1 LA TERRE

Comment a-t-on pu mesurer le diamètre de la Terre au 2^e^ siècle av. J.-C. ?

en.wikipedia.org/wiki/Earth

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

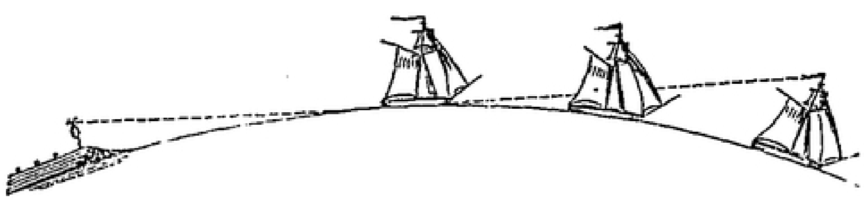
1.1 LA TAILLE DE LA TERRE

Contrairement à la croyance populaire, on sait depuis très longtemps que la Terre est ronde. Quelques siècles av. J.-C., les Grecs avaient même calculé assez précisément la circonférence de la Terre.

Comment sait-on que la Terre est ronde ?

Les navires sur l'océan

On peut souvent lire qu'on peut déduire que la Terre est ronde en observant un navire s'éloigner sur l'océan. À partir d'une certaine distance, la courbure de la Terre cache le bas de navire alors qu'on peut encore voir les mâts.



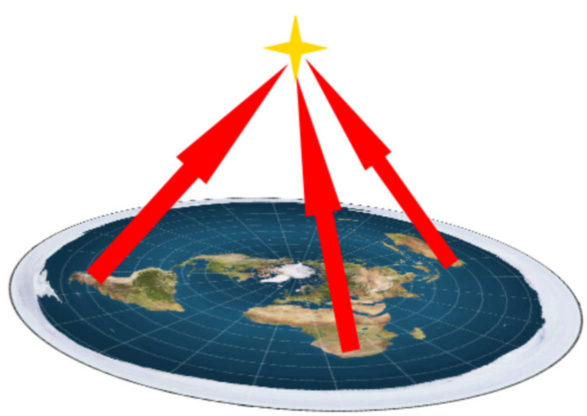
www.e-fabre.com/e-texts/aurore/terre.htm

Le vidéo suivant semble assez convaincant.
https://www.youtube.com/watch?v=7nUFLLUahSI

Toutefois, il y a tellement de variations de température au-dessus de l'océan que cet effet pourrait bien être dû à de la réfraction, ce qui rend cette preuve un peu faible.

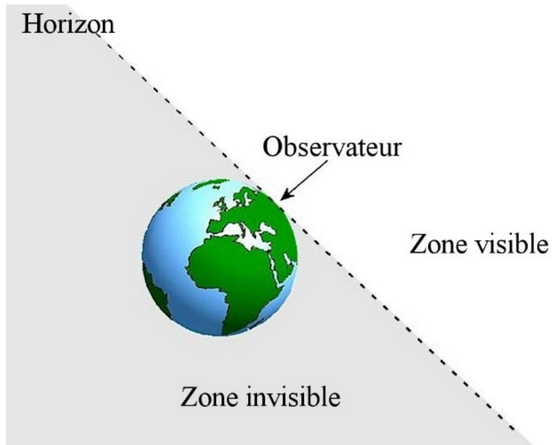
Les étoiles vues

Si la Terre était plate, on verrait toujours les mêmes étoiles. Peu importe notre position sur Terre, près du pôle Nord ou Sud, on verrait exactement les mêmes étoiles.

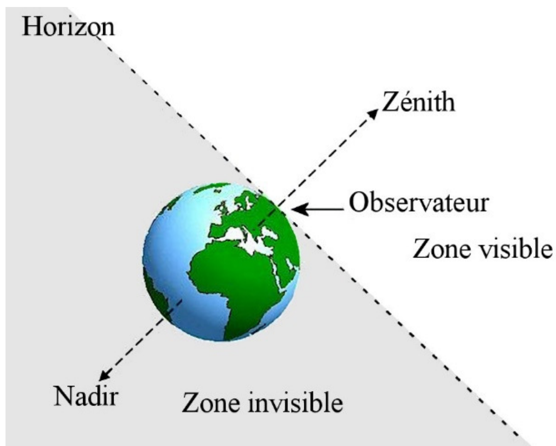


www.refuteit.com/the-flat-earth-is-not-biblical.html

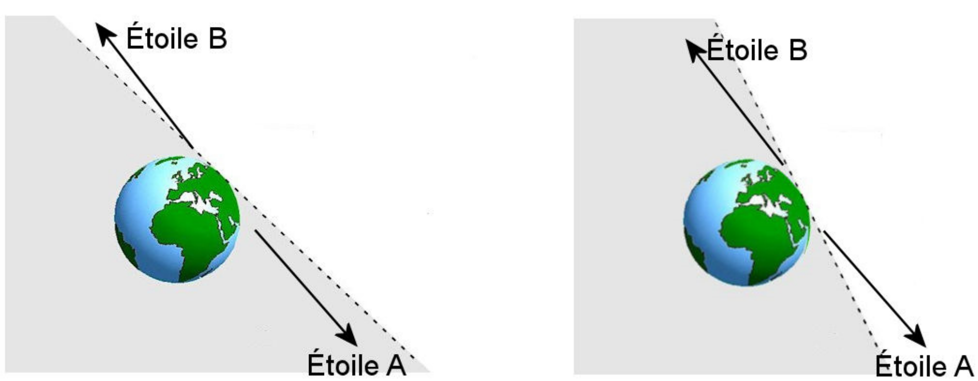
Par contre, la situation est bien différente sur une Terre sphérique. Commençons par déterminer ce que peut voir un observateur à la surface de la Terre. L'horizon est une surface tangente à la surface de la Terre à l'endroit où est situé l'observateur. Cet horizon sépare ce qu'on peut voir et ce qui est invisible (parce que la Terre nous bloque la vue).



En passant, le point exactement au-dessus de l'observateur s'appelle le *zénith* et le point opposé au zénith s'appelle le *nadir*.



Si on se déplace vers le sud, la ligne d'horizon change d'orientation, ce qui permet de voir des étoiles qu'on ne pouvait pas voir auparavant. Dans la figure suivante, on a un observateur à une certaine position sur la Terre et cet observateur ne peut pas voir l'étoile A et peut voir l'étoile B. Par contre, un autre observateur 20° de latitude plus au sud peut voir l'étoile A, mais ne peut plus voir l'étoile B.

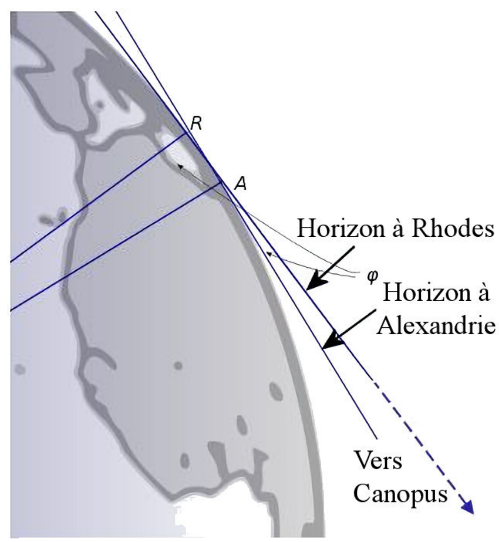


C'est effectivement ce qui se passe. Si une personne à Cuba compare les étoiles qu'elle peut voir avec celles qu'une personne au Québec peut voir au même moment, elle va constater qu'il y a des étoiles qu'elle peut voir et que la personne au Québec ne peut pas voir (comme l'étoile A sur la figure). Il y aura aussi des étoiles que la personne au Québec peut voir que la personne à Cuba ne peut pas voir. Cette différence est impossible avec une Terre plate.

Cette simple observation montre clairement que la Terre est sphérique. Il y a bien d'autres preuves évidemment, mais une seule suffira ici.

Calcul de la taille de la Terre avec les étoiles

C'est exactement ce changement de position des étoiles qui permet à Posidonios d'Apamée de calculer la taille de la Terre environ 1 siècle avant notre ère. Pour ce faire, il utilise une étoile appelée Canopus. À un certain moment de l'année, cette étoile est visible à Rhodes, mais juste à l'horizon. L'horizon à Rhodes pointe presque exactement vers Canopus à ce moment. Au même moment, à Alexandrie, plus au sud, Canopus fait un angle de 5,22° au-dessus de l'horizon.

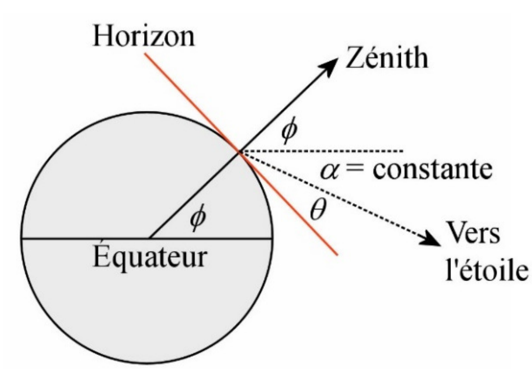


fr.wikipedia.org/wiki/Posidonios

Voyons ce qu'on peut obtenir avec cet angle θ, qui est l'angle entre l'horizon et une étoile.

Si on est la latitude ϕ, on doit avoir que

$$\phi + \alpha + \theta = 90°$$



Notez que l'angle α ne dépend pas de la latitude puisque c'est l'angle entre une ligne horizontale et la direction de l'étoile. Ainsi, si deux observateurs à des latitudes différentes (ϕ_1 et ϕ_2) mesurent l'angle entre l'horizon et l'étoile (et obtiennent θ_1 et θ_2), on a

$$\phi_1 + \alpha + \theta_1 = 90°$$
$$\phi_2 + \alpha + \theta_2 = 90°$$

Si on soustrait les deux équations, on arrive à

$$(\phi_2 + \alpha + \theta_2) - (\phi_1 + \alpha + \theta_1) = 90° - 90°$$
$$\phi_2 - \phi_1 = \theta_1 - \theta_2$$

Cela signifie que si on mesure l'angle que fait une étoile avec l'horizon au même moment à partir de deux villes ayant la même longitude, alors la différence d'angle est toujours égale à la différence de latitude entre les deux villes.

Comme la différence des angles θ est de 5,22°, alors la différence de latitude entre Rhodes et Alexandrie est aussi de 5,22°. On peut ensuite mesurer que la distance entre ces deux villes est de 580 km. L'arc de cercle à la surface de la Terre d'un angle de 5,22° vaut donc 580 km. Avec une règle de trois, on peut alors trouver l'arc de cercle pour un angle de 360°, qui correspond à la circonférence de la Terre.

$$\frac{580km}{5,22°} = \frac{\text{circonférence}}{360°}$$
$$\text{circonférence} = 40000km$$
$$\text{rayon} = 6366km$$

Ce calcul un peu approximatif donne des valeurs très près des véritables valeurs de

$$\text{circonférence} = 40\,030km$$
$$R_\oplus = 6371\,km$$

Remarquez le symbole utilisé pour la Terre en astronomie : $\oplus$

En fait, le calcul de Posidonios n'était pas aussi bon. Selon les mesures utilisées par Posidonios, l'angle était de 7,5° et la distance entre Rhodes et Alexandrie était de 3750 stades (le stade est une unité de mesure utilisée à l'époque valant environ 164 m, ce qui donne une distance de 615 km). Posidonios obtenait donc

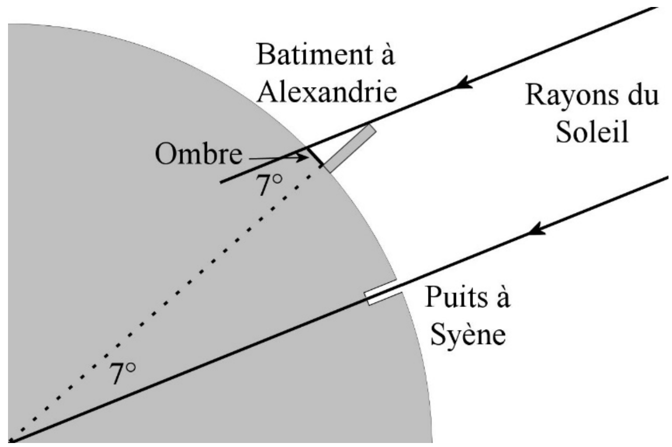
$$\frac{615km}{7,5°} = \frac{\text{circonférence}}{360°}$$
$$\text{circonférence} = 29500km$$
$$\text{rayon} = 4695km$$

Ce genre de méthode sera utilisée avec plus de précision plus tard. Dans la première moitié du 11^{e} siècle, le savant arabe Al-Biruni arrive à une circonférence de 39 835 km. C'est la valeur la plus précise obtenue avant le 16^{e} siècle.

Petite note historique intéressante : la valeur de la circonférence terrestre calculée par Posidonios d'Apamée est la plus connue au Moyen-Âge en Europe. C'est cette valeur qu'utilise Christophe Colomb pour préparer son voyage en Asie. Avec une Terre ayant une circonférence de près de 10 000 km plus petite qu'en réalité selon Posidonios, plusieurs pensent que la Chine et le Japon ne sont peut-être pas si loin de l'Europe si on traverse directement l'océan vers l'ouest. Heureusement qu'il y avait l'Amérique entre l'Europe et la Chine parce que le voyage aurait été beaucoup plus long que ce à quoi ils s'attendaient…

Calcul de la grosseur de la Terre avec le Soleil

En 200 av. J.-C., soit près de 100 ans avant Posidonios, Ératosthène parvient aussi à calculer la grosseur de la Terre, mais d'une autre façon. Il a en sa possession une information cruciale. Il sait qu'à un certain moment de l'année, le Soleil éclaire directement le fond des puits à Syène (aujourd'hui Assouan en Égypte). Cela signifie que le Soleil est directement au zénith, donc directement au-dessus de la tête des gens (la direction du Soleil fait 90° avec le sol). Il sait aussi que ce phénomène ne se produit pas à Alexandrie où il habite. Au même moment où le Soleil éclaire le fond des puits à Syène, le Soleil fait des ombres à Alexandrie, ce qui veut dire que le Soleil n'est pas directement au zénith.



