Solutionnaire du chapitre 10

1. Les forces sur un des côtés carrés sont

$$\begin{aligned} F_P &= PA \\ &= 300\,000Pa \cdot (0,2m)^2 \\ &= 12\,000N \end{aligned}$$

2. L'objet flotte si la poussée d'Archimède est plus grande que le poids. L'objet coule si la poussée d'Archimède est plus petite que le poids.

Le poids de l'objet est

$$\begin{aligned} P &= mg \\ &= 15kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \\ &= 147N \end{aligned}$$

La poussée d'Archimède est

$$\begin{aligned} F_A &= \rho g V_f \\ &= 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 0,02m^3 \\ &= 196N \end{aligned}$$

Comme la poussée d'Archimède est plus grande que le poids, l'objet flotte.

3. *Forces agissant sur l'objet*

Il y a 3 forces sur le bloc de cèdre.

1) La force de gravitation de 1,96 N vers le bas.
2) La poussée d'Archimède (F_A) vers le haut.
3) La force faite par la corde (F_T) vers le bas.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_y = -1,96N + F_A - F_T$$

2^e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -1,96N + F_A - F_T = 0$$

Solutions des équations

Pour trouver la force exercée par la corde, on doit trouver le volume du bloc pour ensuite trouver la poussée d'Archimède. On trouve ce volume avec la masse volumique.

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot (volume) \\ 0,2kg &= 490\tfrac{kg}{m^3} \cdot (volume) \\ volume &= 0,0004082m^3 \end{aligned}$$

La poussée d'Archimède est donc

$$\begin{aligned} F_A &= \rho g V_f \\ &= 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 0,0004081m^3 \\ &= 4N \end{aligned}$$

Notre équation des forces en y donne donc

$$\begin{aligned} -1,96N + F_A - F_T &= 0 \\ -1,96N + 4N - F_T &= 0 \\ F_T &= 2,04N \end{aligned}$$

4. Il y a 2 forces sur le dirigeable.

1) Le poids ($(m + m_{He})g$) vers le bas. (Avec l'hélium, on a la masse du dirigeable et la masse de l'hélium.)
2) La poussée d'Archimède (F_A) vers le haut.

Comme il y a équilibre, ces deux forces doivent être égales. On a donc

$$F_A = (m + m_{He})\, g$$

Comme $F_A = \rho g V_f$, on a

$$\rho g V_f = (m + m_{He})\, g$$
$$\rho V_f = m + m_{He}$$

Le volume du dirigeable est égal à la masse de l'hélium divisé par sa masse volumique (on néglige le volume des parties du dirigeable qui ne font pas partie du « Ballon »)

$$V_f = \frac{m_{He}}{\rho_{He}}$$

On a donc

$$\rho \frac{m_{He}}{\rho_{He}} = m + m_{He}$$

Ce qui donne

$$\rho \frac{m_{He}}{\rho_{He}} - m_{He} = m$$
$$\left(\frac{\rho}{\rho_{He}} - 1\right) m_{He} = m$$
$$m_{He} = \frac{m}{\frac{\rho}{\rho_{He}} - 1}$$

Ce qui donne

$$m_{He} = \frac{100\,000 kg}{\frac{1,3}{0,178} - 1}$$
$$= 15\,865 kg$$

Ce qui représente un volume de

$$\rho = \frac{m}{Vol}$$
$$0,178 \tfrac{kg}{m^3} = \frac{15\,865 kg}{Vol}$$
$$Vol = 89\,129 m^3$$

5. Sylvain dans la chaloupe

<u>*Forces agissant sur l'objet*</u>

Quand Sylvain est dans la chaloupe, il y a 3 forces sur la chaloupe.

1) La force de gravitation (mg) vers le bas.
2) La poussée d'Archimède de fluide ($F_A = \rho g V_{f1}$) vers le haut.
3) La normale faite par Sylvain (égale à son poids $m_s g$) vers le bas

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -mg + \rho g V_{f1} - m_s g$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + \rho g V_{f1} - m_s g = 0$$

Pour trouver la masse de Sylvain, on doit connaitre le volume du fluide, mais on ne le connait pas. On va devoir examiner la situation quand Sylvain N'est pas dans la chaloupe.

