L'intégrale de ligne est donc nulle sur cette trajectoire.

Pour calculer la valeur de l'intégrale de ligne pour la trajectoire 2, on regarde quels sont les courants qui passent dans la surface délimitée par la trajectoire : il y en a trois : I_6 qui est de -10 A, I_3 qui est de +10 A et I_4 qui vaut -10 A. Le théorème d'Ampère nous donne donc

$$\begin{aligned}\sum B \Delta s \cos \theta &= \mu_0 I_{\text{int}} \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \cdot (-10\text{A} + 10\text{A} + -10\text{A}) \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \cdot (-10\text{A}) \\ &= -1,2566 \times 10^{-5} \text{Tm}\end{aligned}$$

C'est la valeur de l'intégrale de ligne sur cette trajectoire.

Il n'y a pas de potentiel magnétique

Il est impossible d'utiliser le concept de potentiel avec le champ magnétique ni même d'énergie potentielle magnétique puisque l'intégrale de ligne sur une trajectoire n'est pas toujours nulle. En effet, pour utiliser le concept d'énergie potentielle, il faut que la force soit conservatrice. Or, pour qu'une force soit conservatrice, il faut que l'intégrale de ligne de cette force sur une trajectoire fermée soit toujours nulle, ce qui n'est pas le cas ici.

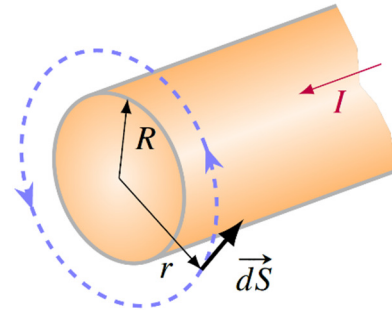
Sachez qu'il existe cependant un *vecteur potentiel* ($\vec{A}$) en électromagnétisme, mais il ne sert pas à déterminer l'énergie potentielle magnétique.

Application du théorème d'Ampère à des situations où il y a une symétrie cylindrique pour trouver le champ magnétique

Quand il y a symétrie cylindrique, on peut utiliser le théorème d'Ampère pour trouver le champ magnétique.

Pour y arriver, on utilise une trajectoire circulaire autour de l'objet cylindrique.

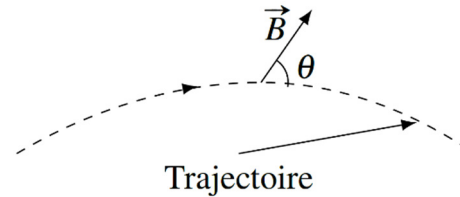
Le champ le long de la trajectoire a nécessairement la même grandeur partout parce qu'il n'y a pas de raison pour qu'il soit plus fort à un endroit qu'un autre quand il y a symétrie cylindrique. L'angle doit aussi nécessairement être toujours le même parce qu'il n'y a pas de raison pour qu'il soit plus fort à un endroit qu'un autre quand il y a symétrie cylindrique.



Puisque B et θ sont constants sur toute la trajectoire, on peut calculer l'intégrale de ligne d'un seul coup. La trajectoire ayant une longueur de $2\pi r$, on a

$$\sum B \Delta s \cos \theta = B(2\pi r) \cos \theta$$

En réalité, le champ et la trajectoire doivent être parallèles ou antiparallèles l'un à l'autre. Si on avait la situation montrée sur la figure de droite, cela voudrait dire que les lignes de champ traversent toujours la trajectoire en allant vers l'extérieur puisque l'angle doit être le même partout. On aurait alors uniquement des lignes de champ allant vers l'extérieur, ce qui est impossible, car les lignes de champ doivent se refermer sur elles-mêmes. Les lignes de champ doivent donc former des cercles entourant l'objet et l'angle ne peut qu'avoir les valeurs suivantes : 0° ou 180° .



Comme on cherche le champ, on ne sait pas encore dans quelle direction il va. On va donc supposer qu'il va dans le même sens que la trajectoire. L'angle sera alors de 0° , et on obtient alors

Théorème d'Ampère avec symétrie cylindrique

$$B2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$

Si on obtient une réponse positive, cela voudra dire que notre supposition était correcte et que le champ est effectivement dans la direction de la trajectoire. Si on obtient une réponse négative, cela voudra dire que notre supposition était incorrecte et que le champ est dans la direction opposée à la trajectoire.

Cette formule nous permettra de déterminer le champ magnétique dans les situations où il y a symétrie cylindrique.

Exemple E2.1.1

Un fil cylindrique rectiligne ayant un rayon de 3 mm est parcouru par un courant de 5 A (réparti uniformément dans le fil).

a) Quel est le champ magnétique à 5 mm du centre du fil ?

Pour trouver le champ à 5 mm du centre du fil, on va faire une trajectoire circulaire à 5 mm du centre du fil.

Avec le sens de la trajectoire indiquée sur la figure, le courant qui traverse la zone délimitée par la trajectoire est positif.

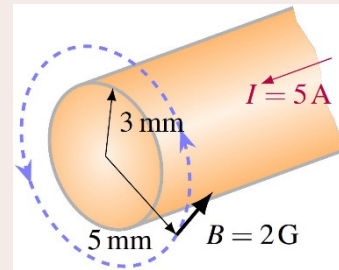
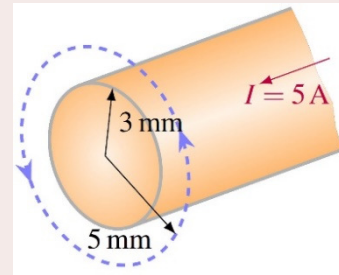
Le théorème d'Ampère nous donne donc

$$B2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$

$$B \cdot 2\pi \cdot 0,005m = 4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 5A$$

$$B = 2 \times 10^{-4} T = 2G$$

Comme la réponse est positive, la ligne de champ est dans le même sens que la trajectoire. Ça donne un champ comme celui montré sur la figure. (Le champ est toujours tangent à la trajectoire.)



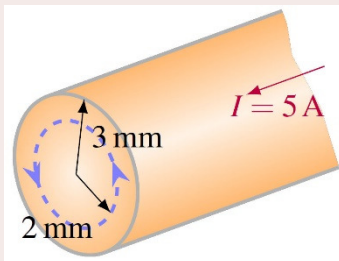
Remarquez que c'est exactement ce qu'on aurait obtenu avec la formule du champ par un fil infini. Cette formule donnera le bon résultat tant qu'on cherche le champ à l'extérieur du fil et qu'on prend la distance entre le point où on veut savoir le champ et le centre du fil.

b) Quel est le champ magnétique à 2 mm de centre du fil ?

Pour trouver le champ à 2 mm du centre du fil, on va faire une trajectoire circulaire à 2 mm du centre du fil.

Avec le sens de la trajectoire indiquée sur la figure, le courant qui traverse la zone délimitée par la trajectoire est positif.

Toutefois, dans cette situation, ce n'est pas tout le courant qui traverse la surface délimitée par la trajectoire. Il y a une partie du courant qui passe à l'extérieur de la trajectoire. Pour trouver le courant passant à l'intérieur de la trajectoire, on trouve la densité de courant dans le fil.



$$J = \frac{I}{\text{aire du fil}}$$

$$= \frac{I}{\pi R^2}$$

$$= \frac{5A}{\pi \cdot (0,003m)^2}$$

$$= 1,7684 \times 10^5 \frac{A}{m^2}$$

On trouve ensuite le courant à l'intérieur avec cette densité

$$\begin{aligned} I_{\text{int}} &= J A_{\text{int}} \\ &= J (\pi r^2) \\ &= 1,7684 \times 10^5 \frac{A}{m^2} \cdot \pi \cdot (0,002m)^2 \\ &= 2,222A \end{aligned}$$

Le théorème d'Ampère nous donne donc

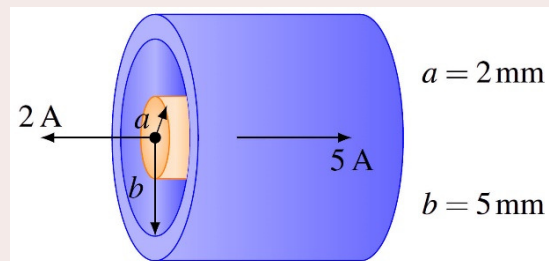
$$\begin{aligned} B 2\pi r &= \mu_0 I_{\text{int}} \\ B \cdot 2\pi \cdot 0,002m &= 4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 2,222A \\ B &= 2,222 \times 10^{-4} T = 2,222G \end{aligned}$$

Comme la réponse est positive, la ligne de champ est dans le même sens que la trajectoire.

Exemple E2.1.2

Voici un câble coaxial.

- a) Quel est le champ magnétique à 8 mm du centre du fil ?

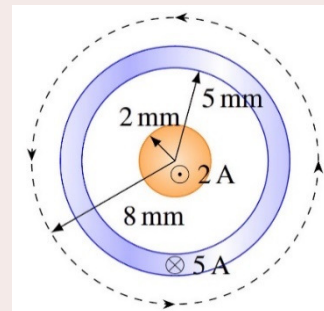


Pour trouver le champ à 8 mm du centre du fil, on va faire une trajectoire circulaire à 8 mm du centre du fil.

Avec le sens de la trajectoire indiquée sur la figure, le courant de 5 A est négatif et le courant de 2 A est positif.

Le théorème d'Ampère nous donne donc

$$\begin{aligned} B 2\pi r &= \mu_0 I_{\text{int}} \\ B \cdot 2\pi \cdot 0,008m &= 4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot (-5A + 2A) \\ B &= -7,5 \times 10^{-5} T = -0,75G \end{aligned}$$



Comme la réponse est négative, le champ a une grandeur de 0,75 G et la ligne de champ à 8 mm du centre du fil est dans le sens contraire de la trajectoire.

- b) Quel est le champ à 4 mm du centre du fil ?

Pour trouver le champ à 4 mm du centre du fil, on va faire une trajectoire circulaire à 4 mm du centre du fil.

Le courant de 5 A ne traverse plus la surface délimitée par la trajectoire. Seul le courant de 2 A traverse la surface.

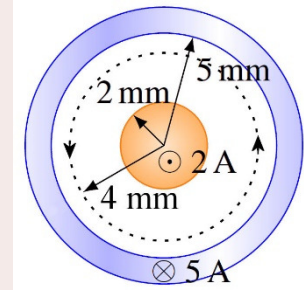
Le théorème d'Ampère nous donne donc

$$B2\pi r = \mu_0 I_{\text{int}}$$

$$B \cdot 2\pi \cdot 0,004\text{m} = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \cdot 2\text{A}$$

$$B = 1 \times 10^{-4} \text{T} = 1\text{G}$$

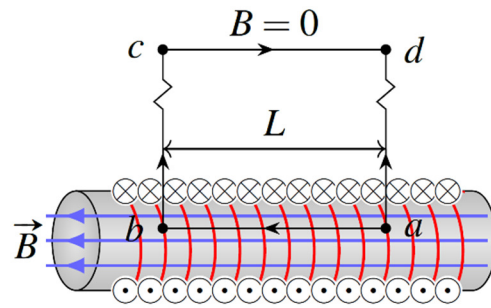
Comme la réponse est positive, la ligne de champ à 4 mm du centre du fil est dans le sens de la trajectoire.



Formule du champ magnétique dans un solénoïde à partir du théorème d'Ampère

On peut utiliser le théorème d'Ampère pour démontrer la formule du champ dans un solénoïde. Ce n'est pas un cas de symétrie cylindrique, mais on peut quand même trouver le champ dans ce cas. Pour y arriver, on prend la trajectoire illustrée sur cette figure.

Évidemment, on va séparer cette trajectoire en partie. On suppose que le solénoïde est infini.



Trajectoire de a à b

La trajectoire est dans le même sens que le champ et on a donc

$$B\Delta s \cos \theta = BL \cos 0^\circ = BL$$

Trajectoire de b à c

Le petit zigzag dans la trajectoire est là pour nous indiquer que cette ligne est très longue et que le point c est très loin du solénoïde.

Ce n'est pas indiqué sur la figure, mais il y a un champ à l'extérieur du solénoïde. Ce champ est vers la droite, car les lignes de champ qui passent dans le solénoïde vers la gauche doivent retourner vers la droite pour se refermer sur elles-mêmes. Ces lignes sont toutefois beaucoup plus espacées à l'extérieur du solénoïde qu'à l'intérieur, car il y a beaucoup plus d'espace à l'extérieur qu'à l'intérieur du solénoïde. Le champ est donc beaucoup moins

intense (car les lignes sont plus espacées les unes des autres) à l'extérieur qu'à l'intérieur du solénoïde.

On a donc des lignes de champ vers la gauche dans le solénoïde et des lignes de champ vers la droite à l'extérieur, alors que la trajectoire est vers le haut. Il y a donc toujours 90° entre les lignes de champ et la trajectoire. On a donc

$$B\Delta s \cos \theta = 0$$

puisque $\cos 90^\circ = 0$.

Trajectoire de c à d

Ici, la trajectoire cd est très loin du solénoïde. On peut imaginer qu'elle est tellement loin, qu'on peut considérer que le champ fait par le solénoïde est nul. On a donc

$$B\Delta s \cos \theta = 0$$

puisque $B = 0$.

Trajectoire de d à a

On a des lignes de champ vers la gauche dans le solénoïde et des lignes de champ vers la droite à l'extérieur, alors que la trajectoire est vers le bas. Il y a donc toujours 90° entre les lignes de champ et la trajectoire. On a donc

$$B\Delta s \cos \theta = 0$$

puisque $\cos 90^\circ = 0$.