Ératosthène mesure qu'au moment où le Soleil éclaire le fond des puits à Syène, les ombres à Alexandrie font 7° avec la verticale. Avec la figure, on peut voir que cet angle correspond aussi la différence de latitude en Syène et Alexandrie (angles alternes-internes et les deux villes sont pratiquement sur le même méridien.) En utilisant la distance entre Alexandrie et Syène de 5000 stades (820 km), on peut trouver la circonférence de la Terre avec une règle de trois.

$$\frac{820km}{7°} = \frac{\text{circonférence}}{360°}$$

$$\text{circonférence} = 42171\,km$$

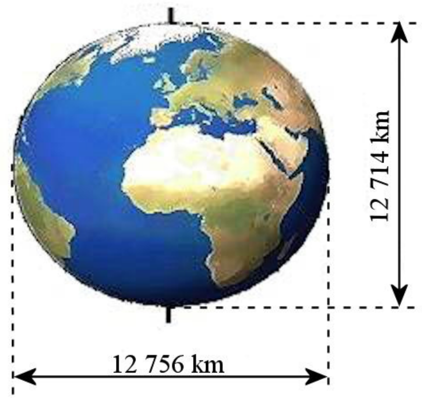
$$\text{rayon} = 6712km$$

C'est pas mal, mais il faut comprendre cependant que le calcul fait par Ératosthène n'était qu'une approximation. (On voit bien que la distance de 5000 stades n'était qu'une approximation.) Reste qu'on avait une idée assez juste de la taille de la Terre.

Cette méthode suppose que le Soleil est très loin de la Terre puisqu'on considère que les rayons solaires sont tous parallèles quand ils arrivent sur Terre. On verra plus loin comment les Grecs de ce temps avaient déterminé la distance du Soleil à l'aide de la Lune (dans un chapitre sur la Lune). Les résultats donnaient un Soleil beaucoup plus près qu'en réalité, mais quand même suffisamment loin pour considérer que les rayons étaient presque parallèles.

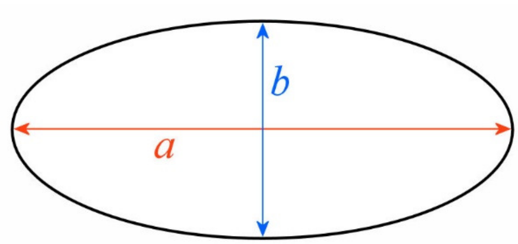
Une Terre aplatie

En fait, la Terre n'est pas exactement sphérique. Elle est un peu aplatie à cause de la rotation de la Terre sur elle-même.



snowbrains.com/brain-post-which-mountains-summit-is-furthest-from-the-center-of-the-earth/

On a les mesures suivantes.



$$\text{Rayon équatorial} = a = 6378,1 km$$
$$\text{Rayon polaire} = b = 6356,8 km$$

L'aplatissement est mesuré par un paramètre *f*, qui est donnée par

Aplatissement d'une planète

$$f = \frac{a-b}{a}$$

L'aplatissement de la Terre est donc

$$\begin{aligned} f &= \frac{a-b}{a} \\ &= \frac{6378,1km - 6356,8km}{6378,1km} \\ &= 0,00334 \end{aligned}$$

La valeur donnée précédemment de 6371 km est le rayon que la Terre aurait si elle ne tournait pas sur elle-même. Pour arriver à cette valeur, on suppose que la Terre garde le même volume même si elle n'est pas en rotation (elle serait alors une sphère). Comme le volume d'un ellipsoïde de révolution est

$$V = \frac{4}{3}\pi a^2 b$$

on arrive à

$$\begin{aligned} V_{sphère} &= V_{ellipsoïde} \\ \frac{4}{3}\pi R^3 &= \frac{4}{3}\pi a^2 b \end{aligned}$$

Ce qui nous donne

Rayon moyen d'une planète

$$R^3 = a^2 b$$

Pour la Terre, cette formule donne

$$R^3 = (6378,1km)^2 \cdot (6356,8km)$$
$$R = 6371km$$

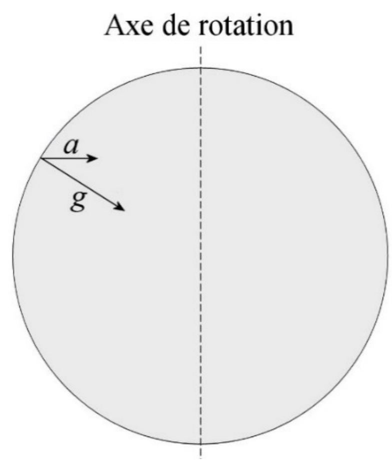
Pour comprendre pourquoi la rotation provoque cet aplatissement, il faut se rappeler deux éléments essentiels :

1) La surface d'un objet fluide est toujours perpendiculaire à la direction du poids apparent.

2) La direction du poids apparent est donnée par

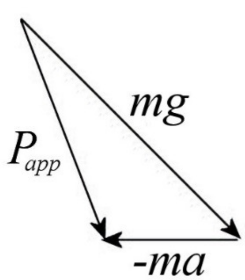
$$\vec{P}_{app} = m\vec{g} + (-m\vec{a})$$

On pourrait penser que la Terre n'est pas vraiment fluide, mais elle l'est. À part une mince couche à la surface, la Terre est assez déformable pour prendre la forme imposée par la rotation.

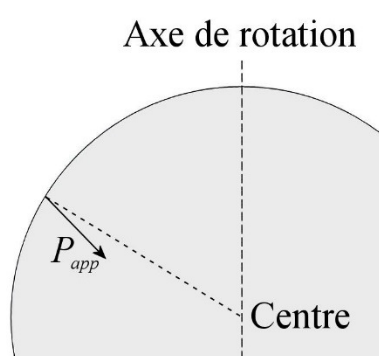


Examinons dans quelle direction est le poids apparent à la surface de la planète qui tourne. La figure de droite nous montre la direction des vecteurs *a* et *g*.

Le vecteur *g* est directement vers le centre de la planète alors que le vecteur *a* est directement vers l'axe de rotation. Cette accélération est l'accélération centripète due à la rotation de la planète sur elle-même.

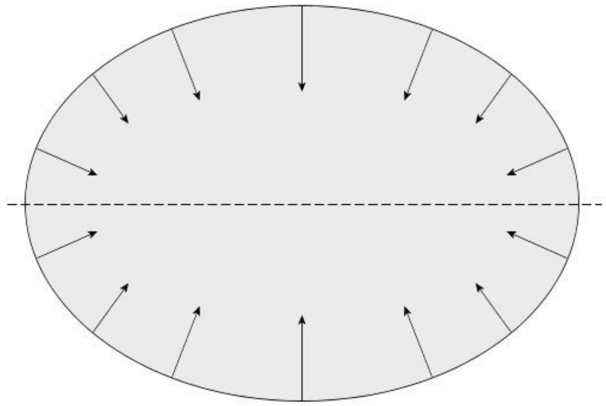


En additionnant les vecteurs, on arrive à la direction du poids apparent illustrée sur la figure de gauche.



On remarque que le poids apparent n'est pas dirigé vers le centre de la planète (qui est la direction de *mg*), mais un peu moins loin que le centre de la planète sur le plan équatorial (figure de droite).

La figure suivante montre la forme qui permet à la surface d'être toujours perpendiculaire à un poids apparent qui pointe un peu devant le centre de la planète.



On obtient une forme aplatie, exactement comme celle de la Terre.

Selon les lois de la gravitation, l'aplatissement d'une planète fluide de densité uniforme est donné par

Aplatissement d'une planète

$$f = \frac{15\pi}{4GT^2\rho}$$

Dans cette formule, T est la période de rotation de la planète et ρ est la masse volumique de la planète. (Si vous voulez voir la preuve de cette formule, la voici : https://physique.merici.ca/astro/aplatissement.pdf)

Exemple 1.1.1

Quel est l'aplatissement de la Terre si elle a une densité est de 5514 kg/m³ et une période de rotation est de 24 h ?

L'aplatissement est

$$\begin{aligned} f &= \frac{15\pi}{4GT^2\rho} \\ &= \frac{15\pi}{4\cdot 6,6743\times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot (86400s)^2\cdot 5514\,\frac{kg}{m^3}} \\ &= 0,004288 \end{aligned}$$

Ce n'est pas tout à fait en fait en accord avec la valeur obtenue avec les rayons équatorial et polaire, mais c'est assez près. Il y a une différence parce que la Terre n'est pas entièrement liquide et qu'elle n'est pas uniforme (elle est plus dense au centre). Pour ces raisons, elle est moins aplatie que prévu.

Exemple 1.1.2

Quels seraient les rayons équatorial et polaire si la Terre tournait 2 fois plus vite que maintenant (en supposant que la Terre est fluide et uniforme) sachant que le rayon moyen est de 6371 km ?

Avec une période de 12 h = 43 200 s, l'aplatissement serait

$$\begin{aligned} f &= \frac{15\pi}{4GT^2\rho} \\ &= \frac{15\pi}{4\cdot 6,6743\times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot\left(43200s\right)^2\cdot 5514\,\frac{kg}{m^3}} \\ &= 0,01715 \end{aligned}$$

On aurait alors

$$\begin{aligned} \frac{a-b}{a} &= 0,01715 \\ a-b &= 0,01715\cdot a \\ a-0,01715\cdot a &= b \\ 0,98285\cdot a &= b \end{aligned}$$

Ainsi, on aurait

$$\begin{aligned} R^3 &= a^2 b \\ \left(6371km\right)^3 &= a^2\cdot\left(0,98285\cdot a\right) \\ \left(6371km\right)^3 &= 0,98285\cdot a^3 \\ 6371km &= 0,99425\cdot a \\ a &= 6407,8km \end{aligned}$$

De là, on trouve que

$$\begin{aligned} b &= 0,98285\cdot a \\ &= 6297,9km \end{aligned}$$

1.2 LE CHAMP GRAVITATIONNEL

Définition du champ gravitationnel

Si on place un objet à un endroit et qu'il subit une force gravitationnelle, alors il y a un champ gravitationnel à cet endroit. Puisque n'importe quelle masse placée près de la Terre subit une force gravitationnelle, on peut conclure qu'il y a un champ gravitationnel autour de la Terre. On notera ce champ par g.

Par définition, le champ a les caractéristiques suivantes :

1) Plus le champ est fort, plus la force est grande.
2) Plus on place une masse importante dans un champ, plus la force est grande.

La deuxième caractéristique se remarque facilement à la surface de la Terre. Si on place une petite roche à un endroit, elle subit une certaine force. Si on place une roche ayant masse deux fois plus grande au même endroit, elle subit une force deux fois plus grande.

La valeur du champ peut varier d'un endroit à l'autre. C'est d'ailleurs pour ça qu'on dit que c'est un champ, car, en mathématiques, un champ est une quantité dont la valeur peut varier d'un endroit à l'autre.

À partir des deux caractéristiques mentionnées précédemment, on peut résumer la définition du champ gravitationnel avec la formule suivante.

Force sur un objet de masse *m* dans un champ gravitationnel

$$\vec{F}_g = m\vec{g}$$

Comme la force est un vecteur, g doit aussi être un vecteur. Ce vecteur pointe dans la direction de la force que subira une masse si on la place à cet endroit. Le champ gravitationnel est donc un champ vectoriel.

L'unité du champ est le N/kg ou encore le m/s² (qui sont deux unités équivalentes).

Qu'est-ce qui fait le champ ?

On peut se demander d'où vient le champ s'il y a un champ à un endroit. La réponse n'est pas si compliquée. S'il y a un champ gravitationnel à un endroit, c'est qu'une masse va subir une force gravitationnelle si on la place à cet endroit. Or, si elle subit une force gravitationnelle, c'est qu'elle est attirée par d'autres corps. Donc, s'il y a un champ à un endroit c'est qu'il y a des masses dans le voisinage de cet endroit.

Les masses font un champ gravitationnel autour d'elles.

Par exemple, il y a un champ gravitationnel dans votre chambre parce qu'il y a une masse très importante tout près de votre chambre qui fait un champ dans votre chambre : La Terre.

Champ gravitationnel d'une masse ponctuelle de masse *M*

Si les masses font un champ autour d'elles, on doit être en mesure de déterminer la grandeur de ce champ. Commençons par un cas simple. On va déterminer quel est le champ gravitationnel fait par une masse ponctuelle de masse M.

On sait que, si on a deux masses ponctuelles (de masses *M* et *m*), la force entre les deux est

$$F_g = G\frac{Mm}{r^2}$$

On peut aussi considérer qu'il y a une force sur la masse *m* parce qu'elle est dans le champ gravitationnel créé par la masse *M*. Dans ce cas, la force est

$$F_g = mg$$

Comme ces deux façons de calculer la force gravitationnelle doivent donner le même résultat, on a

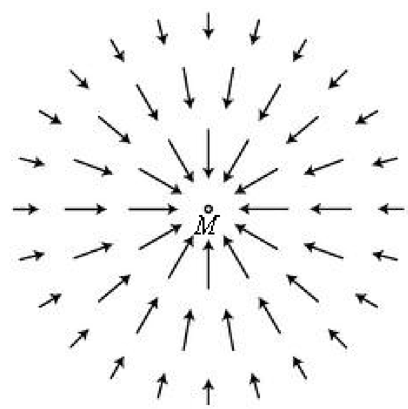
$$mg = G\frac{Mm}{r^2}$$

On obtient alors

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

On voit que le champ gravitationnel diminue rapidement à mesure qu'on s'éloigne de la masse. Aussi, plus la masse est importante, plus le champ gravitationnel autour de la masse est grand.

