Solutionnaire du chapitre 1

1. La force est

$$
\begin{aligned}
F &= k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \\
&= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{\left|1,602\times10^{-19}C\cdot\left(-1,602\times10^{-19}C\right)\right|}{\left(2,82\times10^{-10}m\right)^2} \\
&= 2,904\times10^{-9}N
\end{aligned}
$$

2. On trouve la distance avec la formule de la force

$$
\begin{aligned}
F &= k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \\
10N &= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{\left|5\times10^{-6}C\cdot\left(-10\times10^{-6}C\right)\right|}{r^2} \\
r &= 0,2121m
\end{aligned}
$$

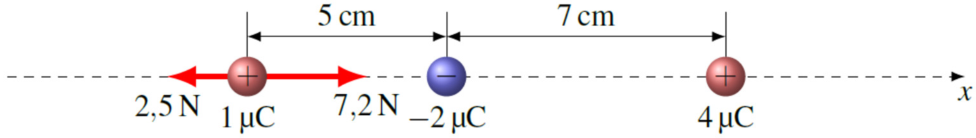
3. a) La grandeur de la force faite par la charge de -2 µC est

$$
\begin{aligned}
F &= k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \\
&= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{\left|1\times10^{-6}C\cdot\left(-2\times10^{-6}C\right)\right|}{\left(0,05m\right)^2} \\
&= 7,2N
\end{aligned}
$$

La grandeur de la force faite par la charge de 4 µC est

$$
\begin{aligned}
F &= k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \\
&= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{\left|1\times10^{-6}C\cdot 4\times10^{-6}C\right|}{\left(0,12m\right)^2} \\
&= 2,5N
\end{aligned}
$$

Comme la force faite par la charge de -2 µC est attractive et que celle faite par la charge de 4 µC est répulsive, on a la situation suivante.



En utilisant un axe positif vers la droite, la force nette est

$$\begin{aligned} F_{nette} &= 7,2N - 2,5N \\ &= 4,7N \end{aligned}$$

La force nette est donc de 4,7 N vers la droite.

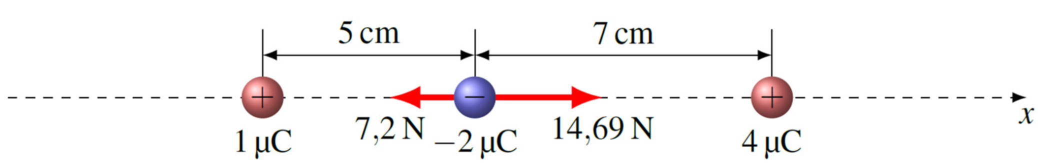
b) La grandeur de la force faite par la charge de 1 µC est

$$\begin{aligned} F &= k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \\ &= 9\times 10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{\left|1\times 10^{-6} C \cdot \left(-2\times 10^{-6} C\right)\right|}{\left(0,05m\right)^2} \\ &= 7,2N \end{aligned}$$

La grandeur de la force faite par la charge de 4 µC est

$$\begin{aligned} F &= k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \\ &= 9\times 10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{\left|\left(-2\times 10^{-6} C\right) \cdot 4\times 10^{-6} C\right|}{\left(0,07m\right)^2} \\ &= 14,69N \end{aligned}$$

Comme la force faite par la charge de 1 µC est attractive et que celle faite par la charge de 4 µC est attractive, on a la situation suivante.



En utilisant un axe positif vers la droite, la force nette est

$$\begin{aligned} F_{nette} &= 14,69N - 7,2N \\ &= 7,49N \end{aligned}$$

La force nette est donc de 7,49 N vers la droite.

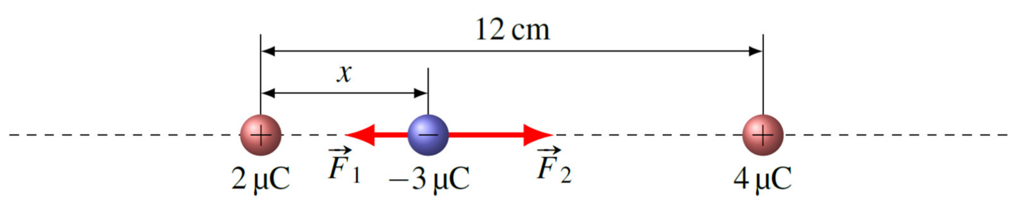
4. La grandeur de la force faite par la charge de 2 µC est

$$\begin{aligned} F_1 &= k\frac{|q_1q_2|}{r^2} \\ &= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{\left|2\times10^{-6}C\cdot\left(-3\times10^{-6}C\right)\right|}{\left(x-0\right)^2} \\ &= \frac{0,054Nm^2}{x^2} \end{aligned}$$