Somme de toutes les trajectoires

Le résultat pour l'intégrale de ligne est

$$\sum B\Delta s \cos \theta = BL + 0 + 0 + 0 = BL$$

Si on applique maintenant le théorème d'Ampère, on a

$$\begin{aligned}\sum B\Delta s \cos \theta &= \mu_0 I_{\text{int}} \\ BL &= \mu_0 I_{\text{int}}\end{aligned}$$

Ici, le fil du solénoïde traverse N fois la trajectoire (8 fois sur la figure, mais on va mettre N pour faire plus général). Ce courant est également positif selon la règle de la main droite. On a donc

$$\begin{aligned}BL &= \mu_0 I_{\text{int}} \\ BL &= \mu_0 NI\end{aligned}$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

En divisant le nombre de tours de fil (N) par la longueur du solénoïde nécessaire pour faire ce nombre de tours de fil (L), on obtient la densité de tour de fil du solénoïde (n). On a alors

$$B = \mu_0 n I$$

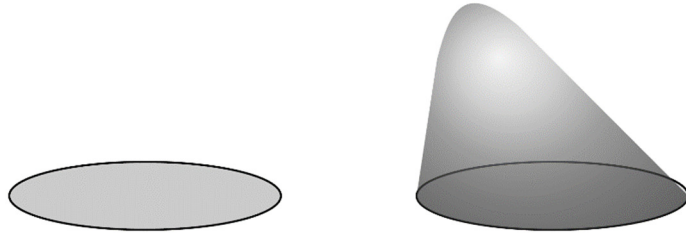
Bingo, c'était notre formule du champ dans le solénoïde.

L'équation d'Ampère-Maxwell

En 1861, James Clerk Maxwell se rend compte qu'il y a un problème avec le théorème d'Ampère.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{int}}$$

Quand on utilise cette formule, on cherche le courant qui traverse la surface délimitée par la trajectoire d'intégration. Or, cette surface peut prendre n'importe quelle forme, pourvu que ses limites soient la trajectoire d'intégration. Par exemple, les deux formes montrées à droite peuvent être utilisées.



En utilisant cette propriété, on peut voir qu'il y a un problème avec le théorème d'Ampère. Examinons une situation où il y a un condensateur sur un fil transportant un courant et appliquons le théorème d'Ampère. Ici, puisqu'il y a symétrie cylindrique, l'intégrale vaut $B2\pi r$, comme montré dans la section sur le théorème d'Ampère. Si on prend la surface S_1 . On a alors

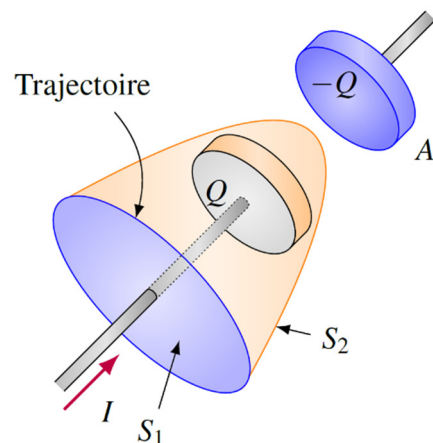
$$B2\pi r = \mu_0 I$$

Selon cette équation, le champ magnétique le long de la trajectoire ne serait pas nul.

Toutefois, si on utilise une autre surface délimitée par la trajectoire, mais qui est déformée (S_2 qui passe entre les plaques du condensateur), on constate qu'il n'y a pas de courant qui traverse cette surface. On a donc

$$B2\pi r = 0$$

Selon cette équation, le champ magnétique le long de la trajectoire serait nul.



De toute évidence, il y a une contradiction. On aurait dû obtenir le même résultat, peu importe la forme de la surface. Il manque donc quelque chose dans cette équation pour éviter cette contradiction. Que doit-on ajouter à cette équation pour éviter cette contradiction ?

La seule chose qui traverse la surface 2 est le champ électrique entre les plaques du condensateur. Le facteur manquant devrait donc dépendre du flux électrique qui traverse la surface. On peut même aller plus loin. La correction ne dépend pas simplement du flux parce que si la charge du condensateur ne change pas, il n'y a pas de courant dans le fil et pas de champ magnétique. S'il y a un courant, c'est que la charge du condensateur change, et donc que le champ électrique entre les plaques change, et donc que le flux électrique traversant la surface change. La correction qu'on doit faire à l'équation devrait donc dépendre de la variation de flux électrique qui traverse la surface. On va donc supposer qu'il y a un autre terme à l'équation d'Ampère qui va dépendre de la variation du flux électrique à travers la surface. Ce terme est donc de la forme suivante

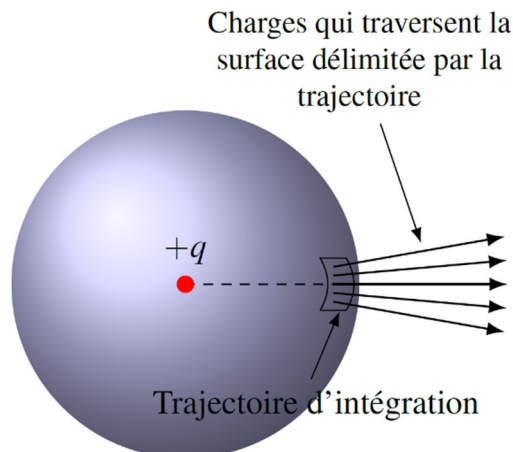
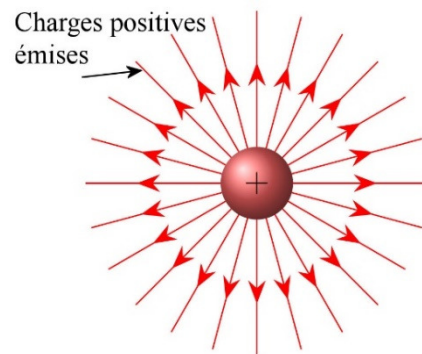
$$f \frac{d\phi_E}{dt}$$

où f est une fonction inconnue qu'on doit trouver.

On aurait donc une équation de la forme suivante.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{int}} + f \frac{d\phi_E}{dt}$$

Pour trouver cette correction plus facilement, on va examiner une situation ayant une symétrie sphérique. On va donc considérer la situation montrée sur la figure de droite : une sphère chargée positivement qui émet des charges positives de façon isotrope dans toutes les directions (figure de droite). Attention, les lignes avec des flèches sur la figure ne sont pas les lignes de champ, ce sont les trajectoires des particules positives émises par la sphère.



On va imaginer une surface sphérique entourant cette charge positive et tracer une trajectoire d'intégration sur cette surface (figure de gauche). Il y a alors une certaine quantité de charges émises qui traversent la surface délimitée par la trajectoire.

Sur cette trajectoire, on doit avoir

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

parce que la symétrie interdit d'avoir une composante du champ magnétique parallèle à la surface. Comme on sait que cette intégrale est nulle, on doit avoir que

$$0 = \mu_0 I_{\text{int}} + \oint \frac{d\phi_E}{dt}$$

Trouvons maintenant ce que vaut la dérivée du flux et le courant à l'intérieur de la trajectoire. Comme la charge centrale diminue, le champ fait par cette charge diminue et le flux à travers la surface délimitée par le trajet d'intégration diminue. La variation de flux est

$$\frac{d\phi_E}{dt} = \frac{d(EA)}{dt} = \frac{d\left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} A\right)}{dt}$$

où r est le rayon de la sphère imaginée autour de la charge centrale et A l'aire de la zone délimitée par la trajectoire. Il n'y a que Q qui n'est pas une constante. On a donc

$$\frac{d\phi_E}{dt} = \frac{A}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{dQ}{dt}$$

Cette dérivée correspond au rythme auquel la charge centrale perd des charges. Ceci devrait être égal au courant total traversant la sphère imaginée autour de la charge centrale.

$$\frac{dQ}{dt} = -I_{\text{tot}}$$

Il y a un signe négatif, car la charge diminue. On a donc

$$\frac{d\phi_E}{dt} = -\frac{A}{4\pi\epsilon_0 r^2} I_{\text{tot}}$$

Le courant traversant la surface délimitée par la trajectoire n'est qu'une partie de ce courant total. En fait, la proportion du courant passant à travers la surface délimitée par la trajectoire est simplement la proportion de cette aire par rapport à l'aire totale de la sphère.

$$\frac{I_{\text{int}}}{I_{\text{tot}}} = \frac{A}{4\pi r^2}$$

Ce qui nous donne

$$I_{\text{int}} = \frac{A}{4\pi r^2} I_{\text{tot}}$$

On sait donc maintenant que

$$\frac{d\phi_E}{dt} = -\frac{A}{4\pi\epsilon_0 r^2} I_{\text{tot}} \quad \text{et} \quad I_{\text{int}} = \frac{A}{4\pi r^2} I_{\text{tot}}$$

En utilisant ces valeurs dans

$$0 = \mu_0 I_{\text{int}} + f \frac{d\phi_E}{dt}$$

on arrive à

$$0 = \mu_0 \left(\frac{A}{4\pi r^2} I_{\text{tot}} \right) + f \left(-\frac{A}{4\pi \epsilon_0 r^2} I_{\text{tot}} \right)$$

Il ne reste qu'à isoler f .

$$0 = \mu_0 \frac{A}{4\pi r^2} I_{\text{tot}} - f \frac{A}{4\pi \epsilon_0 r^2} I_{\text{tot}}$$

$$0 = \mu_0 - f \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$f \frac{1}{\epsilon_0} = \mu_0$$

$$f = \mu_0 \epsilon_0$$

Cela signifie que le terme qu'on doit ajouter à l'équation d'Ampère est

$$f \frac{d\phi_E}{dt} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

On arrive donc à cette nouvelle version du théorème d'Ampère, appelée équation d'Ampère-Maxwell, obtenue par Maxwell en 1861.

Équation d'Ampère-Maxwell

$$\sum_{\text{un tour}} B \Delta s \cos \theta = \mu_0 I_{\text{int}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

ou (équivalent)

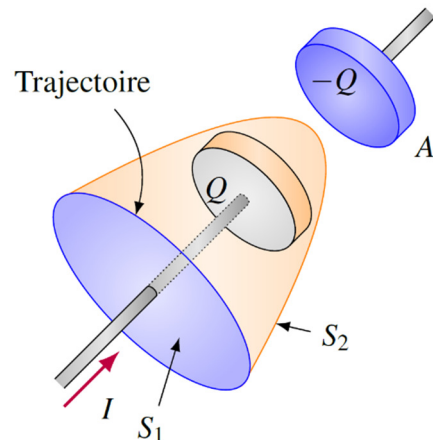
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{int}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

Avec ce terme, il n'y a plus de contradiction avec notre exemple du condensateur. Avec la surface 1, on a

$$B 2\pi r = \mu_0 I$$

parce qu'il y a un courant qui traverse la surface. Avec la surface 2, on a

$$B 2\pi r = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$



parce qu'il y a une variation de flux électrique dans cette surface. Si on avait la patience de trouver le champ partout entre les plaques, de l'intégrer sur toute la surface pour trouver le flux et de dériver ce résultat par rapport au temps pour trouver le taux de variation du flux, on pourrait constater que

$$\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} = \mu_0 I$$

Cela signifie qu'on obtient donc le même résultat, peu importe la forme de la surface délimitée par la trajectoire choisie. Le problème est réglé.



Erreur vraiment fréquente : Penser qu'un champ électrique variable peut générer un champ magnétique

Certains diront que l'équation

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{int}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

veut dire qu'un champ électrique variable (2^e terme de droite) peut générer un champ magnétique (terme de gauche). Cette erreur est très commune et est répétée par de nombreux manuels de physique (incluant mes notes pendant plusieurs années). Dans ces livres, on dit qu'un champ électrique variable fait apparaître un champ magnétique, donc qu'un champ électrique variable peut être la source d'un champ magnétique. C'est faux, le champ électrique ne peut pas être la source du champ magnétique. Seules les charges électriques peuvent être la source des champs électriques et des champs magnétiques. Le champ magnétique vient des mêmes charges qui font le champ électrique variable. L'équation d'Ampère-Maxwell montre simplement le lien qu'il y a entre ces 2 champs fait par les mêmes particules chargées.

Les 4 équations de Maxwell

En résumé, on a obtenu les 4 équations suivantes.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{int}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

Ce sont les 4 équations de Maxwell.

En passant, ces 4 équations étaient représentées initialement par 20 équations dans les travaux de Maxwell. Il parvint ensuite à réduire ce nombre à 8 équations en 1873, puis Heaviside (qui contribua beaucoup à l'introduction de la notation vectorielle en physique et qui inventa aussi les termes d'inductance et d'impédance) est parvenu à les réduire à seulement 4 équations en 1884. Notez, à titre de curiosité, qu'en électrodynamique quantique, ces 4 équations peuvent s'écrire avec seulement ces deux équations tensorielles.

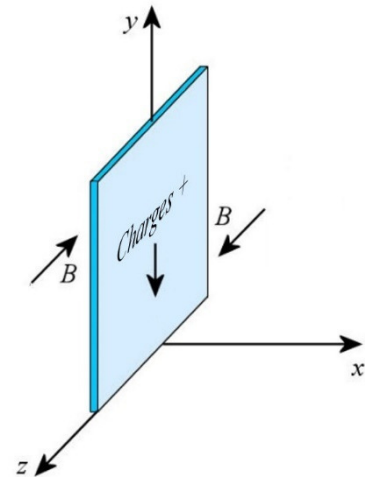
$$\partial_\alpha F^{\alpha\beta} = \mu_0 J^\beta$$

$$\partial_\gamma F_{\alpha\beta} + \partial_\alpha F_{\beta\gamma} + \partial_\beta F_{\gamma\alpha} = 0$$

E2.2 LA VITESSE DE PROPAGATION DES CHAMPS

L'ajout du terme dans l'équation d'Ampère-Maxwell amène une conséquence très intéressante : les modifications du champ se propagent à une certaine vitesse bien précise.

