

Solutionnaire du chapitre 3

1. La force est

$$\begin{aligned} F &= \frac{GM_{Terre}M_{Lune}}{r^2} \\ &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,97 \times 10^{24} kg \cdot 7,34 \times 10^{22} kg}{(3,844 \times 10^8 m)^2} \\ &= 1,979 \times 10^{20} N \end{aligned}$$

2. a) La période est

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_{Terre}}} \\ &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(3,844 \times 10^8 m)^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,97 \times 10^{24} kg}} \\ &= 2,37 \times 10^6 s \\ &= 27,5 \text{ jours} \end{aligned}$$

b) La vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM_{Terre}}{r}} \\ &= \sqrt{\frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,97 \times 10^{24} kg}{3,844 \times 10^8 m}} \\ &= 1018 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

3. On trouve la masse avec la formule de la période.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_{Terre}}}$$

$$159,5 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(2,2 \times 10^{11} m)^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot M_c}}$$

$$M_c = 3,3166 \times 10^{31} kg$$

En masse solaire, on a

$$M = \frac{3,3166 \times 10^{31} kg}{1,9885 \times 10^{30} \frac{kg}{M_\odot}}$$

$$= 16,7 M_\odot$$

4. L'énergie mécanique est

$$E_{mec} = -\frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2r}$$

$$= -\frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg \cdot 5,97 \times 10^{24} kg}{2 \cdot 1,496 \times 10^{11} m}$$

$$= -2,65 \times 10^{33} J$$

5. L'énergie mécanique initiale est

$$E_{mec} = -\frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2r}$$

Si on amène la Terre à une autre distance (appelons la r'), l'énergie sera

$$E'_{mec} = -\frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2r'}$$

La variation d'énergie est donc

$$\begin{aligned}
\Delta E_{mec} &= E'_{mec} - E_{mec} \\
&= -\frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2r'} - \frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2r} \\
&= \frac{GM_{Terre}M_{Soleil}}{2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) \\
&= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg \cdot 5,97 \times 10^{24} kg}{2} \cdot \left(\frac{1}{1,496 \times 10^{11} m} - \frac{1}{1,596 \times 10^{11} m} \right) \\
&= 1,66 \times 10^{32} J
\end{aligned}$$

6. a) L'excentricité est

$$\begin{aligned}
e &= \frac{v_p^2 r_p}{GM_c} - 1 \\
&= \frac{(70\,000 \frac{m}{s})^2 \cdot 5 \times 10^{10} m}{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg} - 1 \\
&= 0,8460
\end{aligned}$$

b) La distance est

$$\begin{aligned}
r &= r_p \frac{1+e}{1+e \cos \theta} \\
&= 5 \times 10^{10} m \cdot \frac{1+0,8460}{1+0,8460 \cdot \cos 90^\circ} \\
&= 9,230 \times 10^{10} m
\end{aligned}$$

Ce qui est 92,30 millions de km.

c) La distance est

$$\begin{aligned}
r &= r_p \frac{1+e}{1+e \cos \theta} \\
&= 5 \times 10^{10} m \cdot \frac{1+0,8460}{1+0,8460 \cdot \cos 180^\circ} \\
&= 5,99 \times 10^{11} m
\end{aligned}$$

Ce qui est 599 millions de km.

7. La distance est

$$\begin{aligned} r_p &= a(1-e) \\ &= 1,523\,679UA \cdot (1-0,093\,315) \\ &= 1,381\,497UA \end{aligned}$$

8. La distance est

$$\begin{aligned} r_a &= a(1+e) \\ &= 1,523\,679UA \cdot (1+0,093\,315) \\ &= 1,665\,861UA \end{aligned}$$

9. La vitesse est donnée par la formule suivante.

$$\begin{aligned} v_p^2 &= \frac{GM_c}{a} \frac{1+e}{1-e} \\ &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg}{1,523\,679 \cdot 1,496 \times 10^{11} m} \cdot \frac{1+0,093\,315}{1-0,093\,315} \\ &= 7,0206 \times 10^8 \frac{m^2}{s^2} \\ v_p &= 26\,496 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