La grandeur de la force faite par la charge de 4 µC est

$$\begin{aligned} F_2 &= k\frac{|q_1q_2|}{r^2} \\ &= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{\left|\left(-3\times10^{-6}C\right)\cdot4\times10^{-6}C\right|}{\left(0,12m-x\right)^2} \\ &= \frac{0,108Nm^2}{\left(0,12m-x\right)^2} \end{aligned}$$

Comme la force faite par la charge de 2 µC est attractive et que celle faite par la charge de 4 µC est attractive, on a la situation suivante.



En utilisant un axe positif vers la droite, la force nette est

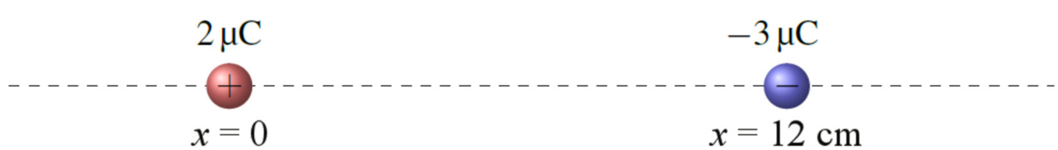
$$\begin{aligned} F_{nette} &= -F_1 + F_2 \\ &= -\frac{0,054Nm²}{x^2} + \frac{0,108Nm²}{(0,12m - x)^2} \end{aligned}$$

Si on veut que la force soit nulle, on doit avoir

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{0,054Nm²}{x^2} + \frac{0,108Nm²}{(0,12m - x)^2} \\ \frac{0,054Nm²}{x^2} &= \frac{0,108Nm²}{(0,12m - x)^2} \\ \frac{1}{x^2} &= \frac{2}{(0,12m - x)^2} \\ (0,12m - x)^2 &= 2x^2 \\ 0,0144m² - 0,24m \cdot x + x^2 &= 2x^2 \\ 0 &= x^2 + 0,24m \cdot x - 0,0144m² \end{aligned}$$

La solution de cette équation quadratique est x = 0,0497 m = 4,97 cm. (Il y a une autre solution x = -0,2897 m, mais cette solution n'est pas valide ici. À cette position, les deux forces sont égales, mais dans la même direction.)

5. On va mettre notre x = 0 à la position de la charge de 2 μC. La position de la charge de -3 μC est donc x = 0,12 m.



Si la position de la charge q qu'on place est x, on a

$$\begin{aligned} F_1 &= k\frac{|q_1 q_3|}{r^2} \\ &= 9\times10^9 \tfrac{Nm²}{C²} \cdot \frac{|2\times10^{-6}C \cdot q_3|}{(x-0)^2} \\ &= 9\times10^9 \tfrac{Nm²}{C²} \cdot \frac{|2\times10^{-6}C| \cdot |q_3|}{x^2} \\ &= \frac{18000 \tfrac{Nm²}{C} \cdot |q_3|}{x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F_2 &= k\frac{|q_2 q_3|}{r^2}\\ &= 9\times10^9\,\tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{\left|-3\times10^{-6}C\cdot q_3\right|}{(0{,}12m-x)^2}\\ &= 9\times10^9\,\tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{\left|-3\times10^{-6}C\right|\cdot|q_3|}{(0{,}12m-x)^2}\\ &= \frac{27\,000\,\tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot|q_3|}{(0{,}12m-x)^2}\end{aligned}$$