Chaloupe vide

Forces agissant sur l'objet

Il y a 2 forces sur la chaloupe.

1) La force de gravitation (mg) vers le bas.
2) La poussée d'Archimède de fluide ($F_A = \rho g V_{f2}$) vers le haut.

Somme des forces

La somme de forces est (avec un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = -mg + \rho g V_{f2}$$

2e loi de Newton

Comme l'accélération est nulle à l'équilibre, on a

$$\sum F_y = ma_y \qquad \rightarrow \qquad -mg + \rho g V_{f2} = 0$$

Solution des équations

On a les équations suivantes

$$-mg+\rho gV_{f1}-m_s g=0$$
$$-mg+\rho gV_{f2}=0$$

On n'a pas les volumes, mais on sait le changement de volume (la chaloupe s'enfonce de 5 cm).

$$\begin{aligned} V_{f1}-V_{f2} &= 4m^2\cdot 0,05m \\ &= 0,2m^3 \end{aligned}$$

Si on isole les volumes dans chaque équation, on a

$$\rho gV_{f1}=mg+m_s g$$
$$V_{f1}=\frac{m+m_s}{\rho}$$

$$\rho gV_{f2}=mg$$
$$V_{f2}=\frac{m}{\rho}$$

On a donc

$$V_{f1}-V_{f2}=0,2m^3$$
$$\frac{m+m_s}{\rho}-\frac{m}{\rho}=0,2m^3$$
$$\frac{m}{\rho}+\frac{m_s}{\rho}-\frac{m}{\rho}=0,2m^3$$
$$\frac{m_s}{\rho}=0,2m^3$$

La masse de sylvain est donc

$$\begin{aligned} m_s &= 0,2m^3\cdot\rho \\ &= 0,2m^3\cdot 1000\tfrac{kg}{m^3} \\ &= 200kg \end{aligned}$$

6. Le poids de l'avion est de

$$P = 3630kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg}$$
$$= 35\,574N$$

Les flotteurs doivent donc pouvoir générer une force de

$$1,8 \cdot 35\,574\ N = 64\,033\ N$$

Chaque flotteur doit donc pouvoir générer une force de 32 017 N. Le volume des flotteurs doit donc être de

$$F_A = \rho g V_f$$
$$32\,017N = 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot V_f$$
$$V_f = 3,267m^3$$

7. Selon l'équation de continuité, on a

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$\pi \cdot (0,03m)^2 \cdot 2\tfrac{m}{s} = \pi \cdot (0,01m)^2 \cdot v_2$$
$$(0,03m)^2 \cdot 2\tfrac{m}{s} = (0,01m)^2 \cdot v_2$$
$$v_2 = 18\tfrac{m}{s}$$

8. Selon l'équation de continuité, on a

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$\pi \cdot (0,03m)^2 \cdot 2\tfrac{m}{s} = \pi \cdot r_2^2 \cdot 0,8\tfrac{m}{s}$$
$$(0,03m)^2 \cdot 2\tfrac{m}{s} = r_2^2 \cdot 0,8\tfrac{m}{s}$$
$$r_2 = 0,04743m$$

Le rayon est donc de 4,743 cm, ce qui signifie que le diamètre est de 9,487 cm.

9. On trouve la vitesse avec l'équation de continuité.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$\pi r_1^2 v_1 = \pi r_2^2 v_2$$
$$r_1^2 v_1 = r_2^2 v_2$$
$$(0,05m)^2 \cdot 15\tfrac{m}{s} = (0,025m)^2 v_2$$
$$v_2 = 60\tfrac{m}{s}$$

On peut trouver la pression avec l'équation de Bernoulli (dans laquelle on néglige les variations de hauteur, mais qui, de toute façon, ne changent pas ici)

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

On a alors

$$202\,600Pa + \frac{1}{2}\cdot 2\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(15\tfrac{m}{s}\right)^2 = P_2 + \frac{1}{2}\cdot 2\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(60\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$202\,600Pa + 225Pa = P_2 + 3\,600Pa$$
$$P_2 = 199\,225Pa$$
$$P_2 = 1,967atm$$

