Solutionnaire du chapitre 11

1. La vitesse est

$$\delta = 1 + \frac{v_r}{c}$$

$$0,999985 = 1 + \frac{v_r}{3\times 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$v_r = -4500 \tfrac{m}{s}$$

L'étoile s'approche donc de nous à 4500 m/s

2. Le changement de longueur d'onde est

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \lambda' - \lambda \\ &= 501,657nm - 501,567nm \\ &= 0,09nm\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}z &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\ &= \frac{0,09nm}{501,567nm} \\ &= 1,794\times 10^{-4}\end{aligned}$$

La vitesse est donc

$$z = \frac{v_r}{c}$$

$$1,794\times 10^{-4} = \frac{v_r}{3\times 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$v_r = 53\,831 \tfrac{m}{s} = 53,83 \tfrac{km}{s}$$

L'étoile s'éloigne donc de nous à 53,83 km/s

3. On a donc

$$\begin{aligned} z &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\ &= \frac{0,040nm}{588,995nm} \\ &= 6,791\times 10^{-5} \end{aligned}$$

La vitesse est donc

$$\begin{aligned} z &= \frac{v_r}{c} \\ 6,791\times 10^{-5} &= \frac{v_r}{3\times 10^{8}\,\frac{m}{s}} \\ v_r &= 20\,374\,\tfrac{m}{s} = 20,37\,\tfrac{km}{s} \end{aligned}$$

L'étoile s'éloigne donc de nous à 20,37 km/s

4. On a donc

$$\begin{aligned} z &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\ &= \frac{-0,044nm}{616,956nm} \\ &= -7,132\times 10^{-5} \end{aligned}$$

La vitesse est donc

$$\begin{aligned} z &= \frac{v_r}{c} \\ -7,132\times 10^{-5} &= \frac{v_r}{3\times 10^{8}\,\frac{m}{s}} \\ v_r &= -21\,395\,\tfrac{m}{s} = 21,40\,\tfrac{km}{s} \end{aligned}$$

L'étoile s'approche donc de nous à 21,40 km/s.

5. a) Le changement de longueur d'onde est

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \lambda' - \lambda \\ &= 656,044nm - 656,281nm \\ &= -0,237nm\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}z &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\ &= \frac{-0,237nm}{656,281nm} \\ &= -3,611\times10^{-4}\end{aligned}$$

La vitesse est donc

$$\begin{aligned}z &= \frac{v_r}{c} \\ -3,611\times10^{-4} &= \frac{v_r}{3\times10^{8}\,\frac{m}{s}} \\ v_r &= -108\,338\,\tfrac{m}{s} = -108,34\,\tfrac{km}{s}\end{aligned}$$

b) La vitesse angulaire est

$$\omega = 10,369'' / an$$

En radian par seconde, cette vitesse est

$$\begin{aligned}\omega &= \left(\frac{10,369}{3600}\right)^{\circ} / an \cdot \frac{\pi rad}{180^{\circ}} \cdot \frac{1an}{365,25\cdot 24\cdot 60\cdot 60} \\ &= 1,593\times10^{-12}\,\tfrac{rad}{s}\end{aligned}$$

Pour trouver la vitesse, il nous faudra la distance de l'étoile, qu'on peut trouver avec la parallaxe.

$$\begin{aligned}D_{(al)} &= \frac{3,262al}{\theta_{(\sec)}} \\ &= \frac{3,262al}{0,5454} \\ &= 5,98al\end{aligned}$$

La vitesse tangentielle est donc de

$$\begin{aligned} v_t &= \omega D \\ &= 1{,}593\times10^{-12}\,\tfrac{rad}{s}\cdot\left(5{,}98\cdot 9{,}46\times10^{15}\,m\right) \\ &= 90{,}18\,\tfrac{km}{s} \end{aligned}$$

c) La vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_r^2+v_t^2} \\ &= \sqrt{\left(108{,}34\,\tfrac{km}{s}\right)^2+\left(90{,}18\,\tfrac{km}{s}\right)^2} \\ &= 140{,}96\,\tfrac{km}{s} \end{aligned}$$

