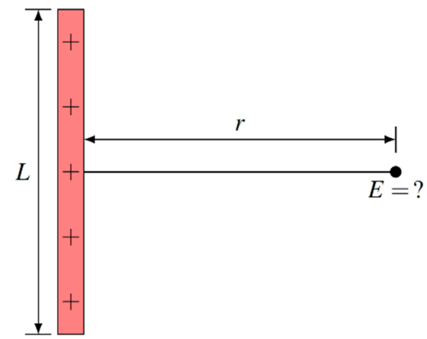
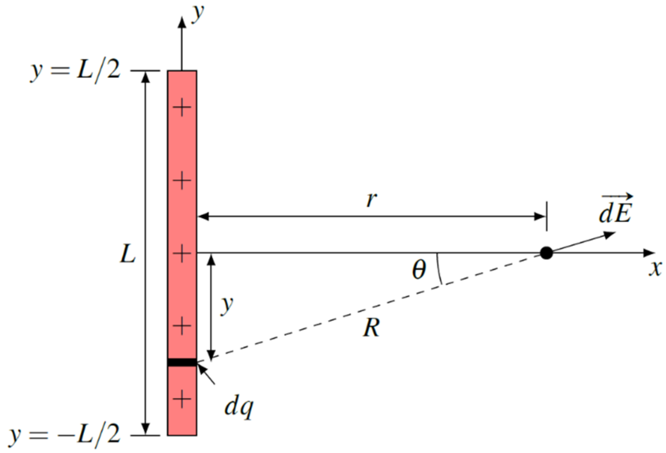
# Champ vis-à-vis le milieu d'une tige

On va maintenant déterminer le champ à l'endroit indiqué sur la figure.




Pour y arriver, on va placer des axes des $x$ et des $y$ avec l'origine au milieu de la tige. On prend un petit morceau de tige à la position $y$, de longueur $dy$ et dont la charge est $dq$. Ce petit morceau fait un champ dont la grandeur est

$$dE = \frac{kdq}{R^2}$$




La charge $dq$ dépend de la longueur du petit morceau $dy$. On trouve cette charge en multipliant la charge linéique par la longueur du petit morceau.

$$dq = \lambda dy$$

La grandeur du champ $dE$ est donc

$$dE = \frac{k\lambda dy}{R^2}$$

Avant d'additionner les champs faits par chacun des petits morceaux, il faut séparer ce champ en composantes.

$$dE_x = \frac{k\lambda dy}{R^2}\cos\theta$$

$$dE_y = \frac{k\lambda dy}{R^2}\sin\theta$$

Or, on retrouve cet angle dans le triangle rectangle de la figure. Sur cette figure, on peut voir que

$$\cos\theta = \frac{r}{R} \qquad \sin\theta = \frac{-y}{R}$$

(Il y a un signe négatif devant le $y$ pour obtenir une valeur positive, car la valeur de $y$ est négative.) On a donc

$$dE_x = \frac{k\lambda dy}{R^2}\cos\theta \qquad dE_y = \frac{k\lambda dy}{R^2}\sin\theta$$

$$dE_x = \frac{k\lambda r dy}{R^3} \qquad dE_y = \frac{-k\lambda y dy}{R^3}$$

$$dE_x = \frac{k\lambda r dy}{\left(y^2+r^2\right)^{3/2}} \qquad dE_y = \frac{-k\lambda y dy}{\left(y^2+r^2\right)^{3/2}}$$

On trouve le champ total en sommant toutes les composantes des champs faits par chacun des petits morceaux. Cela veut dire qu'on fait l'intégrale et que nos bornes d'intégration sont les deux extrémités de la tige.

$$E_x = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda r dy}{\left(y^2+r^2\right)^{3/2}} \qquad E_y = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{-k\lambda y dy}{\left(y^2+r^2\right)^{3/2}}$$

$$E_x = \left[\frac{k\lambda y}{r\sqrt{y^2+r^2}}\right]_{-L/2}^{L/2} \qquad E_y = \left[\frac{k\lambda}{\sqrt{y^2+r^2}}\right]_{-L/2}^{L/2}$$

$$E_x = \left(\frac{k\lambda \frac{L}{2}}{r\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+r^2}} - \frac{-k\lambda \frac{L}{2}}{r\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+r^2}}\right) \qquad E_y = \left(\frac{k\lambda}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+r^2}} - \frac{k\lambda}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+r^2}}\right)$$

En simplifiant le tout, on obtient

$$E_x = \frac{2k\lambda L}{r\sqrt{L^2+4r^2}} \qquad E_y = 0$$

Ainsi, on a

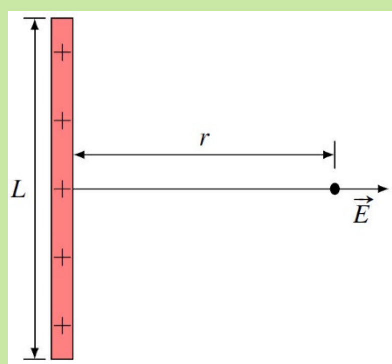
**Champ électrique vis-à-vis du milieu d'une tige uniformément chargée**

*Grandeur*

$$E = \frac{2k|\lambda|L}{r\sqrt{L^2+4r^2}} = \frac{2k|Q|}{r\sqrt{L^2+4r^2}}$$

*Direction*

Le champ est dirigé dans la direction opposée à la tige si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers la tige si elle est chargée négativement.




(Notez que si la longueur de la tige est très petite par rapport à la distance de la tige, $L$ devient négligeable et on retrouve le champ fait par une charge ponctuelle.)