La direction du champ à différents endroits autour de la masse *M* est illustrée sur la figure. Le champ pointe toujours vers la masse *M,* car c'est la direction de la force que fait la masse *M* sur les masses autour d'elle puisque la force gravitationnelle est toujours attractive.



www.vias.org/physics/bk4_06_03.html

Champ gravitationnel d'un astre

On trouve le champ résultant fait par une planète en séparant la sphère en petits morceaux et en trouvant le champ fait par chacun des petits morceaux. On somme ensuite les champs faits par chacun des petits morceaux à l'aide d'une intégrale pour obtenir le champ total.

On commence par trouver le champ fait par une coquille sphérique (sphère mince et vide) à une distance *r* du centre de la coquille quand *r* est plus grand que le rayon de la coquille (donc à l'extérieur de la coquille). Le résultat de ce calcul très complexe est étonnamment simple.

$$g = \frac{GM}{r^2} \text{ dirigé vers le centre de la coquille}$$

Voici les détails de ce calcul.
https://physique.merici.ca/astro/preuvegcoquilleext.pdf

Une sphère est une somme de coquille sphérique. Le champ total est simplement la somme des champs faits par chaque coquille. On a alors

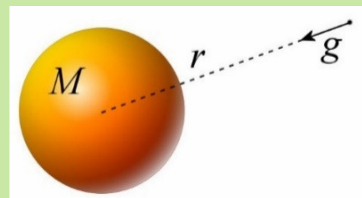
$$\begin{aligned} g &= \sum \frac{GM}{r^2} \\ &= \frac{G}{r^2} \sum M \end{aligned}$$

Comme la somme des masses des coquilles est la masse de la sphère, on arrive à la conclusion suivante.

Champ gravitationnel à l'extérieur d'un astre

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

où r est la distance à partir du centre de la sphère.



Il n'y a qu'une seule restriction concernant ce résultat : il est valide uniquement si la sphère est symétrique, ce qui veut dire qu'elle est identique dans toutes les directions à partir du centre. La densité peut varier, mais elle ne peut varier qu'en fonction de la distance du centre de la sphère (ce qu'on appelle la symétrie sphérique). Comme les astres ont tous une symétrie sphérique (les variations sont mineures), on respecte automatiquement cette restriction.

Notez que c'est assez remarquable que le champ fait par une sphère ayant une symétrie sphérique soit identique au champ fait par une masse ponctuelle ayant la même masse située au centre de l'astre.

(C'est en fait assez incroyable et cela se produit uniquement si la force de gravitation diminue avec le carré de la distance. Par exemple, si le champ fait par une masse ponctuelle était Gm/r^3, le champ fait par un astre ne serait pas simplement GM/r^3, il serait

$$g = \frac{3GM}{4r^2R^3}\left(\frac{r^2+R^2}{2}\ln\frac{r+R}{r-R} - rR\right)$$

(où R est le rayon de la planète) et encore, ce résultat n'est valide que pour une sphère uniforme. Dans un tel monde, les calculs seraient beaucoup plus difficiles à faire, sans compter le fait que le champ gravitationnel serait infini à la surface de la planète… Si vous voulez voir la preuve de cette formule : physique.merici.ca/astro/preuvegsphere-rcube.pdf)

La masse de la Terre

La formule du champ gravitationnel permet de déterminer la masse de la Terre. Puisque le rayon de la Terre est de 6371 km et que le champ gravitationnel à la surface de la Terre est de 9,8 N/kg, on obtient

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$9{,}8 \tfrac{N}{kg} = \frac{6{,}6743 \times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot M_\oplus}{\left(6{,}371 \times 10^6 m\right)^2}$$

$$M_\oplus = 5{,}96 \times 10^{24} kg$$

Un calcul un peu plus raffiné, qui tient compte de l'aplatissement de la Terre, permet d'obtenir une valeur un peu plus précise. On obtient alors la masse suivante.

$$M_\oplus = 5{,}9722 \times 10^{24} kg$$

Notez que pendant plus d'un siècle après la découverte de la loi de la gravitation par Newton, on ne pouvait pas connaitre la masse de la Terre, car la valeur de G n'a été trouvée qu'en 1798 par Henry Cavendish. On pouvait quand même faire des calculs, car on connaissait la valeur de $GM_\oplus$.

L'incertitude sur la masse de la Terre (qui est de 0,00013 x 10^{24} kg) vient essentiellement de l'incertitude sur G. En fait, on connait la valeur de $GM_\oplus$ avec beaucoup plus de précision.

$$GM_\oplus = \left(3{,}986\,004\,643 \pm 0{,}000\,000\,008\right) \times 10^{14} \tfrac{Nm^2}{kg}$$

Exemple 1.2.1

La Terre a une masse de 5,9722 x 10^{24} kg et un rayon de 6371 km. Quelle est la grandeur du champ gravitationnel à 1000 km au-dessus de la surface de la Terre ?

À 1000 km de la surface, on est à 7371 km du centre de la Terre. En prenant la formule du champ fait par une sphère, on obtient donc

$$\begin{aligned} g &= \frac{GM}{r^2} \\ &= \frac{6{,}6743 \times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5{,}9722 \times 10^{24} kg}{\left(7{,}371 \times 10^6 m\right)^2} \\ &= 7{,}336 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

Le champ gravitationnel diminue à mesure qu'on s'éloigne de la Terre.

Correction au champ gravitationnel à la surface de la Terre

Malheureusement, la Terre n'est pas une sphère parfaite. Elle a plutôt la forme d'une sphère légèrement aplatie. Ainsi, la grandeur du champ gravitationnel à la surface varie avec la latitude. Le calcul de la valeur du champ dans ce cas est assez difficile, mais un bon résultat approximatif est

Champ gravitationnel de la Terre

$$g = 9,780\,327 \tfrac{N}{kg} \cdot \left(1 + 0,005\,279 \cdot \sin^2 \phi + 0,000\,023 \sin^4 \phi\right)$$

où ϕ est la latitude.

Cette valeur de g est en réalité la valeur de g apparente. On l'obtient en divisant le poids apparent d'un objet par sa masse. Ce g prend donc en compte le changement de poids apparent causé par la rotation de la Terre. Le document suivant vous montre comment on arrive à cette formule (mais seulement pour les deux premiers termes de la parenthèse).
https://physique.merici.ca/astro/gTerre.pdf

En fait, on peut avoir encore plus précis. En 1980, un accord international a déterminé que la valeur de référence de g en fonction de la latitude est donnée par la formule suivante.

$$\begin{aligned} g = 9,780\,326\,771\,5 \tfrac{N}{kg} \cdot \big(&1 + 0,005\,279\,041\,4 \cdot \sin^2 \phi + 0,000\,023\,271\,8 \sin^4 \phi \\ &+ 0,000\,000\,126\,2 \cdot \sin^6 \phi + 0,000\,000\,000\,7 \sin^8 \phi\big) \end{aligned}$$

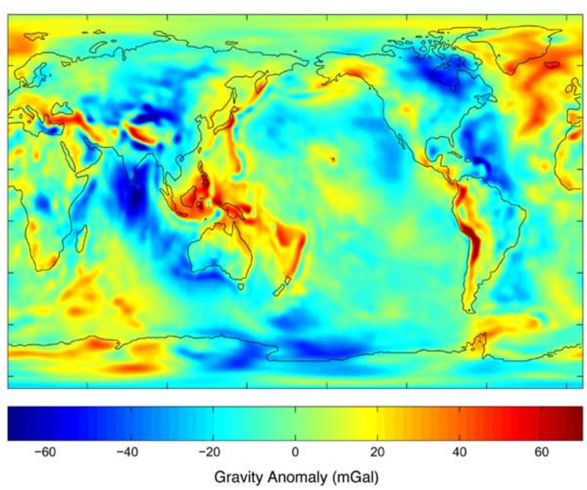
Exemple 1.2.2

Quelle est la grandeur du champ gravitationnel à Québec, dont la latitude est 46° ?

Le champ est

$$\begin{aligned} g &= 9,780\,327 \tfrac{N}{kg} \cdot \left(1 + 0,005\,279 \cdot \sin^2 46° + 0,000\,023 \sin^4 46°\right) \\ &= 9,780\,327 \tfrac{N}{kg} \cdot (1,002\,738) \\ &= 9,807\,103 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

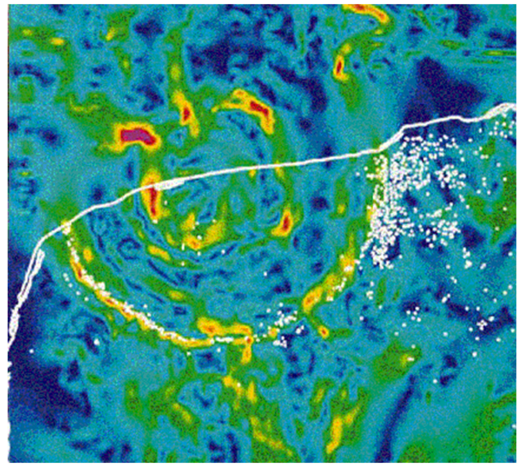
Il peut encore y avoir des déviations de l'ordre de 10^{-3} N/kg par rapport aux valeurs données par la dernière formule puisque la Terre n'est pas un ellipsoïde de révolution parfait (il y a des variations d'altitude) et n'a pas une composition parfaitement uniforme. La valeur de g peut donc changer selon la structure géologique locale. C'est ce qu'on appelle l'anomalie de la gravitation. La carte vous montre l'anomalie à la surface de la Terre (le gal est une unité valant 0,01 N/kg).



www.zonu.com/detail-en/2009-11-19-11208/Gravity-anomalies-in-the-world.html

On peut donc estimer que l'anomalie à Québec est environ de -20 mGal. La grandeur du champ à Québec serait donc de 9,8071 N/kg – 0,000 2 N/kg = 9,8069 N/kg.

L'anomalie de gravitation n'est jamais très grande, de l'ordre de 10^{-3} N/kg au maximum, mais elle peut être suffisante pour permettre de détecter certaines structures géologiques d'intérêt dans le sol telles que des nappes de pétrole. C'est d'ailleurs de cette façon qu'on a trouvé le cratère de la météorite qui a contribué à l'extinction des dinosaures il y a 65 millions d'années. Il est sur la péninsule du Yucatan au Mexique (figure de droite).

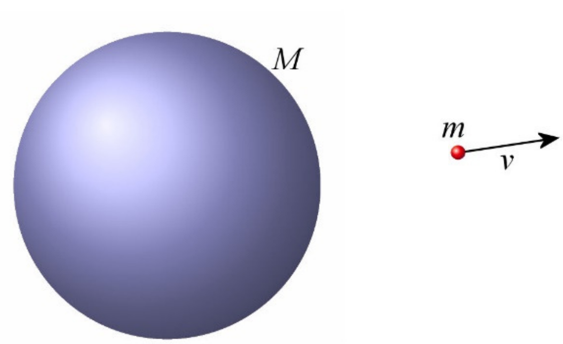


planets.agu.org/Interview-with-Dr-Wasson.php

Pour découvrir ces petites variations, il faut des appareils très précis. Sachez qu'il existe actuellement des appareils pouvant détecter des variations aussi faibles que 10^{-8} N/kg dans le champ gravitationnel terrestre. Ces appareils sont si sensibles qu'ils détectent un changement du champ gravitationnel si on les soulève d'à peine 5 mm !

1.3 LA VITESSE DE LIBÉRATION

On va maintenant chercher quelle doit être la vitesse d'un objet près d'une planète ou d'une étoile pour qu'il puisse s'éloigner très loin sans quand la gravitation le fasse revenir vers l'astre. La vitesse minimale qui permet à l'objet de quitter l'astre s'appelle la *vitesse de libération*.



Initialement (instant 1), à une distance r de l'astre de masse M, l'énergie mécanique est

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{-GMm}{r}$$

Quand l'objet est rendu très loin de l'astre (instant 2), son énergie est

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{-GMm}{r'} \\ &= \frac{1}{2}mv'^2 \end{aligned}$$

L'énergie gravitationnelle devient négligeable puisque r' est très grand. Si on veut la vitesse initiale minimum pour s'éloigner de la planète, on doit trouver l'énergie mécanique minimum. Avec l'énergie mécanique à l'instant 2, on voit que cette énergie minimum est obtenue quand $v' = 0$.

$$E' = 0$$

On a alors

$$E = E'$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 + \frac{-GM\cancel{m}}{r} = 0$$

Il ne reste qu'à isoler la vitesse dans cette équation pour obtenir la vitesse de libération.

Vitesse de libération près d'une planète de masse *M*

$$v_{lib} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Exemple 1.3.1

Quelle est la vitesse de libération d'un objet initialement à 1000 km de la surface de la Terre sachant que la Terre a une masse de 5,9722 x 10^{24} kg et un rayon de 6371 km ?

