L'énergie potentielle d'un objet chargé dans un champ électrique

Si l'objet n'est pas ponctuel, il faut séparer l'objet en petits morceaux. L'énergie potentielle de chaque petit morceau est alors

$$dU_E = Vdq$$

où V est le potentiel à l'endroit où est cette petite charge. Pour trouver l'énergie potentielle totale, on somme l'énergie potentielle de chaque petit morceau pour obtenir

$$U_E = \int Vdq$$

Dans ce calcul, il faut intégrer sur tout le volume. Comme la plupart d'entre vous ne peuvent intégrer sur un volume, on va se contenter de calculer l'énergie potentielle de tiges. Dans ce cas, on sépare la tige en petits morceaux de longueur dx dont la charge est λdx. L'énergie potentielle devient alors

Énergie potentielle d'une tige chargée

$$U_E = \int V\lambda dx$$

Exemple 4.6.1

Une tige uniformément chargée est près d'une sphère, tel qu'illustré sur la figure. Quelle est l'énergie potentielle électrique de la tige ?

Pour trouver l'énergie potentielle, on va séparer la tige en petites charges dont la charge est λdx. L'énergie de ce petit morceau est

$$\begin{aligned} dU_E &= Vdq \\ &= V\lambda dx \end{aligned}$$

Le potentiel est le potentiel fait par la sphère (kQ/r). Comme notre distance est plutôt notée x ici, le potentiel fait par la sphère est

$$V = \frac{kQ}{x}$$

L'énergie potentielle du petit morceau est donc

$$dU_E = \frac{kQ}{x}\lambda dx$$

En sommant l'énergie de tous les morceaux, on arrive à

$$U_E = \int_{3m}^{5m} \frac{kQ}{x}\lambda dx$$

Les bornes d'intégration sont 3 m et 5 m parce qu'un bout de la tige est à 3 m du centre de la sphère et l'autre bout est à 5 m du centre de la sphère.

L'énergie est donc

$$\begin{aligned} U_E &= kQ\lambda \int_{3m}^{5m} \frac{1}{x} dx \\ &= kQ\lambda \left[\ln(x)\right]_{3m}^{5m} \\ &= kQ\lambda \left[\ln(5m) - \ln(3m)\right] \\ &= kQ\lambda \ln\left(\frac{5}{3}\right) \end{aligned}$$

Comme la charge de la sphère est Q = 40 µC et que la charge linéique de la tige est

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{50\mu C}{2m} \\ &= 25 \tfrac{\mu C}{m} \end{aligned}$$

l'énergie est

$$\begin{aligned} U_E &= 9\times10^9 \tfrac{Nm^2}{C^2} \cdot 40\times10^{-6} C \cdot 25\times10^{-6} \tfrac{C}{m} \cdot \ln\left(\frac{5}{3}\right) \\ &= 4{,}597 J \end{aligned}$$