

Solutionnaire du chapitre 11

1. Si le nuage est uniquement fait d'hydrogène moléculaire, la masse moyenne des molécules est de

$$m = \frac{2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{6,0221 \times 10^{23} \frac{\text{molécules}}{\text{mol}}} = 3,321 \times 10^{-24} \frac{\text{g}}{\text{molécule}}$$

La taille critique est

$$\begin{aligned} R &= \frac{GmM}{5kT} \\ &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 3,321 \times 10^{-27} \text{kg} \cdot (200 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{kg})}{5 \cdot 1,381 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 20 \text{K}} \\ &= 6,383 \times 10^{16} \text{m} \\ &= 6,75 \text{al} \end{aligned}$$

2. Si le nuage est uniquement fait d'hydrogène moléculaire, la masse moyenne des molécules est de

$$m = \frac{2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{6,0221 \times 10^{23} \frac{\text{molécules}}{\text{mol}}} = 3,321 \times 10^{-24} \frac{\text{g}}{\text{molécule}}$$

La taille critique est

$$\begin{aligned} R &= \frac{GmM}{5kT} \\ &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 3,321 \times 10^{-27} \text{kg} \cdot (500 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{kg})}{5 \cdot 1,381 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 40 \text{K}} \\ &= 7,979 \times 10^{16} \text{m} \end{aligned}$$

La densité est donc

$$\begin{aligned}
 \rho &= \frac{M}{\text{volume}} \\
 &= \frac{500 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}}{\frac{4}{3} \pi \cdot (7,979 \times 10^{16} \text{ m})^3} \\
 &= 4,673 \times 10^{-19} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,407 \times 10^8 \frac{\text{molécules}}{\text{m}^3}
 \end{aligned}$$

3. a) La taille est

$$\begin{aligned}
 R &= 35R_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \\
 &= 35R_{\odot} \left(\frac{0,5M_{\odot}}{M_{\odot}} \right) \\
 &= 17,5R_{\odot} \\
 &= 17,5 \cdot 6,957 \times 10^8 \text{ m} \\
 &= 1,217 \times 10^{10} \text{ m} \\
 &= 0,081UA
 \end{aligned}$$

b) La taille est

$$\begin{aligned}
 R &= 35R_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \\
 &= 35R_{\odot} \left(\frac{2M_{\odot}}{M_{\odot}} \right) \\
 &= 70R_{\odot} \\
 &= 70 \cdot 6,957 \times 10^8 \text{ m} \\
 &= 4,870 \times 10^{10} \text{ m} \\
 &= 0,326UA
 \end{aligned}$$

c) La taille est

$$\begin{aligned}
 R &= 35R_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \\
 &= 35R_{\odot} \left(\frac{10M_{\odot}}{M_{\odot}} \right) \\
 &= 350R_{\odot} \\
 &= 350 \cdot 6,957 \times 10^8 m \\
 &= 2,435 \times 10^{11} m \\
 &= 1,628UA
 \end{aligned}$$

4. a) Le temps de contraction est

$$\begin{aligned}
 t_{pms} &= 30Ma \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2,5} \\
 &= 30Ma \left(\frac{0,5M_{\odot}}{M_{\odot}} \right)^{-2,5} \\
 &= 170Ma
 \end{aligned}$$

b) Le temps de contraction est

$$\begin{aligned}
 t_{pms} &= 30Ma \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2,5} \\
 &= 30Ma \left(\frac{2M_{\odot}}{M_{\odot}} \right)^{-2,5} \\
 &= 5,30Ma
 \end{aligned}$$

c) Le temps de contraction est

$$\begin{aligned}
 t_{pms} &= 30Ma \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2,5} \\
 &= 30Ma \left(\frac{10M_{\odot}}{M_{\odot}} \right)^{-2,5} \\
 &= 0,0949Ma
 \end{aligned}$$

5. La limite d'Eddington de cette étoile est

$$\begin{aligned}
 L &= 3,28 \times 10^4 L_{\odot} \cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \\
 &= 3,28 \times 10^4 L_{\odot} \cdot \left(\frac{120 M_{\odot}}{M_{\odot}} \right) \\
 &= 3,28 \times 10^4 L_{\odot} \cdot (120) \\
 &= 3\,936\,000 L_{\odot}
 \end{aligned}$$

Comme sa luminosité est de 5 000 000 L_{\odot} , cette étoile a dépassé la limite d'Eddington.

