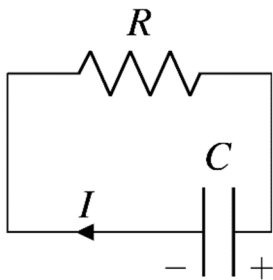


Circuit RC sans source

Nous avons ce circuit.



La loi des mailles donne

$$-RI - \frac{Q}{C} = 0$$

Puisque

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

on arrive à

$$-R \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

Il ne reste qu'à isoler Q dans cette équation. On commence par séparer les variables Q et t .

$$\begin{aligned} -\frac{Q}{C} &= R \frac{dQ}{dt} \\ \frac{1}{RC} dt &= -\frac{dQ}{Q} \end{aligned}$$

On fait l'intégrale de chaque côté.

$$\begin{aligned} \int \frac{-1}{RC} dt &= \int \frac{dQ}{Q} \\ \frac{-t}{RC} &= \ln(Q) + Cst \end{aligned}$$

On peut trouver la constante, car on sait que $Q = Q_0$ à $t = 0$.

$$\frac{0}{RC} = \ln(Q_0) + Cst$$

$$0 = \ln(Q_0) + Cst$$

$$Cst = -\ln(Q_0)$$

On a donc

$$\frac{-t}{RC} = \ln(Q) - \ln(Q_0)$$

On peut finalement isoler Q .

$$\frac{-t}{RC} = \ln(Q) - \ln(Q_0)$$

$$\frac{-t}{RC} = \ln\left(\frac{Q}{Q_0}\right)$$

$$e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{Q}{Q_0}$$

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$