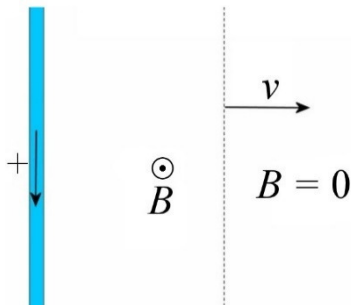
Pour illustrer ce phénomène, imaginons qu'on ait une plaque infinie conductrice non chargée. À un certain moment, un courant apparaît dans la plaque. Normalement, ce seraient les électrons qui se mettraient en mouvement si la plaque est métallique, mais ici on va imaginer que ce sont des charges positives qui se mettent en mouvement pour simplifier un peu.



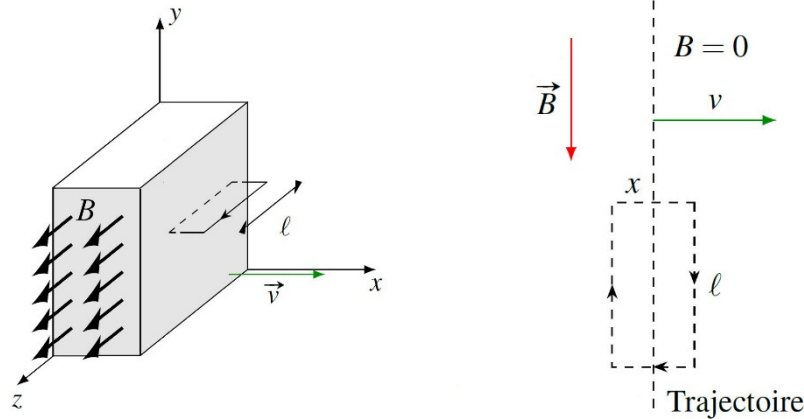
Disons donc qu'à un certain moment, les charges positives de la plaque commencent à se déplacer vers le bas pendant que les charges négatives restent en place. Ce mouvement de charge est un courant et ce courant génère un champ magnétique dont les directions sont montrées sur la figure. Avec une plaque infinie, ce champ serait uniforme de chaque côté de la plaque, ce qui signifie que la grandeur du champ est la même, peu importe la distance de la plaque.

Avant le mouvement, il n'y avait pas de champ nulle part et, après le mouvement, il y a un champ magnétique. Ce qui nous intéresse ici, c'est comment ce champ qui apparaît soudainement se propage. Nous allons donc voir si on peut trouver à quelle vitesse se propage le champ magnétique qui apparaît quand les charges se mettent en mouvement.

À droite, on peut voir qu'il y a du champ magnétique près de la plaque et qu'il n'y en a pas plus loin de la plaque. Il y a une frontière séparant ces 2 régions (ligne pointillée) et cette frontière se propage à une certaine vitesse.



On va maintenant prendre la trajectoire d'intégration montrée sur ces figures (sur la figure de droite, la trajectoire est vue du dessus).



Notez que x est la longueur de la trajectoire perpendiculaire à B et qui est dans la zone où il y a un champ.

Sur cette trajectoire, on a

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = Bx \cos 90^\circ + B\ell \cos 180^\circ + Bx \cos 90^\circ$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = -B\ell$$

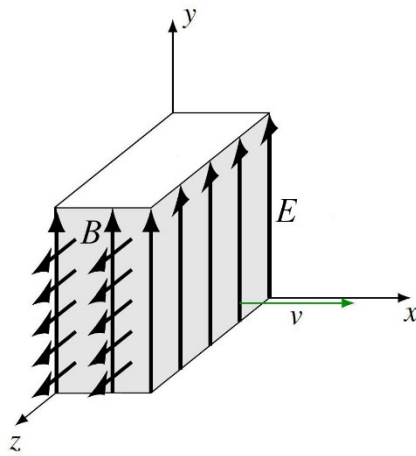
Or, comme l'équation d'Ampère-Maxwell nous dit que

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

(puisque'il n'y a pas de courant qui traverse la surface, il n'y a pas de $\mu_0 I$). On doit donc avoir

$$-B\ell = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

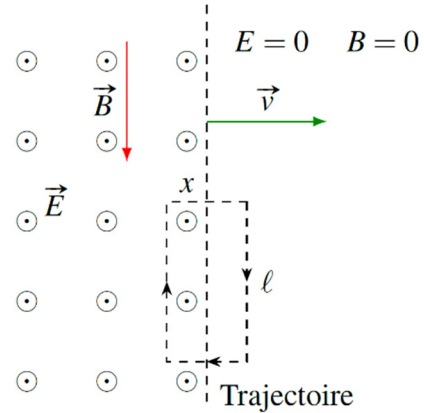
Cela veut dire qu'il y doit y avoir un flux électrique variable à travers la trajectoire. Cela implique qu'il doit y avoir un champ électrique et que la frontière doit avancer pour que le flux change. On devra donc avoir un champ électrique à gauche de la frontière qui accompagne le champ magnétique. Ce champ électrique est uniforme dans toute la partie grise (puisque sa valeur ne dépend pas de x dans les équations précédentes). Le champ peut être vers le haut ou vers le bas (pour faire un flux dans la trajectoire). On va supposer qu'il est vers le haut et on verra ce qu'indiquent les équations. Si on obtient un champ positif, alors il est bel et bien vers le haut. Si on obtient un champ négatif, alors il est vers le bas.



Sachant qu'il y a ce champ électrique vers le haut, réexaminons la trajectoire d'intégration. À mesure que la frontière avance, le flux électrique dans la trajectoire change, ce

changement est (on place le vecteur A en entrant dans la page selon la règle de la main droite)

$$\begin{aligned}\frac{d\phi_E}{dt} &= \frac{d(EA \cos 180^\circ)}{dt} \\ &= -E \frac{dA}{dt} \\ &= -E \frac{d(x\ell)}{dt} \\ &= -E\ell \frac{dx}{dt} \\ &= -E\ell v\end{aligned}$$



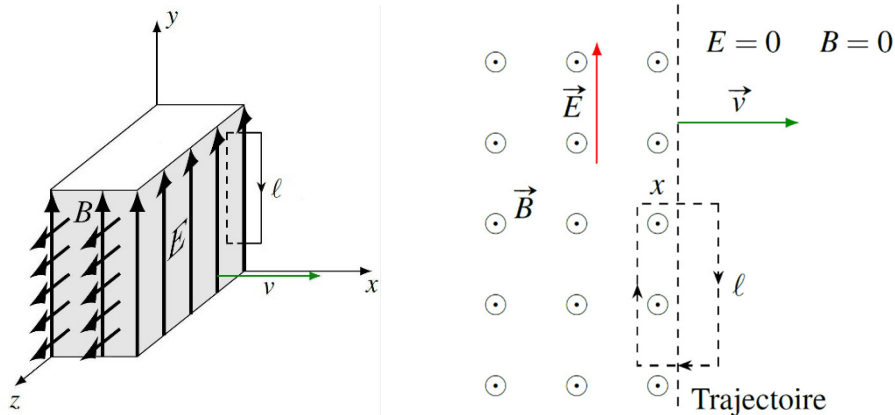
On arrive donc à

$$\begin{aligned}-B\ell &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \\ -B\ell &= \mu_0 \epsilon_0 (-E\ell v) \\ B &= \mu_0 \epsilon_0 E v\end{aligned}$$

(Cette équation nous indique que la direction supposée pour E , vers le haut, était la bonne puisqu'il n'y a pas de signe négatif dans cette équation.)

On a une première équation pour trouver la vitesse, mais cette équation ne suffit pas puisqu'on ne connaît pas encore la grandeur du champ électrique E . On sait seulement qu'il doit y avoir un champ électrique et que la grandeur de ce champ dépend de la vitesse de propagation du champ.

Pour trouver la vitesse et le champ électrique, il nous faut une autre équation. On trouve cette équation en prenant une autre trajectoire d'intégration montrée sur la figure suivante.



Calculons l'intégrale du champ le long de la trajectoire rectangulaire.

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = E x \cos 90^\circ + E \ell \cos 0^\circ + E x \cos 90^\circ$$

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = E \ell$$

Or, comme l'équation de Faraday nous dit que

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

On doit avoir

$$E \ell = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

À mesure que la frontière avance, le flux dans la trajectoire change, ce changement est (on place le vecteur A en entrant dans la page selon la règle de la main droite.)

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_B}{dt} &= \frac{d(BA \cos 180^\circ)}{dt} \\ &= -B \frac{dA}{dt} \\ &= -B \frac{d(x\ell)}{dt} \\ &= -B \ell \frac{dx}{dt} \\ &= -B \ell v \end{aligned}$$

On arrive donc à

$$\begin{aligned} E \ell &= -\frac{d\phi_B}{dt} \\ E \ell &= -(-B \ell v) \\ E &= B v \end{aligned}$$

Ce qui nous donne une deuxième équation.

Nos deux équations sont donc

$$\begin{aligned} E &= B v \\ B &= \mu_0 \epsilon_0 E v \end{aligned}$$

On trouve v en remplaçant E de la deuxième équation par le E de la première équation. On a alors

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \epsilon_0 (B v) v \\ 1 &= \mu_0 \epsilon_0 v^2 \end{aligned}$$

En isolant v , on obtient

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m} \cdot 8,854 \times 10^{-12} \frac{F}{m}}} \\ &= 299\,792\,458 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

qui est la vitesse de la lumière ! On vient de montrer que la perturbation du champ magnétique et du champ électrique se propage à la vitesse de la lumière.

Vitesse de propagation des champs dans le vide (vitesse de la lumière)

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c$$

Une fois qu'on a la vitesse, on peut trouver la grandeur du champ électrique avec

$$E = Bv$$

ce qui donne (puisque $v = c$)

$$E = Bc$$

Penchons-nous un peu plus sur ce champ électrique fait par la plaque. La plaque n'était pas chargée. Elle contenait autant de charges positives que de charges négatives. On a simplement créé le champ magnétique en faisant un courant en déplaçant les charges positives vers le bas. Comme la plaque n'est pas chargée, le champ ne vient donc pas d'une charge nette sur la plaque.

Même si la plaque n'est pas chargée, le champ électrique est fait par les charges de la plaque. Ce n'est pas super évident, mais l'addition des champs électriques faits par les charges négatives au repos et par les charges positives en mouvement donne un champ électrique uniforme vers le haut des deux côtés de la plaque. Le champ électrique n'est pas généré par la variation du champ magnétique, il est, comme toujours, généré par les charges et ces charges sont la source des deux champs.

Notez que ce champ électrique vers le haut fait une force vers le haut sur les charges positives qui se déplacent vers le bas dans la plaque. Il y a donc une force qui s'oppose au mouvement de ces charges. Cela signifie qu'il faut faire un travail pour déplacer ces charges. Le travail fait pour déplacer les charges pendant un certain temps correspond exactement à l'énergie des champs électrique et magnétique qui s'ajoute pendant ce temps (cette énergie augmente puisque la frontière du champ avance, ce qui augmente le volume de la région où il y a des champs).

Pour plus de détails sur une plaque ou un fil qui se mettent soudainement en mouvement, vous pouvez consulter ce document.

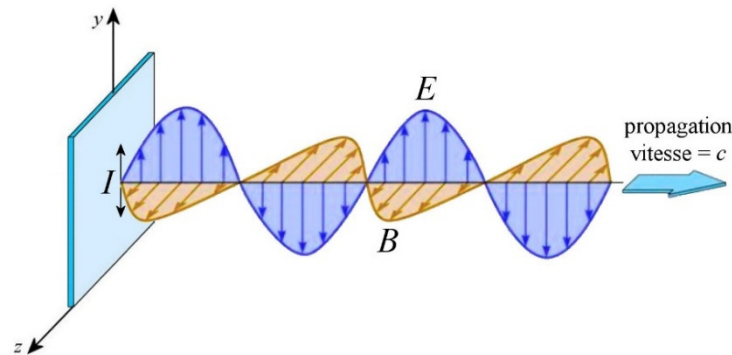
<https://physique.merici.ca/electricite/plaquetige.pdf>

(C'est toutefois d'un niveau plus élevé que ce qu'on voit au cégep)

E2.3 LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

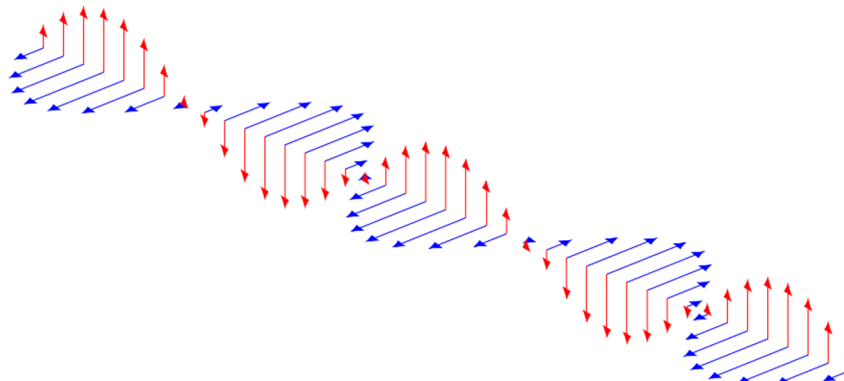
Maxwell, qui arriva en 1865 à la conclusion que les perturbations des champs électrique et magnétique se propagent à la vitesse de la lumière, fut sûrement très excité par ce résultat qui suggère un lien avec la lumière.