10. On trouve la vitesse avec l'équation de continuité.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$\pi r_1^2 v_1 = \pi r_2^2 v_2$$
$$r_1^2 v_1 = r_2^2 v_2$$
$$(0,05m)^2 \cdot 4\tfrac{m}{s} = (0,04m)^2 v_2$$
$$v_2 = 6,25\tfrac{m}{s}$$

On peut trouver la pression avec l'équation de Bernoulli

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

On a alors

$$101\,300Pa + 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 0m + \frac{1}{2} \cdot 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(4\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$= P_2 + 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 5m + \frac{1}{2} \cdot 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(6{,}25\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$101\,300Pa + 0 + 8\,000Pa = P_2 + 49\,000Pa + 19\,531Pa$$
$$P_2 = 49\,769Pa$$
$$P_2 = 0{,}402atm$$

11. La pression est

$$\begin{aligned} P_h &= P_{surf} + \rho g h \\ &= 101\,300Pa + 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\tfrac{kg}{m^3} \cdot 3821m \\ &= 35\,547\,100Pa \end{aligned}$$

Cette pression correspond à 370,7 atmosphères.

12. Une pression de 5 atmosphères correspond à une pression de 506 500 Pa. On a donc

$$P_h = P_{surf} + \rho g h$$
$$506\,500Pa = 101\,300Pa + 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\tfrac{kg}{m^3} \cdot h$$
$$405\,200Pa = 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\tfrac{kg}{m^3} \cdot h$$
$$h = 41{,}3m$$

13. L'air à l'intérieur de l'avion a une pression de 80 000 Pa. La force faite par l'air sur le hublot est

$$\begin{aligned} F_p &= PA \\ &= P\pi r^2 \\ &= 80\,000Pa \cdot \pi \cdot (0{,}2m)^2 \\ &= 10\,053N \end{aligned}$$

Cette force est vers l'extérieur de l'avion.

L'air à l'extérieur de l'avion a une pression de 80 000 Pa. La force faite par l'air sur le hublot est

$$\begin{aligned} F_p &= PA \\ &= P\pi r^2 \\ &= 46\,600 Pa \cdot \pi \cdot (0,2m)^2 \\ &= 5856N \end{aligned}$$

Cette force est vers l'intérieur de l'avion.

On a une force de 10 053 N vers l'extérieur et une force de 5856 N vers l'intérieur. On a donc une force nette de 4197 N vers l'extérieur.

14. La pression atmosphérique est

$$\begin{aligned} P_{atm} &= \rho_{liq} gh \\ &= 13\,600 \tfrac{kg}{m^3} \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg} \cdot 0,7534m \\ &= 100\,413 Pa \\ &= 100,41 kPa \end{aligned}$$

15. La pression au bout du tube est

$$\begin{aligned} P &= P_{atm} - \rho_{liq} gh \\ &= 99\,000 Pa - 13\,600 \tfrac{kg}{m^3} \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg} \cdot 0,2m \\ &= 72\,344 Pa \\ &= 0,714 atm \end{aligned}$$

16. On a

$$\frac{F_1}{A_1}=\frac{F_2}{A_2}$$
$$\frac{F_1}{\pi(0,05m)^2}=\frac{2000N}{\pi(0,25m)^2}$$
$$\frac{F_1}{(0,05m)^2}=\frac{2000N}{(0,25m)^2}$$
$$F_1=\frac{2000N}{(0,25m)^2}(0,05m)^2$$
$$F_1=80N$$

17. On a

$$\frac{F_1}{A_1}=\frac{F_2}{A_2}$$
$$\frac{180kg\cdot 9,8\frac{N}{kg}}{\pi R_1^2}=\frac{500kg\cdot 9,8\frac{N}{kg}}{\pi(0,20m)^2}$$
$$\frac{180kg}{R_1^2}=\frac{500kg}{(0,20m)^2}$$
$$180kg\cdot(0,20m)^2=500kg\cdot R_1^2$$
$$R_1^2=\frac{180kg\cdot(0,20m)^2}{500kg}$$
$$R_1=0,12m$$

