

Preuve de la puissance dissipée par la résistance est égale à la moitié de la puissance fournie par la source

La puissance est

$$\begin{aligned}
 U &= \int_0^{\infty} R \left(\frac{\mathcal{E}}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \right)^2 dt \\
 &= \frac{\mathcal{E}^2}{R} \int_0^{\infty} \left(e^{\frac{-t}{RC}} \right)^2 dt \\
 &= \frac{\mathcal{E}^2}{R} \int_0^{\infty} e^{\frac{-2t}{RC}} dt \\
 &= \frac{\mathcal{E}^2}{R} \left[\frac{-RC}{2} e^{\frac{-2t}{RC}} \right]_0^{\infty} \\
 &= \frac{\mathcal{E}^2}{R} \left[\left(\frac{-RC}{2} e^{\frac{-2 \cdot \infty}{RC}} \right) - \left(\frac{-RC}{2} e^{\frac{-0}{RC}} \right) \right] \\
 &= \frac{\mathcal{E}^2}{R} \left[\left(\frac{-RC}{2} \cdot 0 \right) - \left(\frac{-RC}{2} \cdot 1 \right) \right] \\
 &= \frac{\mathcal{E}^2}{R} \frac{RC}{2} \\
 &= \frac{C\mathcal{E}^2}{2}
 \end{aligned}$$

Cette valeur est la moitié de l'énergie fournie par la source.