10. La vitesse angulaire est

$$\begin{aligned} \omega_p &= \frac{v_p}{r_p} \\ &= \frac{26\,496 \frac{m}{s}}{1,381\,497UA \cdot 1,496 \times 10^{11} m} \\ &= 1,282 \times 10^{-7} \frac{rad}{s} \\ &= 1,282 \times 10^{-7} \frac{rad}{s} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi rad} \cdot \frac{24 \cdot 60 \cdot 60 s}{1 j} \\ &= 0,6347 \frac{^\circ}{j} \end{aligned}$$

11. La vitesse est donnée par la formule suivante.

$$\begin{aligned}
 v_a^2 &= \frac{GM_c}{a} \frac{1-e}{1+e} \\
 &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}}{1,523\,679 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m}} \cdot \frac{1-0,093\,315}{1+0,093\,315} \\
 &= 4,8283 \times 10^8 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \\
 v_a &= 21\,973 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

12. La vitesse angulaire est

$$\begin{aligned}
 \omega_a &= \frac{v_a}{r_p} \\
 &= \frac{21\,973 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,665\,861 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m}} \\
 &= 8,817 \times 10^{-8} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\
 &= 8,817 \times 10^{-8} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}}{1 \text{ j}} \\
 &= 0,4365 \frac{^\circ}{\text{j}}
 \end{aligned}$$

13. La période est

$$\begin{aligned}
 T &= 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_c}} \\
 &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(1,523\,679 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}}} \\
 &= 5,93556 \times 10^7 \text{ s} \\
 &= 686,99 \text{ j}
 \end{aligned}$$

14. L'énergie mécanique est

$$\begin{aligned}
 E_{mec} &= -\frac{GM_c m}{2a} \\
 &= -\frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg \cdot 6,4185 \times 10^{23} kg}{2 \cdot 1,523\,679 \cdot 1,496 \times 10^{11} m} \\
 &= -1,868 \times 10^{32} J
 \end{aligned}$$

15. Le moment cinétique est

$$\begin{aligned}
 L &= m v_p r_p \\
 &= 6,42 \times 10^{23} kg \cdot 26\,496 \frac{m}{s} \cdot (1,381\,497 \cdot 1,496 \times 10^{11} m) \\
 &= 3,516 \times 10^{39} \frac{kgm}{s}
 \end{aligned}$$

16. a) La distance est

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta} \\
 &= \frac{1,523\,679 UA \cdot (1-0,093\,315^2)}{1+0,093\,315 \cdot \cos 90^\circ} \\
 &= 1,510\,411 UA
 \end{aligned}$$

b) La vitesse est

$$\begin{aligned}
 v^2 &= GM_c \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \\
 &= 6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg \\
 &\quad \cdot \left(\frac{2}{1,510\,411 \cdot 1,496 \times 10^{11} m} - \frac{1}{1,523\,679 \cdot 1,496 \times 10^{11} m} \right) \\
 &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg}{1,496 \times 10^{11} m} \cdot \left(\frac{2}{1,510\,411} - \frac{1}{1,523\,679} \right) \\
 &= 5,9245 \times 10^8 \frac{m^2}{s^2} \\
 v &= 24,34 \frac{km}{s}
 \end{aligned}$$

c) Avec le moment cinétique (que l'on a calculé à l'exercice 15), on a

$$L = mvr \sin \psi$$

$$3,516 \times 10^{39} \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 6,42 \times 10^{23} \text{ kg} \cdot 24\,340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (1,510411 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m}) \cdot \sin \psi$$

$$\sin \psi = 0,99567$$

$$\psi = 84,7^\circ \text{ ou } 95,3^\circ$$

Selon la figure, il est clair que c'est l'angle supérieur à 90° qui est bon.

d) On trouve le temps avec la deuxième loi de Kepler.

