INTRODUCTION

L'ANALYSE DES MESURES

L'incertitude sur les mesures

Une mesure n'est jamais absolument précise ; on doit toujours lui associer une incertitude, qu'il faut évaluer pour chaque situation particulière. L'incertitude sur une mesure x sera notée Δx. On écrira alors la mesure de la façon suivante :

$$x \pm \Delta x$$

Cela signifie que la valeur de notre mesure se situe entre $x - \Delta x$ et $x + \Delta x$. Par exemple, si une mesure est 4,02 ± 0,34, cela signifie qu'on est certain que la véritable valeur est quelque part entre 3,68 et 4,36.

Cette incertitude peut provenir de deux sources. Ce sont :

1. L'appareil de mesure : Les appareils n'ont pas une précision infinie.

2. D'autres facteurs :
   a) Les objets ou les quantités à mesurer peuvent être irréguliers, mal définis ou encore varier dans le temps.

   b) La façon dont un appareil est utilisé. Les conditions dans lesquelles on utilise l'appareil peuvent nous empêcher de tirer profit de la précision de ce dernier.

On a donc

$$\Delta x = \Delta x_{\text{appareil}} + \Delta x_{\text{autres}}$$

<u>Évaluation de l'incertitude attribuable à l'appareil</u>

a) Incertitude indiquée par le fabricant de l'appareil.

Dans ce cas, cette incertitude sera inscrite dans le cahier de laboratoire. Il y a trois

façons pour le fabricant d'indiquer l'incertitude.

1. Il peut donner simplement l'incertitude sur la mesure.

   C'est le cas le plus facile puisque l'on a directement la valeur de l'incertitude. Par exemple, les balances utilisées en physique ont une incertitude de 0,1 g.

2. Il peut donner l'incertitude relative sur la mesure (pourcentage).

   Par exemple, si on obtient une mesure de 35,78 g et que l'on indique que l'incertitude est de 3 %, alors l'incertitude vaut 0,03 · 35,78 g = 1,073 g.

3. Il peut donner l'incertitude sur le dernier chiffre affiché par l'appareil.

   Cela ne peut se produire qu'avec des appareils à affichage numérique. Dans ce cas, le fabricant indique l'incertitude sur le dernier chiffre affiché par l'appareil. La formulation est cependant fortement abrégée. Ainsi, s'il y a une incertitude de 2 sur le dernier chiffre affiché, alors on indiquera simplement « ± 2 chiffres ». Voici quelques exemples de l'incertitude que l'on obtiendrait avec ce genre d'incertitude :

6,654 ± 1 chiffre	donne	6,654 ± 0,001
13,45 ± 3 chiffres	donne	13,45 ± 0,03
2,8324 ± 7 chiffres	donne	2,8324 ± 0,0007
63,67 ± 10 chiffres	donne	63,67 ± 0,10

Parfois, il arrive que l'incertitude soit la somme de plusieurs de ces cas. Par exemple, si le fabricant d'un ampèremètre nous donne que l'incertitude de son appareil est de ± 0,3 % + 1 mA + 2 chiffres et que l'on ait obtenu une lecture de 100,6 mA avec l'ampèremètre, alors l'incertitude est la somme des trois éléments suivants :

L'incertitude de 0,3 % :	0,3 mA
L'incertitude de 1 mA :	1 mA
L'incertitude de 2 chiffres :	0,2 mA
L'incertitude totale :	1,5 mA

b) L'incertitude n'est pas indiquée par le fabricant

1- **Sans un affichage numérique** : L'incertitude attribuable à l'instrument est égale à la moitié de la plus petite division de l'appareil. Ainsi, l'incertitude sur une règle graduée à chaque mm, est de 0,5 mm.

2- **Avec un affichage numérique** : L'incertitude est de ±1 sur le dernier chiffre affiché.

Évaluation de l'incertitude attribuable aux autres facteurs

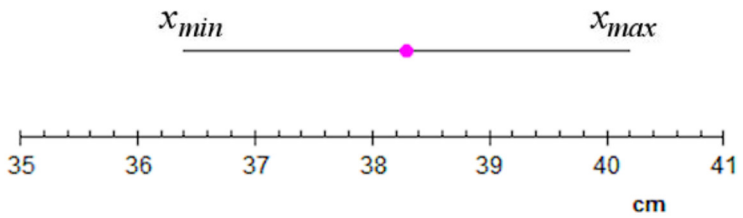
L'évaluation de cette incertitude dépend de la situation. Par exemple, dans un certain laboratoire, il faudra mesurer la position de l'image d'un objet formée par une lentille convergente. Pour trouver la position de l'image, on utilise un écran et on trouve l'endroit où l'image sur l'écran est nette. Toutefois, on se rend compte qu'on peut déplacer l'écran un peu et l'image reste nette. L'image commence à être nette à partir d'une certaine position ($x_{\min}$) et cesse d'être nette à partir d'une autre position ($x_{\max}$). L'incertitude dans ce cas ne viendra pas uniquement de l'appareil de mesure, mais aussi du fait qu'il y a tout un intervalle de valeurs pour lesquelles l'image est nette. La mesure du temps avec un chronomètre est un autre exemple de cela. Comme les réflexes ne sont pas instantanés, l'incertitude de la mesure est beaucoup plus grande (environ 0,2 s) que l'incertitude de l'appareil (0,01 s).