Au départ, la distance entre le centre de la Terre et l'objet est

6371 km + 1000 km = 7371 km

La vitesse de libération est donc

$$v_{lib} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,6743 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,9722 \times 10^{24} kg}{7,371 \times 10^6 m}}$$
$$= 10,40 \tfrac{km}{s}$$

Si l'objet a une vitesse plus grande ou égale à 10,40 km/s, il pourra s'éloigner très loin de la Terre et ne jamais revenir. Cela veut dire aussi qu'un objet ayant une vitesse inférieure à 10,40 km/s quand il est à 1000 km de la surface de la Terre a une énergie mécanique négative. L'objet ne peut donc pas aller à une distance très grande où l'énergie gravitationnelle est zéro. (Rappelez-vous, l'objet ne peut pas être aux endroits où l'énergie mécanique est plus petite que *U*.) S'il a une vitesse supérieure à 10,40 km/s, son énergie mécanique est positive et il peut donc aller très loin de la Terre où l'énergie gravitationnelle est nulle.

Exemple 1.3.2

Quelle est la vitesse de libération d'un objet initialement à la surface de la Terre sachant que la Terre a une masse de 5,9722 x 10^{24} kg et un rayon de 6371 km ? (On fait comme s'il n'y avait pas d'atmosphère.)

Au départ, la distance entre l'objet et le centre de la Terre est 6371 km.

La vitesse de libération est donc

$$v_{lib} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,6743 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,9722 \times 10^{24} kg}{6,371 \times 10^6 m}}$$
$$= 11,19 \frac{km}{s}$$

Cela veut dire que si on lance un objet à partir de la surface de la Terre avec une vitesse supérieure à 11,19 km/s, il ne retombera pas sur Terre. Si on le lance avec une vitesse inférieure à 11,19 km/s, il finira par revenir sur Terre (évidemment, on néglige la friction de l'air dans ce calcul).

1.4 L'ATMOSPHÈRE

Composition et taille

L'atmosphère de la Terre est une mince couche de gaz au-dessus de la surface de la planète. Cette atmosphère est composée principalement d'azote (78,1 %), d'oxygène (21,0 %) et d'argon (0,9 %).

Son épaisseur d'environ 100 km est relativement petite par rapport au rayon de la Terre qui est de 6378 km. En proportion, l'atmosphère de la Terre est aussi mince que la pelure d'une pomme.

scentofpine.org/gw101-1/

La condition pour qu'une atmosphère soit possible

Certaines planètes, comme la Lune, n'ont pas d'atmosphère alors que d'autres, comme Vénus, ont des atmosphères beaucoup plus importantes que celle de la Terre. Pourquoi certaines planètes peuvent-elles avoir une atmosphère, alors que c'est impossible pour d'autres ?

Notons premièrement qu'il est possible qu'une molécule de l'atmosphère d'une planète puisse s'échapper de la planète. Pour y arriver, elle doit avoir une vitesse supérieure à la vitesse de libération de la planète. Dans un gaz, les molécules, de masse m_{mol}, ont une certaine vitesse qui dépend de la température, qu'on appelle la vitesse thermique. Cette vitesse est

Vitesse thermique des molécules d'un gaz

$$v_{mol} = \sqrt{\frac{2kT}{m_{mol}}}$$

où T est la température et k est une constante appelée *constante de Boltzmann* et qui vaut

$$k = 1,380\ 649 \times 10^{-23} \tfrac{J}{K}$$

(La valeur de cette constante est exacte. Toutes les décimales après le 9 sont des 0. Il en est ainsi puisqu'en 2019 la valeur de cette constante a été fixée pour définir le kelvin. Pour les calculs, on va simplement prendre 1,38 x 10^{-23} J/K.)

Notez que la masse d'une molécule se calcule facilement avec l'unité de masse atomique. Il suffit de multiplier le nombre moyen de nucléons des atomes (noté A et qui est pratiquement égal à la masse molaire) par la valeur de l'unité de masse atomique. Par exemple, pour l'oxygène, qui a une masse molaire de 32, on a

$$m_{mol} = 32u = 32 \cdot 1,661 \times 10^{-27} kg \ \ = 5,315 \times 10^{-26} kg$$

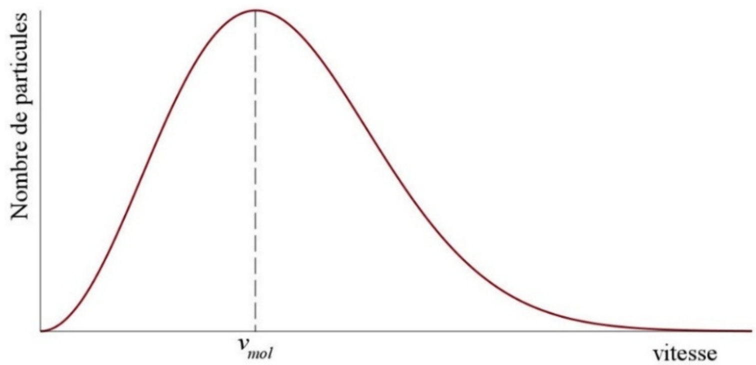
Évidemment, il faut que la vitesse de la molécule soit dirigée vers l'espace pour qu'elle s'échappe. Mais même si une molécule avait une vitesse supérieure à la vitesse de libération en direction de l'espace, elle ne pourrait pas nécessairement s'échapper. Si la molécule est basse dans l'atmosphère, elle entrera en collision avec une autre molécule bien avant d'atteindre l'espace. Pour qu'elle puisse s'échapper, la molécule doit avoir une vitesse assez grande et être dans la haute atmosphère où la densité est assez faible pour que les collisions soient rares. La région de l'atmosphère dans laquelle les particules peuvent s'échapper s'appelle l'*exosphère*. Cette région commence à une altitude de 600 km (on a dit que l'épaisseur de l'atmosphère est de 100 km, mais il y a encore du gaz à faible pression au-delà de cette distance).

Examinons un peu ce que cela donne pour la Terre. Pour les molécules d'oxygène, la vitesse à 15 °C est

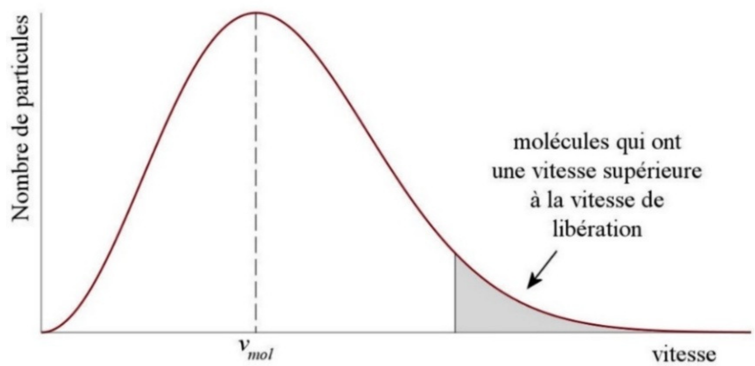
$$\begin{aligned} v_{mol} &= \sqrt{\frac{2kT}{m_{mol}}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,38 \times 10^{-23} \tfrac{J}{K} \cdot 288K}{32 \cdot 1,661 \times 10^{-27} kg}} \\ &= 387 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Comme la vitesse de libération sur Terre est de 11 190 m/s, il semble que les molécules d'oxygène ne peuvent pas s'échapper de la Terre.

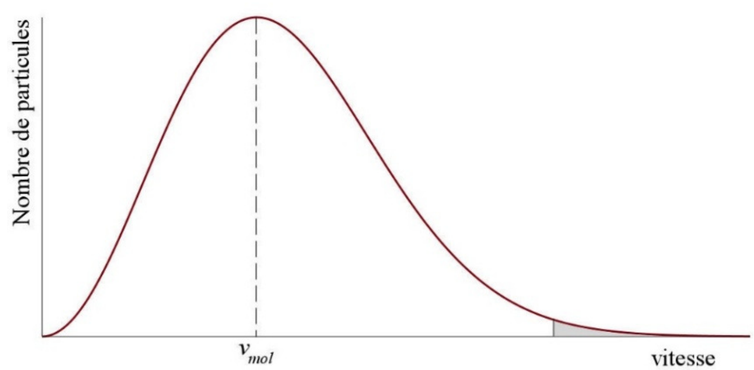
En réalité, c'est un peu plus complexe que cela. Les molécules d'un gaz n'ont pas toute la vitesse donnée par cette formule. Certaines particules ont plus de vitesse que cette valeur et d'autres en ont moins. Il existe une fonction qui donne la distribution des vitesses des particules. Il s'agit de la distribution de Maxwell-Boltzmann. Voici un graphique qui montre cette distribution des vitesses des atomes dans un gaz. (La ligne pointillée représente la vitesse thermique, qui est la vitesse la plus probable dans cette distribution.)



Même si la vitesse thermique est plus petite que la vitesse de libération, il y aura toujours un certain pourcentage des molécules ont une vitesse plus grande que la vitesse de libération (puisque la courbe n'atteint jamais 0 pour de grandes vitesses).

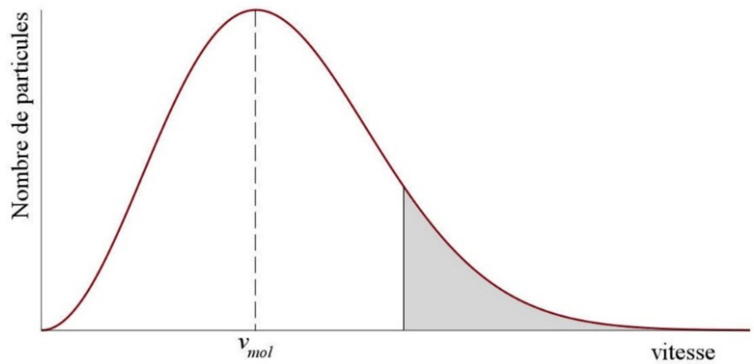


Tout va maintenant dépendre de la quantité de molécules qui se retrouve dans cette région en gris sur la figure. Dans le cas de l'oxygène sur Terre, très peu de molécules se trouvent dans cette région, ce qui signifie qu'on perd très peu d'oxygène. La perte est tellement petite qu'elle est négligeable. Le graphique suivant illustre cette situation pour l'oxygène.



(En fait, la zone en gris est encore plus petite que cela. Sur la figure, la vitesse de libération est à peine 3 fois plus grande que la vitesse thermique. En réalité, elle est près de 30 fois plus grande. La zone en gris devrait donc être 10 fois plus loin vers la droite.)

Par contre, la situation serait bien différente sur la Lune. La vitesse de libération étant plus petite, on aura alors le graphique suivant.



(Encore une fois, la zone en gris est plus petite que cela. Sur la figure, la vitesse de libération est à peine 2 fois plus grande que la vitesse thermique. En réalité, elle est plus de 6 fois plus grande dans cette situation. La zone en gris devrait donc être 3 fois plus loin vers la droite.)

Dans ce cas, trop de molécules ont une vitesse assez grande pour pouvoir s'échapper de l'attraction gravitationnelle de la Lune. Il est donc inutile d'apporter de l'oxygène sur la Lune pour faire une atmosphère, elle va s'échapper assez rapidement dans l'espace.

En 1952, Spitzer calcula le temps qu'il faudrait pour qu'une atmosphère perde 37 % de sa masse. Ce temps est

$$t = \frac{\sqrt{\pi}}{g} v_{mol} \frac{e^{\left(\lambda^2\right)}}{\lambda^2}$$

où

$$\lambda = \frac{v_{lib}}{v_{mol}}$$

Appliquons cela pour la Terre. On va prendre 800 m/s pour la vitesse thermique des molécules. Évidemment, cette vitesse devrait varier avec la masse des molécules, mais la variation n'a pas tellement d'influence sur le résultat final. On obtient alors les durées de vie suivante.

λ	**Temps pour perdre 37 % de l'atmosphère**
3	36 h
4	2,6 ans
5	13 000 ans
6	550 millions d'années
7	1,8 x 10^{14} ans
8	4,5 x 10^{20} ans
9	8,5 x 10^{27} ans

Il semble donc qu'il faudrait une valeur de λ supérieure à 7 pour garder une atmosphère pendant plusieurs milliards d'années. Toutefois, le modèle de Spitzer est un peu trop simple parce qu'il supposait que la température de l'atmosphère est uniforme. En réalité, la température varie en fonction de l'altitude et il y a une augmentation assez significative de la température en haute atmosphère. Cette augmentation a des effets importants, car elle se produit dans la région où les gaz de l'atmosphère s'échappent. Des modèles plus raffinés tenant compte de ces variations de température montrent que les taux de fuite de l'atmosphère sont de 100 000 à 1 000 000 fois plus grands que ceux obtenus par la formule de Spitzer. La durée de vie de l'atmosphère serait donc plutôt de l'ordre de grandeur suivant.

λ	Temps pour perdre 37 % de l'atmosphère
6	10^3 ans
7	10^8 ans
8	10^{14} ans

Pour qu'une planète garde son atmosphère très longtemps, c'est-à-dire pendant des milliards d'années, λ doit être de 8 ou plus.

Condition pour qu'un gaz reste à la surface d'une planète

$$\lambda \geq 8 \qquad \text{ou} \qquad v_{lib} \geq 8\,\overline{v}_{mol}$$

Exemple 1.4.1

La vitesse de libération à la surface de la Terre est de 11,19 km/s. Sachant que la température dans l'exosphère peut atteindre 1600 °C, déterminez si la Terre peut retenir…

a) de l'azote (O_2) ?

La vitesse thermique des molécules d'oxygène est

$$\begin{aligned} v_{oxygène} &= \sqrt{\frac{2kT}{m_{mol}}} \\ &= \sqrt{\frac{2\cdot 1,38\times 10^{-23}\,\frac{J}{K}\cdot 1873K}{32\cdot 1,661\times 10^{-27}\,kg}} \\ &= 986\,\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La valeur de λ est donc

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{v_{lib}}{v_{mol}} \\ &= \frac{11190\,\frac{m}{s}}{986\,\frac{m}{s}} \\ &= 11,3 \end{aligned}$$

Puisque λ est plus grand que 8, la Terre peut retenir une atmosphère d'oxygène.

b) de l'hydrogène (H_2) ?

