Solutionnaire du chapitre 12

1. a) L'impédance étant de 60 Ω, le courant efficace est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{240V}{60\Omega} \\ &= 4A \end{aligned}$$

b) L'amplitude du courant est

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2} I \\ &= \sqrt{2} \cdot 4A \\ &= 5,657A \end{aligned}$$

c) L'amplitude est

$$\begin{aligned} \Delta v_0 &= \sqrt{2} \Delta V \\ &= \sqrt{2} \cdot 240V \\ &= 339,4V \end{aligned}$$

d) La puissance moyenne est

$$\begin{aligned} P &= \Delta V \cdot I \\ &= 240V \cdot 4A \\ &= 960W \end{aligned}$$

e) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \frac{(\Delta v)^2}{R} \\ &= \frac{(300V)^2}{60\Omega} \\ &= 1500W \end{aligned}$$

2. a) L'impédance est

$$\begin{aligned} Z_L &= \omega L \\ &= 2\pi \cdot 100Hz \cdot 0,04H \\ &= 25,13\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z_L} \\ &= \frac{360V}{25,13\Omega} \\ &= 14,32A \end{aligned}$$

L'amplitude du courant est

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2}I \\ &= \sqrt{2} \cdot 14,32A \\ &= 20,26A \end{aligned}$$

b) Le déphasage étant de π/2, On trouve que

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\phi}{\omega} \\ \Delta t &= \frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi \cdot 100Hz} \\ \Delta t &= 2,5ms \end{aligned}$$

Comme la valeur est positive, le potentiel devance le courant.

c) Avec une valeur efficace de 360 V, l'amplitude de la différence de potentiel est

$$\begin{aligned} \Delta v_0 &= \sqrt{2} \cdot \Delta V \\ &= \sqrt{2} \cdot 360V \\ &= 509,1V \end{aligned}$$

La différence de potentiel en fonction du temps dans ce circuit est donc

$$\Delta v = 509,1V \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right)$$

Quand on a 200 V, on a

$$\begin{aligned} 200V &= 509,1V \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right) \\ 0,3923 &= \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Il y a deux réponses à l'arcsin

$$\begin{aligned} 0,4037 &= 200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + \tfrac{\pi}{2} \qquad & 2,738 &= 200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + \tfrac{\pi}{2} \\ t &= -1,857\times 10^{-3} s & t &= 1,857\times 10^{-3} s \end{aligned}$$

À ces moments, le courant est

$$\begin{aligned} i &= i_0 \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 20,26A \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 20,26A \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot \pm 1,857\times 10^{-3} s\right) \\ &= \pm 18,63A \end{aligned}$$

d) La puissance est 0.

e) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \Delta v \cdot i \\ &= 200V \cdot (\pm 18,63A) \\ &= \pm 3726W \end{aligned}$$

f) L'énergie maximale est

$$\begin{aligned} U_{\max} &= \frac{1}{2} L I_{\max}^2 \\ &= \frac{1}{2} L i_0^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,04H \cdot (20,26A)^2 \\ &= 8,207J \end{aligned}$$

3. L'amplitude du courant est

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2} I \\ &= \sqrt{2} \cdot 1A \\ &= 1,414A \end{aligned}$$

L'impédance est donc

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\Delta v_0}{i_0} \\ &= \frac{80V}{1,414A} \\ &= 56,57\Omega \end{aligned}$$

On doit donc avoir

$$\begin{aligned} Z_L &= \omega L \\ 56,67\Omega &= 2\pi f \cdot 0,2H \\ f &= 45,02Hz \end{aligned}$$

4. a) L'impédance est

$$\begin{aligned} Z_C &= \frac{1}{\omega C} \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot 100Hz \cdot 20 \times 10^{-6} F} \\ &= 79,58\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z_L} \\ &= \frac{60V}{79,58\Omega} \\ &= 0,7540A \end{aligned}$$

L'amplitude du courant est

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2}I \\ &= \sqrt{2}\cdot 0,7540A \\ &= 1,066A \end{aligned}$$

b) Le déphasage étant de -π/2, On trouve que

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\phi}{\omega} \\ \Delta t &= \frac{-\frac{\pi}{2}}{2\pi\cdot 100Hz} \\ \Delta t &= -2,5ms \end{aligned}$$

Comme la valeur est négative, le potentiel est en retard sur le courant.