Pour évaluer correctement la grandeur de l'incertitude d'une mesure dans ces cas, il faut se poser chaque fois la question suivante : *quelles sont les valeurs extrêmes qui peuvent représenter avec suffisamment de certitude la grandeur de la quantité mesurée ?*

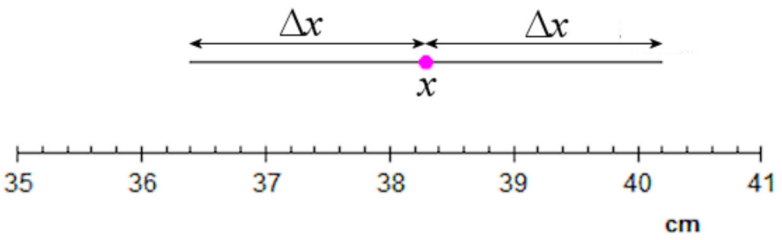
On aura alors la valeur maximale $x_{\max}$ qui représente la plus grande valeur possible pour la mesure. Prenons un exemple pour illustrer. Imaginons justement qu'on mesure la position d'une image faite par une lentille. En éloignant l'écran, on estime que l'image cesse d'être nette quand l'écran est à 40,2 cm de la lentille. C'est notre valeur maximale de la position de l'image. On est alors absolument certain que la mesure ne peut pas être plus grande que cette valeur.

On aura également $x_{\min}$ qui représente la plus petite valeur possible pour la mesure. Si on reprend notre exemple, on approche alors l'écran de la lentille pour trouver la distance minimale. On estime alors que l'image cesse d'être nette quand l'écran est à 36,4 cm de la lentille. C'est notre valeur minimale de la position de l'image. On est alors absolument certain que la mesure ne peut pas être plus petite que cette valeur.

On sait alors que x est entre $x_{\max}$ et $x_{\min}$. Dans le cas de notre exemple de l'image faite par une lentille, on sait que l'image est entre 36,4 cm et 40,2 cm de la lentille. Cela représente cette plage de valeur.



On peut représenter cette plage de valeur avec x et Δx.



Comme le x est à mi-chemin entre $x_{\max}$ et $x_{\min}$, c'est la moyenne des deux valeurs.

$$x = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}$$

L'incertitude est la moitié de l'écart entre $x_{\max}$ et $x_{\min}$. On obtient alors

$$\Delta x_{\text{autres}} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}$$

N'oubliez pas que cette incertitude est uniquement l'incertitude. Il faut ajouter l'incertitude de l'appareil.

Exemple : Lors de la mesure d'une longueur L avec une règle (incertitude de 1 mm), on croit que la valeur de cette longueur n'est certainement pas plus grande que 12,8 cm et n'est certainement pas plus petite que 12,4 cm. On a alors

$$\begin{aligned} L &= \frac{12,8cm + 12,4cm}{2} \\ &= 12,6cm \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \Delta L_{\text{autres}} &= \frac{12,8cm - 12,4cm}{2} \\ &= 0,2cm \end{aligned}$$

L'incertitude totale est donc

$$\begin{aligned} \Delta L &= \Delta L_{\text{appareil}} + \Delta L_{\text{autres}} \\ &= 0,1cm + 0,2cm \\ &= 0,3cm \end{aligned}$$

Cela nous donne

$$L = 12,6 \pm 0,3 \text{ cm}$$

Ce qui signifie que la valeur maximale de la mesure est 12,6 cm + 0,3 cm = 12,9 cm et que la valeur minimale de la longueur est

12,6 cm – 0,3 cm = 12,3 cm.

L'écriture des mesures

On ne peut pas écrire la mesure et son incertitude de n'importe quelle façon, il faut respecter certaines conventions. Ces règles sont :

1) L'incertitude ne doit avoir qu'un ou deux chiffres significatifs.

Peut-être que la notion de chiffres significatifs ne vous est pas familière ou qu'elle est perdue loin dans vos souvenirs d'enfance. Voici donc comment reconnaitre les chiffres significatifs.

a) Tous les chiffres différents de 0 sont significatifs.
b) Tous les 0 situés entre des chiffres différents de 0 sont significatifs.
c) Tous les 0 qui suivent un chiffre différent de 0 sont significatifs.
d) Les 0 qui ne sont pas précédés par un chiffre différent de 0 ne sont pas significatifs puisqu'ils ne servent qu'à situer la virgule.
e) Un ou plusieurs 0 consécutifs placés à la fin d'un nombre entier ne sont *généralement pas* significatifs.

2) La mesure doit avoir la même précision que l'incertitude.

