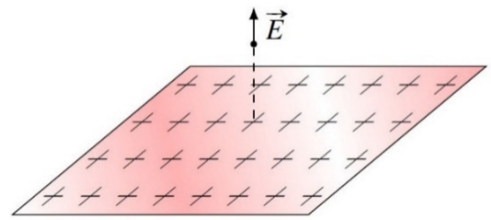
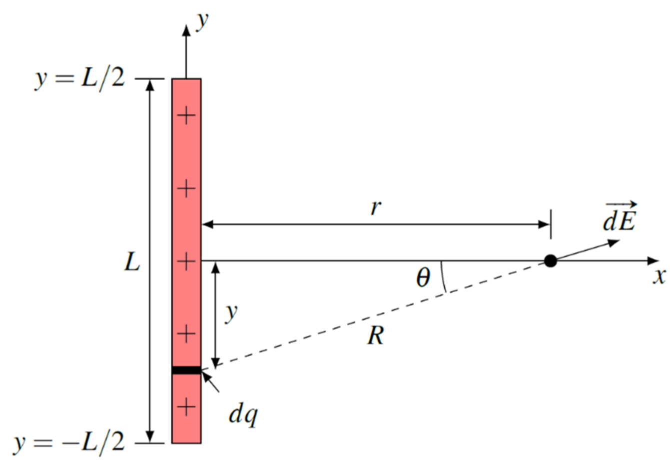
Champ fait par une plaque

On va maintenant déterminer le champ à l'endroit indiqué sur la figure.



Pour y arriver, on va on va on va séparer la plaque en une infinité de tranche de longueur infini et de largeur dy. Chacune de ces petites tranches a une densité de charge $d\lambda$. Chacune de ces petites tranches est un fil infini qui fait un champ dont la grandeur est

$$dE = \frac{d\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$



Sur la figure, on voit la plaque de côté. Elle est infinie vers le haut et le bas contrairement à ce qu'on peut voir sur la figure.

La charge $d\lambda$ dépend de la largeur du petit morceau dy. On trouve cette charge en multipliant la charge surfacique par la largeur du petit morceau.

$$d\lambda = \sigma dy$$

La grandeur du champ dE est donc

$$dE = \frac{\sigma dy}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

Avant d'additionner les champs faits par chacun des petits morceaux, il faut séparer ce champ en composantes.

$$dE_x = \frac{\sigma dy}{2\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta$$

$$dE_y = \frac{\sigma dy}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\theta$$

Or, on retrouve cet angle dans le triangle rectangle de la figure. Sur cette figure, on peut voir que

$$\cos\theta = \frac{r}{R} \qquad \sin\theta = \frac{-y}{R}$$

(Il y a un signe négatif devant le *y* pour obtenir une valeur positive, car la valeur de *y* est négative.) On a donc

$$dE_x = \frac{\sigma dy}{2\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta \qquad dE_y = \frac{\sigma dy}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\theta$$

$$dE_x = \frac{\sigma r dy}{2\pi\varepsilon_0 R^2} \qquad dE_y = -\frac{\sigma y dy}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$dE_x = \frac{\sigma r dy}{2\pi\varepsilon_0 \left(y^2 + r^2\right)} \qquad dE_y = \frac{-\sigma y dy}{2\pi\varepsilon_0 \left(y^2 + r^2\right)}$$

On trouve le champ total en sommant toutes les composantes des champs faits par chacun des petits morceaux. Cela veut dire qu'on fait l'intégrale et que nos bornes d'intégration sont les deux extrémités de la tige.

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma r dy}{2\pi\varepsilon_0 \left(y^2 + r^2\right)} \qquad E_y = \int_{\infty}^{\infty} \frac{\sigma y dy}{2\pi\varepsilon_0 \left(y^2 + r^2\right)}$$

$$E_x = \left[\frac{\sigma r}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\arctan\left(\frac{y}{r}\right)\right]_{-\infty}^{\infty} \qquad E_y = \left[\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2}\ln\left(r^2 + y^2\right)\right]_{-\infty}^{\infty}$$

$$E_x = \left(\frac{\sigma r}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\pi}{2r} - -\frac{\sigma r}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\pi}{2r}\right) \qquad E_y = \lim_{y\to\infty}\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left(\ln\left(r^2 + y^2\right) - \ln\left(r^2 + y^2\right)\right)$$

En simplifiant le tout, on obtient

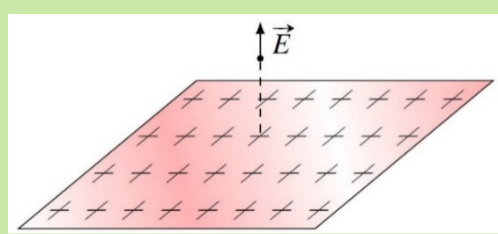
$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad E_y = 0$$

Ainsi, on a

Champ électrique d'une plaque infinie uniformément chargée

Grandeur

$$E = 2\pi k\left|\sigma\right| = \frac{\left|\sigma\right|}{2\varepsilon_0}$$



Direction

Le champ est dirigé dans la direction opposée à la plaque si elle est chargée positivement.
Le champ est dirigé vers la plaque si elle est chargée négativement.