c) Avec une valeur efficace de 60 V, l'amplitude de la différence de potentiel est

$$\begin{aligned} \Delta v_0 &= \sqrt{2}\cdot\Delta V \\ &= \sqrt{2}\cdot 60V \\ &= 84,85V \end{aligned}$$

La différence de potentiel en fonction du temps dans ce circuit est donc

$$\Delta v = 84,85V\cdot\sin\left(200\pi\tfrac{rad}{s}\cdot t-\tfrac{\pi}{2}\right)$$

Quand on a 40 V, on a

$$\begin{aligned} 40V &= 84,85V\cdot\sin\left(200\pi\tfrac{rad}{s}\cdot t-\tfrac{\pi}{2}\right) \\ 0,4714 &= \sin\left(200\pi\tfrac{rad}{s}\cdot t-\tfrac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Il y a deux réponses à l'arcsin.

$$\begin{aligned} 0,4909 &= 200\pi\tfrac{rad}{s}\cdot t-\tfrac{\pi}{2} & \qquad 2,651 &= 200\pi\tfrac{rad}{s}\cdot t-\tfrac{\pi}{2} \\ t &= 3,281\times 10^{-3}s & t &= 6,719\times 10^{-3}s \end{aligned}$$

À ces moments, le courant est

$$\begin{aligned} i &= i_0 \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,066A \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,066A \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 3,281 \times 10^{-3} s\right) \\ &= 0,9404A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i &= i_0 \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,066A \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,066A \cdot \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 6,719 \times 10^{-3} s\right) \\ &= -0,9404A \end{aligned}$$

Le courant est donc de 0,9404 A (dans un sens ou dans l'autre).

d) La puissance est 0.

e) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \Delta v \cdot i \\ &= 40V \cdot (\pm 0,9404A) \\ &= \pm 37,62W \end{aligned}$$

f) La charge maximale est

$$\begin{aligned} Q_{\max} &= C\Delta V_{\max} \\ &= C\Delta v_0 \\ &= 20\mu F \cdot 84,85V \\ &= 1697\mu C \end{aligned}$$

5. L'impédance est

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\Delta V}{I} \\ &= \frac{400V}{0,1A} \\ &= 4000\Omega \end{aligned}$$

On doit donc avoir

$$\begin{aligned} Z_c &= \frac{1}{\omega C} \\ 4000\Omega &= \frac{1}{2\pi \cdot 120Hz \cdot C} \\ C &= 331,6nF \end{aligned}$$

6. a) On a

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 180Hz \cdot 0,2H = 226,2\Omega$$
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 180Hz \cdot 10\times 10^{-6}F} = 88,42\Omega$$

L'impédance est donc

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(50\Omega\right)^2 + \left(226,2\Omega - 88,42\Omega\right)^2} \\ &= 146,6\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{200V}{146,6\Omega} \\ &= 1,365A \end{aligned}$$

b) Le déphasage est

$$\begin{aligned} \tan\phi &= \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ &= \frac{226,2\Omega - 88,42\Omega}{50\Omega} \\ &= 2,755 \\ \phi &= 1,223rad \end{aligned}$$

L'écart de temps est

$$\Delta t = \frac{\phi}{\omega}$$
$$\Delta t = \frac{1,223}{2\pi \cdot 180Hz}$$
$$\Delta t = 1,081ms$$

Le potentiel devance le courant de 1,081 ms.

c) Avec une valeur efficace de 200 V, l'amplitude de la différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\Delta v_0 &= \sqrt{2}\cdot\Delta V\\ &= \sqrt{2}\cdot 200V\\ &= 282,8V\end{aligned}$$

La différence de potentiel en fonction du temps dans ce circuit est donc

$$\Delta v = 282,8V\cdot\sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot t + 1,223\right)$$

Quand on a 120 V, on a

$$\begin{aligned}120V &= 282,8V\cdot\sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot t + 1,223\right)\\ 0,4243 &= \sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot t + 1,223\right)\end{aligned}$$

Il y a deux réponses à l'arcsin.

$$\begin{aligned}0,4381 &= 360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot t + 1,223\\ t &= -6,940\times 10^{-4}s\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2,703 &= 360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot t + 1,223\\ t &= 1,309\times 10^{-3}s\end{aligned}$$

