

Solutionnaire du chapitre 14

1. On trouve l'énergie libérée à partir des masses avec

$$Q = (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u}$$

a) On a

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= ((m_C + m_{\text{He}}) - (m_O)) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= ((12,000\,000u + 4,002\,603u) - (15,994\,915u)) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= (0,007\,688u) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= 7,16\text{MeV} \end{aligned}$$

b) On a

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= ((m_C + m_{\text{He}}) - (m_O)) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= ((15,994\,915u + 4,002\,603u) - (19,992\,440u)) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= (0,005\,078u) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= 4,73\text{MeV} \end{aligned}$$

2. La luminosité sera

$$\begin{aligned} L &= \sigma 4\pi R^2 T^4 \\ &= 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot 4\pi \cdot (55 \cdot 6,955 \times 10^8 \text{m})^2 \cdot (3700\text{K})^4 \\ &= 1,954 \times 10^{29} \text{W} \\ &= 510L_{\odot} \end{aligned}$$

3. Le rayon est

$$\begin{aligned}
 R &= 0,0126R_{\odot} \cdot \sqrt[3]{\frac{1M_{\odot}}{M}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{M}{1,44M_{\odot}}\right)^{4/3}} \\
 &= 0,0126R_{\odot} \cdot \sqrt[3]{\frac{1M_{\odot}}{0,6M_{\odot}}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,6M_{\odot}}{1,44M_{\odot}}\right)^{4/3}} \\
 &= 0,0126R_{\odot} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{0,6}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,6}{1,44}\right)^{4/3}} \\
 &= 0,0126R_{\odot} \cdot 1,1856 \cdot 0,8299 \\
 &= 0,0124R_{\odot}
 \end{aligned}$$

4. a) On trouve la luminosité avec

$$R = 33,3R_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{L}{1L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{1000K}{T}\right)^2$$

On a déjà la température, mais il nous manque le rayon. Ce rayon est

$$\begin{aligned}
 R &= 0,0126R_{\odot} \cdot \sqrt[3]{\frac{1M_{\odot}}{M}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{M}{1,44M_{\odot}}\right)^{4/3}} \\
 &= 0,0126R_{\odot} \cdot \sqrt[3]{\frac{1M_{\odot}}{0,8M_{\odot}}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,8M_{\odot}}{1,44M_{\odot}}\right)^{4/3}} \\
 &= 0,0126R_{\odot} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{0,8}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,8}{1,44}\right)^{4/3}} \\
 &= 0,0126R_{\odot} \cdot 1,0772 \cdot 0,7371 \\
 &= 0,01R_{\odot}
 \end{aligned}$$

La luminosité est donc

$$\begin{aligned}
 R &= 33,3R_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{L}{1L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{1000K}{T}\right)^2 \\
 0,01R_{\odot} &= 33,3R_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{L}{1L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{1000K}{30\,000K}\right)^2 \\
 2,872 \times 10^{-4} &= \sqrt{\frac{L}{1L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{1}{30}\right)^2 \\
 0,270 &= \sqrt{\frac{L}{1L_{\odot}}} \\
 L &= 0,073L_{\odot}
 \end{aligned}$$

b) La grandeur du champ gravitationnel est

$$\begin{aligned}
 g &= \frac{GM}{R^2} \\
 &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 0,8 \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg}{(0,01 \cdot 6,597 \times 10^8 m)^2} \\
 &= 2,44 \times 10^6 \frac{N}{kg}
 \end{aligned}$$

c) La hauteur caractéristique de l'atmosphère est

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{RT}{\mu g} \\
 &= \frac{8,31 \frac{J}{molK} \cdot 30\,000K}{0,001 \frac{kg}{mol} \cdot 2,44 \times 10^6 \frac{N}{kg}} \\
 &= 102m
 \end{aligned}$$

5. a) L'énergie est

$$\begin{aligned}
 E_k &= \frac{1}{2}mv^2 \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg \cdot \left(5 \times 10^6 \frac{m}{s}\right)^2 \\
 &= 9,94 \times 10^{43} J
 \end{aligned}$$

b) Le pourcentage est

$$\frac{9,9425 \times 10^{43} \text{ J}}{10^{46} \text{ J}} \cdot 100\% = 0,994\%$$

c) La quantité de mouvement des couches est

$$\begin{aligned} p &= mv \\ &= 4 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg} \cdot 5 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &= 3,977 \times 10^{37} \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \end{aligned}$$