La vitesse thermique des molécules d'hydrogène est

$$v_{hydrogène} = \sqrt{\frac{2kT}{m_{mol}}}$$
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 1873K}{2 \cdot 1,661 \times 10^{-27} kg}}$$
$$= 3946 \tfrac{m}{s}$$

La valeur de λ est donc

$$\lambda = \frac{v_{lib}}{v_{mol}}$$
$$= \frac{11190 \frac{m}{s}}{3469 \frac{m}{s}}$$
$$= 2,8$$

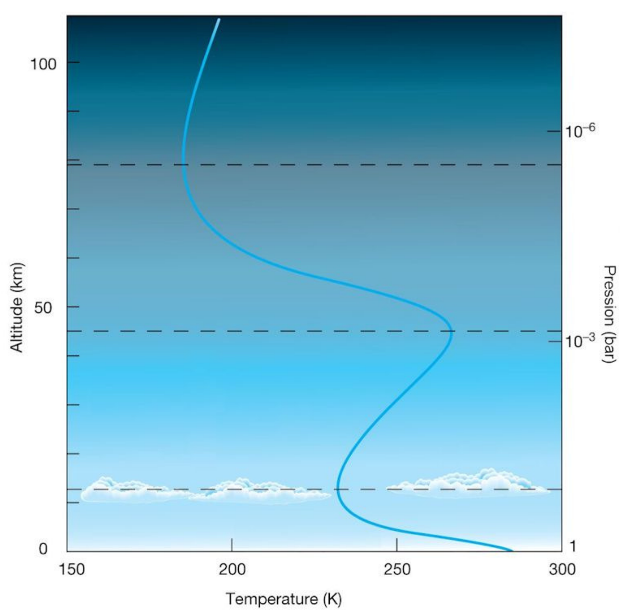
Puisque λ est plus petit que 8, la Terre ne peut pas retenir une atmosphère d'hydrogène.

Un calcul identique pour l'hélium donnerait un rapport de 4,0, ce qui veut dire que la Terre ne peut pas garder d'hélium dans son atmosphère. (Il ne faudra pas penser par contre que ce gaz va s'échapper en quelques heures comme le laisseraient penser nos formules précédentes. Dans les cas où le facteur λ est très bas, il faudrait aussi tenir compte du temps qu'il faudra pour que le gaz diffuse jusqu'en haute atmosphère, qui peut être assez considérable.)

L'hydrogène et l'hélium sont les seuls gaz pour lesquelles λ est plus petit que 8 sur Terre. Remarquez d'ailleurs comme ces gaz sont absents de l'atmosphère terrestre, même si ce sont les deux éléments les plus abondants dans l'univers.

Structure de l'atmosphère

L'atmosphère à la structure montrée sur la figure de droite.



physics.uoregon.edu/~jimbrau/astr121/Notes/Chapter7.html

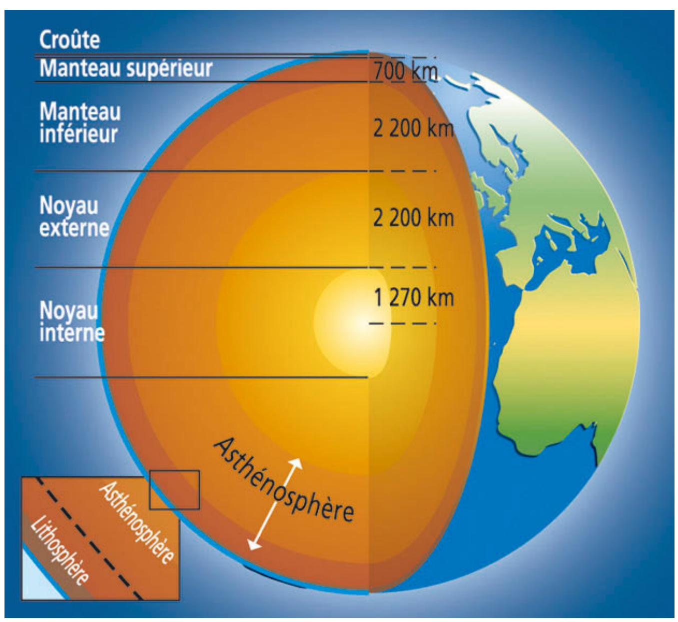
Sur la figure, les nuages se forment à environ 10 kilomètres d'altitude, mais il peut en avoir à n'importe quelle altitude entre 0 et 13 km.

La température est assez élevée au sol. Elle diminue par la suite et atteint un minimum à une dizaine de kilomètres d'altitude. La température remonte ensuite parce que l'ozone réchauffe l'atmosphère en absorbant le rayonnement ultraviolet du Soleil. (C'est la couche d'ozone qui n'est pas une couche très mince.) Finalement, la température recommence à diminuer. Cette courbe de température est un peu plus complexe que ce qu'on pourra observer sur les autres planètes. Généralement, la température diminue simplement avec l'altitude pour atteindre un minimum et remonter par la suite. La Terre à une courbe un peu particulière à cause de la couche d'ozone.

La pression de l'atmosphère, donnée en bar (1 bar = 100 kPa), diminue rapidement avec l'altitude. À 100 km d'altitude, la pression est déjà plus basse qu'un millionième de la pression au sol. À une altitude supérieure à 100 km, il n'y a pratiquement plus d'atmosphère, mais il y a encore un peu de gaz.

1.5 LA STRUCTURE INTERNE DE LA TERRE

Examinons maintenant la structure interne de la Terre. En gros, il y a trois parties à l'intérieur de la Terre : le noyau, le manteau et la croute.



fr.fotolia.com/id/24614965

Le noyau

Le noyau a un rayon de 3470 km, ce qui représente 16,1 % du volume de la Terre. Il est surtout composé de fer et de nickel. On estime que la température est de 5700 K au centre du noyau.

Dans le noyau interne, le fer et le nickel sont solides alors que ces éléments sont sous forme liquide dans le noyau externe. Cela peut sembler surprenant que la partie solide soit au centre parce qu'il fait plus chaud au centre, mais c'est parce que l'énorme pression au centre de la Terre force le fer et le nickel à être solides malgré une température plus élevée. Le noyau interne grandit lentement à mesure que la Terre se refroidit.

Le manteau

Le manteau est composé de roches. Dans la majeure partie du manteau, ces roches sont suffisamment chaudes pour être sous formes liquides, mais avec une viscosité élevée. La partie de manteau où les roches sont liquides et visqueuses s'appelle l'*asthénosphère*. De vastes mouvements de convection dans l'asthénosphère sont à l'origine du mouvement des plaques tectoniques à la surface de la Terre. Dans les 100 derniers kilomètres de manteau près de la surface, les roches sont solides et forment alors, avec la croute, la *lithosphère*.

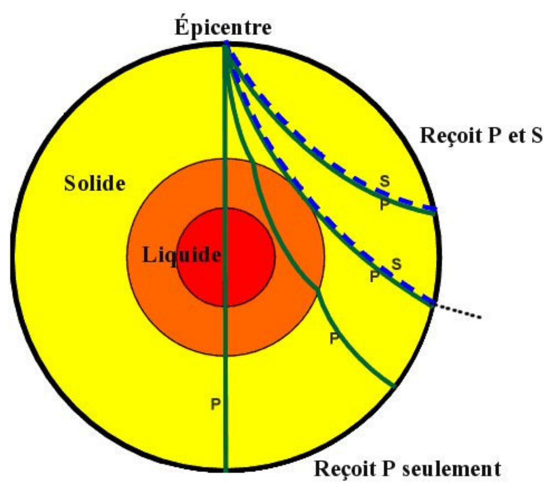
La croute

La croute forme la surface de la planète et n'a qu'une dizaine de kilomètres d'épaisseur. Elle est rigide et elle fait donc partie de la lithosphère avec une partie du manteau. La composition des roches de la croute est cependant un peu différente de celle des roches du manteau.

Comment connait-on la structure de la Terre ?

On n'a jamais fait de trou jusqu'au centre de la Terre (le trou le plus profond atteint 12 km). Alors, comment a-t-on trouvé, par exemple, le rayon du noyau ?

On connait la structure de la Terre grâce aux tremblements de Terre. Un gros tremblement de Terre génère des ondes qui seront captées partout sur Terre. Or, un tremblement génère deux types d'ondes. Il y a les ondes P (pour primaire) et les ondes S (pour secondaire). Ces deux types d'ondes peuvent se propager dans les solides, mais les ondes S ne peuvent pas se propager dans les liquides. Or, on capte seulement les ondes P de l'autre côté de la Terre. Cela veut dire que les ondes S ne peuvent pas traverser l'intérieur de la Terre et donc que l'intérieur de la Terre est liquide. En déterminant à quels endroits on peut recevoir les ondes S sur Terre, on peut même déterminer la taille de la région liquide.



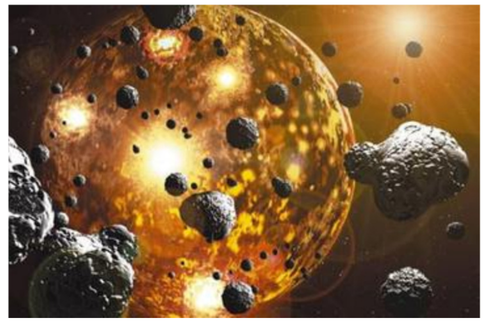
principles.ou.edu/eq_seismo/seismo_interior_simple.html

1.6 LA CHALEUR INTERNE

On a vu que la température au centre de la Terre est de l'ordre de 5700 K. Quelle peut bien être la source de cette chaleur ?

Énergie gravitationnelle

À la base, il y a eu beaucoup de chaleur générée par la formation de la Terre. Il y a 4,54 milliards d'années, différents morceaux de roche et de métal se sont agglomérés grâce à la force gravitationnelle. Cela a libéré de l'énergie gravitationnelle qui s'est alors transformée en chaleur.



www.livescience.com/15938-earth-precious-metals-space-origin.html

Énergie libérée

Trouvons l'énergie thermique libérée lors de la formation avec la conservation de l'énergie. L'énergie du système est

$$E = E_k + U_g + Q$$

où Q est l'énergie thermique. La conservation de l'énergie nous donnera

$$E_k + U_g + Q = E_k' + U_g' + Q'$$

Les termes de gauche sont les énergies avant la formation et les termes de droite sont les énergies après la formation.

Avant la formation, on va supposer que l'énergie cinétique et la température des morceaux qui vont faire la planète sont négligeables. De plus, l'énergie gravitationnelle est nulle puisque tous les morceaux sont loin les uns des autres initialement. On a donc

$$0 = E_k' + U_g' + Q'$$

Après la formation, les morceaux sont de nouveau au repos dans la planète et l'énergie cinétique des morceaux est redevenue nulle. On a donc

$$0 = U_g' + Q'$$
$$Q' = -U_g'$$

On va laisser tomber les primes puisqu'il n'y a plus de possibilités de confusion avec les valeurs avant la formation de la planète pour obtenir

$$Q = -U_g$$

La chaleur générée est donc liée à l'énergie potentielle gravitationnelle de la Terre. Il nous faut donc trouver cette énergie.

Énergie gravitationnelle d'une sphère

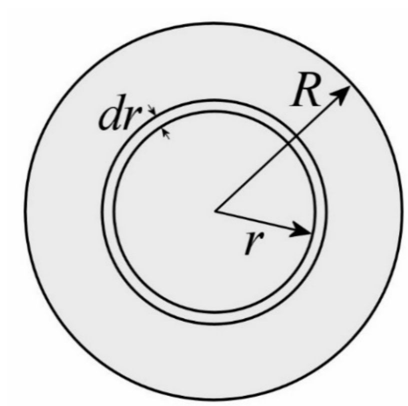
L'énergie gravitationnelle d'une paire de masses est

$$U_g = -\frac{Gm_1m_2}{r}$$

Puisque le champ fait par une sphère est identique à celui d'une masse ponctuelle, cette formule est aussi l'énergie d'une masse infinitésimale placée près d'une sphère.

Ainsi, l'énergie d'une mince couche de masse *dm* (qui est une masse infinitésimale) placée à la surface d'une sphère de masse *M* est

$$dU_g = -\frac{GMdm}{r}$$



où *r* est le rayon de la couche.

Pour calculer l'énergie de la sphère au complet, on va ajouter des couches minces l'une à la suite de l'autre sur la sphère pour faire une sphère de rayon *R*.