Si, selon la règle précédente, nous avons arrondi l'incertitude au centième, nous devons arrondir notre mesure au centième. Si nous avons arrondi au millième l'incertitude, nous devons arrondir notre mesure au millième. Ainsi, on ne peut jamais arrondir une mesure ou le résultat d'un calcul avant de connaitre l'incertitude puisque c'est la valeur de l'incertitude qui va nous indiquer comment arrondir notre résultat.

Voici quelques exemples de l'application de ces règles.

Des calculs nous ont donné T = 18,4278 et ΔT = 1,654.

On doit premièrement s'occuper de notre incertitude qui compte ici 4 chiffres significatifs. Comme il ne doit en rester que 2 au maximum, nous allons arrondir l'incertitude à ΔT = 1,7. Nous devons ensuite arrondir notre valeur de T avec la même précision que l'incertitude. Comme on a dû arrondir l'incertitude au dixième pour n'obtenir que deux chiffres significatifs, nous devons également arrondir la valeur de T au dixième et obtenir alors T = 18,4. Nous écrirons donc T = 18,4 ± 1,7.

Des calculs nous ont cette fois donné p = 0,084056 et Δp = 0,000603393.

Il faut toujours s'occuper de l'incertitude en premier. Si on réduit le nombre de chiffres

significatifs à 2 dans l'incertitude, on obtient Δp = 0,00060. Notez qu'il faut garder le 0 après le 6, car il s'agit bien d'un chiffre significatif (règle c). Ensuite, comme on a arrondi l'incertitude au cent-millième (cinquième chiffre après la virgule), on doit arrondir la valeur de p au cent-millième pour obtenir p = 0,08406. On écrit alors p = 0,08406 ± 0,00060 ou encore $p = (840,6 \pm 6,0) \times 10^{-4}$.

D'autres calculs nous ont donné v = 285 759 546 et Δv = 67 749.

Si on arrondit l'incertitude à deux chiffres significatifs, on obtient Δv = 68 000. Comme on a arrondi aux milliers l'incertitude, on doit également arrondir la valeur de v aux milliers pour obtenir v = 285 760 000. On peut alors écrire v = 285 760 000 ± 68 000 ou encore $v = (28\,576,0 \pm 6,8) \times 10^{4}$.

On peut remarquer avec ces exemples que l'incertitude a toujours seulement deux chiffres significatifs alors que la valeur de la mesure peut en avoir plus. En général plus il reste de chiffres significatifs dans la mesure, plus l'expérience est précise. Ainsi, dans nos exemples, l'expérience qui nous a permis d'obtenir T n'est pas très précise puisqu'il ne reste que 3 chiffres significatifs à la valeur de T. Par contre, l'expérience qui nous a permis d'obtenir v est beaucoup plus précise puisqu'il reste encore 6 chiffres significatifs à la valeur de v. Il sera difficile dans nos expériences d'obtenir une telle précision, mais sachez qu'on peut faire beaucoup mieux dans de grands laboratoires scientifiques (disons qu'on s'en doutait un peu). En ce moment, une des expériences scientifiques les plus précises est la mesure de l'anomalie du moment magnétique de l'électron. Sa valeur mesurée est de

$$(11\,596\,521\,807,6 \pm 2,7) \times 10^{-13}$$

Cette expérience est d'une précision remarquable puisqu'il reste 12 chiffres significatifs dans la mesure (qui sont, en passant, tous en accord avec les prévisions théoriques de l'électrodynamique quantique.)

Voici un autre exemple qui va nous illustrer une petite subtilité des règles sur l'écriture des mesures : supposons que des calculs nous ont donné R = 0,086 et ΔR = 3,462.

Si on arrondit l'incertitude pour ne garder que deux chiffres significatifs, nous obtenons ΔR = 3,5. Comme nous avons arrondi au dixième, nous devons arrondir la valeur de R au dixième pour obtenir R = 0,1. Nous avons alors R = 0,1 ± 3,5. Cela peut paraitre surprenant que la valeur de R soit plus petite que son incertitude, mais cela peut arriver. C'est en général ce qui arrive si la valeur théorique de R est 0.

En terminant, que faire si le résultat de votre calcul est F = 18,4 et que ΔF = 0,0063 ?

Dans ce cas, l'incertitude a déjà 2 chiffres significatifs. Comme elle est arrondie au dix-millième, vous devez arrondir votre valeur de F au dix-millième. Mais voilà, c'est

impossible puisque la valeur de F s'arrête au dixième. Dans ce cas, l'erreur vient probablement du fait que vous avez arrondi votre valeur de F directement après l'avoir calculée et que vous l'avez alors arrondie au dixième. Pour remédier à cette situation, vous devez recalculer la valeur de F pour aller chercher les décimales manquantes pour pouvoir arrondir au dix-millième. Si vous refaites le calcul et que vous vous rendez compte que la valeur arrive exactement à 18,4, c'est que toutes les autres décimales de F sont des 0. Dans ce cas, la valeur de F sera F = 18,4000 ± 0,0063.

