

Solutionnaire du chapitre 13

1. Si le nuage est uniquement fait d'hydrogène, la masse moyenne des molécules est de

$$m = \frac{1 \text{ g / mol}}{6,02214 \times 10^{23} \frac{\text{atomes}}{\text{mol}}} = 1,661 \times 10^{-24} \frac{\text{g}}{\text{atome}}$$

La taille critique est

$$\begin{aligned} R &= \frac{GmM}{5kT} \\ &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1,661 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot (200 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg})}{5 \cdot 1,381 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 20 \text{ K}} \\ &= 3,193 \times 10^{16} \text{ m} \\ &= 3,38 \text{ al} \end{aligned}$$

2. Si le nuage est uniquement fait d'hydrogène, la masse moyenne des molécules est de

$$m = \frac{1 \text{ g / mol}}{6,02214 \times 10^{23} \frac{\text{atomes}}{\text{mol}}} = 1,661 \times 10^{-24} \frac{\text{g}}{\text{atome}}$$

La taille critique est

$$\begin{aligned} R &= \frac{GmM}{5kT} \\ &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1,661 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot (500 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg})}{5 \cdot 1,381 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 40 \text{ K}} \\ &= 3,991 \times 10^{16} \text{ m} \end{aligned}$$

La densité est donc

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{M}{\text{volume}} \\ &= \frac{500 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}}{\frac{4}{3} \pi \cdot (3,991 \times 10^{16} \text{ m})^3} \\ &= 3,733 \times 10^{-18} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2,25 \times 10^9 \frac{\text{atomes}}{\text{m}^3}\end{aligned}$$

3. La limite d'Eddington de cette étoile est

$$\begin{aligned}L &= 3,3 \times 10^4 L_{\odot} \cdot \left(\frac{M}{1M_{\odot}} \right) \\ &= 3,3 \times 10^4 L_{\odot} \cdot \left(\frac{120M_{\odot}}{1M_{\odot}} \right) \\ &= 3,3 \times 10^4 L_{\odot} \cdot (120) \\ &= 3\,960\,000 L_{\odot}\end{aligned}$$

Comme sa luminosité est de 5 000 000 L_{\odot} , cette étoile a dépassé la limite d'Eddington.

4. a) La masse d'hydrogène par m^3 est

$$152900 \text{ kg} \cdot 0,346 = 52\,900 \text{ kg}$$

Le nombre de noyaux d'hydrogène est

$$N_H = \frac{52\,900 \text{ kg}}{1,661 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 3,185 \times 10^{31}$$

Le nombre de moles d'hydrogène est donc

$$n_H = \frac{3,184 \times 10^{31}}{6,022 \times 10^{23}} = 5,289 \times 10^7$$

La masse d'hélium par m^3 est

$$152900 \text{ kg} \cdot 0,654 = 100\,000 \text{ kg}$$

Le nombre de noyaux d'hélium est

$$N_{He} = \frac{100\,000\text{kg}}{6,6465 \times 10^{-27}\text{kg}} = 1,504 \times 10^{31}$$

Le nombre de moles d'hydrogène est donc

$$n_{He} = \frac{1,505 \times 10^{31}}{6,022 \times 10^{23}} = 2,498 \times 10^7$$

Comme chaque hydrogène a aussi ajouté un électron et chaque hélium a ajouté 2 électrons, le nombre total de moles de particule par m³ est

$$\begin{aligned} n &= n_H + n_{He} + n_e \\ &= n_H + n_{He} + (n_H + 2n_{He}) \\ &= 2n_H + 3n_{He} \\ &= 2 \cdot 5,289 \times 10^7 + 3 \cdot 2,498 \times 10^7 \\ &= 18,07 \times 10^7 \end{aligned}$$

b) La pression est donc

$$\begin{aligned} P_{thermique} &= \frac{n}{V} RT \\ &= \frac{18,07 \times 10^7 \text{ mol}}{1 \text{ m}^3} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 15\,670\,000 \text{ K} \\ &= 2,355 \times 10^{16} \text{ Pa} \end{aligned}$$

c) La pression de radiation est

$$\begin{aligned} P_{rad} &= 2,522 \times 10^{-16} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot T^4 \\ &= 2,522 \times 10^{-16} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot (15\,670\,000 \text{ K})^4 \\ &= 1,521 \times 10^{13} \text{ Pa} \end{aligned}$$

d) Le rapport des pressions est

$$\begin{aligned} \frac{P_{thermique}}{P_{rad}} &= \frac{2,354 \times 10^{16} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{1,521 \times 10^{13} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} \\ &= 1548 \end{aligned}$$