L'énergie de chaque couche est

$$dU_g = -\frac{GM_r dm}{r}$$

où M_r est la masse de la sphère jusqu'à la distance *r*

Or, la masse M_r dépend de la taille de la sphère. En la reliant à la densité de la sphère par

$$M_r = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

on a

$$\begin{aligned} dU_g &= -\frac{G\frac{4}{3}\pi r^3 \rho dm}{r} \\ &= -G\tfrac{4}{3}\pi r^2 \rho dm \end{aligned}$$

La masse de la couche est

$$\begin{aligned} dm &= \rho \cdot volume \\ &= \rho \cdot (épaisseur) \cdot (aire) \\ &= \rho (dr)(4\pi r^2) \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} dU_g &= -G\tfrac{4}{3}\pi r^2 \rho dm \\ &= -G\tfrac{4}{3}\pi r^2 \rho\rho dr 4\pi r^2 \\ &= -G\tfrac{16}{3}\pi^2 r^4 \rho^2 dr \end{aligned}$$

Ceci est l'énergie d'une mince couche sphérique. On trouve l'énergie totale en sommant l'énergie de toutes les couches pour former une sphère de rayon *R*.

$$\begin{aligned} U_g &= -\int_0^R G\tfrac{16}{3}\pi^2 r^4 \rho^2 dr \\ &= -G\tfrac{16}{3}\pi^2 \rho^2 \int_0^R r^4 dr \\ &= -G\tfrac{16}{3}\pi^2 \rho^2 \left[\frac{r^5}{5}\right]_0^R \\ &= -G\tfrac{16}{3}\pi^2 \rho^2 \frac{R^5}{5} \end{aligned}$$

Comme la densité est

$$\rho = \frac{M}{\tfrac{4}{3}\pi R^3}$$

on peut écrire

$$\begin{aligned} U_g &= -G\tfrac{16}{3}\pi^2 \rho^2 \frac{R^5}{5} \\ &= -G\tfrac{16}{3}\pi^2 \left(\frac{3M}{4\pi R^3}\right)^2 \frac{R^5}{5} \end{aligned}$$

ce qui donne

Énergie gravitationnelle d'une sphère uniforme

$$U_g = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

Exemple 1.6.1

Quelle est l'énergie gravitationnelle de la Terre sachant qu'elle a une masse de 5,9722 x 10^{24} kg et un rayon de 6371 km ? (En supposant que sa densité est uniforme.)

L'énergie gravitationnelle est

$$\begin{aligned}U_g &= -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}\\ &= -\frac{3}{5}\cdot\frac{6,6743\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot\left(5,9722\times10^{24}kg\right)^2}{6,371\times10^6 m}\\ &= -2,242\times10^{32}J\end{aligned}$$

Cela signifie qu'il faudra fournir au moins 2,242 x 10^{32} J pour séparer la Terre en petits morceaux éparpillés dans l'espace. Il en est ainsi parce que tous ces morceaux éloignés les uns des autres auront une énergie gravitationnelle nulle s'ils sont loin les uns des autres. Comme leur énergie cinétique peut être au minimum de 0, cela signifie que l'énergie minimale de tous les morceaux éparpillés est de 0 J. Il faut donc fournir 2,242 x 10^{32} J pour passer de -2,242 x 10^{32} J à 0 J.

Cette énergie correspond à 3 milliards de milliards de fois l'énergie dégagée par l'explosion nucléaire d'Hiroshima et ce n'est pas loin de toute l'énergie dégagée par le Soleil pendant toute une année.

Notez que la puissance totale des armes nucléaires est d'environ 10 000 Mt (incluant les bombes non opérationnelles), ce qui équivaut à un peu moins de 10^{20} J. Malgré ce qu'on laisse croire parfois, on est bien loin de pouvoir pulvériser la Terre en poussière avec toutes les bombes nucléaires de l'arsenal mondial.

Chaleur générée lors de la formation d'une planète

L'énergie thermique libérée étant de

$$Q = -U_g$$

on obtient

Chaleur générée lors de la formation d'une planète

$$Q = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} = \frac{16}{15}G\pi^2\rho^2R^5$$

(Pour la deuxième formule, on a utilisé M = densité · volume.)

Dans le cas de la Terre, l'énergie libérée a donc été de 2,242 x 10^{32} J.

Est-ce suffisant pour faire fondre les roches qui forment la Terre ? Répartissons cette énergie dans toute la Terre et calculons combien d'énergie reçoit chaque kilogramme de matière formant la planète, une énergie que nous noterons q.

$$q = \frac{Q}{M} = \frac{3}{5}\frac{GM}{R}$$

On obtient donc

Chaleur par unité de masse générée lors de la formation d’une planète

$$q = \frac{3}{5}\frac{GM}{R} = \frac{12}{15}G\pi\rho R^2$$

(Pour la deuxième formule, on a utilisé M = densité · volume.)

Pour la Terre, on obtient

$$\begin{aligned} q &= \frac{3}{5}\cdot\frac{6,674\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,9724\times10^{24}\,kg}{6,371\times10^{6}\,m} \\ &= 3,75\times10^{7}\,\tfrac{J}{kg} \end{aligned}$$

Examinons si on a assez d’énergie pour faire fondre la roche et les métaux (en supposant que toute l’énergie est allée en chaleur). Comme la roche fond vers 1000 °C, on doit la chauffer jusqu’à cette température. Si on part de -273 °C, on doit augmenter sa température de 1273 °C. Comme il faut environ 1000 J pour augmenter la température de la roche de 1 °C, on doit fournir 1 273 000 J pour arriver à la température de fusion. Il faut ensuite environ 250 000 J pour fondre ce kilogramme de roche, pour un grand total d’environ 1 500 000 J. Avec 37 500 000 J pour chaque kilogramme dans le cas de la Terre, on a amplement d’énergie pour faire fondre la roche et le métal. Même si on tenait compte des pertes dues au rayonnement, on a assez d’énergie pour qu’il y ait fusion de la roche et du métal.

La formule

$$q = \frac{12}{15}G\pi\rho R^2$$

nous indique que l’énergie par kilogramme augmente avec R^2. Ainsi, la formation d’une planète ayant un rayon deux fois plus petit que la Terre génère 4 fois moins de chaleur par kilogramme, ce qui signifie que la température augmentera moins dans ce cas. Ainsi, il est possible que la roche et les métaux n’atteignent pas la température de fusion lors de la formation d’une petite planète. On peut même estimer cette taille puisqu’on sait qu’il faut environ 1 500 000 J/kg pour faire fondre la roche. La taille minimale pour atteindre la fusion est donc (en supposant que la planète a la même densité que la Terre et que toute l’énergie gravitationnelle devient de la chaleur).

$$\begin{gathered} q = \frac{12}{15}G\pi\rho R^2 \\ 1,5\times10^{6}\,\tfrac{J}{kg} \approx \frac{12}{15}\cdot 6,674\times10^{-11}\,\tfrac{J}{kg}\cdot\pi\cdot 5500\,\tfrac{kg}{m^3}\cdot R^2 \\ R \approx 1,3\times10^{6}\,m \\ R \approx 1300\,km \end{gathered}$$

En réalité, une partie de l'énergie gravitationnelle sera perdue en rayonnement et la température ne va pas augmenter autant que le laissent croire ces formules, surtout si la planète se forme lentement (dans ce cas, les roches chaudes ont le temps de perdre leur chaleur par rayonnement dans l'espace).

La chaleur générée par la radioactivité

En plus de la chaleur initiale générée par la baisse d'énergie gravitationnelle, il y a de la chaleur générée par la radioactivité naturelle des roches. Dans ce cas, la chaleur par unité de masse est indépendante de la taille de la planète et cette chaleur est plutôt faible par rapport à la chaleur libérée par la gravitation lors de la formation de la planète. Cependant, la radioactivité continuera de générer de la chaleur longtemps après la formation de la planète et diminuera grandement le rythme de refroidissement de la planète.

Bilan thermique de la Terre

En ce moment, la chaleur sort de la Terre à un rythme de 47×10^{12} W, ce qui donne un flux de 0,092 W/m². (En gros, 80 % de ce flux vient de la radioactivité et 20 % vient de la chaleur initiale générée par la formation de la planète.) Ce n'est pas énorme puisqu'il faudrait capter toute l'énergie émise par 1 m² de surface pendant 2 semaines pour chauffer 250 ml d'eau de 20 °C à 100 °C.

La différenciation

Si la température de la planète augmente suffisamment pour que la matière qui la compose fonde, on aura une séparation des matériaux. Les matériaux les plus lourds, comme les métaux, iront au centre de la planète, alors que les matériaux plus légers, comme la roche, flotteront à la surface du métal pour former une couche sphérique par-dessus le métal. Les variétés de roches encore moins denses iront en surface pour former la croute. Ce processus, appelé *différenciation*, nous permet d'obtenir une structure similaire à la Terre, c'est-à-dire un noyau métallique entouré de roche.

La température des planètes plus petites n'augmentant pas autant que celle des grandes planètes, il est possible qu'il n'y ait pas de différenciation à l'intérieur des petites planètes. On a alors des roches et des métaux répartis uniformément dans la planète.

Le refroidissement de la planète

Après sa formation, la planète se refroidit. Le temps nécessaire pour se refroidir dépend de la chaleur générée au départ (Q) et du taux de refroidissement, qui est la puissance émise par la planète par rayonnement de corps chaud (P).

$$t = \frac{Q}{P}$$

Or, pour un corps chaud, la puissance émise dépend de l'aire de la planète. Elle augmente donc avec le carré du rayon de la planète.

$$P \propto R^2$$

Comme Q augmente avec R^5, le temps de refroidissement est proportionnel à

$$t = \frac{Q}{P}$$

$$t \propto \frac{R^5}{R^2}$$

$$t \propto R^3$$

Ainsi, une planète ayant un rayon deux fois plus grand que la Terre et ayant la même densité que la Terre prendrait 8 fois plus de temps à se refroidir. Il faudra donc s'attendre à ce que des planètes plus petites que la Terre se refroidissent plus vite que la Terre.

Au 19e siècle, avec des calculs plus sophistiqués que ceux faits ici, Kelvin tente d'estimer l'âge de la Terre en calculant le temps nécessaire pour passer de la température de la roche fondue à la température actuelle. Il arrive alors à un résultat se situant entre 20 et 400 millions d'années. Déjà à cette époque, ça semblait un peu petit (du moins pour les géologues). En fait, les calculs de Kelvin n'étaient pas parfaits. Le résultat dépend beaucoup de la façon dont la chaleur peut se propager dans la planète et il est possible d'obtenir des temps beaucoup plus longs que celui obtenu par Kelvin en variant simplement ce paramètre. De plus, Kelvin n'a pas tenu compte de la chaleur ajoutée par la radioactivité (qui n'était pas encore découverte). La désintégration d'éléments radioactifs à l'intérieur de la Terre libère de la chaleur, ce qui augmente le temps de refroidissement de la planète.

Les modèles plus raffinés, qui prennent en compte la radioactivité, donnent un âge de plusieurs milliards d'années. Cette valeur s'accorde bien avec les modèles actuels dans lesquels le Soleil tire son énergie des fusions nucléaires et qui donnent un âge de 4,5 milliards d'années au Soleil. Notez aussi que même en tenant compte de la radioactivité dans la planète, les grosses planètes continuent de se refroidir plus lentement que les petites.

On verra plus loin que les forces de marée peuvent aussi générer de la chaleur dans une planète et ainsi diminuer le rythme de refroidissement de la planète. Ces forces peuvent même arrêter complètement le refroidissement de la planète dans certains cas.

1.7 LE CHAMP MAGNÉTIQUE

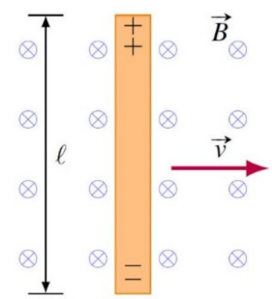
Les champs magnétiques ne peuvent être produits que par des courants ou des substances ferromagnétiques (substances qui forment les aimants permanents). On peut donc se demander lequel de ces mécanismes est à l'origine du champ magnétique terrestre.

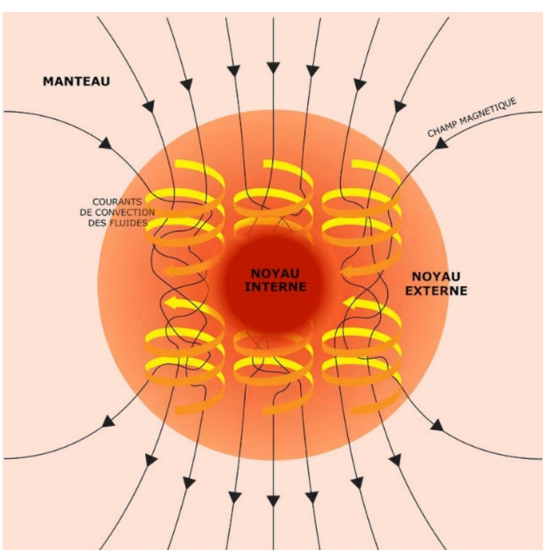
La croute et le manteau sont faits de roches et il y a très peu de substances ferromagnétiques dans ces roches. De plus, ces roches ne sont pas conductrices et il ne peut donc pas y avoir de courants. Il n'y a aucune chance que le champ magnétique soit créé dans la croute ou le manteau de la Terre.

Le noyau est surtout composé de fer et de nickel. On pourrait penser que le champ magnétique pourrait être fait par ces substances qui sont normalement ferromagnétiques, mais ce n'est pas vraiment possible dans le cas de la Terre. En effet, la température du noyau est de près de 3700 °C sur les bords du noyau et d'un peu plus de 5400 °C au centre du noyau. Comme le fer et le nickel perdent leurs propriétés ferromagnétiques à des températures nettement inférieures (770 °C pour le fer et 354 °C pour le nickel), le champ magnétique ne peut pas être généré par le ferromagnétisme. Notez que le cœur de fer et de nickel de certaines planètes est plus froid et que, dans ce cas, le fer et le nickel sont ferromagnétiques. Le ferromagnétisme de ces métaux peut alors créer un champ magnétique, mais il n'est pas très grand. On pense que c'est ce qui serait à l'origine des faibles champs magnétiques de la Lune et de Mars.

Il ne reste donc qu'une seule possibilité : le champ magnétique de la Terre doit être fait par des courants dans ce noyau de fer et de nickel. Les courants sont possibles, car ces substances sont conductrices. Mais alors, quelle peut bien être la source de ces courants ?