Exercices

Écrivez correctement les mesures suivantes

1 - 96,6745 ± 3,7006 _____ ± _____

2 - 135,8 ± 5,943 _____ ± _____

3 - 0,00067 ± 0,022 _____ ± _____

4 - 295 450 ± 22 677 _____ ± _____

5 - 5603 ± 113 _____ ± _____

6 - 8,9875 X 10^{-2} ± 0,00045 _____ ± _____

Pour chacune des mesures, indiquez la grandeur de la mesure ainsi que son incertitude

1 - La largeur de cette page _____ ± _____

2 - La position de l'image _____ ± _____

3 - La masse _____ ± _____

4 - La période d'oscillation de la masse _____ ± _____

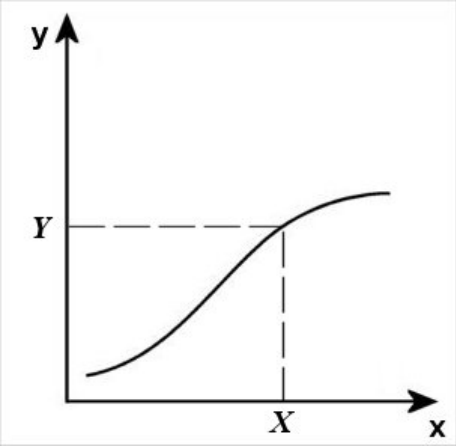
5 - La température de la pièce _____ ± _____

6 - Le courant dans le circuit _____ ± _____

7 - La résistance _____ ± _____

Les calculs d'incertitude avec la méthode des valeurs extrêmes

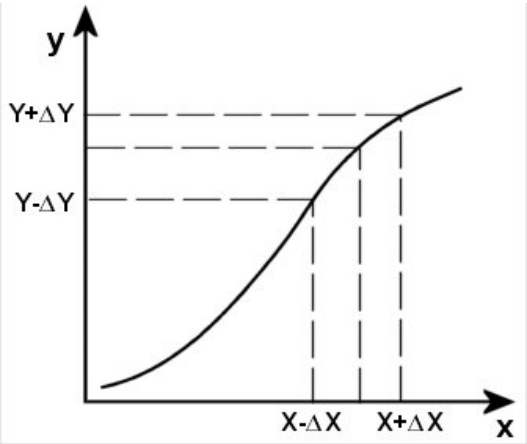
Certaines grandeurs ne sont pas directement mesurables. Par exemple, on ne peut pas mesurer la vitesse moyenne entre deux points d'un objet qui fait un mouvement rectiligne. Pour la trouver, on mesure d'abord la distance entre ces deux points, puis la durée de temps prise par l'objet pour parcourir cette distance. La vitesse moyenne est simplement le quotient de ces deux valeurs obtenues. Quelle est alors l'incertitude sur la valeur calculée de la vitesse ?



Supposons que nous ayons un calcul à faire pour obtenir une valeur y à partir d'une valeur x (comme $y = x^2$). Ce calcul est en fait une fonction de x. On peut donc écrire :

$$y = f(x)$$

Supposons que la représentation graphique de cette fonction est donnée par la figure. Si nous prenons pour la variable x une certaine valeur (notée X), la fonction nous donnera la valeur correspondante de la variable y (notée Y).



Si nous avons une incertitude ΔX sur X, nous pouvons déterminer l'incertitude de Y en évaluant les valeurs extrêmes de Y à partir des valeurs extrêmes de X. La deuxième figure nous montre ce que cela veut dire. Dans cet exemple, nous calculons la valeur de la fonction pour $X + \Delta X$. On obtient alors la valeur maximale de Y soit $Y + \Delta Y$. Nous calculons ensuite la valeur de la fonction pour $X - \Delta X$ pour obtenir la valeur maximale de Y soit $Y - \Delta Y$. Ces deux calculs nous donnent les valeurs extrêmes de Y. La valeur maximum de X ne nous donne pas nécessairement la valeur maximum de Y. Si la pente est négative, la valeur maximum de X nous donne plutôt la valeur minimum de Y.

À partir des valeurs extrêmes de Y, on peut calculer les valeurs de Y et de son incertitude. C'est la *méthode des extrêmes*.