$$A = \frac{v_p r_p}{2} t$$

Pour l'aire entre $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 90^\circ$, on a

$$\begin{aligned} E &= 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta}{2} \right) \\ &= 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-0,093\,315}{1+0,093\,315}} \cdot \tan \frac{90^\circ}{2} \right) \\ &= 1,477 \text{ rad} \end{aligned}$$

L'aire est donc

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} a^2 \sqrt{1-e^2} (E - e \sin E) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1,523679 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2 \cdot \sqrt{1-(0,093\,315)^2} \cdot (1,4773 - 0,093\,315 \cdot \sin 1,4773) \\ &= 3,581 \times 10^{22} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Le temps est donc

$$\begin{aligned} A &= \frac{r_p v_p}{2} t \\ 3,581 \times 10^{22} \text{ m}^2 &= \frac{26\,496 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (1,381\,497 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m})}{2} \cdot t \\ 3,581 \times 10^{22} \text{ m}^2 &= 2,738 \times 10^{15} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot t \\ t &= 1,3078 \times 10^7 \text{ s} \\ t &= 151,4 \text{ j} \end{aligned}$$

e) On trouve le temps avec la deuxième loi de Kepler.

$$A = \frac{v_p r_p}{2} t$$

Pour l'aire entre $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 120^\circ$, on a

$$\begin{aligned} E &= 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta}{2} \right) \\ &= 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-0,093\,315}{1+0,093\,315}} \cdot \tan \frac{120^\circ}{2} \right) \\ &= 2,012 \text{ rad} \end{aligned}$$

L'aire est donc

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} a^2 \sqrt{1-e^2} (E - e \sin E) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1,523679 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2 \cdot \sqrt{1-(0,093\,315)^2} \cdot (2,0115 - 0,093\,315 \cdot \sin 2,0115) \\ &= 4,9846 \times 10^{22} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Le temps pour arriver à $\theta = 120^\circ$ est donc

$$\begin{aligned} A &= \frac{v_p r_p}{2} t \\ 4,9846 \times 10^{22} \text{ m}^2 &= 2,738 \times 10^{15} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot t \\ t &= 1,8205 \times 10^7 \text{ s} \\ t &= 210,7 \text{ j} \end{aligned}$$

Puisqu'il faut 151,4 jours pour passer de 0° à 90° et 210,7 jours pour passer de 0° à 120° , le temps pour passer de 90° à 120° est

$$\Delta t = 210,7 \text{ j} - 151,4 \text{ j} = 59,3 \text{ j}$$

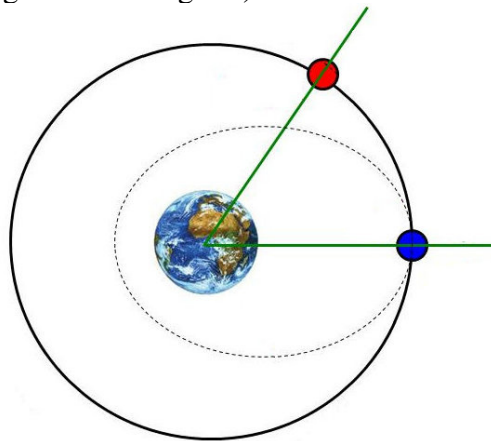
17. a) La période est

$$\begin{aligned}
 T &= 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_{\text{Terre}}}} \\
 &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(2 \times 10^7 \text{ m})^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}}} \\
 &= 28154,3 \text{ s} \\
 &= 469,24 \text{ min}
 \end{aligned}$$

b) La nouvelle période doit donc être de 459,24 minutes. Ainsi la valeur de a est

$$\begin{aligned}
 T &= 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_{\text{Terre}}}} \\
 27554,3 \text{ s} &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}}} \\
 a &= 19714,8 \text{ km}
 \end{aligned}$$

c) Puisque a est plus petit que 20 000 km, cela signifie que l'orbite ressemble à ceci. (L'excentricité est exagérée sur la figure.)