Si le courant dans notre plaque infinie changeait sans cesse, alors les variations de champ magnétique et électrique faites par les charges de la plaque se propageraient à la vitesse de la lumière en s'éloignant de la plaque infinie. Par exemple, si le courant variait continuellement en passant alternativement d'un courant vers le haut à un courant vers le bas, alors on aurait une onde de champs alternants de direction qui se propage à la vitesse de la lumière. On a alors une onde électromagnétique, c'est-à-dire une onde faite de champ électrique et de champ magnétique, qui se propage à près de 300 000 km/s.



Comme la lumière est aussi une onde qui se propage à près de 300 000 km/s, Maxwell suppose que la lumière est une onde électromagnétique. Hertz a été le premier, en 1887, à confirmer expérimentalement que de telles ondes électromagnétiques existent.

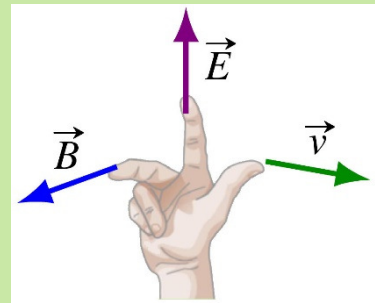
Si le courant dans la plaque varie de façon sinusoïdale, alors les champs vont aussi varier de façon sinusoïdale. Voici à quoi ressemble une onde électromagnétique sinusoïdale. Le champ électrique est en rouge et le champ magnétique est en bleu.



Il y a une règle de la main droite pour trouver la direction de propagation d'une onde électromagnétique.

Direction de propagation d'une onde électromagnétique

Quand on met nos doigts de la main droite dans la direction du champ électrique et qu'on les plie dans la direction du champ magnétique, notre pouce nous donne la direction de propagation de l'onde.



Les 2 ondes montrées précédemment se propagent donc vers la droite.

Dans une onde électromagnétique, on doit constamment avoir le lien trouvé précédemment entre les champs E et B . Ce lien est

Lien entre E et B dans une onde électromagnétique

$$E = Bc$$

Quelques rappels sur les ondes sinusoïdales

Rappelons-nous quelques formules concernant les ondes. L'équation des ondes sinusoïdales progressives se propageant le long de l'axe des x sur une corde est

$$y = A \sin(kx \pm \omega t + \phi)$$

y est le déplacement de la corde, $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$ et ϕ est la constante de phase. Dans le sinus, on prend le signe positif si l'onde va vers les x négatifs et on prend le signe négatif si l'onde va vers les x positifs.

Avec une onde électromagnétique, la formule va nous donner la valeur du champ électrique plutôt que le déplacement de la corde. On aura donc

$$E = E_0 \sin(kx \pm \omega t + \phi)$$

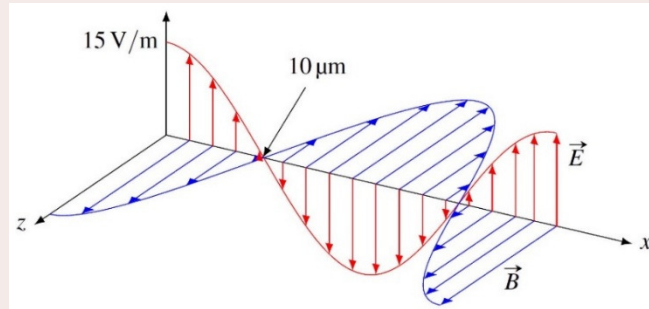
où E_0 est l'amplitude du champ électrique.

Rappelons-nous aussi qu'il y a un lien entre la vitesse, la longueur d'onde et la fréquence. Ce lien est

$$c = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

Exemple E2.3.1

Voici l'image d'une onde sinusoïdale à $t = 0$ s.



- a) Quelle est la longueur d'onde de cette onde ?

En regardant l'image, on voit qu'on passe de la crête à un nœud de l'onde en $10 \mu\text{m}$. Ceci est seulement $\frac{1}{4}$ de cycle. Il faut 4 fois cette distance pour faire un cycle. La longueur d'onde est donc de $40 \mu\text{m}$.

- b) Quelle est la fréquence de cette onde ?

La fréquence est

$$\begin{aligned} c &= \lambda f \\ 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} &= 40 \times 10^{-6} \text{m} \cdot f \\ f &= 7,5 \times 10^{12} \text{Hz} \end{aligned}$$

- c) Dans quelle direction se propage cette onde ?

En plaçant nos doigts de la main droite dans la direction du champ électrique et en pliant nos doigts dans la direction du champ magnétique, notre pouce pointe vers les x positifs. L'onde se dirige donc vers les x positifs.

- d) Quelle est l'équation du champ électrique de cette onde ?

L'équation du champ électrique est de la forme

$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

Le graphique nous indique que $E_0 = 15 \text{ V/m}$. Il nous faut donc trouver k , ω et ϕ .

Le graphique du champ électrique est le graphique du sinus décalé d'un quart de cycle vers les x négatifs. La constante de phase est donc de $\pi/2$.

La valeur de k est

$$\begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ &= \frac{2\pi}{40 \times 10^{-6} \text{m}} \\ &= 1,571 \times 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{m}} \end{aligned}$$

La valeur de ω est

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f \\ &= 2\pi \cdot 7,5 \times 10^{12} \text{ Hz} \\ &= 4,712 \times 10^{13} \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Avec un champ dans la direction de l'axe des y , l'équation est

$$E_y = 15 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot \sin\left(1,571 \times 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{m}} \cdot x - 4,712 \times 10^{13} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

e) Quelle est l'équation du champ magnétique de cette onde ?

L'équation du champ électrique est de la forme

$$B_z = B_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

Comme k et ω sont les mêmes que pour le champ électrique, il reste à trouver B_0 et ϕ .

Le graphique du champ magnétique est aussi le graphique du sinus décalé d'un quart de cycle vers les x négatifs. La constante de phase est donc de $\pi/2$.

On trouve l'amplitude du champ magnétique avec

$$\begin{aligned}E_0 &= B_0 c \\ 15 \frac{\text{V}}{\text{m}} &= B_0 \cdot 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ B_0 &= 5 \times 10^{-8} \text{ T}\end{aligned}$$

Avec un champ dans la direction de l'axe des z , l'équation est

$$B_z = 5 \times 10^{-8} \text{ T} \cdot \sin\left(1,571 \times 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{m}} \cdot x - 4,712 \times 10^{13} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

On va maintenant trouver combien il y a d'énergie dans une onde électromagnétique. Pour le savoir, il faut savoir combien il y a d'énergie dans les champs électrique et magnétique.

E2.4 LA DENSITÉ D'ÉNERGIE DES CHAMPS

La densité d'énergie du champ électrique

Nous allons maintenant montrer qu'il faut une certaine quantité d'énergie pour faire un champ électrique. En fait, nous trouverons ici une formule donnant la densité d'énergie du champ électrique.

Pour trouver cette formule, imaginons une sphère conductrice chargée, qui fait un champ autour d'elle. Le potentiel de la sphère est

$$V = \frac{kQ}{R}$$

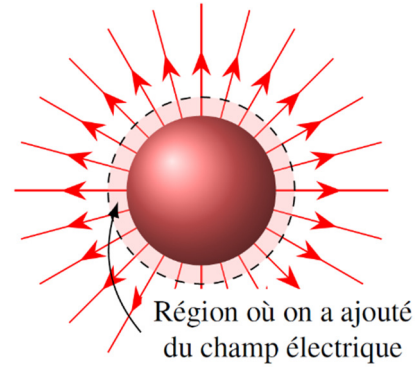
Ce qui signifie que l'énergie électrique de la sphère est

$$U_E = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} Q \frac{kQ}{R} = \frac{kQ^2}{2R}$$

Imaginons maintenant qu'on réduit très légèrement le rayon de la sphère de x . Cela veut dire que $R_i - R_f = x$. Il y aura maintenant un peu plus de champ électrique qu'avant (région rosée sur figure de droite).

Le travail qu'on a dû faire pour diminuer le rayon est

$$W = \Delta U_E = \frac{kQ^2}{2R_f} - \frac{kQ^2}{2R_i} = \frac{kQ^2}{2} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i} \right)$$



En mettant les fractions au même dénominateur commun, on a

$$W = \frac{kQ^2}{2} \left(\frac{R_i - R_f}{R_f R_i} \right) \approx \frac{kQ^2}{2} \left(\frac{x}{R^2} \right)$$

puisque $R_i \approx R_f$ et $R_i - R_f = x$.

Cette énergie fournie a permis de créer du nouveau champ électrique. Le travail fait serait donc l'énergie du nouveau champ électrique. La formule semble être propre à cette situation, mais on va voir qu'elle prend une forme assez générale si on calcule l'énergie du champ par unité de volume (autrement dit, la densité d'énergie). On peut calculer le volume de cette région mince en utilisant

$$\begin{aligned} \text{Volume} &\approx \text{aire} \cdot \text{épaisseur} \\ &\approx 4\pi R^2 x \end{aligned}$$

L'énergie du champ par unité de volume est donc

$$\begin{aligned} \frac{U_E}{\text{volume}} &= \frac{\frac{kQ^2 x}{2R^2}}{4\pi R^2 x} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{kQ^2}{4\pi R^4} \right) \\ &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{kQ^2}{4\pi \epsilon_0 R^4} \right) \\ &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{k^2 Q^2}{R^4} \right) \end{aligned}$$

Comme la grandeur du champ est

$$E = \frac{kQ}{R^2}$$

on a

$$\frac{U_E}{Volume} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

En utilisant le symbole u_E pour représenter cette densité d'énergie, on a

Densité d'énergie du champ électrique

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Ainsi, l'énergie dans le champ électrique est

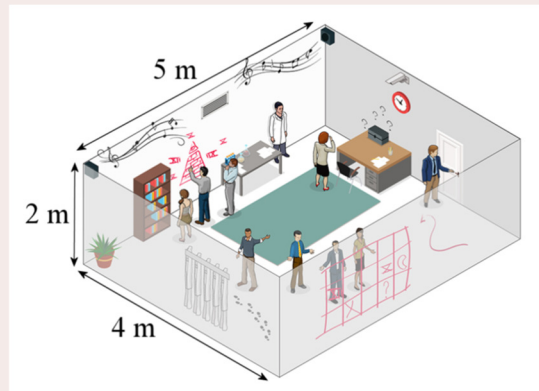
Énergie du champ électrique

$$\begin{aligned} \text{Énergie du champ électrique} &= u_E \times \text{volume} \quad (\vec{E} \text{ uniforme}) \\ &= \int u_E dV \quad (\vec{E} \text{ non uniforme}) \end{aligned}$$

Exemple E2.4.1

Dans cette classe, il y a un champ électrique uniforme dont la grandeur est de 10^6 V/m . Combien y a-t-il d'énergie sous forme de champ électrique dans cette pièce ?

www.marketwatch.com/story/the-weird-new-world-of-escape-room-businesses-2015-07-20



La densité d'énergie de ce champ est

$$\begin{aligned} u_E &= \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8,854 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \cdot \left(10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}\right)^2 \\ &= 4,292 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

L'énergie dans la pièce est donc

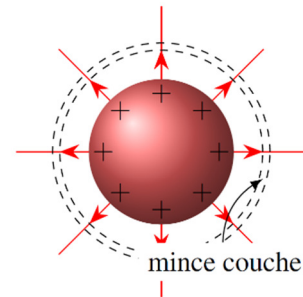
$$\begin{aligned}
 \text{Énergie du champ électrique} &= u_E \times \text{volume} \\
 &= 4,292 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \cdot (5\text{m} \cdot 2\text{m} \cdot 4\text{m}) \\
 &= 4,292 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \cdot 40\text{m}^3 \\
 &= 171,68\text{J}
 \end{aligned}$$

Cela signifie aussi qu'il faut 171,68 J pour créer ce champ électrique dans la pièce.

Interprétation de l'énergie du champ électrique

Pour comprendre un peu plus ce que signifie l'énergie du champ électrique, calculons l'énergie totale dans le champ autour d'une sphère chargée. Comme le champ diminue à mesure qu'on s'éloigne de la sphère, on doit séparer le volume en petit morceau. Ici, on va prendre des petites coquilles sphériques très minces autour de la sphère. Dans cette couche, le champ est

$$E = \frac{kQ}{r^2}$$



La densité d'énergie est donc

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{kQ}{r^2} \right)^2$$

Comme le volume de cette petite coquille d'épaisseur dr est

$$\text{Volume} = \text{aire} \cdot \text{épaisseur}$$

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

L'énergie dans la couche est

$$\begin{aligned}
 dU_E &= u_E dV \\
 &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{kQ}{r^2} \right)^2 4\pi r^2 dr \\
 &= \frac{1}{2} 4\pi \epsilon_0 \frac{k^2 Q^2}{r^4} r^2 dr \\
 &= \frac{1}{2} \frac{1}{k} \frac{k^2 Q^2}{r^2} dr \\
 &= \frac{1}{2} \frac{kQ^2}{r^2} dr
 \end{aligned}$$

On obtient l'énergie totale du champ en sommant les énergies des couches de $r = R$ jusqu'à $r = \infty$.

$$\begin{aligned}
 U_E &= \int_R^{\infty} \frac{1}{2} \frac{kQ^2}{r^2} dr \\
 &= \left[-\frac{1}{2} \frac{kQ^2}{r} \right]_R^{\infty} \\
 &= \left[0 - -\frac{1}{2} \frac{kQ^2}{R} \right] \\
 &= \frac{1}{2} \frac{kQ^2}{R}
 \end{aligned}$$

Or, l'énergie potentielle électrique de la sphère est

$$\begin{aligned}
 U_E &= \frac{1}{2} QV \\
 &= \frac{1}{2} Q \frac{kQ}{R} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{kQ^2}{R}
 \end{aligned}$$

On voit que ces deux énergies sont égales. Ce n'est pas un hasard. C'est qu'on peut faire l'interprétation suivante :

L'énergie potentielle électrique d'une configuration de charge est l'énergie dans le champ électrique.

