

Preuve de la solution de l'équation différentielle pour le circuit RL

L'équation est

$$-RI - L \frac{dI}{dt} = 0$$

On a donc

$$\begin{aligned} -RI &= L \frac{dI}{dt} \\ \frac{-R}{L} dt &= \frac{dI}{I} \\ \int \frac{-R}{L} dt &= \int \frac{dI}{I} \\ \frac{-Rt}{L} &= \ln(I) + C \end{aligned}$$

Où C est une constante. On trouve cette constante en sachant que le courant à $t = 0$ est I_0 . On a donc

$$\begin{aligned} \frac{-Rt}{L} &= \ln(I) + C \\ \frac{-R \cdot 0}{L} &= \ln(I_0) + C \\ C &= -\ln(I_0) \end{aligned}$$

On a donc

$$\frac{-Rt}{L} = \ln(I) - \ln(I_0)$$

En simplifiant, on arrive à

$$\frac{-Rt}{L} = \ln(I) - \ln(I_0)$$

$$\frac{-Rt}{L} = \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$e^{\frac{-Rt}{L}} = \frac{I}{I_0}$$

$$I = I_0 e^{\frac{-Rt}{L}}$$