6. La température est

$$\begin{aligned} \lambda_{pic} &= \frac{2{,}898\times10^{-3}\,m\cdot K}{T} \\ 443{,}8\times10^{-9}\,m &= \frac{2{,}898\times10^{-3}\,m\cdot K}{T} \\ T &= 6530K \end{aligned}$$

7. La longueur d'onde est

$$\begin{aligned} \lambda_{pic} &= \frac{2{,}898\times10^{-3}\,m\cdot K}{T} \\ &= \frac{2{,}898\times10^{-3}\,m\cdot K}{5773K} \\ &= 502nm \end{aligned}$$

8. On va trouver la température en estimant la position du pic d'émission sur le graphique.

Pour le 1er graphique, le pic semble être aux alentours de 450 nm.
Pour le 2e graphique, le pic est plus petit que 350 nm.
Pour le 3e graphique, le pic semble être aux alentours de 550 nm.
Pour le 4e graphique, le pic semble être aux alentours de 400 nm.
Pour le 5e graphique, le pic semble être aux alentours de 500 nm.

En ordre croissant de longueur d'onde pic d'émission, on donc les graphique 2, 4, 1, 5, 3.

Plus la longueur d'onde est petite, plus la température est élevée. On a donc l'ordre inverse pour les températures. L'ordre est donc 3, 5, 1, 4, 2.

9. La température est

$$\begin{aligned} T &\approx 5000K \cdot \left(\frac{1}{IC + 1,85} + \frac{1}{IC + 0,67} \right) \\ &\approx 5000K \cdot \left(\frac{1}{0,72 + 1,85} + \frac{1}{0,72 + 0,67} \right) \\ &\approx 5000K \cdot \left(\frac{1}{2,57} + \frac{1}{1,39} \right) \\ &\approx 5540K \end{aligned}$$

10. On a IC = -0,59 – -0,74 = 0,15. La température est donc

$$\begin{aligned} T &\approx 5000K \cdot \left(\frac{1}{IC + 1,85} + \frac{1}{IC + 0,67} \right) \\ &\approx 5000K \cdot \left(\frac{1}{0,15 + 1,85} + \frac{1}{0,15 + 0,67} \right) \\ &\approx 5000K \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{0,82} \right) \\ &\approx 8600K \end{aligned}$$

11. On trouve l'indice de couleur (ou indice B – V) avec la formule suivante.

$$T \approx 5000K\left(\frac{1}{IC+1,85}+\frac{1}{IC+0,67}\right)$$

$$4000K \approx 5000K\cdot\left(\frac{1}{IC+1,85}+\frac{1}{IC+0,67}\right)$$

$$0,8 \approx \left(\frac{1}{IC+1,85}+\frac{1}{IC+0,67}\right)$$

$$0,8\cdot(IC+1,85)\cdot(IC+0,67) \approx (IC+0,67)+(IC+1,85)$$

$$0,8\cdot\left(IC^2+1,85IC+0,67IC+1,2395\right) \approx 2\cdot IC+2,52$$

$$IC^2+2,52\cdot IC+1,2395 = 2,5\cdot IC+3,15$$

$$IC^2+0,02\cdot IC-1,9105 = 0$$

La solution de cette équation est IC = 1,37. (Il y a une autre réponse qui est -1,39 qui est dehors du domaine où cette formule est applicable.)

12. Le rapport des intensités est

$$\begin{aligned}\frac{I_A}{I_B} &= \frac{L_A/4\pi D^2}{L_B/4\pi D^2}\\ &= \frac{L_A}{L_B}\\ &= \frac{\sigma 4\pi R_A^2 T_A^4}{\sigma 4\pi R_B^2 T_B^4}\\ &= \frac{R_A^2 T_A^4}{R_B^2 T_B^4}\\ &= \frac{(1,73R_\odot)^2\cdot(9940K)^4}{(0,0084R_\odot)^2\cdot(25\,200K)^4}\\ &= \frac{(1,73)^2\cdot(9940)^4}{(0,0084)^2\cdot(25\,200)^4}\\ &= 1026,78\end{aligned}$$