À ces moments, le courant est

$$\begin{aligned}i &= i_0\sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot t\right)\\ &= 1,365A\cdot\sqrt{2}\cdot\sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot t\right)\\ &= 1,930A\cdot\sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot -6,940\times 10^{-4}s\right)\\ &= -1,363A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}i &= i_0\sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot t\right)\\ &= 1,365A\cdot\sqrt{2}\cdot\sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot t\right)\\ &= 1,930A\cdot\sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s}\cdot 1,309\times 10^{-3}s\right)\\ &= 1,922A\end{aligned}$$

d) la puissance est

$$\begin{aligned}P &= RI^2\\ &= 50\Omega\cdot(1,365A)^2\\ &= 93,1W\end{aligned}$$

7. On a

$$Z_L = \omega L = 200\tfrac{rad}{s} \cdot 0,5H = 100\Omega$$
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{200\tfrac{rad}{s} \cdot 20\times10^{-6}F} = 250\Omega$$

L'impédance est donc

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(40\Omega\right)^2 + \left(100\Omega - 250\Omega\right)^2} \\ &= 155,2\Omega \end{aligned}$$

L'amplitude de la différence de potentiel est donc

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\Delta v_0}{i_0} \\ 155,2\Omega &= \frac{\Delta v_0}{0,32A} \\ \Delta v_0 &= 49,68V \end{aligned}$$

Le déphasage est

$$\begin{aligned} \tan\phi &= \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ &= \frac{100\Omega - 250\Omega}{40\Omega} \\ &= -3,75 \\ \phi &= -1,310 \end{aligned}$$

La formule du potentiel est donc

$$\begin{aligned} \Delta v &= \Delta v_0 \sin\left(\omega t + \phi\right) \\ &= 49,68V \cdot \sin\left(200\tfrac{rad}{s} \cdot t - 1,310\right) \end{aligned}$$

8. a) L'impédance est

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\Delta v_0}{i_0} \\ &= \frac{60V}{0,5A} \\ &= 120\Omega \end{aligned}$$

b) On a

$$\begin{aligned} \cos\phi &= \frac{R}{Z} \\ \cos\phi &= \frac{72\Omega}{120\Omega} \\ \phi &= \pm 0,9273 \end{aligned}$$

Comme on dit que le courant devance le potentiel, on doit prendre la valeur négative.

On aurait aussi pu faire

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2} \\ 120\Omega &= \sqrt{\left(72\Omega\right)^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2} \\ Z_L - Z_C &= \pm 96\Omega \end{aligned}$$

On a alors

$$\begin{aligned} \tan\phi &= \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \tan\left(\phi\right) &= \frac{\pm 96\Omega}{72\Omega} \\ \tan\left(\phi\right) &= \frac{\pm 4}{3} \\ \phi &= \pm 0,9273 \end{aligned}$$

Comme on dit que le courant devance le potentiel, on doit prendre la valeur négative.

c) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \frac{\Delta v_0 i_0}{2}\cos\phi \\ &= \frac{60V \cdot 0,5A}{2}\cdot\cos(-0,9273) \\ &= 9W \end{aligned}$$

d) On a

$$Z_L - Z_C = -96\Omega$$
$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = -96\Omega$$
$$200\tfrac{rad}{s}\cdot 0,2H - \frac{1}{200\tfrac{rad}{s}\cdot C} = -96\Omega$$
$$C = 36,76\mu F$$

9. a)

Si on veut le plus grand courant efficace, on doit être à la fréquence de résonance. On a donc

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{0,05H\cdot 50\times 10^{-6}F}} \\ &= 100,7Hz \end{aligned}$$

b) À la fréquence de résonance, l'impédance est

$$\begin{aligned} Z &= R \\ &= 100\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{40V}{100\Omega} \\ &= 0,4A \end{aligned}$$

c) Si on veut que le courant efficace soit de 0,1 A, l'impédance doit être

$$I = \frac{\Delta V}{Z}$$
$$0,1A = \frac{40V}{Z}$$
$$Z = 400\Omega$$

On a donc

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$
$$400\Omega = \sqrt{\left(100\Omega\right)^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$
$$Z_L - Z_C = \pm 387,3\Omega$$

Avec la valeur positive de $Z_L - Z_C$, on a

$$Z_L - Z_C = 387,3\Omega$$
$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 387,3\Omega$$
$$\omega \cdot 0,05H - \frac{1}{\omega \cdot 50 \times 10^{-6} F} = 387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H - \frac{1}{50 \times 10^{-6} F} = \omega \cdot 387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H - 20000F^{-1} = \omega \cdot 387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H - \omega \cdot 387,3\Omega - 20000F^{-1} = 0$$

