

Solutionnaire du chapitre 4

1. Le courant moyen est

$$\begin{aligned} I &= \frac{Q}{\Delta t} \\ &= \frac{30C}{5s} \\ &= 6A \end{aligned}$$

2. On a

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= I \\ \frac{dQ}{dt} &= 3 \frac{A}{s^2} \cdot t^2 + 8 \frac{A}{s} \cdot t + 2A \\ dQ &= \left(3 \frac{A}{s^2} \cdot t^2 + 8 \frac{A}{s} \cdot t + 2A \right) dt \\ Q &= \int_{0s}^{5s} \left(3 \frac{A}{s^2} \cdot t^2 + 8 \frac{A}{s} \cdot t + 2A \right) dt \\ Q &= \left[1 \frac{A}{s^2} \cdot t^3 + 4 \frac{A}{s} \cdot t^2 + 2A \cdot t \right]_{0s}^{5s} \\ Q &= \left[1 \frac{A}{s^2} \cdot (5s)^3 + 4 \frac{A}{s} \cdot (5s)^2 + 2A \cdot 5s \right] - [0] \\ Q &= 235C \end{aligned}$$

3. On a

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

La charge qui entre dans le fil en 1 seconde est

$$\begin{aligned} 10A &= \frac{Q}{1s} \\ Q &= 10C \end{aligned}$$

Le nombre d'électrons que représente cette charge est

$$Q = Ne$$

$$10C = N \cdot 1,602 \times 10^{-19} C$$

$$N = 6,242 \times 10^{19}$$

4. On a

$$I = n_e e v_d A$$

$$5A = 2 \times 10^{28} m^{-3} \cdot 1,602 \times 10^{-19} C \cdot v_d \cdot \pi (0,001m)^2$$

$$v_d = 4,967 \times 10^{-4} \frac{m}{s}$$

5. a) Trouvons premièrement la densité d'électron libre de l'aluminium.

$$\begin{aligned} n_e &= \text{valence} \cdot \frac{\rho N_A}{\mu} \\ &= 3 \cdot \frac{2699 \frac{kg}{m^3} \cdot 6,02 \times 10^{23}}{0,026982 \frac{kg}{mol}} \\ &= 1,807 \times 10^{29} m^{-3} \end{aligned}$$

La vitesse de dérive est donc

$$I = n_e e v_d A$$

$$0,05A = 1,807 \times 10^{29} m^{-3} \cdot 1,602 \times 10^{-19} C \cdot v_d \cdot \pi (0,0005m)^2$$

$$v_d = 2,199 \times 10^{-6} \frac{m}{s}$$

b) Le temps est

$$\begin{aligned} t &= \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} \\ &= \frac{5m}{2,199 \times 10^{-6} \frac{m}{s}} \\ &= 2,274 \times 10^6 s \\ &= 26 \text{ jours } 7 \text{ heures } 40 \text{ minutes } 56 \text{ secondes} \end{aligned}$$

6. Si le fil a une longueur ℓ , le temps est

$$t = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$$

$$= \frac{\ell}{v_d}$$

La vitesse de dérive se trouve avec la formule suivante.

$$I = n_e e v_d A$$

$$v_d = \frac{I}{n_e e A}$$

Le temps est donc

$$t = \frac{\ell}{v_d}$$

$$= \frac{\ell n_e e A}{I}$$

Or, le volume du cylindre est $Vol = A\ell$. On a donc

$$t = \frac{n_e e (vol)}{I}$$

Il y a un lien entre le volume du cylindre et la masse volumique ρ . Ce lien est

$$\rho = \frac{m}{vol}$$

Cela signifie que le volume est

$$vol = \frac{m}{\rho}$$

Le temps devient donc

$$t = \frac{n_e e (vol)}{I}$$

$$= \frac{n_e e m}{I \rho}$$

Finalement, la densité d'électron libre est

$$n_e = \text{valence} \cdot \frac{\rho N_A}{\mu}$$

Le temps est donc

$$\begin{aligned} t &= \text{valence} \cdot \frac{\rho N_A}{\mu} \frac{em}{I\rho} \\ &= \text{valence} \cdot \frac{N_A}{\mu} \frac{em}{I} \end{aligned}$$