On peut ensuite trouver la différence de magnitude avec la formule suivante

$$\frac{I_A}{I_B} = 10^{0,4(m_B-m_A)}$$

On a donc

$$1026,78 = 10^{0,4(m_B - m_A)}$$
$$m_B - m_A = 7,53$$

13. La largeur est

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 2\times 10^{-5} \cdot \sqrt{\frac{T}{1000K \cdot A}}$$
$$\frac{\Delta\lambda}{656,280nm} \approx 2\times 10^{-5} \cdot \sqrt{\frac{9940K}{1000K \cdot 1}}$$
$$\frac{\Delta\lambda}{656,280nm} \approx 2\times 10^{-5} \cdot \sqrt{9,94}$$
$$\Delta\lambda \approx 0,041nm$$

14. On trouve la température avec

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 2\times 10^{-5} \cdot \sqrt{\frac{T}{1000K \cdot A}}$$
$$\frac{0,023nm}{587,562nm} \approx 2\times 10^{-5} \cdot \sqrt{\frac{T}{1000K \cdot 4}}$$
$$\sqrt{\frac{T}{1000K \cdot 4}} \approx 1,957$$
$$T \approx 15300K$$

15. a) L'élargissement se trouve avec

$$\begin{aligned} z &= \frac{v_r}{c} \\ &= \frac{2000 \frac{m}{s}}{3\times 10^8 \frac{m}{s}} \\ &= 6,67\times 10^{-6} \end{aligned}$$

Le changement de longueur d'onde est

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$
$$6{,}67\times10^{-6} = \frac{\Delta\lambda}{588{,}9973nm}$$
$$\Delta\lambda = 0{,}00393nm$$

Ceci est l'élargissement d'un côté de la raie. Comme on aura le même élargissement de l'autre côté, l'élargissement de la raie est 0,00785 nm.

b) On trouve la largeur de la raie avec la formule suivante

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 2\times10^{-5}\cdot\sqrt{\frac{T}{1000K\cdot A}}$$
$$\frac{\Delta\lambda}{588{,}9973nm} \approx 2\times10^{-5}\cdot\sqrt{\frac{5772}{1000K\cdot 23}}$$
$$\Delta\lambda \approx 0{,}0059nm$$

L'élargissement dû à l'effet Doppler est donc un peu plus grand que celui dû à la température.

16. Le rayon de l'étoile se trouve avec la formule suivante.

$$\begin{aligned} R &= 33{,}3R_\odot\cdot\sqrt{\frac{L}{1L_\odot}}\cdot\left(\frac{1000K}{T}\right)^2 \\ &= 33{,}3R_\odot\cdot\sqrt{\frac{78{,}5L_\odot}{1L_\odot}}\cdot\left(\frac{1000K}{4940K}\right)^2 \\ &= 33{,}3R_\odot\cdot\sqrt{78{,}5}\cdot\left(\frac{1000}{4940}\right)^2 \\ &= 12{,}1R_\odot \end{aligned}$$

17. Avec un pic d'émission à 415 nm, la température de surface de l'étoile est

$$\lambda_{pic} = \frac{2,898\times10^{-3}m\cdot K}{T}$$
$$415\times10^{-9}m = \frac{2,898\times10^{-3}m\cdot K}{T}$$
$$T = 6983K$$

Avec une magnitude absolue de 2,21, la luminosité de l'étoile est

$$M_{bol} = 2,5\log\left(\frac{78,7L_\odot}{L}\right)$$
$$2,21 = 2,5\log\left(\frac{78,7L_\odot}{L}\right)$$
$$L = 10,29L_\odot$$

À partir de là, on peut trouver le rayon avec la formule suivante.

