

Calcul avancé
Examen 4

Chapitre 6 : Les équations différentielles
25 % de la note finale

Hiver 2019

Nom _____

1. (10 points)

Trouvez la solution générale de l'équation suivante.

$$2y - x^3 = xy'$$

Réponse : $y = Cx^2 - x^3$

2. (10 points)

Trouvez la solution générale de l'équation suivante.

$$(y')^2 - 4x^2 y^2 = 0$$

Réponse : $y = Ce^{-x^2}$ et $y = Ce^{x^2}$

3. (15 points)

Résoudre

$$yy'' + (y')^2 = 0$$

et trouvez la solution particulière pour $y = 1$ et $y' = 1$ quand $x = 0$.

Réponse : $y = \pm\sqrt{2x+1}$

4. (15 points)

Trouvez la solution générale de l'équation suivante.

$$y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x} + x$$

Réponse : $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + e^{3x} + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$

5. (10 points)

Trouvez la solution générale de l'équation suivante.

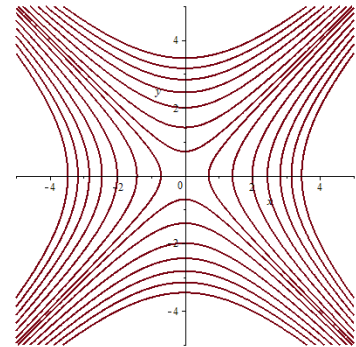
$$(2xy^3 + y \cos x + 2)dx = (-3x^2y^2 - \sin x + 4)dy$$

Réponse : $x^2y^3 + y \sin x + 2x - 4y = C$

6. (10 points)

Trouvez la famille de fonctions orthogonales à la famille suivante (montrée sur la figure).

$$y^2 = x^2 + C$$



Réponse : $y = \frac{C}{x}$

7. (15 points)

Trouvez la solution générale de l'équation suivante.

$$xy' + y = x^3 y^2$$

Réponse : $y = \frac{2}{Cx - x^3}$

8. (15 points)

Des chercheurs ont émis l'hypothèse que la propagation d'une maladie contagieuse se fait de façon telle que le rythme auquel le nombre de personnes infectées change est proportionnel au produit du nombre de personnes infectées et du nombre de personnes non infectées (c'est-à-dire qu'elle dépend des contacts possibles entre les personnes infectées et non infectées). Au retour de la période de vacances ($t = 0$), 50 employés et étudiants d'un cégep (où il y a 2000 personnes) sont malades. Deux jours plus tard, ce sont 100 personnes qui sont malades. Combien y aura-t-il de malades 8 jours après le retour des vacances ?

Réponse : 626 malades