Prenons un exemple pour bien illustrer cette procédure. Supposons que l'on ait lâché une pierre du haut d'une falaise et qu'elle ait pris 1,5 ± 0,1 s pour arriver au bas de la falaise. La hauteur de la falaise étant donnée par la formule

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

la hauteur de la falaise est de

$$h = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \tfrac{m}{s^2} \cdot (1,5s)^2 = 11,025m$$

Mais comme il y a une incertitude sur le temps, alors il y a une certaine incertitude sur la hauteur de la falaise obtenue par ce calcul. La méthode des extrêmes nous dit qu'il suffit de prendre les valeurs extrêmes du temps pour obtenir les valeurs extrêmes de la hauteur. Le temps maximum est 1,6 s (1,5 s + 0,1 s), ce qui nous donne une hauteur de

$$h = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \tfrac{m}{s^2} \cdot (1,6s)^2 = 12,544m$$

Le temps minimum est de 1,4 s (1,5 s - 0,1 s), ce qui nous donne une hauteur de

$$h = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \tfrac{m}{s^2} \cdot (1,4s)^2 = 9,604m$$

La hauteur de la falaise est donc comprise entre $9{,}604\ \mathrm{m}$ et $12{,}544\ \mathrm{m}$. La valeur de la hauteur est donc

$$h = \frac{12,544m + 9,604m}{2} = 11,074m$$

et l'incertitude est

$$\Delta h = \frac{12,544m - 9,604m}{2} = 1,47m$$

Ce qui nous donne h = 11,074 m ± 1,47 m. En écrivant cela en respectant les règles sur l'écriture des mesures données précédemment, on écrirait plutôt h = 11,1 m ± 1,5 m.

Quelques règles simples de calcul d'incertitude

À partir de la méthode des valeurs extrêmes, on peut obtenir quelques règles simples pour l'addition, la soustraction et la multiplication.

Addition $z = x + y$

La valeur maximale d'une addition s'obtient en additionnant les valeurs maximales de chaque variable.

$$\begin{aligned} z_{\max} &= x_{\max} + y_{\max} \\ &= (x+\Delta x)+(y+\Delta y) \end{aligned}$$

La valeur minimale d'une addition s'obtient en additionnant les valeurs minimales de chaque variable.

$$\begin{aligned} z_{\min} &= x_{\min} + y_{\min} \\ &= (x-\Delta x)+(y-\Delta y) \end{aligned}$$

L'incertitude est donc

$$\begin{aligned} \Delta z &= \frac{z_{\max} - z_{\min}}{2} \\ &= \frac{\left[(x+\Delta x)+(y+\Delta y)\right]-\left[(x-\Delta x)+(y-\Delta y)\right]}{2} \end{aligned}$$

En simplifiant, on obtient

Incertitude sur l'addition $z = x + y$

$$\Delta z = \Delta x + \Delta y$$

Soustraction $z = x - y$

La valeur maximale de la soustraction $x - y$ s'obtient en soustrayant la valeur minimale de y à la valeur maximale de x.

$$\begin{aligned} z_{\max} &= x_{\max} - y_{\min} \\ &= (x+\Delta x)-(y-\Delta y) \end{aligned}$$

La valeur minimale de la soustraction $x - y$ s'obtient en soustrayant la valeur maximale de y à la valeur minimale de x.

$$\begin{aligned} z_{\min} &= x_{\min} - y_{\max} \\ &= (x-\Delta x)-(y+\Delta y) \end{aligned}$$

L'incertitude est donc

$$\begin{aligned} \Delta z &= \frac{z_{\max} - z_{\min}}{2} \\ &= \frac{\left[(x+\Delta x)-(y-\Delta y)\right]-\left[(x-\Delta x)-(y+\Delta y)\right]}{2} \end{aligned}$$

En simplifiant, on obtient

Incertitude sur la soustraction $z = x - y$

$$\Delta z = \Delta x + \Delta y$$

Multiplication $z = xy$

La valeur maximale d'une multiplication s'obtient en multipliant les valeurs maximales de chaque variable.

$$\begin{aligned} z_{\max} &= x_{\max} y_{\max} \\ &= (x + \Delta x)(y + \Delta y) \end{aligned}$$

La valeur minimale d'une multiplication s'obtient en multipliant les valeurs minimales de chaque variable.

$$\begin{aligned} z_{\min} &= x_{\min} y_{\min} \\ &= (x - \Delta x)(y - \Delta y) \end{aligned}$$

L'incertitude est donc

$$\begin{aligned} \Delta z &= \frac{z_{\max} - z_{\min}}{2} \\ &= \frac{\left[(x + \Delta x)(y + \Delta y)\right] - \left[(x - \Delta x)(y - \Delta y)\right]}{2} \end{aligned}$$

En simplifiant, on arrive

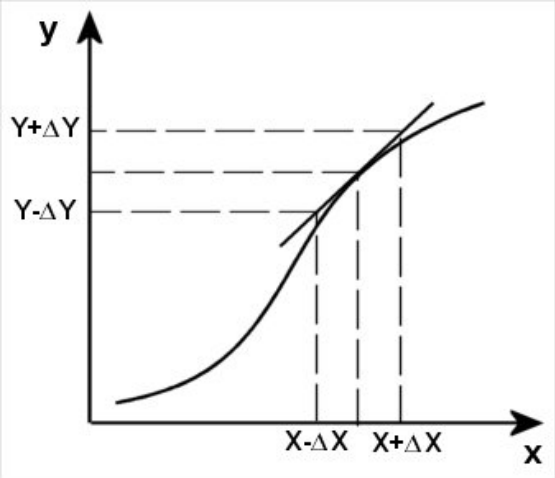
Incertitude sur la multiplication $z = x\,y$

$$\Delta z = x\Delta y + y\Delta x$$

On pourrait continuer comme ça encore longtemps pour faire d'autres formules. Cependant, on peut obtenir ces résultats beaucoup plus facilement avec le calcul différentiel.