Autrement dit, l'énergie potentielle électrique d'une configuration de charge est accumulée sous forme de champ électrique.

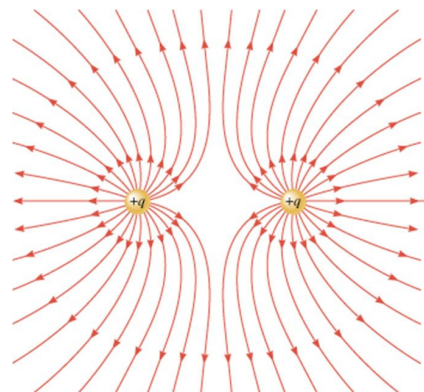
Il y a cependant une subtilité avec des charges ponctuelles. Comme la charge a une grosseur nulle, l'énergie totale dans le champ est infinie ! Dans ce cas, on va plutôt calculer les variations d'énergie pour obtenir l'énergie potentielle de la configuration de charge.

$$\Delta U_E = \Delta (\text{Énergie du champ électrique})$$

Prenons deux exemples pour illustrer cela.

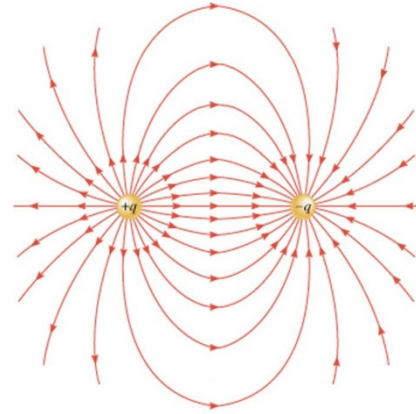
Quand on approche deux charges identiques de même signe l'une de l'autre, le champ des deux charges s'additionne et la grandeur du champ augmente.

L'augmentation de champ entraîne l'augmentation de l'énergie du champ. L'augmentation de l'énergie est exactement égale à l'énergie électrique de cette configuration de charge, qui est $U_E = kQ^2 / R$.



Quand on approche deux charges identiques de signe contraire l'une de l'autre, le champ des deux charges se soustrait en partie et la grandeur du champ diminue.

La diminution de champ entraîne la diminution de l'énergie du champ. La diminution de l'énergie est exactement égale à l'énergie électrique de cette configuration de charge, qui est $U_E = -kQ^2 / R^2$.

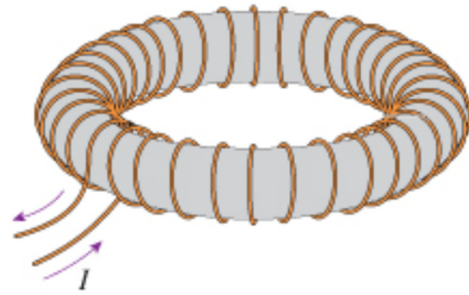


demo.webassign.net/ebooks/cj6demo/pc/c18/read/main/c18x18_7.htm pour les 2 figures

La densité d'énergie du champ électrique

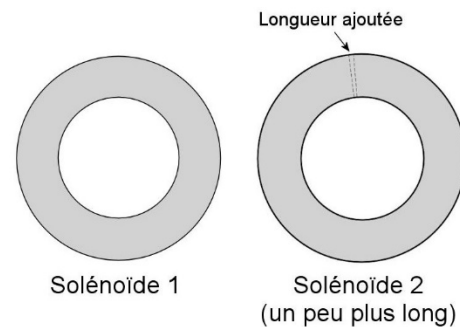
Nous allons maintenant montrer qu'il faut une certaine quantité d'énergie pour faire un champ magnétique. En fait, nous trouverons ici une formule donnant la densité d'énergie du champ magnétique.

Pour trouver cette formule, imaginons un très long solénoïde qui se referme sur lui-même pour former un tore (une forme de beigne pour les incultes).



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/toroid-figure-coil-wire-wrapped-around-doughnut-shaped-ring-torus-made-nonconducting-mater-q1063605

Dans cette configuration, il n'y a que du champ magnétique dans le solénoïde (zone en gris sur la figure). On va alors imaginer qu'on a deux solénoïdes de même diamètre en forme de tore, mais le solénoïde 2 est à peine plus long que le solénoïde 1.



On va dire que le solénoïde 2 est x plus long que le solénoïde 1. Ceci fait qu'il y a un peu plus de champ magnétique dans le solénoïde 2 (région entre les deux lignes pointillées sur la figure de gauche). On pourra alors trouver l'énergie de ce nouveau champ en calculant la différence d'énergie entre les deux solénoïdes. Il ne faut toutefois pas changer le champ ailleurs dans le tore, ce qui signifie que le champ, qui est

$$B = \mu_0 n I$$

doit être le même pour que l'énergie dans le reste des solénoïdes soit la même. Cela signifie qu'il faut garder la même densité de fil ($n = N / \ell$) dans les deux solénoïdes. Il y a donc un peu plus de tours de fils sur le solénoïde 2.

Pour trouver la différence d'énergie, il nous faut l'inductance des solénoïdes. Cette inductance vaut

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{\ell} \\ &= \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{\ell^2} \ell \\ &= \mu_0 n^2 \pi r^2 \ell \end{aligned}$$

Ce sera plus facile de travailler avec cette forme, car on sait que n est le même pour les deux solénoïdes. L'énergie des solénoïdes est alors

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} L I^2 \\ &= \frac{1}{2} \mu_0 n^2 \pi r^2 \ell I^2 \end{aligned}$$

La différence d'énergie entre les deux solénoïdes est donc

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{1}{2} \mu_0 n^2 \pi r^2 \ell_2 I^2 - \frac{1}{2} \mu_0 n^2 \pi r^2 \ell_1 I^2 \\ &= \frac{1}{2} \mu_0 n^2 \pi r^2 I^2 (\ell_2 - \ell_1) \end{aligned}$$

Comme $\ell_2 - \ell_1 = x$, on a

$$\Delta U = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 \pi r^2 I^2 x$$

Cette différence d'énergie est l'énergie du champ, qu'on notera U_B .

Pour trouver la densité d'énergie, on va diviser cette énergie par le volume du champ qu'il y a de plus dans le solénoïde 2. Ce volume est une mince tranche de forme circulaire d'épaisseur x . Le volume de cette couche est

$$Volume = \pi r^2 x$$

L'énergie du champ par unité de volume est donc

$$\begin{aligned} \frac{U_B}{Volume} &= \frac{\frac{1}{2} \mu_0 n^2 \pi r^2 I^2 x}{\pi r^2 x} \\ &= \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2 \end{aligned}$$

Puisque le champ est $B = \mu_0 n I$, on arrive à

$$\begin{aligned}\frac{U_B}{Volume} &= \frac{1}{2\mu_0} \mu_0^2 n^2 I^2 \\ &= \frac{1}{2\mu_0} B^2\end{aligned}$$

En utilisant le symbole u_B pour représenter cette densité d'énergie du champ magnétique, on a

Densité d'énergie du champ magnétique

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Pour calculer l'énergie dans un champ magnétique, on multiplie cette densité par le volume occupé par le champ.

Énergie du champ magnétique

$$\begin{aligned}\text{Énergie du champ magnétique} &= u_B \times volume \quad (\vec{B} \text{ uniforme}) \\ &= \int u_B dV \quad (\vec{B} \text{ non uniforme})\end{aligned}$$

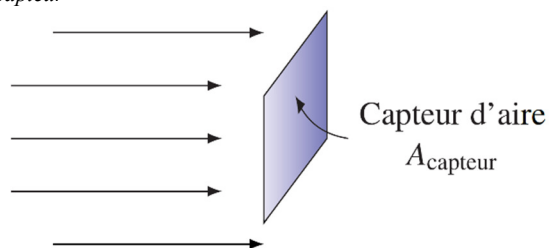
Il faut donc de l'énergie pour faire un champ magnétique. C'est sous cette forme qu'est l'énergie dans un inducteur. Plus on augmente le courant dans l'inducteur, plus le champ magnétique fait par l'inducteur est grand et plus il accumule de l'énergie.

E2.5 L'INTENSITÉ DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Définition de l'intensité

Dans la situation montrée sur la figure de droite (page suivante), une onde se dirigeant vers la droite arrive sur un capteur ayant une aire A_{capteur} .

Évidemment, on captera plus d'énergie si on capte l'énergie de l'onde pendant plus de temps. La quantité d'énergie captée doit donc être proportionnelle au temps pendant lequel on capte l'énergie.



Aussi, on captera plus d'énergie si l'aire du capteur est plus grande. La quantité d'énergie captée doit donc être proportionnelle à l'aire du capteur.

Finalement, on aura un facteur qui va dépendre de l'énergie de l'onde. On va appeler ce facteur l'*intensité de l'onde*. On capte peu d'énergie avec une onde de faible intensité et

beaucoup avec une onde de grande intensité. La quantité d'énergie captée doit donc être proportionnelle à l'intensité de l'onde.

On arrive donc à

$$E_{\text{captée}} = IA_{\text{capteur}}t$$

où I est l'intensité de l'onde. La puissance est l'énergie divisée par le temps. Ainsi, on pourrait diviser la formule précédente par t pour obtenir une formule de la puissance captée.

Puissance captée

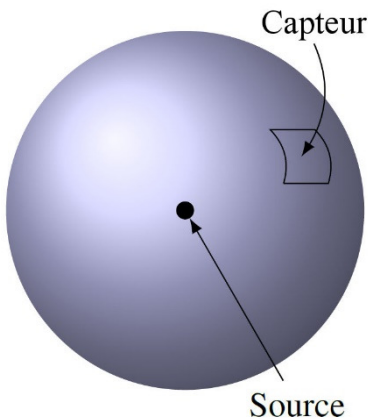
$$P_{\text{captée}} = IA_{\text{capteur}}$$

(Cette équation est en fait la définition de l'intensité.) Pour que la puissance captée soit en watts, il faut que les unités de l'intensité soient des W/m^2 .

Intensité à une distance r d'une source isotrope

Imaginons qu'on est à une certaine distance r d'une source qui émet une énergie E pendant un temps t . Ici, l'énergie est émise également dans toutes les directions, ce qui signifie qu'on a affaire à une **source isotrope**. Ainsi, à une certaine distance r , l'énergie émise est distribuée également sur une sphère entourant la source.

À une certaine distance de la source, il y a un capteur ayant une aire A_{capteur} . Le capteur ne capte qu'une partie de l'énergie émise par la source. La proportion captée est donnée simplement par le rapport entre l'aire du capteur (A_{capteur}) et l'aire totale sur laquelle est répartie la puissance de



$$\frac{E_{\text{captée}}}{E} = \frac{A_{\text{capteur}}}{A_{\text{sphère}}}$$

$$E_{\text{captée}} = \frac{E}{A_{\text{sphère}}} A_{\text{capteur}}$$

$$E_{\text{captée}} = \frac{E}{4\pi r^2} A_{\text{capteur}}$$

En divisant les deux côtés de cette équation par le temps, on transforme l'énergie en puissance puisque $P = E/t$. On a ainsi

$$P_{\text{captée}} = \frac{P}{4\pi r^2} A_{\text{capteur}}$$

Mais puisque $P_{\text{captée}} = IA_{\text{capteur}}$, on obtient

Intensité d'une onde émise par une source isotrope

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Exemple E2.5.1

Une source lumineuse isotrope a une puissance de 100 W.

- a) Quelle est l'intensité de l'onde à 120 m de la source ?

L'intensité est

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{4\pi r^2} \\ &= \frac{100W}{4\pi \cdot (120m)^2} \\ &= 5,526 \times 10^{-4} \frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

- b) Quelle est l'énergie captée en 10 secondes avec un capteur ayant une aire de 2 m² ?

L'énergie captée est $E_{captée} = P_{captée} t$. On doit donc connaître la puissance captée. La puissance captée est

$$\begin{aligned} P_{captée} &= IA_{capteur} \\ &= 5,526 \times 10^{-4} \frac{W}{m^2} \cdot 2m^2 \\ &= 1,1052 \times 10^{-3} W \end{aligned}$$

Comme la puissance est l'énergie par unité de temps, l'énergie captée est

$$\begin{aligned} E_{captée} &= P_{captée} t \\ &= 1,1052 \times 10^{-3} W \cdot 10s \\ &= 0,011052 J \end{aligned}$$

L'intensité à partir de l'amplitude de l'onde

Pour trouver l'énergie de l'onde à partir de l'amplitude du champ électrique, imaginons un cube dans lequel il y a une onde électromagnétique. Ce cube se déplace avec l'onde à la vitesse de la lumière.

Dans ce cube, il y a du champ électrique et du champ magnétique. Les densités d'énergie de ces champs sont

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Voici un premier résultat intéressant : ces deux densités sont égales dans une onde électromagnétique ! En effet, puisque $B = E/c$ dans une onde, on a

$$\frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{E}{c} \right)^2 = \frac{1}{2\mu_0 c^2} E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

car $\mu_0 c^2 = \epsilon_0$. Il y a donc autant d'énergie dans le champ électrique que dans le champ magnétique dans une onde électromagnétique.