En utilisant les valeurs, on obtient

$$\begin{aligned} t &= \text{valence} \cdot \frac{N_A}{\mu} \frac{em}{I} \\ &= 3 \cdot \frac{6,02 \times 10^{23}}{0,026982 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} \cdot \frac{1,602 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,004 \text{ kg}}{8 \text{ A}} \\ &= 5361 \text{ s} \end{aligned}$$

7. Le champ électrique est

$$\begin{aligned} E &= \frac{\Delta V}{\ell} \\ &= \frac{40 \text{ V}}{10 \text{ m}} \\ &= 4 \frac{\text{V}}{\text{m}} \end{aligned}$$

8. La résistance est

$$\begin{aligned} \Delta V &= RI \\ 100 \text{ V} &= R \cdot 0,05 \text{ A} \\ R &= 2000 \Omega \end{aligned}$$

9. a) La résistance est

$$\begin{aligned}
 R &= \rho \frac{\ell}{A} \\
 &= 1,678 \times 10^{-8} \Omega m \frac{8m}{\pi (0,0005m)^2} \\
 &= 0,1709 \Omega
 \end{aligned}$$

b) Le courant est

$$\begin{aligned}
 \Delta V &= RI \\
 50V &= 0,1709 \Omega \cdot I \\
 I &= 292,5 A
 \end{aligned}$$

10. Si les fils ont la même résistance, alors on a

$$\begin{aligned}
 R_1 &= R_2 \\
 \rho_{Cu} \frac{\ell_1}{A_1} &= \rho_{Al} \frac{\ell_2}{A_2} \\
 1,678 \times 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{10m}{\pi \cdot (0,001m)^2} &= 2,650 \times 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{50m}{\pi r_2^2} \\
 1,678 \cdot \frac{10}{(0,001m)^2} &= 2,650 \cdot \frac{50}{r_2^2} \\
 r_2 &= 2,81 \times 10^{-3} m \\
 r_2 &= 2,81 mm \\
 d_2 &= 2 \cdot 2,81 mm \\
 d_2 &= 5,62 mm
 \end{aligned}$$

11. On a

$$\begin{aligned}
 R &= \rho \frac{\ell}{A} \\
 559 \Omega &= \rho \cdot \frac{100m}{\pi \cdot (0,00005m)^2} \\
 \rho &= 4,39 \times 10^{-8} \Omega m
 \end{aligned}$$

Selon le tableau, ce fil est fait de magnésium.

12. Trouvons la résistivité avec les données du premier fil.

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

$$5\Omega = \rho \cdot \frac{40m}{\pi \cdot (0,0005m)^2}$$

$$\rho = 9,817 \times 10^{-8} \Omega m$$

La résistance du deuxième fil est donc

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

$$= 9,817 \times 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{60m}{\pi \cdot (0,0001m)^2}$$

$$= 187,5\Omega$$

13. La résistance est

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

$$= 20,8 \times 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{0,1m}{0,03m \cdot 0,04m}$$

$$= 1,733 \times 10^{-5} \Omega$$

14. L'aire du bout de cet objet consiste en la moitié de l'aire d'un cercle de 20 cm de rayon à laquelle on soustrait la moitié de l'aire d'un cercle de 18 cm de rayon.

$$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (0,2m)^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (0,18m)^2$$

$$= 0,01194m^2$$

La résistance est donc

$$\begin{aligned}
 R &= \rho \frac{\ell}{A} \\
 &= 10,5 \times 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{1m}{0,01194m^2} \\
 &= 8,795 \times 10^{-6} \Omega
 \end{aligned}$$

