

**Calcul avancé**  
**Examen 1**

Nombres complexes et fonctions hyperboliques  
25 % de la note finale

Exam pratique 1

Nom \_\_\_\_\_

---

1. (40 Points)

Calculez la valeur des expressions suivantes.

a)  $\overline{(5+2i)} + (1+i)$

b)  $\left| \frac{-1+3i}{2+i} \right|^2$

c)  $(2-3i)(7+i)$

d)  $(1+i)^{2+i}$

e)  $\text{Ln}(-1+i)$

f)  $e^{3-4i}$

g)  $\cos(-1+2i)$

h)  $\arcsin 2$

i)  $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$  en forme polaire

j)  $\sqrt[3]{8}$

Réponses a)  $6-i$    b)  $2$    c)  $17-19i$    d)  $e^{2\pi n}(-0,3097+0,8577i)$    e)  $\ln(\sqrt{2})+i\frac{3\pi}{4}$

f)  $-13,129+15,201i$    g)  $2,033+3,0519i$    h)  $\frac{\pi}{2} \pm i \ln(2+\sqrt{3})+2\pi n$    i)  $e^{2\pi i/3}$

j) 3 réponses :  $2, -1+\sqrt{3}i, -1-\sqrt{3}i$

2. (10 points)

Trouvez les valeurs de  $z$  dans cette équation

$$z^8 + z^4 + 1 = 0$$

et représentez les solutions dans le plan complexe.

8 réponses :

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i, -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

3. (10 points)

Montrez que

$$\cos^5 \theta = \frac{5}{8} \cos \theta + \frac{5}{16} \cos 3\theta + \frac{1}{16} \cos 5\theta$$

4. (10 points)

Exprimez avec un seul cosinus

$$20 \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) + 21 \cos(4x + \pi)$$

Réponse :  $29 \cos(4x + 3,9026)$

5. (10 points)

Montrez que

$$\sin(x + iy) = \sin(x) \cosh(y) + i \cos(x) \sinh(y)$$

6. (10 Points)

Trouvez la valeur de la dérivée de cette fonction à  $x = 2$ .

$$y = \sinh(x) \cosh(x^2)$$

Réponse : 498,65

7. (10 Points)

Calculez

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 8x + 5}}$$

Réponse : 0,3255