La densité d'énergie dans le cube est donc

$$u_{tot} = u_E + u_B = 2u_E = \epsilon_0 E^2$$

L'énergie totale dans le cube est simplement la densité d'énergie multipliée par le volume du cube. On a donc

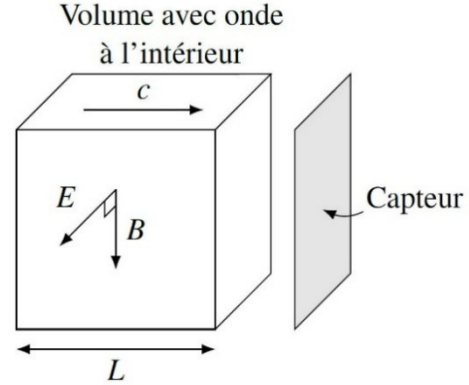
$$\begin{aligned} U &= u_{tot} \cdot A_{\text{capteur}} L \\ &= \epsilon_0 E^2 A_{\text{capteur}} L \end{aligned}$$

On peut ensuite trouver la puissance de l'onde en divisant cette énergie par le temps qu'il faudra pour la capter. On commence à capter l'onde quand le devant du cube arrive au capteur et la captation se termine quand le derrière du cube arrive au capteur. Le temps de captation correspond donc au temps qu'il faut pour que le derrière du cube arrive au capteur. Comme le derrière du cube est à une distance L et qu'il se déplace à la vitesse c , il faudra le temps L/c pour qu'il arrive. On a donc

$$\begin{aligned} P_{\text{captée}} &= \frac{U}{t} \\ &= \frac{\epsilon_0 E^2 A_{\text{capteur}} L}{L/c} \\ &= \epsilon_0 E^2 A_{\text{capteur}} c \end{aligned}$$

On trouve finalement l'intensité de l'onde

$$\begin{aligned} P_{\text{captée}} &= IA_{\text{capteur}} \\ \epsilon_0 E^2 A_{\text{capteur}} c &= IA_{\text{capteur}} \\ I &= \epsilon_0 E^2 c \end{aligned}$$



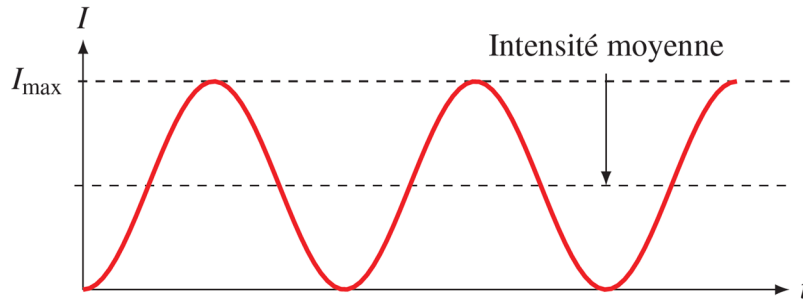
Dans le cas d'une onde sinusoïdale, le champ qui arrive varie de façon sinusoïdale

$$E = E_0 \sin(\omega t + \phi)$$

Ce qui fait que l'intensité varie en fonction du temps selon

$$I = \epsilon_0 c E_0^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

Ce qui donne l'intensité suivante en fonction du temps.



$I_{\max}$ est la valeur maximale de l'intensité, qui se produit quand $\sin^2(\omega t + \phi)$ vaut 1. On a donc

$$I_{\max} = \epsilon_0 c E_0^2$$

On voit assez facilement sur le graphique (et on pourrait le démontrer avec une intégrale) que la valeur moyenne de cette intensité correspond à la moitié de cette valeur maximale. On a donc

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2$$

En utilisant $B_0 = E_0/c$, cette équation peut prendre toutes les formes suivantes.

Intensité moyenne d'une onde électromagnétique sinusoïdale

$$\bar{I} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} \frac{E_0 B_0}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{c B_0^2}{\mu_0}$$

où E_0 et B_0 sont les amplitudes du champ électrique et du champ magnétique de l'onde.

Exemple E2.5.2

Sur Terre, la lumière du Soleil a une intensité de 1340 W/m^2 . Quelles sont les amplitudes du champ électrique et du champ magnétique de cette onde électromagnétique arrivant sur Terre ?

On a

$$\bar{I} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$$

$$1340 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \frac{1}{2} \cdot 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8,854 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot E_0^2$$

$$E_0 = 1005 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

De là, on trouve

$$E_0 = B_0 c$$

$$1005 \frac{\text{V}}{\text{m}} = B_0 \cdot 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$B_0 = 3,35 \times 10^{-6} \text{T}$$

E2.6 LA PRESSION DE RADIATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

On peut faire la preuve de la formule de la pression de deux façons.

Preuve avec les ondes

Quand une onde arrive sur un objet, le champ électrique de l'onde exerce une force sur les charges dans l'objet. On a vu que le champ dans la matière déplace les charges avec une vitesse de dérive.

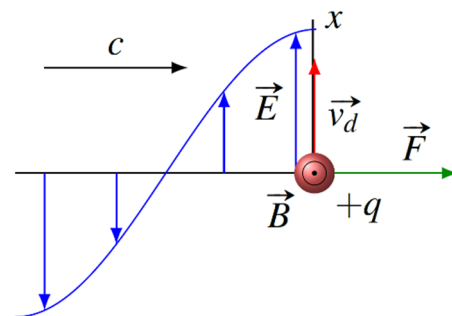
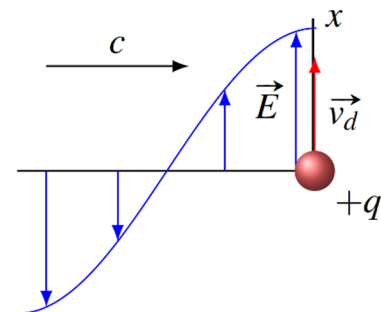
Les charges en mouvement subissent alors une force magnétique puisqu'il y a aussi un champ magnétique dans l'onde. La force magnétique est

$$F = qv_d B \sin 90^\circ$$

$$= qv_d \frac{E}{c}$$

La figure montre que cette force pousse effectivement sur l'objet. Avec un champ magnétique qui sort de la page (puisque l'onde va vers la droite), la force magnétique est vers la droite et il y a une force qui pousse l'objet.

Une partie de l'énergie de l'onde est absorbée par la charge. Seule la force électrique fait un travail. Le



rythme auquel l'énergie est absorbée (la puissance) est

$$\begin{aligned} P_{\text{captée}} &= Fv \cos \theta \\ &= F_{\text{elec}} v_d \\ &= qE v_d \end{aligned}$$

En comparant ces deux dernières équations, on arrive à

$$F = \frac{1}{c} P_{\text{captée}}$$

En divisant par l'aire de la région où on reçoit l'onde, on arrive à

$$\frac{F}{A} = \frac{1}{c} \frac{P_{\text{captée}}}{A}$$

Comme F/A est la pression, et que la puissance captée divisée par l'aire est l'intensité de l'onde, on a

$$P = \frac{I}{c}$$

Preuve avec les photons

Il y a une pression parce que chaque photon a une quantité de mouvement. Quand un objet reçoit des photons, chaque collision donne un peu de quantité de mouvement à l'objet, ce qui signifie qu'il y a une force exercée.

On sait que pour les photons, le lien entre l'énergie et la quantité de mouvement est

$$E = pc$$

Ainsi, si on reçoit de l'énergie d'une onde, on reçoit aussi de la quantité de mouvement. On trouve la force en dérivant cette équation

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{d(pc)}{dt} \\ \text{Puissance} &= c \frac{dp}{dt} \\ \text{Puissance} &= cF \end{aligned}$$

puisque la force correspond à la dérivée de la quantité de mouvement.

Comme l'intensité de la lumière est la puissance divisée par la surface où on reçoit l'onde, on a

$$I = \frac{\text{Puissance}}{A}$$

$$I = \frac{cF}{A}$$

$$I = c \frac{F}{A}$$

Comme F/A est la pression, on a

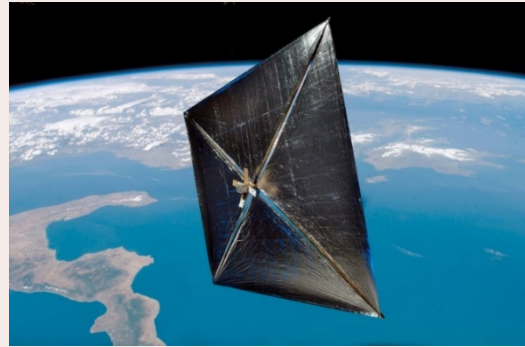
Pression exercée par une onde électromagnétique

$$P = \frac{I}{c}$$

Exemple E2.6.1

On parle souvent de faire un vaisseau spatial propulsé par la pression de radiation du Soleil. Pour propulser le vaisseau, il suffit de placer une surface qui captera l'énergie du Soleil. La lumière, en frappant cette surface, exercera une force qui fera accélérer le vaisseau. Supposons ici que la surface a une aire de 1 km^2 .

fr.wikipedia.org/wiki/Nanosail-D2



- a) Quelle force moyenne exerce la lumière du Soleil sur la surface de 1 km^2 ?

La force est $F = PA$. On doit donc connaître la pression faite par la lumière pour trouver la force. La pression moyenne est

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{\bar{I}}{c} \\ &= \frac{1340 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\ &= 4,47 \times 10^{-6} \text{ Pa}\end{aligned}$$

La force moyenne est donc

$$\begin{aligned}\bar{F} &= \bar{P}A \\ &= 4,47 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot 10^6 \text{ m}^2 \\ &= 4,47 \text{ N}\end{aligned}$$

- b) Quelles seront la vitesse du vaisseau et la distance parcourue par le vaisseau au bout d'une semaine si sa masse est de 10 tonnes et qu'il est initialement au repos ?

L'accélération du vaisseau est de

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m} \\ &= \frac{4,47 N}{10\,000 kg} \\ &= 4,47 \times 10^{-4} \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Sa vitesse à la fin de la semaine est

$$\begin{aligned} v &= at \\ &= 4,47 \times 10^{-4} \frac{m}{s^2} \cdot 604\,800 s \\ &= 270,33 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

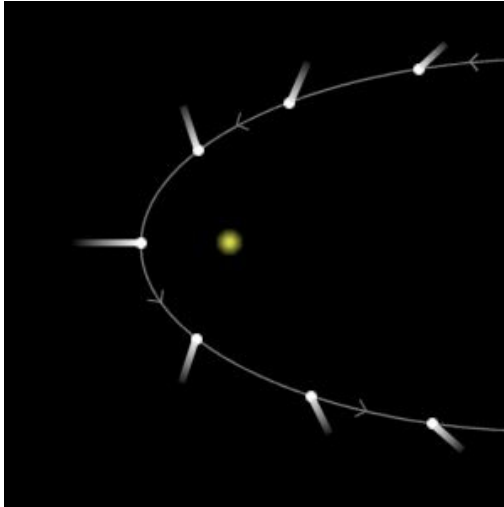
et la distance parcourue est de

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4,47 \times 10^{-4} \frac{m}{s^2} \cdot (604\,800 s)^2 \\ &= 8,175 \times 10^7 m = 81\,750 km \end{aligned}$$

Pour des objets très gros comme la Terre, la force de répulsion faite par la pression de radiation de la lumière du Soleil est vraiment négligeable par rapport à l'attraction gravitationnelle (environ 10^{14} fois plus petite que la gravitation). Toutefois, la pression de radiation prend de plus en plus d'importance pour des objets plus petits. En effet, puisque la force de gravité est proportionnelle à la masse, la force de gravitation diminue avec le cube des dimensions puisque la masse dépend du volume. Pour une planète de même densité que la Terre, mais ayant un diamètre valant la moitié de celui de la Terre, la force de gravitation est 8 fois plus petite que celle sur la Terre. Par contre, la force de pression est proportionnelle à la surface de la planète. Ainsi, une planète deux fois plus petite que la Terre subira 4 fois moins de force de pression de radiation que la Terre. On voit que la force de pression diminue moins vite que la force de gravitation.

En diminuant constamment la taille de l'objet, la force de pression de radiation devient donc de plus en plus importante par rapport à la force de gravitation et on arrivera finalement à une taille où la force de pression de radiation devient plus grande que la force de gravitation. Cet objet sera alors repoussé par le Soleil et éjecté du système solaire. Pour le Soleil, cela se produit pour des objets ayant un diamètre d'environ $1 \mu m$. La pression de radiation a donc éliminé, en bonne partie, la poussière du système solaire.

C'est aussi cette pression qui pousse sur le gaz qui provient de la sublimation de la glace dans une comète et qui forme la queue de la comète. La queue de la comète est donc toujours dans la direction opposée au Soleil.

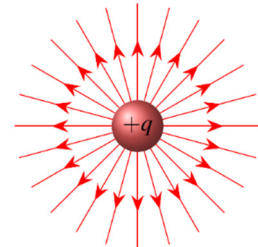


chez.pierrot.perso.neuf.fr/astro10.html et fr.wikipedia.org/wiki/Comète

E2.7 ÉMISSIONS D'ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PAR DES CHARGES QUI ACCÉLÈRENT

Voici les lignes de champ d'une charge au repos.

Si la charge se déplace à vitesse constante, les lignes de champ restent des lignes droites qui partent de la charge. Toutefois, la charge qui se déplace génère aussi un champ magnétique. Toutefois, ces deux champs ne forment pas une onde électromagnétique.

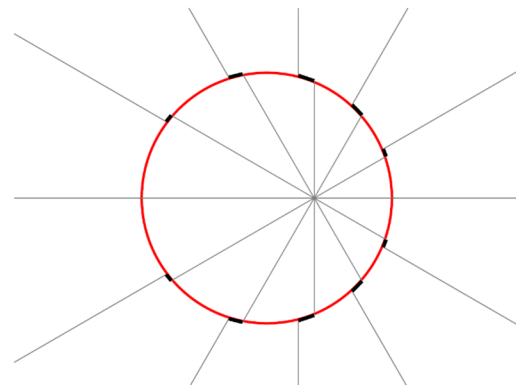


Dans ces deux cas, le champ électrique est dans une direction radiale par rapport à la charge (vers la charge pour une charge négative et dans une direction opposée à la charge pour une charge positive). Ce champ ne peut pas représenter le champ d'une onde électromagnétique émise par la charge puisque le champ d'une onde électromagnétique est dans une direction transversale.