La valeur de r_a est donc de 20 000 km. Cela signifie que r_p est

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{r_a + r_p}{2} \\
 19\,714,8 \text{ km} &= \frac{20\,000 \text{ km} + r_p}{2} \\
 r_p &= 19\,429,7 \text{ km}
 \end{aligned}$$

d) L'excentricité est

$$\begin{aligned}
 e &= \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \\
 &= \frac{20000\text{km} - 19429,7\text{km}}{20000\text{km} + 19429,7\text{km}} \\
 &= 0,01446
 \end{aligned}$$

e) Pour passer sur une orbite elliptique plus petite que l'orbite circulaire, il faut diminuer la vitesse. Ce résultat est donc contre-intuitif : pour rattraper le satellite qui a de l'avance, il faut diminuer la vitesse du satellite qui est derrière !

f) La vitesse sur l'orbite circulaire est de

$$\begin{aligned}
 v &= \sqrt{\frac{GM_{\text{Terre}}}{r}} \\
 &= \sqrt{\frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,97 \times 10^{24} \text{kg}}{2 \times 10^7 \text{m}}} \\
 &= 4463,394 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

La vitesse à l'apogée de l'orbite elliptique est

$$\begin{aligned}
 v_a^2 &= \frac{GM_{\text{Terre}}}{a} \frac{1-e}{1+e} \\
 &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,97 \times 10^{24} \text{kg}}{1,97148 \times 10^7 \text{m}} \cdot \frac{1-0,01446}{1+0,01446} \\
 &= 1,9634 \times 10^7 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \\
 v_a &= 4430,996 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

La différence de vitesse est donc de

$$\begin{aligned}
 \Delta v &= 4463,394 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 4430,996 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 &= 32,398 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

g) La masse du satellite après l'expulsion est

$$v = v_0 + v_{\text{exp}} \ln\left(\frac{M}{M'}\right)$$

$$v - v_0 = v_{\text{exp}} \ln\left(\frac{M}{M'}\right)$$

$$\Delta v = v_{\text{exp}} \ln\left(\frac{M}{M'}\right)$$

$$32,398 \frac{m}{s} = 500 \frac{m}{s} \ln\left(\frac{4000kg}{M'}\right)$$

$$M' = 3749,03kg$$

On doit donc éjecter 250,97 kg de gaz.

18. a) On a

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}$$

$$1,5 \times 10^{11} m = \frac{1,496 \times 10^{11} m \cdot (1 - 0,01671^2)}{1 + 0,01671 \cdot \cos \theta}$$

$$1,5 \times 10^{11} m = \frac{1,49558 \times 10^{11} m}{1 + 0,01671 \cdot \cos \theta}$$

$$1,00295 = \frac{1}{1 + 0,01671 \cdot \cos \theta}$$

$$1 + 0,01671 \cdot \cos \theta = 0,997054$$

$$0,01671 \cdot \cos \theta = -0,002945$$

$$\cos \theta = -0,1762$$

$$\theta = 100,1^\circ$$

b) Pour l'aire entre $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 100,1^\circ$, on a

$$\begin{aligned} E &= 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta}{2}\right) \\ &= 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{1-0,01671}{1+0,01671}} \cdot \tan \frac{100,1^\circ}{2}\right) \\ &= 1,7306 \text{ rad} \end{aligned}$$

L'aire est donc

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} a^2 \sqrt{1-e^2} (E - e \sin E) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot (1,496 \times 10^{11} m)^2 \cdot \sqrt{1-(0,01671)^2} \cdot (1,7306 - 0,01671 \cdot \sin 1,7306) \\
 &= 1,918 \times 10^{22} m^2
 \end{aligned}$$

Le temps est donc

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{v_p r_p}{2} t \\
 1,918 \times 10^{22} m^2 &= \frac{30\,286 \frac{m}{s} \cdot 1,496 \times 10^{11} m}{2} \cdot t \\
 1,918 \times 10^{22} m^2 &= 2,265 \times 10^{15} \frac{m^2}{s} \cdot t \\
 t &= 8,466 \times 10^6 s \\
 t &= 98,0 j
 \end{aligned}$$

19. a)