Les solutions de cette équation sont

$$\omega = 7797,3 \tfrac{rad}{s} \quad \text{et} \quad \omega = -51,3 \tfrac{rad}{s}$$

La deuxième réponse est à rejeter. Il ne reste que la première réponse qui correspond à une fréquence de

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 1241Hz$$

Avec la valeur négative de $Z_L - Z_C$, on a

$$Z_L - Z_C = -387,3\Omega$$
$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = -387,3\Omega$$
$$\omega \cdot 0,05H - \frac{1}{\omega \cdot 50\times 10^{-6}F} = -387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H - \frac{1}{50\times 10^{-6}F} = -\omega \cdot 387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H - 20000F^{-1} = -\omega \cdot 387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H + \omega \cdot 387,3\Omega - 20000F^{-1} = 0$$

Les solutions de cette équation sont

$$\omega = 51,3\tfrac{rad}{s} \quad \text{et} \quad \omega = -7797\tfrac{rad}{s}$$

La deuxième réponse est à rejeter. Il ne reste que la première réponse qui correspond à une fréquence de

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 8,165Hz$$

Les fréquences sont donc de 8,165 Hz et 1241 Hz.

10. On a

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 60Hz \cdot 0,25H = 94,25\Omega$$
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 60Hz \cdot 100\times 10^{-6}F} = 26,53\Omega$$

L'impédance est donc

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(20\Omega\right)^2 + \left(94,25\Omega - 26,53\Omega\right)^2} \\ &= 70,61\Omega \end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{360V}{70,61\Omega} \\ &= 5,098A \end{aligned}$$

a) La différence de potentiel aux bornes de la résistance est

$$\begin{aligned} \Delta V_R &= Z_R I \\ &= 20\Omega \cdot 5,098A \\ &= 102,0V \end{aligned}$$

b) La différence de potentiel aux bornes de l'inducteur est

$$\begin{aligned} \Delta V_L &= Z_L I \\ &= 94,25\Omega \cdot 5,098A \\ &= 480,5V \end{aligned}$$

c) La différence de potentiel aux bornes du condensateur est

$$\begin{aligned} \Delta V_C &= Z_C I \\ &= 26,53\Omega \cdot 5,098A \\ &= 135,2V \end{aligned}$$

d) Entre les points A et C, l'impédance est

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + Z_L^2} \\ &= \sqrt{(20\Omega)^2 + (94,25\Omega)^2} \\ &= 96,35\Omega \end{aligned}$$

La différence de potentiel efficace entre les points A et C est donc

$$\begin{aligned} \Delta V &= ZI \\ &= 96,35\Omega \cdot 5,098A \\ &= 491,2V \end{aligned}$$

e) Entre les points B et D, l'impédance est

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(Z_L - Z_C)^2} \\ &= \sqrt{(94,25\Omega - 26,53\Omega)^2} \\ &= 67,72\Omega \end{aligned}$$

La différence de potentiel efficace entre les points B et D est donc

$$\begin{aligned} \Delta V &= ZI \\ &= 67,72\Omega \cdot 5,098A \\ &= 345,3V \end{aligned}$$

11. On a

$$\begin{aligned} \Delta V_R &= Z_R I \\ 25V &= 40\Omega \cdot I \\ I &= 0,625A \end{aligned}$$

L'impédance du circuit est donc

$$\begin{aligned} \Delta V &= ZI \\ 100V &= Z \cdot 0,625A \\ Z &= 160\Omega \end{aligned}$$

Puisque

$$\begin{aligned} Z_L &= \omega L \\ &= 2\pi \cdot 80Hz \cdot 0,4H \\ &= 201,1\Omega \end{aligned}$$

On a

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ 160\Omega &= \sqrt{(40\Omega)^2 + (201,1\Omega - Z_C)^2} \\ 201,1\Omega - Z_C &= \pm 154,9\Omega \end{aligned}$$

Avec la valeur positive, on a

$$201{,}1\Omega - Z_C = 154{,}9\Omega$$
$$Z_C = 46{,}14\Omega$$
$$\frac{1}{\omega C} = 46{,}14\Omega$$
$$\frac{1}{(2\pi \cdot 80Hz)\cdot C} = 46{,}14\Omega$$
$$C = 43{,}11\mu F$$

Avec la valeur négative, on a

$$201{,}1\Omega - Z_C = -154{,}9\Omega$$
$$Z_C = 356{,}0\Omega$$
$$\frac{1}{\omega C} = 356{,}0\Omega$$
$$\frac{1}{(2\pi \cdot 80Hz)\cdot C} = 356{,}0\Omega$$
$$C = 5{,}589\mu F$$

La capacité et de 43,11 µF ou 5,589 µF.