$$\begin{aligned} R &= 33,3R_\odot\cdot\sqrt{\frac{L}{1L_\odot}}\cdot\left(\frac{1000K}{T}\right)^2 \\ &= 33,3R_\odot\cdot\sqrt{\frac{10,29L_\odot}{1L_\odot}}\cdot\left(\frac{1000K}{6983K}\right)^2 \\ &= 33,3R_\odot\cdot\sqrt{10,29}\cdot\left(\frac{1000}{6983}\right)^2 \\ &= 2,19R_\odot \end{aligned}$$

18. Puisque

$$L = \sigma 4\pi R^2T^4$$

le rayon d'une étoile est

$$R = \sqrt{\frac{L}{\sigma 4\pi T^4}}$$

Le rapport des rayons est donc

$$\frac{R_{Bételgeuse}}{R_{Proxima}}=\frac{\sqrt{\frac{L_{Bételgeuse}}{\sigma 4\pi T^4}}}{\sqrt{\frac{L_{Proxima}}{\sigma 4\pi T^4}}}$$

Puisque les pics d'émission sont identiques, les températures sont identiques et il ne reste que

$$\begin{aligned}\frac{R_{Bételgeuse}}{R_{Proxima}}&=\sqrt{\frac{L_{Bételgeuse}}{L_{Proxima}}}\\&=\sqrt{\frac{84900L_\odot}{0,0017L_\odot}}\\&=7067\end{aligned}$$

19. La masse totale est

$$\begin{aligned}M_{tot}&=\frac{\left(v_A+v_B\right)^3T}{2\pi G}\\&=\frac{\left(60\,000\tfrac{m}{s}+20\,000\tfrac{m}{s}\right)^3\cdot\left(280\cdot 24\cdot 60\cdot 60s\right)}{2\pi\cdot 6,674\times 10^{-11}\tfrac{Nm^2}{kg^2}}\\&=2,954\times 10^{30}kg\\&=14,85M_\odot\end{aligned}$$

De plus, on a

$$\begin{aligned}M_A\cdot 60\tfrac{km}{s}&=M_B\cdot 20\tfrac{km}{s}\\3M_A&=M_B\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}M_a+M_b&=14,85M_\odot\\M_a+3M_a&=14,85M_\odot\\4M_a&=14,85M_\odot\\M_a&=3,71M_\odot\end{aligned}$$

et

$$M_a + M_b = 14,85 M_\odot$$
$$3,71 M_\odot + M_b = 14,85 M_\odot$$
$$M_b = 11,14 M_\odot$$

20. a) Trouvons premièrement la vitesse de chaque étoile. Le décalage de l'étoile A est

$$\begin{aligned} z_A &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\ &= \frac{656,343nm - 656,279nm}{656,279nm} \\ &= 9,752 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

Ce qui donne une vitesse de

$$\begin{aligned} z_A &= \frac{v_A}{c} \\ 9,752 \times 10^{-9} &= \frac{v}{3 \times 10^8 \frac{m}{s}} \\ v_A &= 29\,256 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Pour l'étoile B, le décalage est

$$\begin{aligned} z_B &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\ &= \frac{656,302nm - 656,279nm}{656,279nm} \\ &= 3,505 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

ce qui donne une vitesse de

$$\begin{aligned} z_B &= \frac{v_B}{c} \\ 3,505 \times 10^{-9} &= \frac{v_B}{3 \times 10^8 \frac{m}{s}} \\ v_B &= 10\,514 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) La masse totale est

$$\begin{aligned} M_{tot} &= \frac{(v_A + v_B)^3 T}{2\pi G} \\ &= \frac{\left(29\,256 \tfrac{m}{s} + 10\,514 \tfrac{m}{s}\right)^3 \cdot (380 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s)}{2\pi \cdot 6{,}674 \times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2}} \\ &= 4{,}925 \times 10^{30} kg \\ &= 2{,}4767 M_\odot \end{aligned}$$