À mesure que les couches passent dans le milieu interstellaire, elles accumulent de la masse. Pour que la vitesse diminue à 10 km/s, il faut que la masse totale soit de

$$\begin{aligned} p' &= p \\ m'v' &= 3,977 \times 10^{37} \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \\ m' \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} &= 3,977 \times 10^{37} \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \\ m' &= 3,977 \times 10^{33} \text{ kg} \end{aligned}$$

Ce qui est près de 2000 masses solaires. Cette masse est la masse totale, c'est-à-dire la masse des couches additionnée à celle du milieu interstellaire qui a été ramassée par les couches. Pour trouver la masse du milieu interstellaire qui a été ramassée par les couches, il faut soustraire la masse des couches.

$$\begin{aligned} m_{\text{interstellaire}} &= 3,977 \times 10^{33} \text{ kg} - 4 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg} \\ &= 3,969 \times 10^{33} \text{ kg} \end{aligned}$$

Pour avoir autant de masse, le volume de milieu interstellaire est

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{M}{\text{vol}} \\ 2 \times 10^{-19} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} &= \frac{3,969 \times 10^{33} \text{ kg}}{\text{Vol}} \\ \text{Vol} &= 1,98 \times 10^{52} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Comme les couches éjectées balaient une sphère, on doit trouver le rayon d'une sphère qui a ce volume.

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi R^3 &= 1,98 \times 10^{52} \text{ m}^3 \\ R &= 1,67 \times 10^{17} \text{ m} \end{aligned}$$

Cette distance est 17,7 al.

6. a) Le rayon est

$$\begin{aligned}
 R &= 11km \cdot \sqrt[3]{\frac{1,4M_{\odot}}{M}} \\
 &= 11km \cdot \sqrt[3]{\frac{1,4M_{\odot}}{2M_{\odot}}} \\
 &= 11km \cdot \sqrt[3]{\frac{1,4}{2}} \\
 &= 9,8km
 \end{aligned}$$

b) La densité est

$$\begin{aligned}
 \rho &= \frac{M}{\text{volume}} \\
 &= \frac{4 \times 10^{30} \text{ kg}}{\frac{4}{3} \pi (9800m)^3} \\
 &= 10^{18} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
 \end{aligned}$$

c) La vitesse de libération est

$$\begin{aligned}
 v_{lib} &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\
 &= \sqrt{\frac{2 \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 4 \times 10^{30} \text{ kg}}{9800m}} \\
 &= 2,3 \times 10^8 \frac{m}{s}
 \end{aligned}$$

C'est quand même près de 80% de la vitesse de la lumière !

7. a) On trouve la luminosité avec

$$R = 33,3R_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{L}{1L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{1000K}{T}\right)^2$$

On a déjà la température, mais il nous manque le rayon. Ce rayon est

$$\begin{aligned}
 R &= 11km \cdot \sqrt[3]{\frac{1,4M_{\odot}}{M}} \\
 &= 11km \cdot \sqrt[3]{\frac{1,4M_{\odot}}{2,5M_{\odot}}} \\
 &= 11km \cdot \sqrt[3]{\frac{1,4}{2,5}} \\
 &= 9,067km
 \end{aligned}$$

La luminosité est donc

$$\begin{aligned}
 R &= 33,3R_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{L}{1L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{1000K}{T}\right)^2 \\
 9067m &= 33,3R_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{L}{1L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{1000K}{1\,000\,000K}\right)^2 \\
 3,914 \times 10^{-7} &= \sqrt{\frac{L}{1L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{1}{1000}\right)^2 \\
 0,3914 &= \sqrt{\frac{L}{1L_{\odot}}} \\
 L &= 0,157L_{\odot}
 \end{aligned}$$

b) La grandeur du champ gravitationnel est

$$\begin{aligned}
 g &= \frac{GM}{R^2} \\
 &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 2,5 \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg}{(9067m)^2} \\
 &= 4,036 \times 10^{12} \frac{N}{kg}
 \end{aligned}$$

c) La hauteur caractéristique de l'atmosphère est

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{RT}{\mu g} \\
 &= \frac{8,31 \frac{J}{molK} \cdot 1\,000\,000K}{0,001 \frac{kg}{mol} \cdot 4,036 \times 10^{12} \frac{N}{kg}} \\
 &= 0,00206m \\
 &= 2,06mm
 \end{aligned}$$