12. On a

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 80Hz \cdot 0{,}1H = 50{,}27\Omega$$
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 80Hz \cdot 25\times 10^{-6}F} = 79{,}58\Omega$$

Le courant dans le circuit se trouve avec

$$\Delta V_L = Z_L I$$
$$30V = 50{,}27\Omega \cdot I$$
$$I = 0{,}5968A$$

L'impédance du circuit est donc

$$\Delta V = ZI$$
$$24V = Z \cdot 0{,}5968A$$
$$Z = 40{,}21\Omega$$

On peut donc trouver la résistance avec

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$
$$40,21\Omega = \sqrt{R^2 + \left(50,27\Omega - 79,58\Omega\right)^2}$$
$$R = 27,53\Omega$$

La puissance dissipée est donc

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= 27,53\Omega \cdot \left(0,5968A\right)^2 \\ &= 9,806W \end{aligned}$$

13. a)

Si la puissance est maximale, c'est que le courant efficace est maximal. On est donc à la fréquence de résonance. On a donc

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$1500Hz = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot 40 \times 10^{-6} F}}$$
$$L = 2,814 \times 10^{-4} H$$

b) À la fréquence de résonance, on a

$$Z = R$$
$$\cos\phi = 1$$

La puissance dissipée est alors

$$P = \frac{\Delta V^2}{Z}\cos\phi$$
$$P = \frac{\Delta V^2}{R}$$
$$400W = \frac{\left(800V\right)^2}{R}$$
$$R = 1600\Omega$$

14. a) Le déphasage

$$\begin{aligned}\phi &= \omega\Delta t \\ &= 2\pi\cdot 100Hz\cdot\left(-0,001s\right) \\ &= -\frac{\pi}{5}\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}\tan\left(\phi\right) &= \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \tan\left(-\frac{\pi}{5}\right) &= \frac{Z_L - Z_C}{60\Omega} \\ Z_L - Z_C &= -43,59\Omega\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}\omega L - \frac{1}{\omega C} &= -43,59\Omega \\ \left(2\pi\cdot 100Hz\right)\cdot 1,2H - \frac{1}{\left(2\pi\cdot 100Hz\right)C} &= -43,59\Omega \\ C &= 1,995\mu F\end{aligned}$$

b) La fréquence de résonance est

$$\begin{aligned}f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{2\pi\cdot\sqrt{1,2H\cdot 1,995\times 10^{-6}F}} \\ &= 102,9Hz\end{aligned}$$

15. La différence de potentiel efficace est

$$\begin{aligned}\Delta V &= \sqrt{\Delta V_R^2 + \left(\Delta V_L - \Delta V_C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(30V\right)^2 + \left(70V - 20V\right)^2} \\ &= 58,31V\end{aligned}$$

L'amplitude est donc

$$\begin{aligned}\Delta v_0 &= \sqrt{2}\Delta V \\ &= \sqrt{2}\cdot 58,31V \\ &= 82,46V\end{aligned}$$

16. La puissance dissipée est

$$P = RI^2$$

et le courant est

$$I = \frac{\Delta V}{Z}$$

On a donc

$$P = RI^2 = R\frac{\Delta V^2}{Z^2}$$

Puisque

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$

on arrive à

$$P = \frac{R\Delta V^2}{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$

Les valeurs de Z_L et Z_C sont

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 1000Hz \cdot 0,075H = 471,2\Omega$$

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000Hz \cdot 200\times 10^{-9}F} = 795,8\Omega$$

Notre équation devient donc

$$P = \frac{R\Delta V^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$170W = \frac{R(340V)^2}{R^2 + (471,2\Omega - 795,8\Omega)^2}$$

$$170W = \frac{R(340V)^2}{R^2 + 105\,323\Omega^2}$$

Il ne reste qu'à isoler *R*.

$$170W = \frac{R(340V)^2}{R^2 + 105\,323\Omega^2}$$

$$170W\left(R^2 + 105\,323\Omega^2\right) = R(340V)^2$$

$$R^2 + 105\,323\Omega^2 = R \cdot 680\Omega$$

$$R^2 - R \cdot 680\Omega + 105\,323\Omega^2 = 0$$

Les solutions de cette équation quadratique sont 441,4 Ω et 238,6 Ω.