Au périhélie, la distance est 147 100 000 km et la vitesse est de 32 km/s. L'excentricité est donc

$$\begin{aligned}
 e &= \frac{v_p^2 r_p}{GM_c} - 1 \\
 &= \frac{(32\,000 \frac{m}{s})^2 \cdot 1,471 \times 10^{11} m}{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg} - 1 \\
 &= 0,1350
 \end{aligned}$$

et le demi grand axe est

$$\begin{aligned}
 r_p &= a(1-e) \\
 1,471 \times 10^{11} m &= a \cdot (1-0,1350) \\
 a &= 1,701 \times 10^{11} m
 \end{aligned}$$

b) À l'aphélie, la distance est maintenant de

$$\begin{aligned}
 r_a &= a(1+e) \\
 &= 1,701 \times 10^{11} \text{ m} \cdot (1+0,1350) \\
 &= 1,930 \times 10^{11} \text{ m}
 \end{aligned}$$

Elle a donc augmenté de 40,9 millions de km.

c) La période est maintenant

$$\begin{aligned}
 T &= 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_c}} \\
 &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(1,701 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}}} \\
 &= 3,826 \times 10^7 \text{ s} \\
 &= 442,86 \text{ jours}
 \end{aligned}$$

d) Initialement, l'énergie était de

$$\begin{aligned}
 E_{mec} &= -\frac{GM_c m}{2a} \\
 &= -\frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg} \cdot 5,97 \times 10^{25} \text{ kg}}{2 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m}} \\
 &= -2,648 \times 10^{33} \text{ J}
 \end{aligned}$$

Après la collision, l'énergie est

$$\begin{aligned}
 E'_{mec} &= -\frac{GM_c m}{2a} \\
 &= -\frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg} \cdot 5,97 \times 10^{25} \text{ kg}}{2 \cdot 1,701 \times 10^{11} \text{ m}} \\
 &= -2,329 \times 10^{33} \text{ J}
 \end{aligned}$$

La différence d'énergie est donc

$$\begin{aligned}
 \Delta E_{mec} &= E'_{mec} - E_{mec} \\
 &= -2,329 \times 10^{33} \text{ J} - (-2,648 \times 10^{33} \text{ J}) \\
 &= 3,19 \times 10^{32} \text{ J}
 \end{aligned}$$

L'énergie a donc augmenté de $3,19 \times 10^{32} \text{ J}$.

Autre version : On peut aussi simplement calculer la variation d'énergie cinétique de la Terre lors de la collision

$$\begin{aligned}
 \Delta E_{mec} &= \Delta E_k + \cancel{\Delta U_g} \\
 &= E'_k - E_k \\
 &= \frac{1}{2} Mv'^2 - \frac{1}{2} Mv^2 \\
 &= \frac{1}{2} M (v'^2 - v^2) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 5,97 \times 10^{24} \text{ kg} \cdot \left((32000 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - (30286 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \right) \\
 &= 3,19 \times 10^{32} \text{ J}
 \end{aligned}$$

20. Comme le périhélie décale de $0,30264^\circ$ par siècle, le temps qu'il faut pour faire 30° (qui est $1/12$ de 360°) est

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{30^\circ}{0,30264 \frac{^\circ}{\text{siècle}}} \\
 &= 99,13 \text{ siècles} \\
 &= 9913 \text{ ans}
 \end{aligned}$$

21. L'écart entre les deux années est

$$\Delta t = 365,259636 \text{ j} - 365,2565654 \text{ j}$$

Voyons l'angle de déplacement de la Terre pendant ce temps. La vitesse angulaire moyenne de la Terre en 1 jour est de

$$\bar{\omega} = \frac{360^\circ}{365,2565654 \text{ j}}$$

Ainsi l'angle de déplacement en un an est

$$\begin{aligned}
 \theta &= \bar{\omega}\Delta t \\
 &= \frac{360^\circ}{365,2565654j} \cdot (365,259636j - 365,2565654j) \\
 &= 360^\circ \cdot \left(\frac{365,259636j}{365,2565654j} - 1 \right) \\
 &= 360^\circ \cdot 8,4067 \times 10^{-6} \\
 &= 0,0030264^\circ
 \end{aligned}$$

Le décalage est donc de $0,0030264^\circ$ par an, donc de $0,30264^\circ$ par siècle.