De plus, on a

$$\begin{aligned} M_A \cdot 29\,256 \tfrac{m}{s} &= M_B \cdot 10\,514 \tfrac{m}{s} \\ 2{,}783 M_A &= M_B \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} M_a + M_b &= 2{,}4767 M_\odot \\ M_a + 2{,}783 M_a &= 2{,}4767 M_\odot \\ 3{,}783 M_a &= 2{,}4767 M_\odot \\ M_a &= 0{,}6548 M_\odot \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} M_a + M_b &= 2{,}4767 M_\odot \\ 0{,}6548 M_\odot + M_b &= 2{,}4767 M_\odot \\ M_b &= 1{,}8219 M_\odot \end{aligned}$$

c) On trouve la distance avec

$$M_{tot} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

$$4{,}925 \times 10^{30} kg = \frac{4\pi^2 r^3}{6{,}674 \times 10^{-11} \tfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot (380 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s)^2}$$

$$r = 2{,}0781 \times 10^{11} m = 1{,}39 UA$$

21. Pour les étoiles de type spectral G et K, les raies spectrales du calcium sont très prononcées et celles de l'hydrogène sont pratiquement absente. C'est exactement ce qu'on observe pour les 1er et 3e spectres.

Une étoile de type spectrale F aurait des raies spectrales de l'hydrogène et du calcium. C'est ce qu'on observe pour le 4e spectre.

Une étoile de type spectral B ou A, les raies de l'hydrogène sont très intenses et celles du calcium sont absentes. C'est ce qu'on peut voir pour le 2e spectre.

22. Si le spectre de l'étoile est identique à celui du Soleil, cela signifie que, selon la méthode des étoiles jumelles, cette étoile à la même luminosité que celle du Soleil, c'est-à-dire 1 L⊙.

Avec la magnitude, on trouve l'intensité de la lumière

$$\begin{aligned} I &= 2,518\times 10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2}\cdot 10^{-0,4\cdot 14,8} \\ &= 3,027\times 10^{-14}\,\tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

On trouve ensuite la distance avec la formule suivante.

$$\begin{aligned} I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\ 3,027\times 10^{-14}\,\tfrac{W}{m^2} &= \frac{3,828\times 10^{26}W}{4\pi D^2} \\ D &= 3,17\times 10^{19}m \\ D &= 3353al \end{aligned}$$

23. On a vu que plus la pression est grande, plus la raie est large. Il s'agit donc de classer les spectres en ordre de largeur de raies, en commençant par la plus large. Cet ordre est 3, 1 et 2.

24. Il suffit de placer les points sur le diagramme HR pour trouver dans quelle catégorie se retrouve de l'étoile.

a) Séquence principale, type M
b) Géantes
c) Naines blanches
d) Séquence principale, type K
e) Séquence principale, type A

25. Trouvons premièrement la température de l'étoile avec le pic d'émission. La température est

$$\lambda_{pic} = \frac{2,898\times10^{-3} m\cdot K}{T}$$
$$91,1\times10^{-9} m = \frac{2,898\times10^{-3} m\cdot K}{T}$$
$$T = 31\,811 K$$

On doit ensuite trouver la luminosité de l'étoile. Pour y arriver, on va premièrement trouver l'intensité de la lumière de l'étoile avec la magnitude.

$$I = 2,518\times10^{-8} \tfrac{W}{m^2}\cdot 10^{-0,4\cdot -1,01}$$
$$= 6,383\times10^{-8} \tfrac{W}{m^2}$$

Ensuite, on doit trouver la distance à partir de la parallaxe.

$$D_{(al)} = \frac{3,262 al}{\theta_{(\text{sec})}}$$
$$= \frac{3,262 al}{0,00471}$$
$$= 692,6 al$$

Ces deux informations nous permettent alors de trouver la luminosité de l'étoile

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$
$$6,383\times10^{-8} \tfrac{W}{m^2} = \frac{L}{4\pi\left(692,6\cdot 9,46\times10^{15} m\right)^2}$$
$$L = 3,445\times10^{31} W$$
$$L = 90\,000 L_\odot$$

Avec une température de 31 811 K et une luminosité de 90 000 L⊙, il est clair que nous avons affaire à une étoile de la séquence principale, de type O.