15. La puissance est

$$\begin{aligned}
 P &= RI^2 \\
 &= 100\Omega \cdot (8A)^2 \\
 &= 6400W
 \end{aligned}$$

16. La résistance du fil est

$$\begin{aligned}
 R &= \rho \frac{\ell}{A} \\
 &= 1,678 \times 10^{-8} \Omega m \cdot \frac{10m}{\pi \cdot (0,0001m)^2} \\
 &= 5,341\Omega
 \end{aligned}$$

La puissance dissipée est donc

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{\Delta V^2}{R} \\
 &= \frac{(120V)^2}{5,341\Omega} \\
 &= 2696W
 \end{aligned}$$

17. La puissance dissipée en chaleur est

$$\begin{aligned}
 P &= RI^2 \\
 &= 250\Omega \cdot (4A)^2 \\
 &= 4000W
 \end{aligned}$$

L'énergie nécessaire pour chauffer l'eau est

$$E = 4190 \frac{J}{^{\circ}C} \cdot 2,5l \cdot 60^{\circ}C$$

$$= 628\,500J$$

Le temps est donc

$$E = P\Delta t$$

$$628\,500J = 4000W \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = 157,1s$$

18. La résistance est

$$R = R_0 (1 + \alpha(T - T_0))$$

$$= 10\Omega \cdot (1 + 0,0039^{\circ}C^{-1} \cdot (80^{\circ}C - 20^{\circ}C))$$

$$= 12,34\Omega$$

19. On a

$$R = R_0 (1 + \alpha(T - T_0))$$

$$18,2\Omega = 20\Omega \cdot (1 + 0,0045^{\circ}C^{-1} \cdot (T - 30^{\circ}C))$$

$$T = 10^{\circ}C$$

20. Trouvons la valeur de α avec les données à $0^{\circ}C$ et $40^{\circ}C$. On a

$$R = R_0 (1 + \alpha(T - T_0))$$

$$12\Omega = 10\Omega \cdot (1 + \alpha \cdot (40^{\circ}C - 0^{\circ}C))$$

$$\alpha = 0,005K^{-1}$$

On peut maintenant trouver la résistance à $100^{\circ}C$.

$$R = R_0 (1 + \alpha(T - T_0))$$

$$= 10\Omega \cdot (1 + 0,005^{\circ}C^{-1} \cdot (100^{\circ}C - 0^{\circ}C))$$

$$= 15\Omega$$

21. À $20^{\circ}C$, on a

$$P_0 = \frac{\Delta V^2}{R_0}$$

À la nouvelle température, on a

$$P = \frac{\Delta V^2}{R}$$

Puisqu'on veut que $P = 1,25 P_0$, on a

$$\begin{aligned} P &= 1,25 P_0 \\ \frac{\Delta V^2}{R} &= 1,25 \frac{\Delta V^2}{R_0} \\ \frac{1}{R} &= 1,25 \frac{1}{R_0} \\ R_0 &= 1,25 R \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} R &= R_0 (1 + \alpha(T - T_0)) \\ R &= 1,25 R \cdot (1 + 0,0050^\circ\text{C}^{-1} \cdot (T - 20^\circ\text{C})) \\ 1 &= 1,25 \cdot (1 + 0,0050^\circ\text{C}^{-1} \cdot (T - 20^\circ\text{C})) \\ T &= -20^\circ\text{C} \end{aligned}$$

22. a) La puissance de la source est

$$\begin{aligned} P &= I\mathcal{E} \\ &= 6\text{A} \cdot 24\text{V} \\ &= 144\text{W} \end{aligned}$$

b) La charge qui est passée par la source est

$$\begin{aligned} Q &= I\Delta t \\ &= 6\text{A} \cdot 120\text{s} \\ &= 720\text{C} \end{aligned}$$