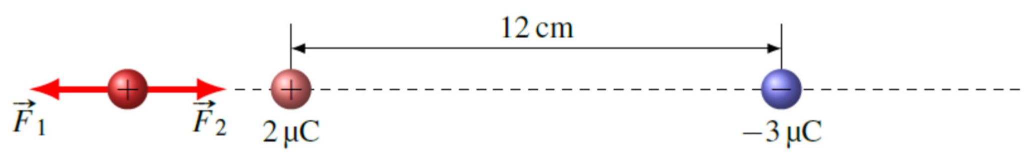
Si la force nette est nulle, c'est que les deux forces sont de même grandeur. On a donc

$$\begin{gathered}F_1 = F_2\\ \frac{18000\,\tfrac{Nm^2}{C}\cdot|q_3|}{x^2} = \frac{27\,000\,\tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot|q_3|}{(0{,}12m-x)^2}\\ \frac{2}{x^2} = \frac{3}{(0{,}12m-x)^2}\\ 2\cdot(0{,}12m-x)^2 = 3x^2\\ 0{,}0288m^2 - 0{,}48m\cdot x + 2x^2 = 3x^2\\ 0 = x^2 + 0{,}48m\cdot x - 0{,}0288m^2\end{gathered}$$

La solution de cette équation sont x = -0,5339 m et x = 0,0539 m.

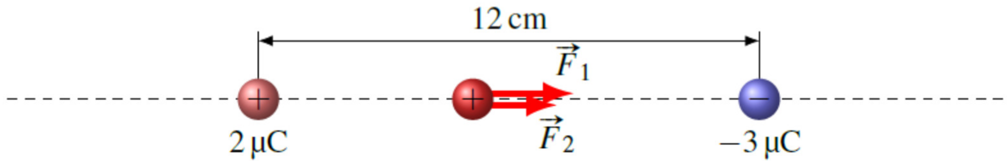
Examinons la direction des forces pour ces 2 solutions.

Supposons que q est positive. Voici les directions des forces si on place cette charge à x = -0,5229 m (F_1 est la force faite par la charge de 2 μC et F_2 est la force faite par la charge de -3 μC).



Comme les forces sont dans des directions opposées, elles s'annulent et la force nette est nulle. C'est donc une solution acceptable.

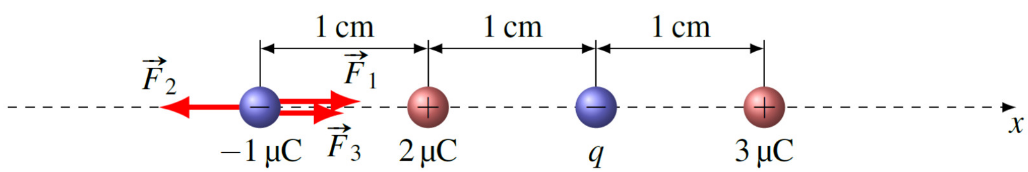
Voici les directions des forces si on place la charge à x = 0,0539 m (F_1 est la force faite par la charge de 2 μC et F_2 est la force faite par la charge de -3 μC).



Comme les forces sont dans la même direction, il est impossible que la force nette soit nulle dans cette région. Ce n'est donc pas une solution acceptable.

La seule solution acceptable est donc x = -0,5339 m. On doit donc placer la charge à 53,39 cm à gauche de la charge de 2 μC.

6. On va appeler F_1 la force faite par la charge de 2 μC, F_2 la force faite par la charge négative inconnue et F_3 la force faite par la charge de 3 μC. On a donc



Si la force est nulle, on doit avoir (en utilisant un axe positif vers la droite)

$$0 = F_1 - F_2 + F_3$$

$$0 = k\frac{\left|-1\times10^{-6}C\cdot 2\times10^{-6}C\right|}{(0,01m)^2} - k\frac{\left|-1\times10^{-6}C\cdot q\right|}{(0,02m)^2} + k\frac{\left|-1\times10^{-6}C\cdot 3\times10^{-6}C\right|}{(0,03m)^2}$$

$$0 = \frac{\left|-1\times10^{-6}C\right|\cdot\left|2\times10^{-6}C\right|}{(0,01m)^2} - \frac{\left|-1\times10^{-6}C\right|\cdot|q|}{(0,02m)^2} + \frac{\left|-1\times10^{-6}C\right|\cdot\left|3\times10^{-6}C\right|}{(0,03m)^2}$$

$$0 = \frac{2\times10^{-6}C}{(0,01m)^2} - \frac{|q|}{(0,02m)^2} + \frac{3\times10^{-6}C}{(0,03m)^2}$$