Pour qu'il y ait un champ dans la direction transversale et qu'il y ait une onde électromagnétique émise, la charge doit accélérer.

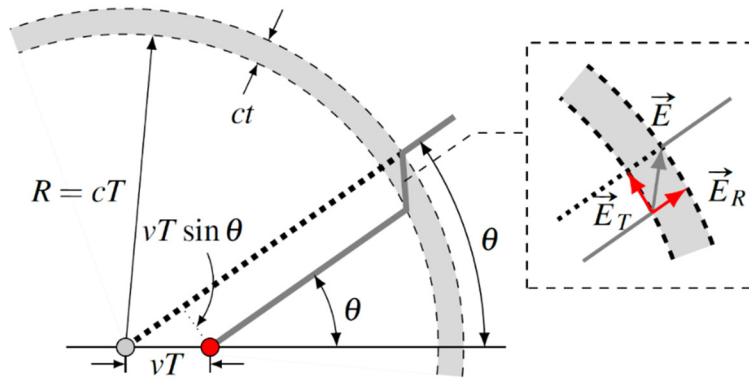
La figure de droite montre le champ d'une charge q qui a accéléré.

Cette charge était initialement immobile, puis a accéléré brièvement vers la droite pour ensuite



se déplacer à vitesse constante. Le temps qu'a pris la charge pour accélérer est t et la vitesse finale est v . L'accélération est donc

$$a = \frac{v}{t}$$



Voici une figure montrant une ligne de champ au temps T après la période d'accélération. On va supposer que $T > t$.

Loin de la charge, les lignes de champ pointent encore vers l'endroit où était la charge initialement. Près de la charge, les lignes de champ pointent maintenant

vers la charge, même si elle se déplace à vitesse constante. Le changement de direction (zone grise) se propage à la vitesse de la lumière et forme une coquille sphérique dont le rayon est cT .

Dans la zone grise, la ligne de champ est dans la direction montrée sur la figure pour relier les lignes de champ à l'intérieur et à l'extérieur de la zone grise. Dans cette région, il y a bel et bien un champ dans la direction transversale (noté E_T). Ce champ est le champ de l'onde électromagnétique. Notre but ici est de trouver ce champ.

Selon la partie de l'image zoomée, on doit avoir

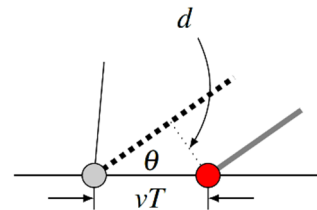
$$\frac{E_T}{E_R} = \frac{d}{ct}$$

Or, cette distance d est

$$\begin{aligned} \frac{d}{vT} &= \sin \theta \\ d &= vT \sin \theta \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} \frac{E_T}{E_R} &= \frac{vT \sin \theta}{ct} \\ &= \frac{atT \sin \theta}{ct} \\ &= \frac{aT \sin \theta}{c} \end{aligned}$$



Puisque le champ radial est le champ fait par la charge

$$E_R = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

on a

$$E_T = \frac{aT \sin \theta}{c} E_R$$

$$E_T = \frac{aT \sin \theta}{c} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

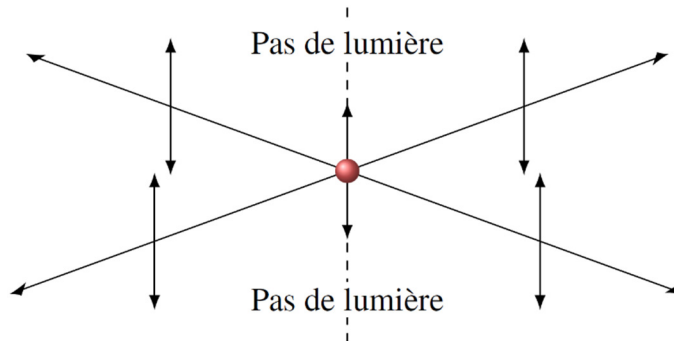
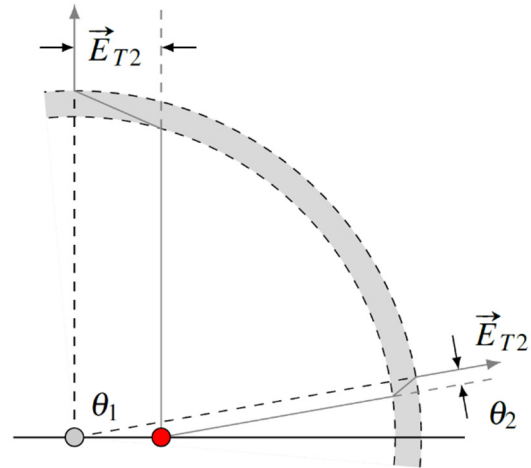
Puisque $R = cT$, on arrive à

$$E_T = \frac{a \frac{R}{c} \sin \theta}{c} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$E_T = \frac{a \sin \theta}{c^2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

C'est le champ électrique de notre onde. Déjà, cette équation nous montre que l'onde n'est pas la même dans toutes les directions. L'onde sera peu intense dans la direction de l'accélération alors qu'elle sera la plus importante dans la direction perpendiculaire à l'accélération. La figure de droite montre effectivement que le champ E_T doit être plus grand à 90° .

De plus, ce champ doit être dans la direction de l'accélération, ce qui signifie que l'onde émise est polarisée. Ceci correspond bien à ce qu'on affirmait dans le chapitre sur la polarisation en optique. Dans ce chapitre, on avait dit qu'une charge en oscillation (donc qui accélère) émet surtout des ondes dans une direction perpendiculaire à l'oscillation et qui est polarisée dans la direction de l'oscillation (pour les ondes émises à 90°).



Comme l'intensité de l'onde est

$$I = \epsilon_0 E^2 c$$

L'intensité de la lumière émise est

Intensité de l'onde électromagnétique émise par une charge qui accélère

$$I = \frac{a^2 q^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 R^2}$$

Comme pour une source isotrope, l'intensité de l'onde diminue avec le carré de la distance. Attention, il ne s'agit pas d'une source isotrope puisque l'énergie est surtout émise perpendiculairement au mouvement d'oscillation.

Si on calcule l'énergie captée par seconde dans toutes les directions et qu'on somme, on va obtenir l'énergie totale émise par seconde par la charge. Ceci correspond à la puissance de la charge. Cette puissance est

Puissance émise par une charge qui accélère sous forme d'onde électromagnétique (Formule de Larmor)

$$P = \frac{a^2 q^2}{6\pi \epsilon_0 c^3}$$

(Ceux qui insistent peuvent voir le calcul ici :

<http://physique.merici.ca/electricite/Ptotchargeaccelere.pdf>)

Exemple E2.7.1

Une charge de 1 mC fait un mouvement circulaire ayant un rayon de 10 cm. Quelle est la puissance émise par la charge si la période de révolution est 1 ms ?

Pour calculer la puissance, on doit connaître l'accélération. L'accélération est

$$\begin{aligned} a &= \frac{4\pi^2 r}{T^2} \\ &= \frac{4\pi^2 \cdot 0,1m}{(0,001s)^2} \\ &= 3,948 \times 10^6 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

La puissance émise est donc

$$\begin{aligned} P &= \frac{a^2 q^2}{6\pi \epsilon_0 c^3} \\ &= \frac{(3,948 \times 10^6 \frac{m}{s^2})^2 \cdot (0,001C)^2}{6\pi \cdot 8,854 \times 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot (3 \times 10^8 \frac{m}{s})^3} \\ &= 3,458 \times 10^{-9} W \end{aligned}$$

Exemple E2.7.2

Une charge de 1 mC fait un mouvement d'oscillation de haut en bas avec une amplitude de 1 cm et une période de 0,1 ms. Quelle est l'intensité moyenne de l'onde électromagnétique à une distance de 10 cm de la charge dans une direction perpendiculaire au mouvement d'oscillation ?

(Rappel : L'accélération pour un mouvement d'oscillation est $a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$.)

L'intensité de l'onde est

$$I = \frac{a^2 q^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 R^2}$$

À $\theta = 90^\circ$, l'intensité devient

$$I = \frac{a^2 q^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 R^2}$$

On a donc

$$I = \frac{A^2 \omega^4 \sin^2(\omega t + \phi) q^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 R^2}$$

L'intensité change en fonction du temps, comme avec une onde sinusoïdale. La valeur moyenne se trouve avec la valeur moyenne du sinus au carré, qui est $\frac{1}{2}$. On a donc

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \frac{A^2 \omega^4 q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 R^2} \\ &= \frac{(0,01m)^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{0,0001s}\right)^4 \cdot (0,001C)^2}{32\pi^2 \cdot 8,854 \times 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot \left(3 \times 10^8 \frac{m}{s}\right)^3 \cdot (0,1m)^2} \\ &= 2,064 \times 10^{-6} \frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Théorème de Gauss

$$\sum EA \cos \theta = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad (\text{sur une surface fermée})$$

ou (équivalent)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Équation de Faraday

$$\sum_{\text{un tour}} E \Delta s \cos \theta = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

ou (équivalent)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

Théorème de Gauss avec le champ magnétique

$$\sum BA \cos \theta = 0 \quad (\text{sur une surface fermée})$$

ou (équivalent)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Équation d'Ampère-Maxwell

$$\sum_{\text{un tour}} B \Delta s \cos \theta = \mu_0 I_{\text{int}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

ou (équivalent)

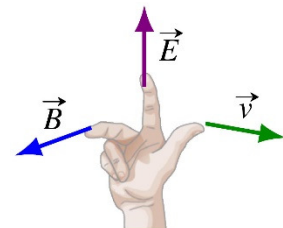
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{int}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

Vitesse de propagation des champs dans le vide (vitesse de la lumière)

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c$$

Direction de propagation d'une onde électromagnétique

Quand on met nos doigts de la main droite dans la direction du champ électrique et qu'on les plie dans la direction du champ magnétique, notre pouce nous donne la direction de propagation de l'onde.

**Lien entre E et B dans une onde électromagnétique**

$$E = Bc$$

Densité d'énergie du champ électrique

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Énergie du champ électrique

$$\begin{aligned}\text{Énergie du champ électrique} &= u_E \times \text{volume} \quad (\vec{E} \text{ uniforme}) \\ &= \int u_E dV \quad (\vec{E} \text{ non uniforme})\end{aligned}$$

Densité d'énergie du champ magnétique

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Énergie du champ magnétique

$$\begin{aligned}\text{Énergie du champ magnétique} &= u_B \times \text{volume} \quad (\vec{B} \text{ uniforme}) \\ &= \int u_B dV \quad (\vec{B} \text{ non uniforme})\end{aligned}$$

Puissance captée

$$P_{\text{captée}} = IA_{\text{capteur}}$$

Intensité lumineuse d'une source isotrope

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Intensité d'une onde électromagnétique sinusoïdale

$$\bar{I} = \frac{c\epsilon_0 E_0^2}{2} = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = c \frac{B_0^2}{2\mu_0}$$

Pression exercée par une onde électromagnétique

$$P = \frac{I}{c}$$

Intensité de l'onde électromagnétique émise par une charge qui accélère

$$I = \frac{a^2 q^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 R^2}$$

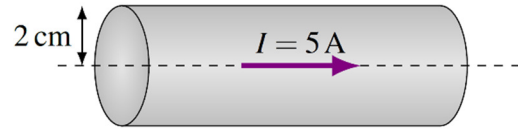
Puissance émise par une charge qui accélère sous forme d'onde électromagnétique

$$P = \frac{a^2 q^2}{6\pi \epsilon_0 c^3}$$

EXERCICES

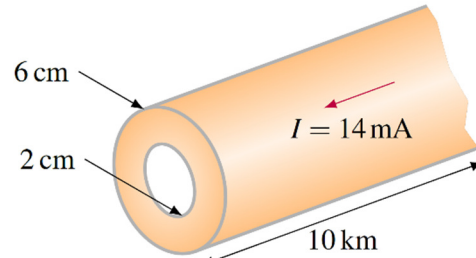
E2.1 Les équations de Maxwell

1. Un courant de 5 A passe dans un fil tel qu'illustré sur la figure. On va supposer que le courant est réparti uniformément dans tout le fil. En utilisant le théorème d'Ampère, trouver la grandeur du champ magnétique à ces deux endroits.



- Quelle est la grandeur du champ magnétique à 1 cm du centre du fil ?
- Quelle est la grandeur du champ magnétique à 10 cm du centre du fil ?

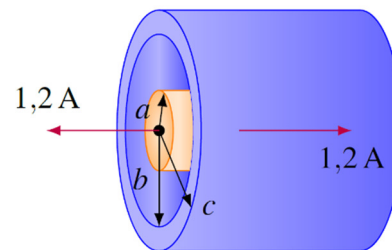
2. Un courant de 14 mA passe dans un tuyau tel qu'illustré sur la figure. On va supposer que le courant est réparti uniformément dans la paroi du tuyau. En utilisant le théorème d'Ampère, trouver la grandeur du champ magnétique à ces trois endroits.



- Quelle est la grandeur du champ magnétique à 1 cm du centre du tuyau ?
- Quelle est la grandeur du champ magnétique à 4 cm du centre du tuyau ?
- Quelle est la grandeur du champ magnétique à 10 cm du centre du tuyau ?