Quand un conducteur se déplace dans un champ magnétique, une différence de potentiel apparait dans le conducteur. Cette différence de potentiel est générée par la force magnétique qui agit sur les particules chargées dans la matière. La différence de potentiel qui apparait peut alors créer des courants dans la matière environnante et ces courants génèrent des champs magnétiques. Évidemment, le champ qui apparait pour s'ajouter ou se soustraire au champ magnétique déjà présent. Pour obtenir un champ qui persiste dans le temps, il faut, en moyenne, générer un peu plus de champ qui s'ajoute au champ déjà présent que de champ opposé au champ déjà présent.

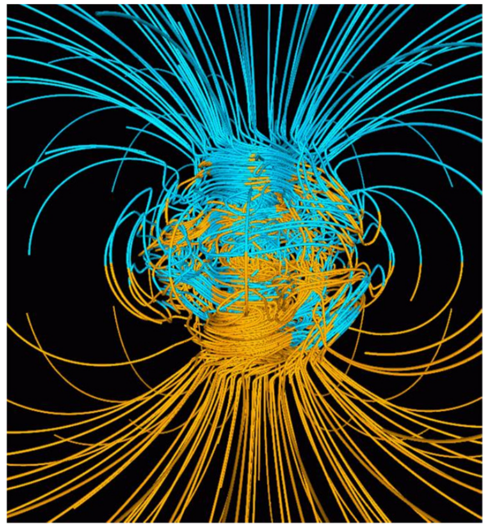




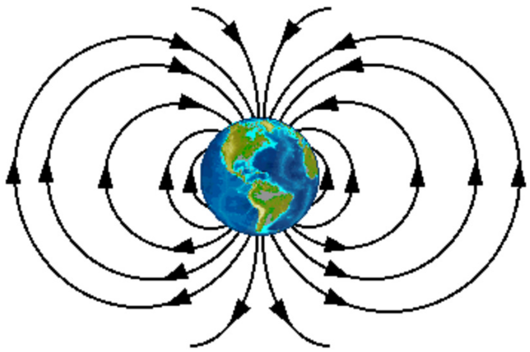
Dans la Terre, on peut donc générer un champ grâce à ce mécanisme dans la partie liquide du noyau. Comme le noyau est composé de fer et de nickel, c'est de la matière conductrice. Cette matière est aussi en mouvement puisque la chaleur qui traverse le noyau liquide fait apparaitre de la convection, c'est-à-dire de grands tourbillons de matière. La rotation de la Terre force ensuite ces tourbillons à s'aligner avec l'axe de rotation de la Terre. Les mouvements de matière ne sont pas très rapides puisqu'il faut environ 500 ans pour que la matière fasse un tour dans la cellule de convection. C'est lent, mais c'est suffisant.

en.wikipedia.org/wiki/Dynamo_theory

Il reste à calculer le champ généré par tous ces mouvements. Ce calcul est en fait extrêmement complexe parce que la convection est turbulente (il y a beaucoup de petits tourbillons qui apparaissent et disparaissent), parce que le champ créé influence à son tour les différences de potentiel, les courants et les champs créés, parce qu'on ne sait pas exactement comment se fait la convection et parce qu'il y a beaucoup d'autres éléments incertains. On y arrive en formulant plusieurs hypothèses et en simulant le tout sur ordinateur. L'image de droite montre ce qu'on peut obtenir comme résultat de simulation.



stardate.org/astro-guide/gallery/twist-and-flip



Finalement, ces mouvements font en sorte que la Terre a un champ magnétique ayant la configuration montrée sur la figure de gauche. Notez qu'on a un pôle sud magnétique en arctique et un pôle nord magnétique en antarctique.

www.unc.edu/depts/oceanweb/turtles/geomag.html

C'est donc ainsi que le champ magnétique de la Terre (ou de n'importe quelle planète ou étoile) est généré :

1- Il y a de la matière conductrice qui fait des tourbillons dans un champ magnétique.
2- Ce mouvement de matière amène la création d'une différence de potentiel dans la matière en rotation.
3- Cette différence de potentiel amène la formation de courant dans la matière environnante.
4- Les courants dans la matière environnante génèrent un champ magnétique.

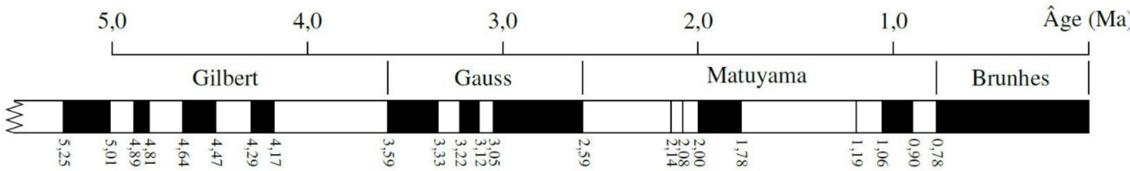
C'est ce qu'on appelle l'*effet dynamo*. Pour que cet effet fonctionne, il y a une condition essentielle : **il doit y avoir de la convection de matière conductrice quelque part dans la planète.**

Idéalement, l'astre doit tourner sur lui-même. Ce n'est pas une condition essentielle, mais ça aide. Plus il tourne vite, plus le champ sera grand.

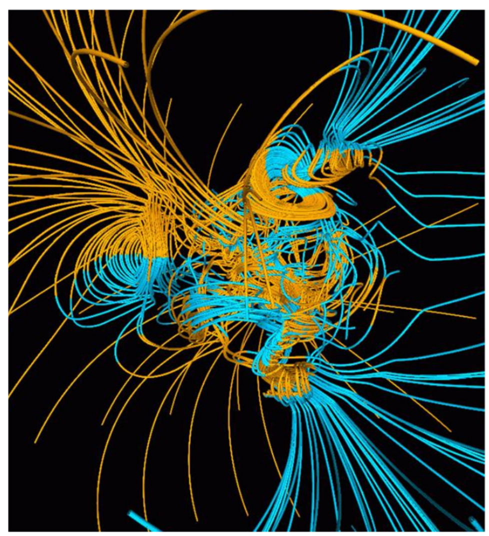
On voit que pour que le tout commence, il faut qu'il y ait initialement un champ magnétique. Ce champ peut être relativement petit et le champ s'amplifiera ensuite avec l'effet dynamo. On ne sait pas encore très clairement d'où venait ce champ initial, mais il y a plusieurs hypothèses.

Le champ de la Terre n'est pas toujours le même. La convection étant turbulente, il y a des variations continuelles de mouvements de matière et de champ magnétique. Les variations sont telles que la position des pôles magnétiques ne cesse de varier.

Il y a même des variations encore plus grandes à l'occasion. En étudiant l'orientation de l'aimantation des roches faites de matière ferromagnétique, on peut déterminer la direction du champ magnétique quand la roche s'est solidifiée. On s'est rapidement rendu compte que le champ magnétique de la Terre s'inversait parfois. La figure suivante vous montre l'orientation de champ magnétique de la Terre selon les époques. Les périodes en noir correspondent aux époques durant lesquelles le champ magnétique de la Terre a la même orientation que le champ actuel. (Les boussoles pointent vers le nord.) Les périodes en blanc correspondent aux époques où le champ magnétique de la Terre est inversé par rapport au champ actuel. (Les boussoles pointeraient alors vers le sud.)



On observe que les pôles ne sont pas inversés depuis 780 000 ans, ce qui est la plus longue période de stabilité durant les 5 derniers millions d'années.



Durant les inversions (qui durent typiquement 1000 ans), le champ ne disparait pas. Il prend plutôt une configuration très complexe. Les simulations arrivent à ce genre de configuration du champ lors des inversions (figure de droite).

Lors des inversions, il arrive souvent qu'il y ait plusieurs pôles à la surface de la Terre. Les boussoles deviennent alors totalement inutiles.

Pour l'instant, il est tout à fait impossible de prévoir quand se produira la prochaine inversion des pôles magnétiques. Même si le champ baisse en ce moment et que le mouvement des pôles s'est accéléré récemment, cela ne signifie pas nécessairement qu'une inversion de pôles magnétiques commence, et ce, même si le champ ne s'est pas inversé depuis longtemps. Sachez qu'il y a eu des moments dans l'histoire de la Terre où les pôles ne se sont pas inversés pendant plusieurs dizaines de millions d'années.

1.8 LES PARTICULES EN PROVENANCE DE L'ESPACE

Les particules reçues

La Terre est constamment bombardée par différents types de particules provenant de l'espace. On a :

1) Les particules provenant du Soleil.

2) Les particules provenant de l'extérieur du Système solaire. On les appelle les rayons cosmiques.

On reçoit évidemment beaucoup de photons. Il y a bien sûr des photons de la lumière visible, mais il y a aussi des photons ayant beaucoup plus d'énergie comme des rayons X et des rayons gamma qui représentent un danger pour les êtres vivants.

Il y a aussi des particules chargées comme des protons, des électrons, des noyaux d'hélium et un peu de noyaux atomiques d'éléments plus lourds. Par exemple, les rayons provenant de l'extérieur du Système solaire sont composés de noyaux atomiques (99 %) et d'électrons (1 %). 90 % des noyaux atomiques sont des noyaux d'hydrogène, donc de simples protons, 9 % sont des noyaux d'hélium et 1 % sont des noyaux d'éléments plus lourds que l'hélium.

L'énergie de ces particules varie énormément. Ce qui est étonnant, c'est que certaines de ces particules (qui arrivent toutes de l'extérieur du Système solaire) arrivent avec des énergies étonnamment hautes. La plus haute énergie mesurée correspond à l'énergie cinétique d'une balle de baseball allant à 90 km/h. C'est beaucoup pour un seul proton. L'énergie de ces particules est mesurée en électronvolt (eV) où 1 eV = $1{,}602 \times 10^{-19}$ J. Ce proton avait donc une énergie de 3×10^{20} eV. Cette énergie est plusieurs millions de fois plus grande que l'énergie qu'on donne aux particules dans les meilleurs accélérateurs de particules.

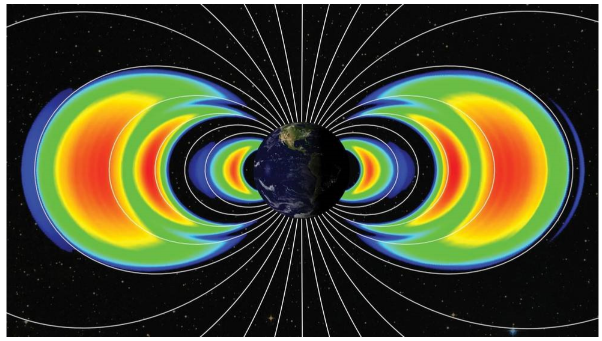
L'espace n'est donc pas un milieu très hospitalier pour un être vivant. Le bombardement par ces particules a exactement le même effet qu'une exposition à la radioactivité (qui vous bombarde aussi de particules). L'effet de la dose reçue se mesure en millisievert (mSv). Les effets commencent à se faire sentir avec une dose de 1000 mSv et la mort est quasi assurée à 10 000 mSv. À la surface de la Terre, on reçoit en moyenne 2,4 mSv par an. Dans l'espace, on reçoit 670 mSv par an.

Les protections

Si la dose reçue est près de 150 fois plus petite à la surface de la Terre, c'est parce qu'on a quelques protections.

Le champ magnétique

Les particules chargées interagissent avec le champ magnétique terrestre. La plupart des particules sont simplement déviées par le champ de leur trajectoire et contournent la Terre alors que quelques autres particules deviennent prisonnières du champ. Les particules sont emprisonnées dans des régions appelées les *ceintures de Van Allen* (montrées sur la figure de droite). Ainsi, le champ magnétique empêche les particules n'ayant pas une énergie trop grande d'atteindre la surface de la Terre.



spacecenter.org/what-are-the-van-allen-radiation-belts/

Toutefois, les protons ayant une énergie supérieure à 1,7 x 10^{10} eV pourront passer à travers le champ et atteindre l'atmosphère. Les photons, n'étant pas chargés, ne sont pas affectés par le champ magnétique et peuvent aussi atteindre l'atmosphère.

L'atmosphère

L'atmosphère nous protège. Les particules et les photons qui entrent dans l'atmosphère font des collisions avec les molécules de l'atmosphère, ce qui bloque la quasi-totalité des particules pouvant causer des dommages. Toutefois, cette interaction entre les particules et l'atmosphère a de nombreux effets secondaires.