18. a) la vitesse est

$$v^2=2gh$$
$$v^2=2\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\cdot 12m$$
$$v=15,34\tfrac{m}{s}$$

b) Comme la vitesse en y est nulle, le temps de chute est

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ 0m &= 8m + 0 - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}\cdot t^2 \\ 8m &= \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}\cdot t^2 \\ t &= 1{,}2778s \end{aligned}$$

La distance parcourue en x est donc

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x}t \\ &= 0 + 15{,}34\tfrac{m}{s}\cdot 1{,}2778s \\ &= 19{,}6m \end{aligned}$$

19. On trouve la vitesse avec l'équation de continuité.

$$\begin{aligned} A_1v_1 &= A_2v_2 \\ \pi r_1^2v_1 &= \pi r_2^2v_2 \\ r_1^2v_1 &= r_2^2v_2 \\ (0{,}05m)^2\cdot 20\tfrac{m}{s} &= (0{,}02m)^2 v_2 \\ v_2 &= 125\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

On peut trouver la pression avec l'équation de Bernoulli

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

On a alors

$$\begin{aligned} 101\,300Pa + 0 + \frac{1}{2}\cdot 2\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(20\tfrac{m}{s}\right)^2 &= P_2 + 0 + \frac{1}{2}\cdot 2\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(125\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ 101\,300Pa + 0 + 400Pa &= P_2 + 0 + 15\,625Pa \\ P_2 &= 86\,075Pa \end{aligned}$$

Avec la différence de pression, on peut trouver la différence de hauteur du liquide

$$\Delta P = \rho_{liq} g \Delta h$$
$$101\,300Pa - 86\,075Pa = 13\,600\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot \Delta h$$
$$15\,225Pa = 13\,600\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot \Delta h$$
$$\Delta h = 0{,}1142m$$

20. La vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2\rho_{liq} g}{\rho_{air}} \Delta h} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 13\,600\tfrac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}}{1{,}2\tfrac{kg}{m^3}} \cdot 0{,}08m} \\ &= 133{,}3\tfrac{m}{s} \\ &= 259kts \end{aligned}$$

21. Les forces verticales sur l'avion sont

1) Le poids de l'avion (235 000 N) vers le bas.
2) La force de pression vers le haut faite par l'air sous l'aile (F_{P1}).
3) La force de pression vers le bas faite par l'air au-dessus de l'aile (F_{P2}).

Comme l'accélération verticale de l'avion est nulle, la 2e loi de Newton nous donne

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-235\,000N + F_{P1} - F_{P2} = 0$$

Comme la force de pression est égale à PA, on a

$$-235\,000N + P_1 A - P_2 A = 0$$
$$-235\,000N + \left(P_1 - P_2\right) A = 0$$

Comparons maintenant l'air qui passe sur le dessous (indice 1) et le dessous (indice 2) de l'aile avec l'équation de Bernoulli.

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Si on néglige la faible différence de hauteur entre le dessous et le dessus de l'aile, on a

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

On a alors

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

L'équation des forces en y devient alors

$$-235\,000N + (P_1 - P_2)A = 0$$
$$-235\,000N + \left(\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2\right)A = 0$$
$$-235\,000N + \frac{1}{2}\rho A\left(v_2^2 - v_1^2\right) = 0$$

Comme la masse volumique est de 0,736 kg/m³ et que la vitesse de l'air sous l'aile est de 300 nœuds (154,4 m/s), on a

$$-235\,000N + \frac{1}{2}\cdot 0,736\tfrac{kg}{m^3}\cdot 63,1m^2\cdot\left(v_2^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2\right) = 0$$
$$\frac{1}{2}\cdot 0,736\tfrac{kg}{m^3}\cdot 63,1m^2\cdot\left(v_2^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2\right) = 235\,000N$$
$$v_2^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2 = \frac{2\cdot 235\,000N}{0,736\tfrac{kg}{m^3}\cdot 63,1m^2\cdot}$$
$$v_2^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2 = 10\,120,24\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$v_2^2 = 10\,120,24\tfrac{m^2}{s^2} + \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$v_2^2 = 33\,960\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$v_2 = 184,3\tfrac{m}{s}$$
$$v_2 = 358,1kts$$