17. a) On a

$$\begin{aligned} Z_C &= \frac{1}{\omega C} \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot 180Hz \cdot 8\times 10^{-6}F} \\ &= 110,5\Omega \end{aligned}$$

L'impédance du circuit est

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (-Z_C)^2} \\ &= \sqrt{(240\Omega)^2 + (-110,5\Omega)^2} \\ &= 264,2\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est

$$\Delta v_0 = Zi_0$$

$$240V = 264,2\Omega \cdot i_0$$

$$i_0 = 0,9083A$$

b) Le déphasage est

$$\begin{aligned}
\tan(\phi) &= \frac{-Z_C}{R} \\
&= \frac{-110,5\Omega}{240\Omega} \\
&= -0,4605 \\
\phi &= -0,4316
\end{aligned}$$

L'écart de temps est donc

$$\begin{aligned}
\Delta t &= \frac{\phi}{\omega} \\
&= \frac{-0,4316}{2\pi \cdot 180Hz} \\
&= -3,816 \times 10^{-4} s
\end{aligned}$$

Le courant devance donc le potentiel de 0,3816 ms.

c) La puissance est

$$\begin{aligned}
P &= \frac{Ri_0^2}{2} \\
&= \frac{240\Omega \cdot (0,9083A)^2}{2} \\
&= 99W
\end{aligned}$$

18. a) On a

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 1000Hz \cdot 0,8H = 5026,5\Omega$$

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000Hz \cdot 30 \times 10^{-9} F} = 5305,2\Omega$$

L'impédance du circuit est

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(Z_L - Z_C)^2} \\ &= \sqrt{(5026,5\Omega - 5305,2\Omega)^2} \\ &= \sqrt{(-278,6\Omega)^2} \\ &= 278,6\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est donc

$$\begin{aligned} \Delta V &= ZI \\ 400V &= 278,6\Omega \cdot I \\ I &= 1,436A \end{aligned}$$

b) Le déphasage est

$$\begin{aligned} \tan(\phi) &= \frac{Z_L - Z_C}{0} \\ &= \frac{-278,6\Omega}{0\Omega} \\ &= -\infty \\ \phi &= -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

L'écart de temps est donc

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\phi}{\omega} \\ &= \frac{-\pi/2}{2\pi \cdot 1000Hz} \\ &= -2,5 \times 10^{-4} s \end{aligned}$$

Le courant devance donc le potentiel de 0,25 ms.

c) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= 0\Omega \cdot (0,9083A)^2 \\ &= 0W \end{aligned}$$

19. À 250 Hz, on a

$$\Delta V = ZI$$
$$200V = Z \cdot 0,2A$$
$$Z = 1000\Omega$$

On a donc

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$
$$1000\Omega = \sqrt{R^2 + \left(500\pi \tfrac{rad}{s} L\right)^2}$$
$$(1000\Omega)^2 = R^2 + \left(500\pi \tfrac{rad}{s} L\right)^2$$

À 350 Hz, on a

$$\Delta V = ZI$$
$$200V = Z \cdot 0,16A$$
$$Z = 1250\Omega$$

On a donc

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$
$$(1250\Omega)^2 = R^2 + \left(700\pi \tfrac{rad}{s} L\right)^2$$

On a donc 2 équations.

$$(1000\Omega)^2 = R^2 + \left(500\pi \tfrac{rad}{s} L\right)^2$$
$$(1250\Omega)^2 = R^2 + \left(700\pi \tfrac{rad}{s} L\right)^2$$

Si on soustrait les deux équations, on a

$$\begin{aligned}(1250\Omega)^2-(1000\Omega)^2&=\left[R^2+\left(700\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2\right]-\left[R^2+\left(500\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2\right]\\&=\left(700\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2-\left(500\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2\\&=\left[\left(700\pi\tfrac{rad}{s}\right)^2-\left(500\pi\tfrac{rad}{s}\right)^2\right]L^2\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}L^2&=\frac{(1250\Omega)^2-(1000\Omega)^2}{\left(700\pi\tfrac{rad}{s}\right)^2-\left(500\pi\tfrac{rad}{s}\right)^2}\\&=0,2375H^2\\L&=0,4873H\end{aligned}$$

L'inductance est de 487,3 mH.