6. On dépasse la limite si

$$L > 3,28 \times 10^4 L_{\odot} \cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)$$

Avec la formule liant la luminosité et masse sur la séquence principale, on dépasse la limite si

$$L_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3,8} > 3,28 \times 10^4 L_{\odot} \cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)$$

On a donc

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{2,8} &> 3,28 \times 10^4 \\
 \frac{M}{M_{\odot}} &> \sqrt[2,8]{3,28 \times 10^4} \\
 M &> \sqrt[2,8]{3,28 \times 10^4} M_{\odot} \\
 M &> 41,0 M_{\odot}
 \end{aligned}$$

7. a) La masse d'hydrogène par m^3 est

$$152900 \text{ kg} \cdot 0,346 = 52\,900 \text{ kg}$$

Le nombre de noyaux d'hydrogène est

$$N_H = \frac{52\,900\text{kg}}{1,661 \times 10^{-27}\text{kg}} = 3,185 \times 10^{31}$$

Le nombre de moles d'hydrogène est donc

$$n_H = \frac{3,184 \times 10^{31}}{6,022 \times 10^{23}} = 5,289 \times 10^7$$

La masse d'hélium par m³ est

$$152900\text{kg} \cdot 0,654 = 100\,000\text{kg}$$

Le nombre de noyaux d'hélium est

$$N_{He} = \frac{100\,000\text{kg}}{6,6465 \times 10^{-27}\text{kg}} = 1,504 \times 10^{31}$$

Le nombre de moles d'hydrogène est donc

$$n_{He} = \frac{1,505 \times 10^{31}}{6,022 \times 10^{23}} = 2,498 \times 10^7$$

Comme chaque hydrogène a aussi ajouté un électron et chaque hélium a ajouté 2 électrons, le nombre total de moles de particule par m³ est

$$\begin{aligned} n &= n_H + n_{He} + n_e \\ &= n_H + n_{He} + (n_H + 2n_{He}) \\ &= 2n_H + 3n_{He} \\ &= 2 \cdot 5,289 \times 10^7 + 3 \cdot 2,498 \times 10^7 \\ &= 18,07 \times 10^7 \end{aligned}$$

b) La pression est donc

$$\begin{aligned} P_{thermique} &= \frac{n}{V} RT \\ &= \frac{18,07 \times 10^7 \text{ mol}}{1\text{m}^3} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 15\,670\,000\text{K} \\ &= 2,355 \times 10^{16} \text{ Pa} \end{aligned}$$

c) La pression de radiation est

$$\begin{aligned} P_{rad} &= 2,522 \times 10^{-16} \frac{N}{m^2 K^4} \cdot T^4 \\ &= 2,522 \times 10^{-16} \frac{N}{m^2 K^4} \cdot (15\,670\,000 K)^4 \\ &= 1,521 \times 10^{13} Pa \end{aligned}$$

d) Le rapport des pressions est

$$\begin{aligned} \frac{P_{thermique}}{P_{rad}} &= \frac{2,354 \times 10^{16} \frac{N}{m^2}}{1,521 \times 10^{13} \frac{N}{m^2}} \\ &= 1548 \end{aligned}$$

8. La luminosité est

$$\begin{aligned} L &= 2,3 \times 10^5 L_{\odot} \left(\frac{M_{\text{coeur d'hélium}}}{M_{\odot}} \right)^6 \\ &= 2,3 \times 10^5 L_{\odot} \left(\frac{0,6 M_{\odot}}{M_{\odot}} \right)^6 \\ &= 2,3 \times 10^5 L_{\odot} (0,6)^6 \\ &= 10\,731 L_{\odot} \end{aligned}$$

9. On trouve l'énergie libérée à partir des masses avec

$$Q = (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u}$$

Fusion du carbone

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u} \\ &= ((m_C + m_{He}) - (m_O)) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u} \\ &= ((12,000\,000u + 4,002\,603u) - (15,994\,915u)) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u} \\ &= (0,007\,688u) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u} \\ &= 7,16 MeV \end{aligned}$$