22. Si l'énergie reste identique, alors a reste identique puisque l'énergie dépend uniquement de a (Les masses sont constantes).

$$E_{mec} = -\frac{GM_c m}{2a}$$

La distance au périhélie sera donc de

$$\begin{aligned}
 r_p &= 1UA \cdot (1 - 0,04) \\
 &= 0,96UA \\
 &= 1,43616 \times 10^{11} m
 \end{aligned}$$

C'est 143,6 millions de km.

La distance à l'aphélie sera donc de

$$\begin{aligned}
 r_a &= 1UA \cdot (1 + 0,04) \\
 &= 1,04UA \\
 &= 1,55584 \times 10^{11} m
 \end{aligned}$$

C'est 155,6 millions de km.

23. Le jour solaire est

$$\frac{1}{J_{sid}} = \frac{1}{J_{sol}} + \frac{1}{T_{planète}}$$

$$\frac{1}{24,6229h} = \frac{1}{J_{sol}} + \frac{1}{686,971 \cdot 24h}$$

$$J_{sol} = 24,6597h = 24h39 \text{ min } 35s$$

24. Le jour solaire est

$$\frac{1}{J_{sid}} = \frac{1}{J_{sol}} - \frac{1}{T_{planète}}$$

$$\frac{1}{24,6229h} = \frac{1}{J_{sol}} - \frac{1}{686,971 \cdot 24h}$$

$$J_{sol} = 24,5862h = 24h35 \text{ min } 10s$$

25. a) L'intensité est

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$

$$= \frac{3,828 \times 10^{26} W}{4\pi (1,523679 \cdot 1,496 \times 10^{11} m)^2}$$

$$= 586,3 \frac{W}{m^2}$$

b) La magnitude est

$$I = 2,518 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2} \cdot 10^{-0,4m_{bol}}$$

$$586,3 \frac{W}{m^2} = 2,518 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2} \cdot 10^{-0,4m_{bol}}$$

$$m_{bol} = -25,92$$

26. Au plus près, la distance de la Terre est

$$r_p = a(1-e)$$

$$= 1UA \cdot (1-0,01671)$$

$$= 0,98329UA$$

La température est donc de

$$\begin{aligned}
 T &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{L_{\text{étoile}}}{1L_{\odot}}\right)\left(\frac{1UA}{D}\right)^2(1-A)} \\
 &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1L_{\odot}}{1L_{\odot}}\right) \cdot \left(\frac{1UA}{0,98329UA}\right)^2 \cdot (1-0,35)} \\
 &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1}{0,98329}\right)^2 \cdot 0,65} \\
 &= 252,0K
 \end{aligned}$$

Au plus loin, la distance est

$$\begin{aligned}
 r_a &= a(1+e) \\
 &= 1UA \cdot (1+0,01671) \\
 &= 1,01671UA
 \end{aligned}$$

La température est donc de

$$\begin{aligned}
 T &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{L_{\text{étoile}}}{1L_{\odot}}\right)\left(\frac{1UA}{D}\right)^2(1-A)} \\
 &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1L_{\odot}}{1L_{\odot}}\right) \cdot \left(\frac{1UA}{1,01671UA}\right)^2 \cdot (1-0,35)} \\
 &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1}{1,01671}\right)^2 \cdot 0,65} \\
 &= 247,8K
 \end{aligned}$$

La différence de température moyenne est donc de 4,2 °C.

