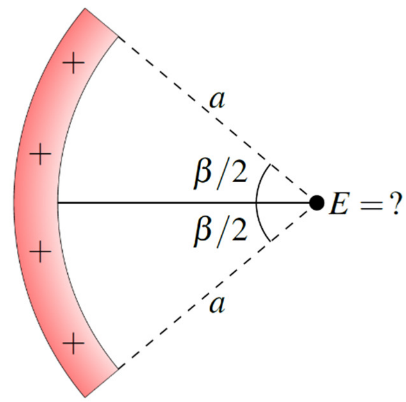
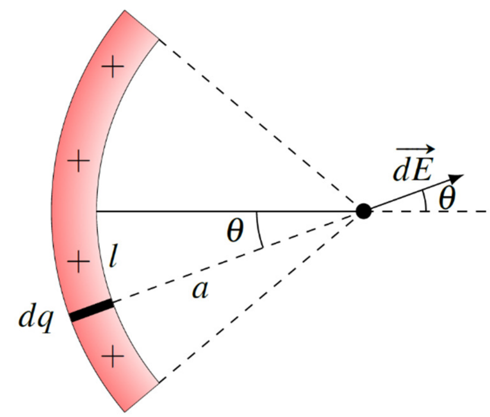
Champ au centre de courbure d'une tige courbée

On va maintenant déterminer le champ à l'endroit indiqué sur la figure.



On prend un petit morceau de tige à une distance l du centre de la tige, de longueur dl et dont la charge est dq. Ce petit morceau fait un champ dont la grandeur est



$$dE = \frac{kdq}{a^2}$$

La charge dq dépend de la longueur du petit morceau dl. On trouve cette charge en multipliant la charge linéique par la longueur du petit morceau.

$$dq = \lambda dl$$

La grandeur du champ dE est donc

$$dE = \frac{k\lambda dl}{a^2}$$

Avant d'additionner les champs faits par chacun des petits morceaux, il faut séparer ce champ en composantes.

$$dE_x = \frac{k\lambda dl}{a^2}\cos\theta$$

$$dE_y = \frac{k\lambda dl}{a^2}\sin\theta$$

Puisque l'angle (en radians) est

$$\theta = \frac{l}{a}$$

on a

$$l = a\theta$$
$$dl = ad\theta$$

(Il y a un signe négatif devant le *y* pour obtenir une valeur positive, car la valeur de *y* est négative.) On a donc

$$dE_x = \frac{k\lambda dl}{a^2}\cos\theta \qquad dE_y = \frac{k\lambda dl}{a^2}\sin\theta$$
$$dE_x = \frac{k\lambda ad\theta}{a^2}\cos\theta \qquad dE_y = \frac{k\lambda ad\theta}{a^2}\sin\theta$$
$$dE_x = \frac{k\lambda d\theta}{a}\cos\theta \qquad dE_y = \frac{k\lambda d\theta}{a}\sin\theta$$

On trouve le champ total en sommant toutes les composantes des champs faits par chacun des petits morceaux. Cela veut dire qu'on fait l'intégrale et que nos bornes d'intégration sont les deux extrémités de la tige.

$$E_x = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} \frac{k\lambda d\theta}{a}\cos\theta \qquad E_y = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} \frac{k\lambda d\theta}{a}\sin\theta$$
$$E_x = \frac{k\lambda}{a}\left[\sin\theta\right]_{-\beta/2}^{\beta/2} \qquad E_y = \frac{k\lambda}{a}\left[-\cos\theta\right]_{-\beta/2}^{\beta/2}$$
$$E_x = \frac{k\lambda}{a}\left(\sin\left(\tfrac{\beta}{2}\right) - \sin\left(\tfrac{-\beta}{2}\right)\right) \qquad E_y = \frac{-k\lambda}{a}\left(\cos\left(\tfrac{\beta}{2}\right) - \cos\left(\tfrac{-\beta}{2}\right)\right)$$

En simplifiant le tout, on obtient

$$E_x = \frac{2k\lambda}{a}\sin\left(\tfrac{\beta}{2}\right) \qquad E_y = 0$$

Ainsi, on a

Champ électrique au centre de courbure d'une tige uniformément chargée

Grandeur

$$E = \frac{2k|\lambda|}{a}\sin\left(\tfrac{\beta}{2}\right)$$

Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée au milieu de la tige si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers le milieu de la tige si elle est chargée négativement.