Le calcul d'incertitude avec le calcul différentiel

Ici, nous allons utiliser une approximation de la méthode des valeurs extrêmes pour calculer les incertitudes. Les valeurs extrêmes seront calculées à partir de la droite tangente au point X plutôt qu'à partir la fonction. C'est ce qu'illustre la figure ci-contre. Si les incertitudes sont petites, la courbe et la droite donneront environ les mêmes résultats. Mais attention ; si les incertitudes sont trop grandes ou si la fonction varie très rapidement, le calcul des incertitudes avec la pente ne sera pas très précis.



On doit premièrement calculer la pente au point X. Heureusement, nous connaissons une méthode très puissante pour calculer les pentes : la dérivée. Considérons l'équation $y = f(x)$. Nous savons que la pente de la fonction y est

$$pente = \frac{dy}{dx}$$

Or, pour cette droite, la pente est aussi donnée par

$$pente = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

En égalant les deux équations précédentes

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

et en isolant Δy, on obtient une approximation pour l'incertitude qui est

$$\Delta y = \left|\frac{dy}{dx}\right| \Delta x$$

On prend la valeur absolue de la dérivée pour ne pas obtenir d'incertitude négative. Cela aurait pour effet de changer le signe « plus ou moins » devant l'incertitude en signe « moins ou plus », ce qui ne fait aucune différence.

Reprenons notre exemple de la chute libre pour voir si l'approximation est bonne. Nous savons déjà que la hauteur de la falaise est de $11{,}03\ \mathrm{m}$ si on prend directement notre valeur du temps de chute ($1{,}5\ \mathrm{s}$). Estimons maintenant l'incertitude sur ce résultat à l'aide

des dérivées. Ici, nous n'avons pas les variables x et y mais plutôt h et t. Le principe est cependant tout à fait identique. Pour obtenir l'incertitude sur une variable (ici h), il faut dériver la fonction donnant cette variable (ici $\frac{1}{2}gt^2$) et la multiplier par l'incertitude connue (ici Δt). Donc

$$\begin{aligned}\Delta h &= \left|\frac{d\left(\frac{1}{2}gt^2\right)}{dt}\right|\Delta t \\ &= |gt|\Delta t\end{aligned}$$

Il ne reste plus qu'à évaluer la valeur de cette incertitude avec nos valeurs pour obtenir

$$\begin{aligned}\Delta h &= \left|9,8\tfrac{m}{s^2}\cdot 1,5s\right|\cdot 0,1s \\ &= 1,47m\end{aligned}$$

Cette incertitude est très similaire à celle obtenue en calculant l'incertitude avec les valeurs extrêmes (1,47 m).

La hauteur de la falaise est donc de 11,025 m ± 1,47 m selon cette méthode. Écrite avec le bon nombre de chiffres significatifs, on obtient une hauteur de 11,0 m ± 1,5 m.

En résumé, on calcule la valeur de la fonction au départ sans se soucier de l'incertitude, puis on calcule l'incertitude avec la dérivée.

Exemples Calcul de l'incertitude sur différentes fonctions

a) $y = x^4$ $\qquad x = 3,0 \pm 0,1$

$y = 3^4 = 81$

$\Delta y = 4\,x^3\,\Delta x = 4 \cdot 3^3 \cdot 0,1 = 10,8$

Donc $y = 81 \pm 11$

b) $R = e^t$ $\qquad t = 3,6 \pm 0,1$

$R = e^{3,6} = 36,598$

$\Delta R = e^t\,\Delta t = e^{3,6} \cdot 0,1 = 3,66$

Donc $R = 36,6 \pm 3,7$

c) $S = \ln N$ $\qquad N = 34 \pm 1$

$S = \ln 34 = 3{,}5264$

$\Delta S = \dfrac{1}{N}\Delta N = \dfrac{1}{34}\cdot 1 = 0{,}02941$

Donc $S = 3{,}526 \pm 0{,}029$

Notez que dans les calculs impliquant des fonctions trigonométriques, <u>les incertitudes des angles doivent être obligatoirement en radians</u>, et non en degrés. Les autres angles peuvent être en degrés, mais l'incertitude doit être en radians pour les calculs impliquant des fonctions trigonométriques.

d) $p = \sin w$ $\qquad w = 43{,}0 \pm 0{,}5°$

$p = \sin 43° = 0{,}68199$

$\Delta p = |\cos w|\ \Delta w = |\cos 43°| \cdot 0{,}00873 \text{ rad} = 0{,}0063$

Donc $p = 0{,}6820 \pm 0{,}0063$

Si on calcule un angle à partir d'une fonction trigonométrique inverse, l'incertitude obtenue est en radians.