26. a)

L'étoile la plus chaude est celle qui est le plus à gauche sur le diagramme, c'est donc l'étoile 2

b) Celle qui a le plus grand rayon est celle qui est le plus près de coin supérieur droit. C'est donc l'étoile 5.

c) L'étoile la plus lumineuse est l'étoile qui est la plus haute dans le diagramme. C'est donc l'étoile 5.

d) Les naines blanches sont près du coin inférieur gauche. La naine blanche est donc l'étoile 1.

e) L'étoile la plus massive sur la séquence principale est celle qui est le plus près du coin supérieur gauche. C'est donc l'étoile 2.

27. a) La luminosité est

$$\begin{aligned} L &= 1L_\odot \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{3,8} \\ &= 1L_\odot \cdot \left(\frac{0,7M_\odot}{1M_\odot} \right)^{3,8} \\ &= 1L_\odot \cdot (0,7)^{3,8} \\ &= 0,26L_\odot \end{aligned}$$

Le rayon est

$$\begin{aligned} R &= 1R_\odot \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{0,75} \\ &= 1R_\odot \cdot \left(\frac{0,7M_\odot}{1M_\odot} \right)^{0,75} \\ &= 1R_\odot \cdot (0,7)^{0,75} \\ &= 0,77R_\odot \end{aligned}$$

La température est

$$\begin{aligned}T &= 5772K \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot}\right)^{0,575} \\ &= 5772K \cdot \left(\frac{0,7M_\odot}{1M_\odot}\right)^{0,575} \\ &= 5772K \cdot (0,7)^{0,575} \\ &= 4702K\end{aligned}$$

La durée de vie est

$$\begin{aligned}t_{vie} &= 10,9Ga \cdot \left(\frac{1M_\odot}{M}\right)^{2,8} \\ &= 10,9Ga \cdot \left(\frac{1M_\odot}{0,7M_\odot}\right)^{2,8} \\ &= 10,9Ga \cdot \left(\frac{1}{0,7}\right)^{2,8} \\ &= 29,6Ga\end{aligned}$$

b) La luminosité est

$$\begin{aligned}L &= 1L_\odot \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot}\right)^{3,8} \\ &= 1L_\odot \cdot \left(\frac{1,2M_\odot}{1M_\odot}\right)^{3,8} \\ &= 1L_\odot \cdot (1,2)^{3,8} \\ &= 2L_\odot\end{aligned}$$

Le rayon est

$$\begin{aligned} R &= 1R_\odot \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot}\right)^{0,75} \\ &= 1R_\odot \cdot \left(\frac{1,2M_\odot}{1M_\odot}\right)^{0,75} \\ &= 1R_\odot \cdot (1,2)^{0,75} \\ &= 1,15R_\odot \end{aligned}$$

La température est

$$\begin{aligned} T &= 5772K \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot}\right)^{0,575} \\ &= 5772K \cdot \left(\frac{1,2M_\odot}{1M_\odot}\right)^{0,575} \\ &= 5772K \cdot (1,2)^{0,575} \\ &= 6410K \end{aligned}$$

La durée de vie est

$$\begin{aligned} t_{vie} &= 10,9Ga \cdot \left(\frac{1M_\odot}{M}\right)^{2,8} \\ &= 10,9Ga \cdot \left(\frac{1M_\odot}{1,2M_\odot}\right)^{2,8} \\ &= 10,9Ga \cdot \left(\frac{1}{1,2}\right)^{2,8} \\ &= 6,5Ga \end{aligned}$$

c) La luminosité est

$$\begin{aligned}L &= 1L_{\odot}\cdot\left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right)^{3,8}\\&= 1L_{\odot}\cdot\left(\frac{10,2M_{\odot}}{1M_{\odot}}\right)^{3,8}\\&= 1L_{\odot}\cdot(10,2)^{3,8}\\&= 6803L_{\odot}\end{aligned}$$

