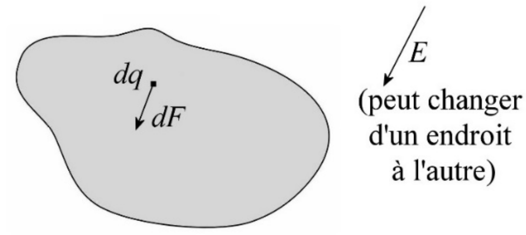
La force sur un objet chargé dans un champ électrique non uniforme

Calcul de la force

Quand un objet chargé non ponctuel est dans un champ électrique, on doit séparer l'objet en petites charges et calculer la force sur chacune de ces charges qu'on peut traiter comme une charge ponctuelle. La force sur une charge ponctuelle est



$$d\vec{F} = (dq)\vec{E}$$

On somme ensuite, à l'aide d'une intégrale, toutes les forces sur chacune des petites charges pour obtenir la force totale.

Notez que si le champ est uniforme, le résultat est relativement simple, peu importe la forme de l'objet. On a alors

$$\vec{F} = \int \vec{E}dq = \vec{E}\int dq$$

Cette dernière intégrale est simplement la somme de toutes les charges composant l'objet, ce qui nous donne la charge totale de l'objet. On a donc, en composantes

Force sur un objet chargé dans un champ uniforme

$$F_x = qE_x \qquad F_y = qE_y \qquad F_z = qE_z$$

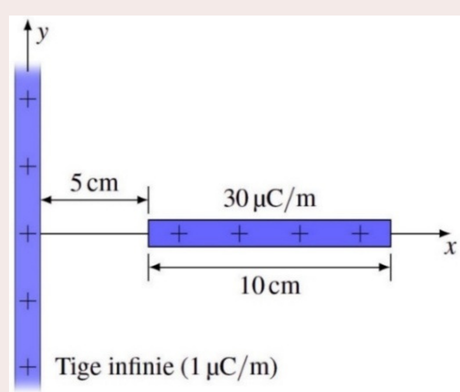
Par contre, le calcul est plus complexe si le champ varie. On aura alors

Force sur un objet chargé dans un champ non uniforme

$$F_x = \int E_x dq \qquad F_y = \int E_y dq \qquad F_z = \int E_z dq$$

Exemple 1

Une tige chargée de 10 cm de long est placée à côté d'une tige infinie telle qu'illustrée sur la figure. Quelle est la force électrique sur la tige de 10 cm ?



Comme la tige de droite est dans un champ non uniforme, on devra séparer cette tige en petits morceaux et calculer la force sur chaque morceau.

Pour y arriver, on doit premièrement connaitre le champ électrique fait par la tige infinie. On sait par les résultats donnés précédemment que ce champ est

$$E_x = \frac{2k|\lambda_1|}{x}$$

Il s'agit de la composante en x du champ puisque le champ est dans la direction opposée à la tige, donc vers la droite. On a noté la charge linéique de la tige infinie avec un indice 1 pour la distinguer de la charge linéique de la tige de 10 cm qui sera notée avec un indice 2. On a également noté la distance avec x plutôt que r puisque cette distance est dans la direction des x.

Si on prend un petit morceau de charge (longueur dx et charge dq) dans la tige de 10 cm, elle subit une force de

$$\begin{aligned} dF_x &= E_x dq \\ &= \frac{2k\lambda_1}{x} dq \end{aligned}$$

On a laissé tomber la valeur absolue de la charge linéique puisqu'elle est déjà positive. La charge du petit morceau est liée à sa charge par la charge linéique

$$dq = \lambda_2 dx$$

Ce qui nous donne

$$dF_x = \frac{2k\lambda_1\lambda_2 dx}{x}$$

On doit maintenant sommer toutes les forces en allant d'un bout à l'autre de la tige, donc en commençant à x = 5 cm jusqu'à x = 15 cm.

$$\begin{aligned} F_x &= 2k\lambda_1\lambda_2 \int_{5cm}^{15cm} \frac{dx}{x} \\ &= 2k\lambda_1\lambda_2 \left[\ln x\right]_{5cm}^{15cm} \\ &= 2k\lambda_1\lambda_2 \left(\ln 15cm - \ln 5cm\right) \\ &= 2k\lambda_1\lambda_2 \ln\frac{15}{5} \\ &= 2k\lambda_1\lambda_2 \ln 3 \end{aligned}$$

Ce qui nous donne

$$\begin{aligned} F_x &= 2\cdot 9\times 10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2} \cdot 10^{-6} \tfrac{C}{m} \cdot 30\times 10^{-6} \tfrac{C}{m} \cdot \ln 3 \\ &= 0,593N \end{aligned}$$

2 commentaires sur cet exemple :

Ce calcul illustre bien l’avantage d’avoir inventé le champ électrique. On a d’abord fait (plus tôt) une intégrale pour trouver le champ fait par une tige infinie et on a ensuite fait une autre intégrale pour trouver la force sur la tige de 10 cm. Sans le champ électrique, on aurait dû faire ces deux intégrales en même temps, ce qui aurait compliqué la tâche.

Si on demandait maintenant quelle est la force faite sur la tige infinie par la tige de 10 cm, il serait inutile de faire un long calcul pour trouver le champ fait par la tige de 10 cm et ensuite trouver la force sur la tige infinie (chacun de ces calculs correspond à une intégrale). On peut simplement utiliser la troisième loi de Newton. Si la tige infinie fait une force de 0,593 N vers la droite sur la tige de 10 cm, alors la tige de 10 cm fait une force de 0,593 N vers la gauche sur la tige infinie.