e) $\theta = \arctan r$ $\qquad r = 2{,}045 \pm 0{,}038$

$\theta = \arctan 2{,}045 = 63{,}9415°$

$$\Delta\theta = \left|\frac{1}{1+r^2}\right|\Delta r = \left|\frac{1}{1+2{,}045^2}\right|\cdot 0{,}038 = 0{,}00733 rad$$

Valeur qu'on peut changer en degrés pour obtenir 0,42°

Donc $\theta = 63{,}94° \pm 0{,}42°$

Exercices

a) Calculer $\qquad y = 5x^3 \qquad\qquad x = 2{,}23 \pm 0{,}06$

b) Calculer $\qquad s = 4\cos v \qquad\qquad v = 35{,}3° \pm 0{,}5°$

Réponses

a) y = 55,4 ± 4,5

b) s = 3,264 ± 0,020

Le calcul d'incertitude par le calcul différentiel pour les fonctions de plusieurs variables

Supposons qu'on doive calculer z à partir de deux valeurs mesurées x et y par la relation

$$z = f(x,y)$$

On peut montrer, de la même façon qu'avec une variable, que l'incertitude est donnée par l'équation suivante.

$$\Delta z = \left|\frac{\partial z}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial z}{\partial y}\right| \Delta y$$

où les dérivées sont des dérivées partielles (voir encadré).

Les dérivées partielles

Prendre la dérivée partielle $\frac{\partial f}{\partial x}$ c'est dériver f par rapport à x seulement. C'est, pratiquement, considérer y comme une constante dans la fonction f. Par exemple, si $z = x^2 y^3 + y^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2xy^3$$

Si on prend la dérivée partielle par rapport à y, on dérive par rapport à y seulement et on considère x comme une constante. Toujours si $z = x^2 y^3 + y^2$, alors

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3x^2 y^2 + 2y$$

Pour illustrer comment utiliser cette formule, reprenons notre exemple de la pierre qu'on lance du haut d'une falaise en ajoutant une incertitude sur g.

$$g = 9{,}81 \text{ m/s}^2 \pm 0{,}01 \text{ m/s}^2$$

La hauteur de la falaise est alors

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\cdot 9,81\tfrac{m}{s^2}\cdot(1,5s)^2 = 11,03625m$$

L'incertitude sur la hauteur de la falaise sera maintenant plus grande puisque deux variables ont une incertitude. Pour obtenir l'incertitude, il faut dériver la formule donnant la hauteur de la falaise par rapport à chacune des variables ayant une incertitude. L'incertitude totale sur la hauteur sera la somme des dérivées multipliées par les incertitudes. Ici, les deux variables pour lesquelles il y a une incertitude sont g et t, donc l'incertitude sur h est

$$\Delta h = \left|\frac{\partial h}{\partial t}\right|\Delta t + \left|\frac{\partial h}{\partial g}\right|\Delta g$$

La dérivée partielle de la fonction h par rapport à t est

$$\left|\frac{\partial h}{\partial t}\right| = gt$$

et la dérivée partielle par rapport à g est

$$\left|\frac{\partial h}{\partial g}\right| = \frac{1}{2}t^2$$

L'incertitude sur la hauteur de la falaise est donc

$$\Delta h = gt\Delta t + \frac{1}{2}t^2\Delta g$$

Il ne reste plus qu'à mettre les chiffres dans cette équation pour obtenir l'incertitude sur h.

$$\begin{aligned}\Delta h &= 9.81\tfrac{m}{s^2}\cdot 1.5s\cdot 0,1s + \frac{1}{2}\cdot(1.5s)^2\cdot 0,01\tfrac{m}{s^2}\\ &= 1.4715m + 0.01125m\\ &= 1.48275m\end{aligned}$$

La hauteur est donc

$$h = 11,0 \pm 1,5 \text{ m}$$

L'incertitude sur la hauteur n'a pas augmenté beaucoup en ajoutant une incertitude de 0,01 m/s² sur g. Le calcul nous indique que l'incertitude sur la hauteur due à l'incertitude sur g est de $0,01125$ m alors que celle due à l'incertitude sur le temps est de $1,47$ m. Il est bien évident que si on voulait améliorer cette expérience et diminuer l'incertitude sur la hauteur, cela ne donnerait pas grand-chose de diminuer l'incertitude sur g et qu'il faudrait plutôt se pencher sur des moyens d'avoir une mesure plus précise du temps.