27. La température est

$$\begin{aligned}
 T &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{L_{\text{étoile}}}{1L_{\odot}}\right) \left(\frac{1UA}{D}\right)^2 (1-A)} \\
 &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1L_{\odot}}{1L_{\odot}}\right) \cdot \left(\frac{1UA}{1,523659UA}\right)^2 \cdot (1-0,25)} \\
 &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1}{1,523659}\right)^2 \cdot 0,75} \\
 &= 209,8K \\
 &= -63,3^{\circ}\text{C}
 \end{aligned}$$

28. a) Sans effet de serre, la température de Vénus serait

$$\begin{aligned}
 T &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{L_{\text{étoile}}}{1L_{\odot}}\right) \left(\frac{1UA}{D}\right)^2 (1-A)} \\
 &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1L_{\odot}}{1L_{\odot}}\right) \cdot \left(\frac{1UA}{0,723UA}\right)^2 \cdot (1-0,77)} \\
 &= 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1}{0,723}\right)^2 \cdot 0,23} \\
 &= 226,6K \\
 &= -46,5^{\circ}\text{C}
 \end{aligned}$$

b) Puisque la température est de 462°C , cela veut dire que l'effet de serre augmente la température de $508,5^{\circ}\text{C}$!

29. Puisque l'effet de serre ajoute 38°C , la température de la Terre sans l'effet de serre serait de $80^{\circ}\text{C} - 38^{\circ}\text{C} = 42^{\circ}\text{C} = 315,15\text{ K}$. On peut alors trouver la distance avec la formule suivante.

$$T = 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{L_{\text{étoile}}}{1L_{\odot}}\right) \left(\frac{1UA}{D}\right)^2 (1-A)}$$

$$315,15K = 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1L_{\odot}}{1L_{\odot}}\right) \cdot \left(\frac{1UA}{D}\right)^2 \cdot (1-0,35)}$$

$$315,15K = 278,3K \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 \cdot 0,65}$$

$$1,132 = \sqrt[4]{\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 \cdot 0,65}$$

$$\left(\frac{1UA}{D}\right)^2 = 2,53$$

$$D = 0,629UA$$

30. a)

On va refaire le formule de la température, mais en changeant la formule de la puissance émise, par

$$P_{\text{émise}} = f \sigma 4\pi R_{\text{planète}}^2 T^4$$

où f est une fraction qui représente la fraction du rayonnement qui peut s'échapper. Par exemple, si f est de 0,6, cela signifie que 60% du rayonnement de corps chaud de la planète parvient à s'échapper dans l'espace.

Si l'énergie reçue est égale à l'énergie reçue, on a

$$P_{\text{recue}} = P_{\text{émise}}$$

$$\frac{L_{\text{étoile}} R_{\text{planète}}^2 (1-A)}{4D^2} = f \sigma 4\pi R_{\text{planète}}^2 T^4$$

Ce qui donne

$$\frac{L_{\text{étoile}} (1-A)}{4D^2} = f \sigma 4\pi T^4$$

Puisque la température de la Terre est de $15^{\circ}\text{C} = 288\text{ K}$, on a

$$\frac{3,828 \times 10^{26} \text{ W} \cdot (1 - 0,35)}{4(1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2} = f \cdot 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4} \cdot 4\pi \cdot (288 \text{ K})^4$$

$$2779,5 = f \cdot 4901,9$$

$$f = 0,567$$

Puisque 56,7% du rayonnement se rend dans l'espace, 43,3 % du rayonnement est bloqué.

- b) Si le pourcentage augmente de 1%, alors le rayonnement bloqué passe de 43,3 % à 44,3 %. La proportion du rayonnement transmis passe alors de 56,7 % à 55,7 %. On a alors

$$\frac{L_{\text{étoile}} (1 - A)}{4D^2} = f \sigma 4\pi T^4$$

$$\frac{3,828 \times 10^{26} \text{ W} \cdot (1 - 0,35)}{4(1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2} = 0,557 \cdot 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4} \cdot 4\pi \cdot T^4$$

$$2779,5 = 3,9687 \times 10^{-7} \frac{\text{W}}{\text{K}^4} T^4$$

$$T = 289,3 \text{ K}$$

$$T = 16,1^\circ \text{C}$$

Puisque la température actuelle est de 15°C, cela ferait augmenter la température de 1,1 °C.