

Calcul avancé

Examen 4

Chapitre 6 : les équations différentielles

25 % de la note finale

Hiver 2018

Nom : _____

1. Trouvez la solution générale de l'équation suivante.

$$x^2 \frac{dy}{dx} - 3xy - 2y^2 = 0$$

2. Trouvez la solution générale de l'équation suivante.

$$y'^2 - (x^2 + y)y' + x^2y = 0$$

3. Résoudre

$$(\sin x \sin y - xe^y)dy = (e^y + \cos x \cos y)dx$$

et trouvez la solution particulière pour $y = 0$ quand $x = \frac{\pi}{2}$.

4. Trouvez une famille de courbes orthogonales à la famille

$$y = Ce^{-x}$$

5. Résoudre

$$yy'' = y^2 y' + (y')^2$$

et trouver la solution particulière pour $y = -\frac{1}{2}$, $y' = 1$ quand $x = 0$.

6. Selon la loi de l'absorption de Lambert, le pourcentage de lumière absorbée par une mince couche de matériel translucide est proportionnel à l'épaisseur de la couche. Cela signifie que

$$\frac{dI}{I} = -kdx$$

où I est l'intensité de la lumière et k une constante qui dépend du matériel. Si la lumière arrivant verticalement sur l'océan n'a plus que la moitié de son intensité initiale à une profondeur de 3 mètres, à quelle profondeur l'intensité n'est plus que 1 % de l'intensité initiale ?

7. Trouvez la solution générale de l'équation suivante.

$$2y'' + 4y' - 16y = 8\sin 2x$$

Réponses

1) $y = \frac{x^3}{C - x^2}$

2) $y = \frac{x^3}{3} + k$ ou $y = ke^x$

3) $xe^y + \sin x \cos y = 1 + \frac{\pi}{2}$

4) $y = \pm\sqrt{2x + k}$

5) $8ye^{\frac{3}{2}x} = 2y - 3$

6) 19,93 m

7) $y = k_1e^{-4x} + k_2e^{2x} - \frac{3}{10}\sin 2x - \frac{1}{10}\cos 2x$