8. Selon la conservation du moment cinétique, on a

$$\frac{R^2}{T} = \frac{R'^2}{T'}$$

$$\frac{(6,371 \times 10^6 \text{ m})^2}{86\,400 \text{ s}} = \frac{(0,015 \text{ m})^2}{T'}$$

$$T' = 4,79 \times 10^{-13} \text{ s}$$

9. Le rapport des luminosités est

$$\frac{I_1}{I_2} = 10^{0,4(m_2 - m_1)}$$

Si l'étoile est 10 000 fois plus lumineuse, alors on a $I_2 = 10\,000 I_1$. On a donc

$$\frac{1}{10\,000} = 10^{0,4 \cdot (m_2 - m_1)}$$

$$10^{-4} = 10^{0,4 \cdot (m_2 - m_1)}$$

$$-4 = 0,4 \cdot (m_2 - m_1)$$

$$-10 = m_2 - m_1$$

$$m_2 = m_1 - 10$$

Cela signifie que la magnitude baisse de 10.

10. La quantité d'hydrogène est

$$M_H = \frac{10^{38} \text{ J}}{6,4 \times 10^{14} \frac{\text{J}}{\text{kg}}}$$

$$= 1,5 \times 10^{23} \text{ kg}$$

Cela représente 2,6 % de la masse de la Terre.

- 11.** Puisque la sphère de matière est passée d'un rayon nul à un rayon de $8''$ d'arc en 8 ans, ω est $1''/\text{an}$. En radian par seconde, ω est

$$\begin{aligned}\omega &= 1''/\text{an} \\ &= \left(\frac{1}{3600}\right) \frac{^\circ}{\text{an}} \cdot \frac{\pi \text{rad}}{180^\circ} \cdot \frac{1 \text{an}}{365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{s}} \\ &= 1,536 \times 10^{-14} \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

La distance est donc de

$$\begin{aligned}D &= \frac{v}{\omega_{(\text{rad/s})}} \\ &= \frac{1700 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,536 \times 10^{-13} \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \\ &= 1,107 \times 10^{19} \text{m} \\ &= 1170 \text{al}\end{aligned}$$

- 12.** Sachant que la magnitude absolue de la supernova est de $-19,6$, on trouve la distance avec

$$\begin{aligned}M &= m + 5 \log\left(\frac{32,62 \text{al}}{D}\right) \\ -19,6 &= 8,9 + 5 \log\left(\frac{32,62 \text{al}}{D}\right) \\ D &= 16,3 \text{Mal}\end{aligned}$$

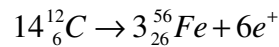
- 13.** La limite de visibilité étant d'une magnitude de 6, on trouve la distance maximale avec

$$\begin{aligned}M &= m + 5 \log\left(\frac{32,62 \text{al}}{D}\right) \\ -19,6 &= 6 + 5 \log\left(\frac{32,62 \text{al}}{D}\right) \\ D &= 4,3 \text{Mal}\end{aligned}$$

- 14.** a) L'énergie gravitationnelle est

$$\begin{aligned}
 U &= -\frac{3 GM^2}{5 R} \\
 &= -\frac{3}{5} \cdot \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot (2 \times 10^{30} kg)^2}{5,5 \times 10^6 m} \\
 &= -2,9 \times 10^{43} J
 \end{aligned}$$

b) L'énergie libérée par une réaction



est

$$\begin{aligned}
 Q &= (m_{avant} - m_{après}) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u} \\
 &= (14 \cdot 12u - 3 \cdot 55,9349375u) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u} \\
 &= (168u - 167,8048125u) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u} \\
 &= (0,1951875u) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u} \\
 &= 181,82 MeV
 \end{aligned}$$

Pour trouver le nombre de réaction, trouvons le nombre d'atome de carbone 12. Ce nombre est

$$N_C = \frac{2 \times 10^{30} kg}{0,012 \frac{g}{mol}} \cdot 6,02 \times 10^{23} \frac{atomes}{mol} = 1,00 \times 10^{56}$$

Comme il faut 14 atomes de carbone pour faire 1 réaction, le nombre de réaction est

$$N = \frac{N_C}{14} = \frac{1,00 \times 10^{56}}{14} = 7,17 \times 10^{54}$$

Puisque chaque réaction donne 181,82 MeV, on a

$$\begin{aligned}
 E &= 7,17 \times 10^{54} \cdot 181,82 MeV \\
 &= 7,17 \times 10^{54} \cdot 181,82 MeV \cdot 1,602 \times 10^{-13} \frac{J}{MeV} \\
 &= 2,09 \times 10^{44} J
 \end{aligned}$$

c) La somme des deux énergies

$$\begin{aligned}
 E &= U_g + Q \\
 &= -2,9 \times 10^{43} \text{ J} + 2,09 \times 10^{44} \text{ J} \\
 &= 1,8 \times 10^{44} \text{ J}
 \end{aligned}$$

Comme la réponse est positive, il y a assez d'énergie pour disperser l'étoile.