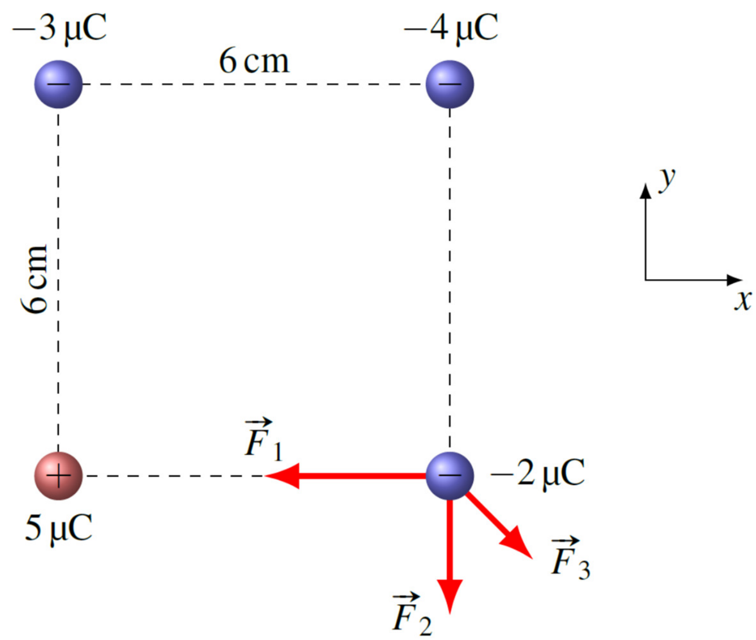
$$0 = 0,02\tfrac{C}{m^2} - \frac{|q|}{(0,02m)^2} + 0,00333\tfrac{C}{m^2}$$

$$\frac{|q|}{(0,02m)^2} = 0,02333\tfrac{C}{m^2}$$

$$|q| = 9,333\times10^{-6}C$$

La charge inconnue est donc une charge de -9,333 μC.

7. On va appeler F_1 la force faite par la charge de 5 μC, F_2 la force faite par la charge de -4 μC et F_3 la force faite par la charge de -3 μC. On a donc



La grandeur de chaque force est

$$F_1 = k\frac{|q_1 q_4|}{r^2}$$
$$= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{|5\times10^{-6}C\cdot -2\times10^{-6}C|}{(0,06m)^2}$$
$$= 25N$$

$$F_2 = k\frac{|q_2 q_4|}{r^2}$$
$$= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{|-4\times10^{-6}C\cdot -2\times10^{-6}C|}{(0,06m)^2}$$
$$= 20N$$

Pour F_3, la distance est la diagonale du carré. On a donc

$$r^2 = (0,06\text{ m})^2 + (0,06\text{ m})^2 = 0,0072\text{ m}^2$$

Ainsi, la grandeur de la force est

$$\begin{aligned} F_3 &= k\frac{|q_3 q_4|}{r^2} \\ &= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{|-3\times10^{-6}C\cdot -2\times10^{-6}C|}{0,0072m^2} \\ &= 7,5N \end{aligned}$$

Avec un axe des *x* vers la droite et un axe des *y* vers le haut, les composantes de ces forces sont

$$F_{1x} = -25N \qquad F_{1y} = 0N$$

$$F_{2x} = 0N \qquad F_{2y} = -20N$$

$$\begin{aligned} F_{3x} &= 7,5N\cdot\cos(-45°) \\ &= 5,303N \end{aligned} \qquad \begin{aligned} F_{3x} &= 7,5N\cdot\sin(-45°) \\ &= -5,303N \end{aligned}$$

Les composantes de la force nette sont donc

$$\begin{aligned} F_x &= -25N + 0N + 5,303N = -19,697N \\ F_y &= 0N + -20N - 5,303N = -25,303N \end{aligned}$$

La grandeur de la force est donc

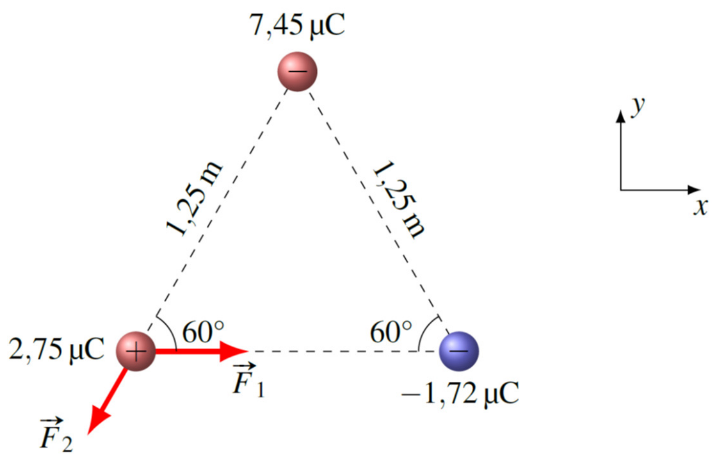
$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ &= \sqrt{(-19,697N)^2 + (-25,303N)} \\ &= 32,07N \end{aligned}$$

et la direction de la force est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\frac{F_y}{F_x} \\ &= \arctan\frac{-25,303N}{-19,697N} \\ &= -127,9° \end{aligned}$$

(ou 232,1°, c'est la même chose.)