Les effets

L'excitation des molécules

Les particules arrivant de l'espace qui frappent l'atmosphère peuvent exciter l'air (les électrons montent de niveau d'énergie lors de la collision). Quand les électrons redescendent à un niveau d'énergie plus bas, de la lumière est émise. Ce phénomène est particulièrement intense lors des aurores boréales. Les particules chargées prisonnières des ceintures de Van Allen peuvent se déplacer le long des lignes de champ, ce qui leur permet de venir frapper l'atmosphère aux pôles magnétiques de la Terre. Elles frappent alors les molécules de l'atmosphère et les excitent. Quand il y a beaucoup de ces particules chargées qui frappent l'atmosphère, nous obtenons alors des aurores. (L'azote donne des couleurs bleues et violettes et l'oxygène donne des couleurs vertes et rouges.)

tbearbourges.com/2012/10/19/aurore-o-bel-espoir/

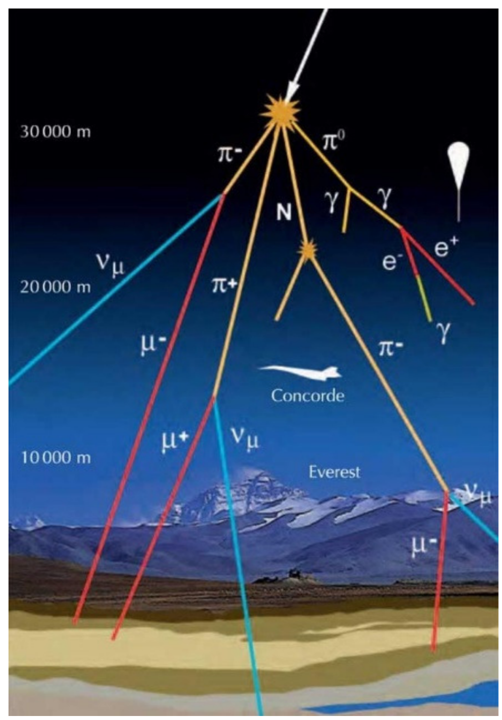
Voyez un film montrant des aurores.
https://www.youtube.com/watch?v=sBWPCvdv8Bk

L'ionisation des molécules

Les particules qui frappent l'air peuvent aussi ioniser l'air. Cela peut se produire partout (et non pas seulement aux pôles) parce que certaines particules qui ionisent l'air arrivent avec assez d'énergie pour traverser le champ magnétique et frapper l'atmosphère n'importe où. C'est pour cela qu'il y a une ionisation permanente en haute atmosphère. Notez que sans cette ionisation, il n'y aurait pas d'éclairs. Le champ électrique dans les nuages d'orage n'est pas assez grand pour arracher les électrons des molécules. Ce sont les particules arrivant de l'espace qui s'en charge. L'électron arraché a beaucoup d'énergie et il va frapper d'autres molécules pour arracher d'autres électrons pour finalement faire une cascade d'électrons. C'est cette cascade d'électrons qui est à l'origine des éclairs. Il semble que cette ionisation facilite aussi la formation des nuages, mais l'idée est contestée.

Le rayonnement secondaire

Quand les noyaux atomiques arrivant de l'espace ont beaucoup d'énergie (ce sont essentiellement des rayons cosmiques puisque le Soleil fait rarement des particules ayant assez d'énergie), la collision avec les atomes de l'atmosphère amorce toute une série de réactions qui produisent une panoplie de particules. Il y a des neutrons (N) et des électrons (e) ainsi que d'autres particules plus exotiques comme des muons (μ) (comme un électron, mais plus massif), des pions (π) et des neutrinos (ν). Ces particules se dirigent vers la surface en suivant, en gros, la trajectoire qu'aurait eue le noyau atomique. Au sol, on est donc constamment bombardé par ces particules créées par la collision et qu'on appelle le *rayonnement secondaire*.



www.forbes.com/sites/startswithabang/2019/07/24/how-to-prove-einsteins-relativity-in-the-palm-of-your-hand/?sh=6be34bca322c

La dose reçue au sol par ce bombardement de particules secondaires, 0,3 mSv par an, n'est pas très grande. Au sol, cette dose vient essentiellement des muons produits alors qu'en altitude (10 000 m), elle vient essentiellement des neutrons produits. C'est environ 16 % de la dose reçue annuellement (le reste vient de la radioactivité naturelle des roches qui composent la Terre). Toutefois, la dose reçue augmente si vous habitez en altitude. Par exemple, la dose reçue à Denver (altitude de 1600 m) monte à 0,5 mSv par an. Un vol en avion à haute altitude vous permettra de recevoir 0,005 mSv par heure de vol (si on restait à cette altitude pendant toute une année, on recevrait 44 mSv, nettement plus qu'au sol).

La formation de nouveaux isotopes

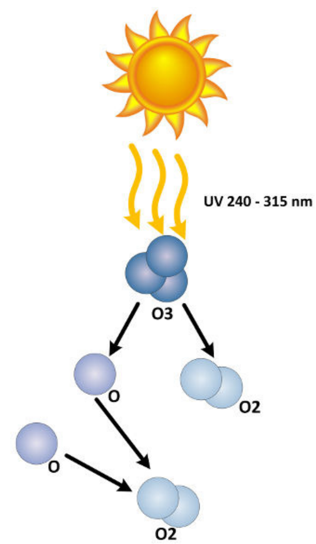
Les noyaux à haute énergie qui frappent la haute atmosphère peuvent aussi provoquer une réaction nucléaire et créer de nouveaux isotopes. Par exemple, les neutrons à haute énergie produits en haute atmosphère interagissent parfois avec l'azote 14 de l'atmosphère pour créer du carbone 14.

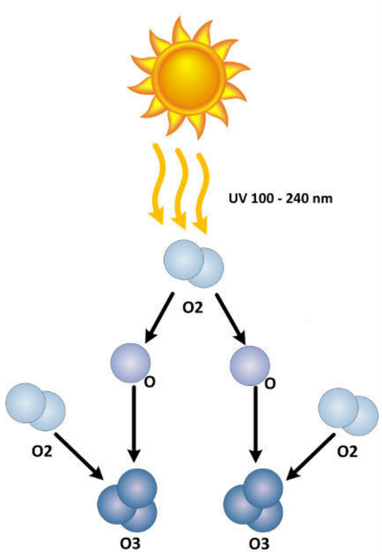
$$ {}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{1}_{1}H $$

Selon les calculs, il se forme entre 16 400 et 18 800 atomes de carbone 14 par seconde par mètre carré de surface terrestre. En mesurant la quantité de carbone 14 dans l'atmosphère en fonction du temps, on peut savoir comment le flux de protons arrivant sur Terre a changé au cours du temps. En plus du carbone 14, les principaux isotopes créés sont le béryllium 10 et l'aluminium 26.

La destruction de l'ozone

Une augmentation du rayonnement reçu ferait augmenter la dose reçue, mais il faudrait une augmentation très importante de la quantité de particules arrivant de l'espace pour qu'il y ait un danger pour les organismes vivants à la surface de la Terre. L'effet le plus dangereux du rayonnement provenant de l'espace pour les êtres vivants est en fait la destruction de la couche d'ozone (O_3). La couche d'ozone nous protège en absorbant les rayons ultraviolets UVB qui détruisent facilement les protéines et les molécules d'ADN. Quand les rayons UVB, qui ont une longueur d'onde entre 240 nm et 315 nm, arrivent, ils sont absorbés en cassant les molécules d'O_3 (figure de droite).





www.oxidationtech.com/blog/ozone-produced-naturally-from-uv-light/

L'ozone se refait constamment grâce aux UVC, qui ont une longueur d'onde entre 100 et 240 nm. Ces rayons cassent les O_2 en deux et chaque O produit réagit avec un autre O_2 pour former un O_3 (figure de gauche). (Comme les UVC, tout aussi dommageables pour la santé, interagissent avec les O_2, ils sont absorbés et n'atteignent pas le sol).

Si jamais un autre mécanisme s'ajoute pour détruire l'ozone, la quantité d'ozone à l'équilibre va baisser et plus de méchants UVB atteindront le sol. Le problème, c'est que les particules arrivant de l'espace peuvent casser le lien triple entre les azotes dans la molécule de N_2 et le lien double dans la molécule de O_2. Les azotes et oxygènes libérés se combinent alors pour former des nitrates NO_x qui catalysent une réaction qui transforme les molécules d'ozone O_3 en O_2. Voici le genre de réactions qui se produisent.

$$NO + O_3 \to NO_2 + O_2$$
$$NO_2 + O \to NO + O_2$$

(Le NO détruit l'ozone et est constamment refait par une autre réaction.) Normalement, il n'y a pas de problème parce que le rythme de destruction (par les UVB et les particules arrivant de l'espace) est égal au taux de production d'ozone par les UVC du Soleil, mais un flux de rayons cosmiques beaucoup plus intense que la moyenne pourrait fortement appauvrir la couche d'ozone. Quand cela se produit, ce n'est pas une bonne nouvelle pour les organismes vivants sur Terre. Quand il y a moins d'ozone, il y a davantage de rayons UVB qui se rendent au sol. On estime que si on perdait 30 % de l'ozone, le rayonnement UVB au sol serait 2 fois plus fort, ce qui serait suffisant pour déclencher une période d'extinction massive sur Terre (comme il y en a déjà eu). Le plancton est particulièrement vulnérable aux rayons UVB et comme le plancton est à la base de la chaine alimentaire des océans, la destruction du plancton aurait des répercussions majeures sur l'écosystème marin. (Rassurez-vous, la baisse de la quantité d'ozone dans les années 80 et 90 n'était que de 3 %).

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Aplatissement d'une planète

$$f = \frac{a-b}{a}$$

Rayon moyen d'une planète

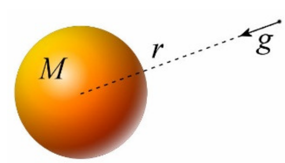
$$R^3 = a^2 b$$

Aplatissement d'une planète

$$f = \frac{15\pi}{4GT^2\rho}$$

Champ gravitationnel à l'extérieur d'un astre

$$g = \frac{GM}{r^2}$$



Champ gravitationnel de la Terre

$$g = 9,780\,327 \tfrac{N}{kg} \cdot \left(1 + 0,005\,279 \cdot \sin^2\phi + 0,000\,023 \sin^4\phi\right)$$

Vitesse de libération près d'une planète de masse *M*

$$v_{lib} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Vitesse thermique d'un gaz

$$v_{mol} = \sqrt{\frac{2kT}{m_{mol}}}$$

Condition pour qu'un gaz reste à la surface d'une planète

$$\lambda \geq 8 \qquad \text{ou} \qquad v_{lib} \geq 8\,\overline{v}_{mol}$$

Énergie gravitationnelle d'une sphère uniforme

$$U_g = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

Chaleur générée lors de la formation d'une planète

$$Q = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} = \frac{16}{15}G\pi^2\rho^2R^5$$

Chaleur par unité de masse générée lors de la formation d'une planète

$$q = \frac{3}{5}\frac{GM}{R} = \frac{12}{15}G\pi\rho R^2$$

EXERCICES

Utilisez les données suivantes pour certains de ces exercices.

Masse de la Terre = 5,9722 x 10^{24} kg
Rayon moyen de la Terre = 6371 km
Masse de Mars = 6,4185 x 10^{23} kg
Rayon moyen de Mars = 3386 km

1.1 La taille de la Terre

1. Pablo mesure que l'angle entre l'horizon et Polaris (l'étoile Polaire) est de 46,80° à Québec et de 42,35° à Boston. Il mesure également que la distance entre Québec et Boston est de 495 km. Quelle est la circonférence de la Terre selon les mesures de Pablo sachant que Québec et Boston sont sur la même longitude ?

2. Sachant que la densité de la Terre est de 5514 kg/m³, quelle devrait être la période de rotation de la Terre pour que son aplatissement soit de 0,1 ?

3. Quels seraient les rayons équatorial et polaire si la Terre tournait sur elle-même avec une période de 6 h ?

1.2 Le champ gravitationnel

4. Quel est le champ gravitationnel à 100 km de la surface de Terre ?

5. Examinons maintenant le champ à la surface de Mars.

   a) Quel est le champ gravitationnel à la surface de Mars ?
   b) Quel serait le poids d'une personne de 70 kg à la surface de Mars ?
   c) Ce poids représente quel pourcentage du poids de la personne sur Terre ?

6. À quelle distance de la Terre le champ gravitationnel est-il nul entre la Terre et la Lune, sachant que la masse de la Lune est $7{,}346 \times 10^{22}$ kg et qu'elle est à 384 400 km de la Terre ?

7. Selon la formule qui donne la grandeur du champ gravitationnel en fonction de la latitude, quelle est la grandeur du champ gravitationnel à New Delhi en Inde, dont la latitude est de 28,62° nord ?

1.3 La vitesse de libération

8. Quelle est la vitesse de libération à partir de la surface de Mars ?

9. Quelle est la vitesse de libération à partir d'un endroit situé à 2000 km de la surface de Mars ?

1.4 L'atmosphère

10. Sachant que la température moyenne de Mars est de -63 °C.

    a) Déterminez si Mars peut garder le CO_2 dans son atmosphère. (Utiliser la vitesse de libération trouvée dans l'exercice de la section 1.3.)
    b) Déterminez si Mars peut garder de l'hélium dans son atmosphère.

1.6 La chaleur interne

11. Sachant que la masse de la Lune est de $7{,}346 \times 10^{22}$ kg et que le rayon de la Lune est de 1737 km, déterminez l'énergie gravitationnelle de la Lune, si on suppose que c'est une sphère uniforme ?

12. Combien de chaleur fut générée par la formation de Mars ?

13. Combien de chaleur par unité de masse fut générée par la formation de Mars ?

14. Sachant qu'il faut environ 1000 J pour augmenter d'un degré Celsius la température d'un kilogramme de roche et qu'il faut 250 000 J pour la faire fondre à 1000 °C, a-t-on assez de chaleur par unité de masse pour faire fondre les roches de Mars ? (Comme température initiale, on va prendre la température de Mars de –63 °C.)

RÉPONSES

1.1 La taille de la Terre

1. 40 045 km
2. 4,97 h
3. a = 6523,8 km b = 6076,2 km

1.2 Le champ gravitationnel

4. 9,52 N/kg
5. a) 3,736 N/kg b) 261,5 N c) 38,1 %
6. À 346 024 km du centre de la Terre
7. 9,792 185 N/kg

1.3 La vitesse de libération

8. 5 030 m/s
9. 3988 m/s

1.4 L'atmosphère

10. a) Oui b) Non

1.6 La chaleur interne

11. $-1{,}244 \times 10^{29}$ J

12. $4{,}872 \times 10^{30}$ J
13. $7{,}591 \times 10^{6}$ J/kg
14. Les roches vont fondre. (Il faut $1{,}063 \times 10^{6}$ J, pour chauffer le kilogramme jusqu'à 1000 °C et ensuite 250 000 J pour le faire fondre. Les 7,59 millions de joules obtenus sont donc amplement suffisants pour faire fondre la roche.)