15. La puissance est

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{32G^4 m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)}{5c^5 r^5} \\
 &= \frac{32 \cdot (6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2})^4 \cdot (2 \times 10^{30} \text{ kg})^2 \cdot (6 \times 10^{24} \text{ kg})^2 \cdot (2 \times 10^{30} \text{ kg} + 6 \times 10^{24} \text{ kg})}{5 \cdot (3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^5 \cdot (1,5 \times 10^{11} \text{ m})^5} \\
 &= 198 \text{ W}
 \end{aligned}$$

b) Le temps est

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{5c^5 r^4}{256G^3 m_1 m_2 (m_1 + m_2)} \\
 &= \frac{5 \cdot (3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^5 \cdot (1,5 \times 10^{11} \text{ m})^4}{256 \cdot (6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2})^3 \cdot 2 \times 10^{30} \text{ kg} \cdot 6 \times 10^{24} \text{ kg} \cdot (2 \times 10^{30} \text{ kg} + 6 \times 10^{24} \text{ kg})} \\
 &= 3,37 \times 10^{30} \text{ s} \\
 &= 1,07 \times 10^{23} \text{ a}
 \end{aligned}$$

16. a) On trouve la distance avec la troisième loi de Kepler

$$\begin{aligned}
 T^2 &= \frac{4\pi^2 r^3}{GM_{\text{tot}}} \\
 (36\,000 \text{ s})^2 &= \frac{4\pi^2 r^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 10 \times 10^{30} \text{ kg}} \\
 r &= 2,798 \times 10^9 \text{ m}
 \end{aligned}$$

b) La puissance est

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{32G^4 m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)}{5c^5 r^5} \\
 &= \frac{32 \cdot (6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2})^4 \cdot (4 \times 10^{30} kg)^2 \cdot (6 \times 10^{30} kg)^2 \cdot 10 \times 10^{30} kg}{5 \cdot (3 \times 10^8 \frac{m}{s})^5 \cdot (2,798 \times 10^9 m)^5} \\
 &= 1,754 \times 10^{24} W
 \end{aligned}$$

b) Le temps est

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{5c^5 r^4}{256G^3 m_1 m_2 (m_1 + m_2)} \\
 &= \frac{5 \cdot (3 \times 10^8 \frac{m}{s})^5 \cdot (2,798 \times 10^9 m)^4}{256 \cdot (6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2})^3 \cdot 4 \times 10^{30} kg \cdot 6 \times 10^{30} kg \cdot 10 \times 10^{30} kg} \\
 &= 4,08 \times 10^{16} s \\
 &= 1,29 \times 10^9 \text{ ans}
 \end{aligned}$$

17. Le rayon de Schwarzschild est

$$\begin{aligned}
 R_s &= \frac{2GM}{c^2} \\
 &= \frac{2 \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,98 \times 10^{24} kg}{(3 \times 10^8 \frac{m}{s})^2} \\
 &= 8,87 mm
 \end{aligned}$$

18. Le rayon de Schwarzschild est

$$\begin{aligned}
 R_s &= 2,953 \frac{km}{M_\odot} \cdot M \\
 &= 2,953 \frac{km}{M_\odot} \cdot 1M_\odot \\
 &= 2,953 km
 \end{aligned}$$

Le rapport des temps est donc

$$\begin{aligned}\Delta t_{\text{espace}} &= \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{R_s}{r}}} \\ &= \frac{1 \text{ an}}{\sqrt{1 - \frac{2,953 \text{ km}}{8 \text{ km}}}} \\ &= 1,259 \text{ an}\end{aligned}$$

19. Le rayon de Schwarzschild est

$$\begin{aligned}R_s &= 2,953 \frac{\text{km}}{M_\odot} \cdot M \\ &= 2,953 \frac{\text{km}}{M_\odot} \cdot 1M_\odot \\ &= 2,953 \text{ km}\end{aligned}$$