8. On va appeler F_1 la force faite par la charge de -1,72 µC et F_2 la force faite par la charge de 7,45 µC. On a donc



La grandeur de chaque force est

$$\begin{aligned} F_1 &= k\frac{|q_1 q_3|}{r^2} \\ &= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{|-1,72\times10^{-6}C\cdot 2,75\times10^{-6}C|}{(1,25m)^2} \\ &= 0,0272448N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 &= k\frac{|q_2 q_3|}{r^2} \\ &= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{|7,45\times10^{-6}C\cdot 2,75\times10^{-6}C|}{(1,25m)^2} \\ &= 0,118008N \end{aligned}$$

Avec un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut, les composantes de ces forces sont

$$F_{1x} = 0,0272448N \qquad F_{1y} = 0N$$

$$\begin{aligned} F_{2x} &= 0,118008N\cdot\cos(-120°) \\ &= -0,059004N \end{aligned} \qquad \begin{aligned} F_{2x} &= 0,118008N\cdot\sin(-120°) \\ &= -0,102198N \end{aligned}$$

Les composantes de la force nette sont donc

$$F_x = 0,0272448N + -0,059004N = -0,0317592N$$
$$F_y = 0N + -0,102198N = -0,102198N$$

La grandeur de la force est donc

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ &= \sqrt{(-0,0317592N)^2 + (-0,102198N)^2} \\ &= 0,10702N \end{aligned}$$

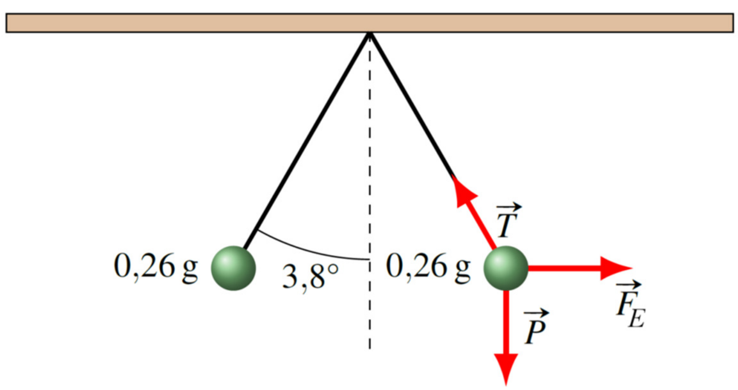
et la direction de la force est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\frac{F_y}{F_x} \\ &= \arctan\frac{-0,102198N}{-0,0317592N} \\ &= -107,3° \end{aligned}$$

(ou 252,7°, c'est la même chose)

9. Les forces sur la boule de droite sont :

1) La force de gravitation ($P = mg$).
2) La tension de la corde (T).
3) La force de répulsion électrique entre les deux balles (F_E).



Si la somme des forces sur la boule est nulle, on a

$$\sum F_x = 0$$
$$\rightarrow F_E + T\cos(93{,}8°) = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\rightarrow -mg + T\sin(93{,}8°) = 0$$

La deuxième équation nous permet de trouver la tension.

$$-mg + T\sin(93{,}8°) = 0$$
$$-0{,}00026kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} + T\sin(93{,}8°) = 0$$
$$T = 0{,}0025536N$$

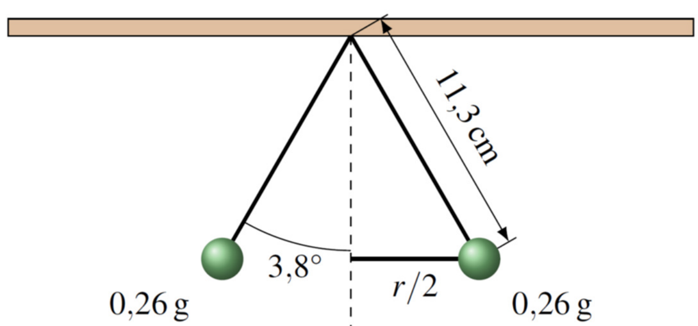
On peut ensuite utiliser cette valeur de la tension dans la somme des forces en x pour trouver la force électrique.