On peut ensuite trouver la résistance.

$$\begin{aligned}(1000\Omega)^2&=R^2+\left(500\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2\\(1000\Omega)^2&=R^2+\left(500\pi\tfrac{rad}{s}\cdot 0,4873H\right)^2\\(1000\Omega)^2&=R^2+(765,5\Omega)^2\\R&=643,5\Omega\end{aligned}$$

20. Le courant se trouve avec l'équation suivante.

$$\begin{aligned}P&=RI^2\\21,6W&=60\Omega\cdot I^2\\I&=0,6A\end{aligned}$$

L'impédance du circuit est donc

$$\begin{aligned}\Delta V&=ZI\\120V&=Z\cdot 0,6A\\Z&=200\Omega\end{aligned}$$

On a donc

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$
$$200\Omega = \sqrt{(60\Omega)^2 + \left(120\pi \tfrac{rad}{s} L\right)^2}$$
$$L = 0,5061H$$

21. Le déphasage est

$$\begin{aligned} \phi &= \omega \Delta t \\ &= 400\pi \tfrac{rad}{s} \cdot (-0,001s) \\ &= -\tfrac{2\pi}{5} \end{aligned}$$

La valeur est négative puisque le courant devance le potentiel.

Si l’élément inconnu était un inducteur, le déphasage serait

$$\tan(\phi) = \frac{Z_L}{R}$$

et il serait positif, ce qui n’est pas le cas.

Si l’élément inconnu était un condensateur, le déphasage serait

$$\tan(\phi) = \frac{-Z_C}{R}$$

et il serait négatif, ce qui est le cas. L’élément mystère est donc un condensateur. On a donc

$$\tan(\phi) = \frac{-Z_C}{R}$$
$$\tan\left(-\tfrac{2\pi}{5}\right) = \frac{-Z_C}{10\Omega}$$
$$Z_C = 30,77\Omega$$

Il ne reste qu’à trouver la capacité.

$$Z_C = 30,77\Omega$$
$$\frac{1}{\omega C} = 30,77\Omega$$
$$\frac{1}{400\pi \frac{rad}{s} \cdot C} = 30,77\Omega$$
$$C = 25,86\mu F$$

22. a) la différence de potentiel aux bornes du circuit secondaire est

$$\begin{aligned}\Delta V_2 &= \frac{N_2}{N_1}\Delta V_1 \\ &= \frac{100}{500}\cdot 1000V \\ &= 200V\end{aligned}$$

Comme la résistance est en parallèle avec la bobine du circuit secondaire, la différence de potentiel aux bornes de la résistance est aussi de 200 V.

b) Le courant est

$$\begin{aligned}I &= \frac{\Delta V}{R} \\ &= \frac{200V}{10\Omega} \\ &= 20A\end{aligned}$$

c) Le courant est

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$
$$20A = \frac{500}{100}\cdot I_1$$
$$I_1 = 4A$$

23. a) Le courant est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{R} \\ &= \frac{120V}{1000\Omega} \\ &= 0{,}12A \end{aligned}$$

b) On a

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1}\Delta V_1$$

$$120V = \frac{N_2}{N_1}\cdot 425\,000V$$

$$\frac{N_2}{N_1} = 0{,}0002824 = \frac{1}{3541}$$

c) Le courant est

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$

$$0{,}12A = 3541\cdot I_1$$

$$I_1 = 33{,}88\mu A$$

d) On a

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1}\Delta V_1$$

$$425\,000V = \frac{N_2}{N_1}\cdot 13\,800V$$

$$\frac{N_2}{N_1} = 30{,}8$$

e) Le courant est

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$

$$33{,}88\mu A = \frac{1}{30{,}8}\cdot I_1$$

$$I_1 = 1{,}04mA$$

24. a) La différence de potentiel est

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta V_1$$
$$120V = \frac{N_2}{100N_2} \cdot \Delta V_1$$
$$\Delta V_1 = 12\,000V$$

b) Le courant est

$$P = \Delta V \cdot I$$
$$60\,000W = 120V \cdot I$$
$$I = 500A$$

c) Le courant dans le circuit primaire est

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$
$$500A = \frac{100N_2}{N_2} \cdot I_1$$
$$I_1 = 5A$$

d) La perte d'énergie est

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= 10\Omega \cdot (5A)^2 \\ &= 250W \end{aligned}$$

e) La différence de potentiel est

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta V_1$$
$$120V = \frac{N_2}{1000N_2} \cdot \Delta V_1$$
$$\Delta V_1 = 120\,000V$$