Le rayon est

$$\begin{aligned}R &= 1R_{\odot}\cdot\left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right)^{0,75}\\&= 1R_{\odot}\cdot\left(\frac{10,2M_{\odot}}{1M_{\odot}}\right)^{0,75}\\&= 1R_{\odot}\cdot(10,2)^{0,75}\\&= 5,71R_{\odot}\end{aligned}$$

La température est

$$\begin{aligned}T &= 5772K\cdot\left(\frac{M}{1M_{\odot}}\right)^{0,575}\\&= 5772K\cdot\left(\frac{10,2M_{\odot}}{1M_{\odot}}\right)^{0,575}\\&= 5772K\cdot(10,2)^{0,575}\\&= 21942K\end{aligned}$$

La durée de vie est

$$\begin{aligned} t_{vie} &= 10,9Ga \cdot \left(\frac{1M_\odot}{M} \right)^{2,8} \\ &= 10,9Ga \cdot \left(\frac{1M_\odot}{10.2M_\odot} \right)^{2,8} \\ &= 10,9Ga \cdot \left(\frac{1}{10,2} \right)^{2,8} \\ &= 16,3Ma \end{aligned}$$

28. a) La masse est

$$\begin{aligned} L &= 1L_\odot \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{3,8} \\ 0,22L_\odot &= 1L_\odot \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{3,8} \\ 0,22 &= \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{3,8} \\ \frac{M}{1M_\odot} &= \sqrt[3,8]{0,22} \\ M &= 0,67M_\odot \end{aligned}$$

b) La masse est

$$\begin{aligned} R &= 1R_\odot \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{0,75} \\ 0,86R_\odot &= 1R_\odot \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{0,75} \\ 0,86 &= \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{0,75} \\ \frac{M}{1M_\odot} &= \sqrt[0,75]{0,86} \\ M &= 0,82M_\odot \end{aligned}$$

c) La masse est

$$T = 5772K \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{0,575}$$

$$7000K = 5772K \cdot \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{0,575}$$

$$1,2128 = \left(\frac{M}{1M_\odot} \right)^{0,575}$$

$$\frac{M}{1M_\odot} = \sqrt[0,575]{1,2128}$$

$$M = 1,4M_\odot$$

d) La masse est

$$t_{vie} = 10,9Ga \cdot \left(\frac{1M_\odot}{M} \right)^{2,8}$$

$$1Ga = 10,9Ga \cdot \left(\frac{1M_\odot}{M} \right)^{2,8}$$

$$0,09174 = \left(\frac{1M_\odot}{M} \right)^{2,8}$$

$$\frac{1M_\odot}{M} = \sqrt[2,8]{0,09174}$$

$$\frac{1M_\odot}{M} = 0,426$$

$$M = \frac{1M_\odot}{0,426}$$

$$M = 2,35M_\odot$$

29. On trouve la vitesse de l'étoile avec le décalage

$$z = \frac{v}{c}$$
$$1,865 \times 10^{-7} = \frac{v}{3 \times 10^{8} \frac{m}{s}}$$
$$v = 55,95 \frac{m}{s}$$

On trouve le rapport des masses (μ) avec

$$\begin{aligned}
\mu^3 &\approx \frac{2\pi G m_{étoile}}{v^3 T} \\
&\approx \frac{2\pi \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \left(1,11 \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg\right)}{\left(55,95 \frac{m}{s}\right)^3 \cdot \left(4,23 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s\right)} \\
&\approx 1,446 \times 10^{10} \\
\mu &\approx 2436
\end{aligned}$$

La masse de la planète est donc

$$\begin{aligned}
m &= \frac{m_{étoile}}{2436} \\
&= \frac{1,11 \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg}{2436} \\
&= 9,06 \times 10^{26} kg
\end{aligned}$$

Finalement, on trouve le rayon de l'orbite de la planète avec

$$\begin{aligned}
a_{planète} &= \mu \cdot \frac{vT}{2\pi} \\
&= 2436 \cdot \frac{55,95 \frac{m}{s} \cdot \left(4,23 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s\right)}{2\pi} \\
&= 7,928 \times 10^{9} m \\
&= 0,053 UA
\end{aligned}$$