$$F_E + T\cos(93{,}8°) = 0$$
$$F_E + 0{,}0025536N \cdot \cos(93{,}8°) = 0$$
$$F_E = 1{,}69238 \times 10^{-4} N$$

On peut ensuite trouver la charge avec

$$F_E = k\frac{Q^2}{r^2}$$
$$1{,}69238 \times 10^{-4} N = 9 \times 10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{Q^2}{r^2}$$

Pour trouver Q, il nous faudra toutefois la distance entre les deux charges. On trouve premièrement $r/2$ avec le triangle suivant.



On a donc

$$\frac{r/2}{11,3cm} = \sin 3,8°$$
$$r = 1,4978cm$$

Cela nous amène à

$$F_E = k\frac{Q^2}{r^2}$$
$$1,69238\times10^{-4}N = 9\times10^9 \tfrac{Nm²}{C²}\cdot\frac{Q^2}{(0,014978m)^2}$$
$$Q = \pm 2,054\times10^{-9}C$$
$$Q = \pm 2,054nC$$

10. On a

$$F_{12} = k\frac{|q_1q_2|}{r_{12}^2}$$
$$18N = 9\times10^9 \tfrac{Nm²}{C²}\cdot\frac{|q_1q_2|}{(0,5m)^2}$$
$$|q_1q_2| = 5\times10^{-10}C^2$$

Comme la charge 1 est positive et la charge 2 est négative, on doit avoir

$$q_1q_2 = -5\times10^{-10}C^2$$

On a ensuite

$$F_{13} = k\frac{|q_1q_3|}{r_{13}^2}$$
$$45N = 9\times10^9 \tfrac{Nm²}{C²}\cdot\frac{|q_1q_3|}{(0,5m)^2}$$
$$|q_1q_3| = 12,5\times10^{-10}C^2$$

Comme la charge 1 est positive et la charge 3 est positive, on doit avoir

$$q_1q_3 = 12,5\times10^{-10}C^2$$

On a ensuite

$$F_{23} = k\frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2}$$
$$72N = 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{|q_2 q_3|}{(0,5m)^2}$$
$$|q_2 q_3| = 20\times10^{-10}C^2$$

Comme la charge 2 est négative et la charge 3 est positive, on doit avoir

$$q_2 q_3 = -20\times10^{-10}C^2$$

On a alors les trois équations.

$$q_1 q_2 = -5\times10^{-10}C^2$$
$$q_1 q_3 = 12,5\times10^{-10}C^2$$
$$q_2 q_3 = -20\times10^{-10}C^2$$

Pour résoudre ces équations, on va premièrement éliminer q_3 en l'isolant dans la dernière équation

$$q_3 = \frac{-20\times10^{-10}C^2}{q_2}$$

et en remplaçant dans la deuxième équation

$$q_1 q_3 = 12,5\times10^{-10}C^2$$
$$q_1\cdot\frac{-20\times10^{-10}C^2}{q_2} = 12,5\times10^{-10}C^2$$
$$\frac{q_1}{q_2} = -0,625$$

On a maintenant les deux équations suivantes.

$$q_1 q_2 = -5\times10^{-10}C^2$$
$$\frac{q_1}{q_2} = -0,625$$

On trouve q_1 en multipliant les deux équations.

$$\begin{aligned}
(q_1 q_2)\cdot\frac{q_1}{q_2} &= -5\times10^{-10}C^2\cdot -0,625\\
q_1^2 &= 3,125\times10^{-10}C^2\\
q_1 &= 1,7678\times10^{-5}C\\
q_1 &= 17,678\mu C
\end{aligned}$$

De là, on trouve q_2

$$\begin{aligned}
\frac{q_1}{q_2} &= -0,625\\
\frac{17,678\mu C}{q_2} &= -0,625\\
q_2 &= -28,284\mu C
\end{aligned}$$

et q_3

$$\begin{aligned}
q_3 &= \frac{-20\times10^{-10}C^2}{q_2}\\
&= \frac{-20\times10^{-10}C^2}{-2,8284\times10^{-5}C}\\
&= 7,0711\times10^{-5}C\\
&= 70,711\mu C
\end{aligned}$$