L'énergie fournie par la source est donc

$$\begin{aligned}
 E &= Q\mathcal{E} \\
 &= 720C \cdot 24V \\
 &= 17\,280J
 \end{aligned}$$

On aurait aussi pu trouver cette énergie avec

$$\begin{aligned}
 E &= P\Delta t \\
 &= 144W \cdot 120s \\
 &= 17\,280J
 \end{aligned}$$

23. On a

$$\begin{aligned}
 Q &= I\Delta t \\
 0,75Ah &= 50 \times 10^{-3} A \cdot \Delta t \\
 \Delta t &= 15h
 \end{aligned}$$

24. Le courant est

$$\begin{aligned}
 P &= I \cdot \Delta V \\
 60W &= I \cdot 12V \\
 I &= 5A
 \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}
 Q &= I\Delta t \\
 50Ah &= 5A \cdot \Delta t \\
 \Delta t &= 10h
 \end{aligned}$$

25. La puissance fournie par la borne est

$$\begin{aligned}
 P &= I\Delta V \\
 &= 30A \cdot 240V \\
 &= 7200W
 \end{aligned}$$

Le temps de recharge est donc

$$E = P\Delta t$$

$$60kWh = 7,2kW \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = 8,33h$$

26. On va séparer cet objet en petites tranches verticales minces. Chacune de ces tranches est un petit disque d'épaisseur dx et de rayon r . Puisque le courant se déplace dans le sens de l'épaisseur, la résistance de chaque tranche est

$$dR = \rho \frac{dx}{A}$$

$$dR = \rho \frac{dx}{\pi r^2}$$

Tous ces disques sont en série. On trouve la résistance totale en additionnant les résistances de tous les disques. On a alors

$$R = \int \rho \frac{dx}{\pi r^2}$$

Pour faire l'intégrale, on doit savoir comment change le rayon en fonction de x . Ce rayon change de façon linéaire, ce qui signifie qu'on a $r = mx + b$. On va faire l'intégrale et on trouvera les valeurs de m et b plus tard. On va travailler avec un $x = 0$ vis-à-vis du côté gauche de l'objet. On a donc

$$\begin{aligned}
R &= \int_0^L \rho \frac{dx}{\pi r^2} \\
&= \int_0^L \rho \frac{dx}{\pi (mx+b)^2} \\
&= \frac{\rho}{\pi} \int_0^L \frac{dx}{(mx+b)^2} \\
&= \frac{\rho}{\pi} \left[-\frac{1}{m(mx+b)} \right]_0^L \\
&= \frac{\rho}{\pi} \left[-\frac{1}{m(mL+b)} - -\frac{1}{m(0+b)} \right] \\
&= \frac{\rho}{\pi m} \left[-\frac{1}{(mL+b)} + \frac{1}{b} \right] \\
&= \frac{\rho}{\pi m} \left[-\frac{b}{b(mL+b)} + \frac{mL+b}{b(mL+b)} \right] \\
&= \frac{\rho}{\pi m} \left[\frac{-b+mL+b}{b(mL+b)} \right] \\
&= \frac{\rho}{\pi m} \frac{mL}{b(mL+b)} \\
&= \frac{\rho}{\pi} \frac{L}{b(mL+b)}
\end{aligned}$$

Reste à trouver les valeurs de m et b . On sait alors le rayon à deux endroits.

$$r = r_1 \text{ à } x = 0$$

$$r = r_2 \text{ à } x = L$$

Comme le rayon change de façon linéaire, on doit avoir $r = mx + b$. Avec la première valeur, on trouve

$$r = mx + b$$

$$r_1 = m \cdot 0 + b$$

$$r_1 = b$$

Avec la 2^e valeur, on trouve

$$r = mx + b$$

$$r_2 = mL + b$$

En utilisant ces 2 valeurs, on a

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho}{\pi} \frac{L}{b(mL + b)} \\ &= \frac{\rho}{\pi} \frac{L}{r_1 r_2} \end{aligned}$$