3. Un courant de 1,2 A passe dans un câble coaxial tel qu'illustré sur la figure. On va supposer que le courant est réparti uniformément dans les cylindres formant le câble coaxial. En utilisant le théorème d'Ampère, trouver la grandeur du champ magnétique à ces quatre endroits.

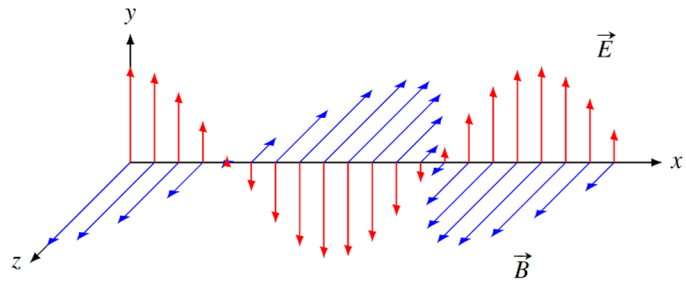
$$a = 2 \text{ cm} \quad b = 4 \text{ cm} \quad c = 6 \text{ cm}$$



- Quelle est la grandeur du champ magnétique à 1 cm du centre du fil ?
- Quelle est la grandeur du champ magnétique à 3 cm du centre du fil ?
- Quelle est la grandeur du champ magnétique à 5 cm du centre du fil ?
- Quelle est la grandeur du champ magnétique à 8 cm du centre du fil ?

E2.3 Les ondes électromagnétiques

4. Voici une onde électromagnétique sinusoïdale.



- Dans quelle direction se propage cette onde électromagnétique ?
 - À un endroit et à un certain moment, le champ électrique de cette onde est de 45 V/m vers le haut. Quelles sont la grandeur et la direction du champ magnétique à cet endroit et à ce moment ?
5. Le champ électrique d'une onde électromagnétique sinusoïdale se dirigeant le long de l'axe des x est donné par la formule suivante.

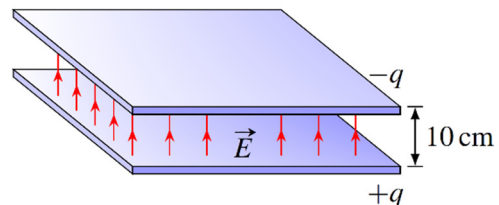
$$E_z = 12 \frac{\text{V}}{\text{m}} \sin\left(\frac{\pi}{50} \frac{\text{rad}}{\text{m}} x + \omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

- Quelle est la valeur de ω ?
- Dans quelle direction va cette onde ?
- Quelle est la formule donnant le champ magnétique en fonction de la position et du temps ? Cette formule est de la forme

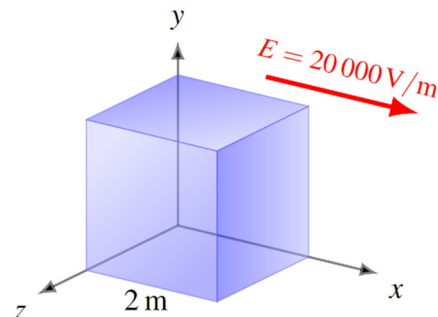
$$B_0 \sin(kx + \omega t + \phi)$$

E2.4 La densité d'énergie des champs

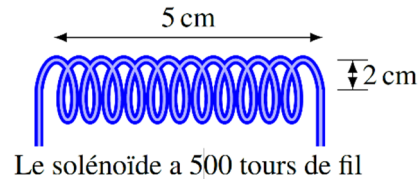
6. La différence de potentiel entre ces deux plaques est de 1000 V. Quelle est la densité d'énergie du champ entre les plaques ?



7. Dans ce cube, il y a un champ électrique uniforme de 20 000 V/m vers la droite. Combien y a-t-il d'énergie sous forme de champ électrique dans ce cube ?



8. Le champ magnétique de la Terre a une intensité de près de 0,5 G près de la surface de la Terre.
- Quelle est la densité d'énergie de ce champ ?
 - Combien y a-t-il d'énergie du champ magnétique dans un volume de 1 km^3 près de la surface de la Terre ?
9. Quel doit être le courant dans ce solénoïde pour que la densité d'énergie du champ magnétique à l'intérieur soit de 1 J/m^3 ?



E2.5 L'intensité des ondes électromagnétiques

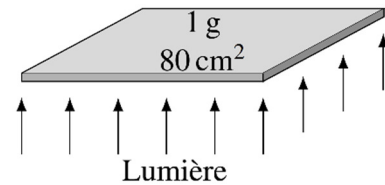
10. Une onde électromagnétique a une intensité de 1000 W/m^2 . Quelles sont les amplitudes du champ électrique et du champ magnétique ?
11. L'amplitude du champ électrique dans une onde électromagnétique est de 25 V/m . On capte cette onde avec un capteur dont l'aire est de 30 m^2 . Combien d'énergie capte-t-on en 5 minutes ?
12. Une source isotrope émet une onde électromagnétique sinusoïdale avec une puissance de 1000 W . Quelles sont les amplitudes du champ électrique et du champ magnétique à 2 km de la source ?
13. L'œil humain détecte les ondes électromagnétiques si l'intensité de l'onde est supérieure à 10^{-10} W/m^2 (pour des longueurs d'onde dans le visible bien sûr).
- Jusqu'à quelle distance peut-on voir une source isotrope ayant une puissance de 50 W ?
 - Quelles sont les amplitudes des champs électrique et magnétique pour une onde à la limite de visibilité ?
14. À 5 m d'une source isotrope, l'amplitude du champ magnétique de l'onde est de $0,001 \text{ G}$. Quelle est la puissance de la source ?
15. La consommation d'électricité des États-Unis est environ de $5 \times 10^{12} \text{ kWh}$ par année. Pour fournir cette énergie, des écologistes proposent d'installer un grand panneau solaire carré dans le désert. Quelle devrait être la longueur de ce panneau

solaire pour qu'il puisse fournir toute l'énergie des États-Unis si ce dernier convertit 20 % de l'énergie solaire reçue en électricité, sachant que l'intensité de la lumière du Soleil est de 1350 W/m^2 ? (En supposant que le Soleil éclaire les panneaux pendant 12 h chaque jour.)

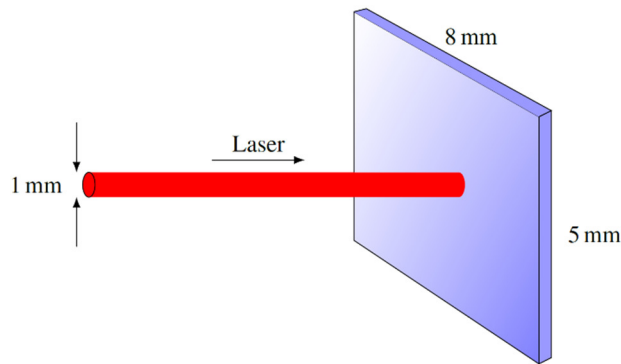
E2.6 La pression de radiation des ondes électromagnétiques

16. Le rayonnement solaire a une intensité de 1350 W/m^2 . Quelle est la force exercée par la pression de radiation sur une surface de 50 m^2 qui absorbe la lumière ?

17. Quelle devrait être l'intensité de la lumière pour qu'on puisse faire léviter cette plaque ?



18. On envoie un laser sur un morceau de bois tel qu'illustré sur la figure. L'intensité de la lumière du laser est de 6000 W/m^2 . Quelle est la force exercée sur la plaque ?



19. Dans sa jeunesse, le Soleil avait une puissance 100 fois supérieure à sa puissance actuelle. La pression de radiation a alors fait le ménage autour du Soleil en poussant les petits grains de poussière autour du Soleil. Pour que le grain de poussière soit ainsi poussé, il faut que la pression de radiation soit supérieure à la force de gravitation exercée par le Soleil. Quelle est la taille maximale des grains de poussière pour lesquels la pression de radiation est supérieure à la force de gravitation ? (Supposez que le grain de poussière est sphérique.)

Utilisez les données suivantes.

Masse du Soleil = $2 \times 10^{30} \text{ kg}$

Densité des grains de poussière = 2000 kg/m^3

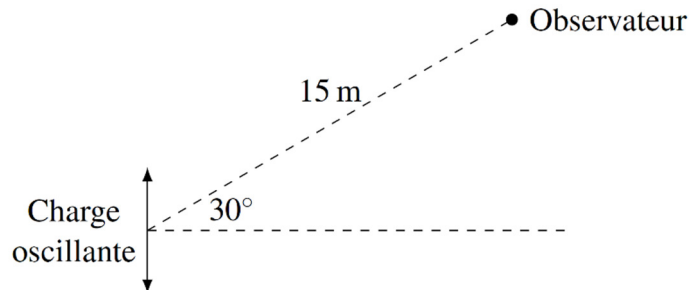
Puissance du Soleil en ce moment = $3,83 \times 10^{26} \text{ W}$

E2.7 Émission d'ondes électromagnétiques par des charges qui accélèrent

20. Un électron est placé dans un champ électrique de 10^6 V/m. L'électron accélère dans ce champ pendant 10 s. Quelle est l'énergie émise par l'électron sous forme d'onde électromagnétique pendant cette accélération (en eV)? (Masse de l'électron = $9,11 \times 10^{-31}$ kg.)

21. Dans la situation montrée sur la figure, quelle est l'intensité moyenne de l'onde électromagnétique reçue par l'observateur si la charge de 0,01 C oscille de façon harmonique avec une amplitude de 1 mm est une période de $1 \mu\text{s}$?

(Rappel : L'accélération pour un mouvement d'oscillation est $a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$.)



22. Quand un électron freine, il émet des ondes électromagnétiques. On appelle cette radiation de freinage par son nom allemand *Bremsstrahlung*. Imaginons ce qui arriverait si un électron frappait directement un noyau atomique pour s'arrêter sur une distance de 0,1 nm. Quelle est l'énergie perdue sous forme d'onde électromagnétique par un électron allant à 10^8 m/s qui freine sur une distance de 0,1 nm (en eV)? (En fait, il faudrait faire une correction relativiste ici, mais on ne la fera pas.) (Masse de l'électron = $9,11 \times 10^{-31}$ kg.)

Défis

23. Après les découvertes de Rutherford montrant qu'il y avait un noyau atomique, il était tentant de faire un modèle atomique simple dans lequel des électrons négatifs étaient en orbite autour d'un noyau positif. La force d'attraction électrique entre l'électron et le noyau serait alors la force centripète. Toutefois, personne ne soutint ce modèle bien longtemps (Rutherford n'affirma jamais que les électrons tournent autour du noyau et évitait cette question.) C'est qu'en tournant autour du noyau, les électrons accélèrent et perdent de l'énergie. Voyons ce que cela signifie pour un électron en orbite autour du noyau. (Masse de l'électron = $9,11 \times 10^{-31}$ kg.)
- Sachant que la force électrique doit être la force centripète, quelle est l'accélération de l'électron autour du noyau si le rayon de son orbite est égal au rayon de Bohr (0,529 nm)?
 - Quelle est l'énergie mécanique de l'électron sur cette orbite?

- c) Quelle est la puissance émise par l'électron à ce moment ?
- d) Combien faudrait-il de temps pour que l'électron frappe le noyau (dont le rayon est environ 10^{-15} m.)

RÉPONSES

E2.1 Les équations de Maxwell

- 1. a) $25 \mu\text{T}$ b) $10 \mu\text{T}$
- 2. a) 0 T b) $2,625 \times 10^{-8} \text{ T}$ c) $2,8 \times 10^{-8} \text{ T}$
- 3. a) $6 \mu\text{T}$ b) $8 \mu\text{T}$ c) $2,64 \mu\text{T}$ d) $0 \mu\text{T}$

E2.3 Les ondes électromagnétiques

- 4. a) vers la droite b) $1,5 \times 10^{-7} \text{ T}$ vers les z positifs
- 5. a) $1,885 \times 10^7 \text{ rad/s}$ b) vers la gauche
- c) $B_y = 4 \times 10^{-8} \text{ T} \sin\left(\frac{\pi}{50} \frac{\text{rad}}{\text{m}} x + 1,885 \times 10^7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$

E2.4 La densité d'énergie des champs

- 6. $4,427 \times 10^{-4} \text{ J/m}^3$
- 7. $0,01417 \text{ J}$
- 8. a) $9,947 \times 10^{-4} \text{ J/m}^3$ b) 994 J
- 9. $0,1262 \text{ A}$

E2.5 L'intensité des ondes électromagnétiques

- 10. $E_0 = 867,7 \text{ V/m}$ $B_0 = 2,892 \times 10^{-6} \text{ T}$
- 11. 7471 J
- 12. $E_0 = 0,1224 \text{ V/m}$ $B_0 = 4,080 \times 10^{-10} \text{ T}$
- 13. A) $199,5 \text{ km}$ b) $E_0 = 2,744 \times 10^{-4} \text{ V/m}$ $B_0 = 9,147 \times 10^{-13} \text{ T}$
- 14. 375 W
- 15. 65 km

E2.6 La pression de radiation des ondes électromagnétiques

- 16. $2,25 \times 10^{-4} \text{ N}$
- 17. $3,675 \times 10^8 \text{ W/m}^2$
- 18. $1,571 \times 10^{-11} \text{ N}$
- 19. Tous les grains de poussière dont le rayon était inférieur à $28,54 \mu\text{m}$ furent éliminés du système solaire par la pression de radiation.

E2.7 Émission d'ondes électromagnétiques par des charges qui accélèrent

20. 10,99 eV

21. $6,881 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$

22. 0,1778 eV

Défis

23. a) $9,06 \times 10^{22} \text{ m/s}^2$ b) $-2,183 \times 10^{-18} \text{ J}$ c) $4,674 \times 10^{-8} \text{ W}$ d) $1,55 \times 10^{-11} \text{ s}$