Fusion de l'oxygène

$$\begin{aligned}
 Q &= (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\
 &= ((m_C + m_{\text{He}}) - (m_O)) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\
 &= ((15,994\,915u + 4,002\,603u) - (19,992\,440u)) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\
 &= (0,005\,078u) \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\
 &= 4,73 \text{MeV}
 \end{aligned}$$

10. La luminosité sera

$$\begin{aligned}
 L &= \sigma 4\pi R^2 T^4 \\
 &= 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot 4\pi \cdot (55 \cdot 6,955 \times 10^8 \text{m})^2 \cdot (3700 \text{K})^4 \\
 &= 1,954 \times 10^{29} \text{W} \\
 &= 510 L_{\odot}
 \end{aligned}$$

11. a) L'énergie est

$$\begin{aligned}
 E_k &= \frac{1}{2} mv^2 \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{kg} \cdot (5 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \\
 &= 9,94 \times 10^{43} \text{J}
 \end{aligned}$$

b) Le pourcentage est

$$\frac{9,9425 \times 10^{43} \text{J}}{10^{46} \text{J}} \cdot 100\% = 0,994\%$$

c) La quantité de mouvement des couches est

$$\begin{aligned}
 p &= mv \\
 &= 4 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{kg} \cdot 5 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 &= 3,977 \times 10^{37} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

À mesure que les couches passent dans le milieu interstellaire, elles accumulent de la masse. Pour que la vitesse diminue à 10 km/s, il faut que la masse totale soit de

$$\begin{aligned}
 p' &= p \\
 m'v' &= 3,977 \times 10^{37} \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \\
 m' \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} &= 3,977 \times 10^{37} \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \\
 m' &= 3,977 \times 10^{33} \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Ce qui est près de 2000 masses solaires. Cette masse est la masse totale, c'est-à-dire la masse des couches additionnée à celle du milieu interstellaire qui a été ramassée par les couches. Pour trouver la masse du milieu interstellaire qui a été ramassée par les couches, il faut soustraire la masse des couches.

$$\begin{aligned}
 m_{\text{interstellaire}} &= 3,977 \times 10^{33} \text{ kg} - 4 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg} \\
 &= 3,969 \times 10^{33} \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Pour avoir autant de masse, le volume de milieu interstellaire est

$$\begin{aligned}
 \rho &= \frac{M}{\text{vol}} \\
 2 \times 10^{-19} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} &= \frac{3,969 \times 10^{33} \text{ kg}}{\text{Vol}} \\
 \text{Vol} &= 1,98 \times 10^{52} \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

Comme les couches éjectées balaient une sphère, on doit trouver le rayon d'une sphère qui a ce volume.

$$\begin{aligned}
 \frac{4}{3} \pi R^3 &= 1,98 \times 10^{52} \text{ m}^3 \\
 R &= 1,67 \times 10^{17} \text{ m}
 \end{aligned}$$

Cette distance est 17,7 al.

12. La séquence principale se termine à une magnitude de 20. Déterminons premièrement à quelle magnitude absolue cela correspond

$$\begin{aligned}
 M &= m + 5 \log \left(\frac{32,62 \text{al}}{D} \right) \\
 &= 20 + 5 \log \left(\frac{32,62 \text{al}}{33\,900 \text{al}} \right) \\
 &= 4,92
 \end{aligned}$$

La luminosité de l'étoile qui vient juste de mourir est donc

$$\begin{aligned}
 M &= 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L} \right) \\
 4,92 &= 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L} \right) \\
 L &= 0,851 L_{\odot}
 \end{aligned}$$

La masse de cette étoile est donc

$$\begin{aligned}
 L &= L_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3,8} \\
 0,851 L_{\odot} &= L_{\odot} \left(\frac{M}{1 M_{\odot}} \right)^{3,8} \\
 M &= 0,958 M_{\odot}
 \end{aligned}$$

La durée de vie de cette étoile est donc

$$\begin{aligned}
 t_{\text{vie}} &= 10,9 \text{Ga} \cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2,8} \\
 &= 10,9 \text{Ga} \cdot \left(\frac{0,958 M_{\odot}}{M_{\odot}} \right)^{-2,8} \\
 &= 12,3 \text{Ga}
 \end{aligned}$$

L'amas a donc environ 12,3 milliards d'années.