Le rapport des longueurs est donc

$$\begin{aligned}\Delta L_{\text{espace}} &= \Delta L \sqrt{1 - \frac{R_s}{r}} \\ 50 \text{ m} &= \Delta L \cdot \sqrt{1 - \frac{2,953 \text{ km}}{8 \text{ km}}} \\ \Delta L &= 62,95 \text{ m}\end{aligned}$$

20. L'angle de déviation est

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{4GM}{bc^2} \\ &= \frac{4 \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot (2,19 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg})}{(1,73 \cdot 6,955 \times 10^8 \text{ m}) \cdot (3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} \\ &= 1,07 \times 10^{-5} \text{ rad} \\ &= 2,21''\end{aligned}$$

21. Le rayon de Schwarzschild est

$$\begin{aligned}
 R_S &= 2,953 \frac{km}{M_\odot} \cdot M \\
 &= 2,953 \frac{km}{M_\odot} \cdot 1M_\odot \\
 &= 2,953km
 \end{aligned}$$

Le changement de longueur d'onde est donc

$$\begin{aligned}
 \lambda_{espace} &= \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{R_S}{r}}} \\
 &= \frac{450nm}{\sqrt{1 - \frac{2,953km}{8km}}} \\
 &= 567nm
 \end{aligned}$$

22. Le rayon de Schwarzschild est

$$\begin{aligned}
 R_S &= 2,953 \frac{km}{M_\odot} \cdot M \\
 &= 2,953 \frac{km}{M_\odot} \cdot 2M_\odot \\
 &= 5,906km
 \end{aligned}$$

Le changement de longueur d'onde est donc

$$\begin{aligned}
 \lambda_{espace} &= \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{R_S}{r}}} \\
 &= \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{5,906km}{13km}}} \\
 &= 1,354 \cdot \lambda
 \end{aligned}$$

Le décalage est donc

$$\begin{aligned}
 \delta &= \frac{\lambda'}{\lambda} \\
 &= \frac{1,354\lambda}{\lambda} \\
 &= 1,354
 \end{aligned}$$

23. La distance minimale d'approche est

$$\begin{aligned} r_{\text{déchire}} &= 320\text{km} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right)} \\ &= 320\text{km} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{20M_{\odot}}{1M_{\odot}}\right)} \\ &= 869\text{km} \end{aligned}$$

Comme le rayon de Schwarzschild est de

$$\begin{aligned} R_s &= 2,953\text{km} \cdot \left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right) \\ &= 2,953\text{km} \cdot 20 \\ &= 59,06\text{km} \end{aligned}$$

La distance minimale d'approche est de 14,7 fois le rayon de Schwarzschild.

24. Ici on veut que

$$r_{\text{déchire}} < R_s$$

Cela donne

$$320\text{km} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right)} < 2,953\text{km} \cdot \left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right)$$

Si on isole M , on arrive à

$$\begin{aligned} 108 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right)} &< \left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right) \\ 108^3 \cdot \left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right) &< \left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right)^3 \\ 108^3 &< \left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right)^2 \\ 1128M_{\odot} &< M \end{aligned}$$

La masse minimale est donc de 1128 masses solaires.

- 25.** La séquence principale se termine à une magnitude de 20. Déterminons premièrement à quelle magnitude absolue cela correspond

$$\begin{aligned} M &= m + 5 \log \left(\frac{32,62 \text{al}}{D} \right) \\ &= 20 + 5 \log \left(\frac{32,62 \text{al}}{33\,900 \text{al}} \right) \\ &= 4,92 \end{aligned}$$

La luminosité de l'étoile qui vient juste de mourir est donc

$$\begin{aligned} M &= 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L} \right) \\ 4,92 &= 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L} \right) \\ L &= 0,851 L_{\odot} \end{aligned}$$

La masse de cette étoile est donc

$$\begin{aligned} L &= 1 L_{\odot} \cdot \left(\frac{M}{1 M_{\odot}} \right)^{3,8} \\ 0,851 L_{\odot} &= 1 L_{\odot} \cdot \left(\frac{M}{1 M_{\odot}} \right)^{3,8} \\ M &= 0,958 M_{\odot} \end{aligned}$$

La durée de vie de cette étoile est donc

$$\begin{aligned} t_{\text{vie}} &= 10,9 \text{Ga} \cdot \left(\frac{1 M_{\odot}}{M} \right)^{2,8} \\ &= 10,9 \text{Ga} \cdot \left(\frac{1 M_{\odot}}{0,958 M_{\odot}} \right)^{2,8} \\ &= 12,3 \text{Ga} \end{aligned}$$

L'amas a donc environ 12,3 milliards d'années.