f) Le courant est

$$P = \Delta V \cdot I$$
$$60\,000W = 120V \cdot I$$
$$I = 500A$$

g) Le courant dans le circuit primaire est

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$
$$500A = \frac{1000N_2}{N_2} \cdot I_1$$
$$I_1 = 0,5A$$

h) La perte d'énergie est

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= 10\Omega \cdot (0,5A)^2 \\ &= 2,5W \end{aligned}$$

i) Oui. En transportant l'électricité à 12 000 V, les pertes sont de 250 W. En transportant l'électricité à 120 000 V, les pertes ne sont plus que de 2,5 W. On constate que les pertes diminuent quand on augmente le potentiel.

25. On sait que le courant est donné par

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{\Delta V}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \end{aligned}$$

On peut écrire cette formule sous la forme suivante.

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{\sqrt{R^2 + L^2\left(\omega - \frac{1}{\omega LC}\right)^2}} \\ &= \frac{\Delta V}{\sqrt{R^2 + L^2\left(\omega - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \\ &= \frac{\Delta V}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega^2}\left(\omega^2 - \omega_0^2\right)^2}} \end{aligned}$$

Au pic, le courant est

$$I_{\max} = \frac{\Delta V}{R}$$

À la moitié de la hauteur du pic, on a donc

$$\begin{aligned} \frac{I_{\max}}{2} &= \frac{\Delta V}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega_{\frac{1}{2}}^2}\left(\omega_{\frac{1}{2}}^2 - \omega_0^2\right)^2}} \\ \frac{\Delta V}{2R} &= \frac{\Delta V}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega_{\frac{1}{2}}^2}\left(\omega_{\frac{1}{2}}^2 - \omega_0^2\right)^2}} \\ 2R &= \sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega_{\frac{1}{2}}^2}\left(\omega_{\frac{1}{2}}^2 - \omega_0^2\right)^2} \end{aligned}$$

Comme vous pouvez le constater, on a appelé la fréquence à la moitié du courant maximum $\omega_{\frac{1}{2}}$. On a alors

$$\begin{aligned} 4R^2 &= R^2 + \frac{L^2}{\omega_{\frac{1}{2}}^2}\left(\omega_{\frac{1}{2}}^2 - \omega_0^2\right)^2 \\ 3R^2\omega_{\frac{1}{2}}^2 &= L^2\left(\omega_{\frac{1}{2}}^2 - \omega_0^2\right)^2 \end{aligned}$$

On va écrire

$$\omega_{\frac{1}{2}} = \omega_0 + \tfrac{1}{2}\Delta\omega$$

(où $\Delta\omega$ est la largeur du pic). On a alors

$$3R^2\left(\omega_0+\tfrac{1}{2}\Delta\omega\right)^2=L^2\left(\left(\omega_0+\tfrac{1}{2}\Delta\omega\right)^2-\omega_0^2\right)^2$$

$$3R^2\left(\omega_0+\tfrac{1}{2}\Delta\omega\right)^2=L^2\left(\omega_0^2+\omega_0\Delta\omega+\left(\tfrac{1}{2}\Delta\omega\right)^2-\omega_0^2\right)^2$$

$$3R^2\left(\omega_0+\tfrac{1}{2}\Delta\omega\right)^2=L^2\left(\omega_0\Delta\omega+\left(\tfrac{1}{2}\Delta\omega\right)^2\right)^2$$

$$3R^2\omega_0^2\left(1+\frac{\Delta\omega}{2\omega_o}\right)^2=L^2\omega_0^2\left(\Delta\omega\right)^2\left(1+\frac{\Delta\omega}{4\omega_0}\right)^2$$

$$3R^2\left(1+\frac{\Delta\omega}{2\omega_o}\right)^2=L^2\left(\Delta\omega\right)^2\left(1+\frac{\Delta\omega}{4\omega_0}\right)^2$$

Si le pic est mince, alors

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\ll 1$$

On peut donc négliger les deuxièmes termes dans chacune des parenthèses. On a donc

$$3R^2\left(1+0\right)^2=L^2\left(\Delta\omega\right)^2\left(1+0\right)^2$$

$$3R^2=L^2\left(\Delta\omega\right)^2$$

$$\left(\Delta\omega\right)^2=\frac{3R^2}{L^2}$$

$$\Delta\omega=\frac{\sqrt{3}R}{L}$$