Exemples Calcul d'incertitude de fonctions de plusieurs variables

a) $z = \dfrac{x}{y}$ $x = 3{,}04 \pm 0{,}24$ $y = 5{,}78 \pm 0{,}11$

La fonction vaut

$$z = \frac{3,04}{5,78} = 0,525895$$

Pour calculer l'incertitude, on utilise

$$\Delta z = \left|\frac{\partial z}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial z}{\partial y}\right| \Delta y$$

Puisque

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{y} \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-x}{y^2}$$

l'incertitude est

$$\begin{aligned}
\Delta z &= \left|\frac{1}{y}\right| \Delta x + \left|\frac{-x}{y^2}\right| \Delta y \\
&= \left|\frac{1}{5,78}\right| \cdot 0,24 + \left|\frac{-3,04}{5,78^2}\right| \cdot 0,11 \\
&= 0,0415 + 0,0100 \\
&= 0,0515
\end{aligned}$$

On voit ici que l'incertitude sur z provient surtout de l'incertitude sur x puisque le premier terme est environ 4 fois plus grand que le second.

Le résultat global est donc $z = 0{,}526 \pm 0{,}052$

b) $w = \dfrac{xy}{z} - z$ $x = 22{,}3 \pm 0{,}2$ $y = 4{,}6 \pm 0{,}1$ $z = 5{,}1 \pm 0{,}3$

La fonction vaut

$$w = \frac{22,3 \cdot 4,6}{5,1} - 5,1 = 15,0137$$

On peut facilement généraliser les idées précédentes pour conclure que, avec trois variables, on a

$$\Delta w = \left|\frac{\partial w}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial w}{\partial y}\right| \Delta y + \left|\frac{\partial w}{\partial z}\right| \Delta z$$

Les dérivées sont

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{y}{z}$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{x}{z}$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{-xy}{z^2} - 1$$

On a donc

$$\begin{aligned}
\Delta w &= \left|\frac{y}{z}\right| \Delta x + \left|\frac{x}{z}\right| \Delta y + \left|\frac{-xy}{z^2} - 1\right| \Delta z \\
&= \left|\frac{4,6}{5,1}\right| \cdot 0,2 + \left|\frac{22,3}{5,1}\right| \cdot 0,1 + \left|\frac{-22,3 \cdot 4,6}{5,1^2} - 1\right| \cdot 0.3 \\
&= 0.1804 + 0.4373 + 1.4832 \\
&= 2.1009
\end{aligned}$$

Cela nous permet de voir que l'incertitude de w vient surtout de l'incertitude de z.

Le résultat global est $w = 15,0 \pm 2,1$

c) $I = \dfrac{x^3}{y^2 + x^2} + y$ $\qquad x = 3,04 \pm 0,07 \qquad y = 5,46 \pm 0,05$

La fonction vaut

$$I = \frac{3,04^3}{5,46^2 + 3,04^2} + 5,46 = 6,17939$$

L'incertitude est

$$\Delta I = \left|\frac{\partial I}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial I}{\partial y}\right| \Delta y$$

On obtient alors

$$\Delta I = \left| \frac{3x^2\left(x^2+y^2\right)-x^3\left(2x\right)}{\left(x^2+y^2\right)^2} \right| \Delta x + \left| -\frac{x^3}{\left(x^2+y^2\right)^2} 2y+1 \right| \Delta y$$

$$= \left| \frac{3\cdot 3,04^2\cdot\left(3,04^2+5,46^2\right)-3,04^3\cdot\left(2\cdot 3,04\right)}{\left(3,04^2+5,46^2\right)^2} \right| \cdot 0,07 + \left| -\frac{3,04^3}{\left(3,04^2+5,46^2\right)^2}\cdot 2\cdot 5,46+1 \right| \cdot 0,05$$

$$= 0,041853 + 0,03994$$

$$= 0,081793$$

ainsi $I = 6,179 \pm 0,082$.

Ici, l'incertitude vient presque également de l'incertitude des deux variables.

d) $\theta = \arcsin\frac{a}{b}$ $\qquad a = 0,345 \pm 0,012 \qquad b = 0,872 \pm 0,022$

La valeur de θ est

$$\theta = \arcsin\frac{a}{b} = \arcsin\frac{0,345}{0,872} = 23,30603°$$

L'incertitude est

$$\Delta\theta = \left|\frac{\partial\theta}{\partial a}\right|\Delta a + \left|\frac{\partial\theta}{\partial b}\right|\Delta b$$

On obtient alors

$$\Delta\theta = \left| \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{b}\right)^2}}\frac{1}{b} \right|\Delta a + \left| \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{b}\right)^2}}\frac{a}{b^2} \right|\Delta b$$

donc

$$\Delta\theta = 0,014984rad + 0,010869rad$$

$$= 0,025853rad$$

$$= 1,48°$$

Nous avons donc $\theta = 23,3° \pm 1,5°$.

Ne pas oublier que quand on calcule un angle avec une fonction trigonométrique inverse, l'incertitude de l'angle est toujours en radians.

L'exemple suivant montre qu'il n'est pas nécessaire d'isoler la variable dont on veut connaitre l'incertitude. On pourra calculer l'incertitude en dérivant implicitement. La seule condition à respecter est qu'on ne doit retrouver que la variable dont on veut savoir l'incertitude d'un côté de l'équation et toutes les autres variables de l'autre côté de l'équation.

e) $\sin\theta = \dfrac{a}{b}$ $\qquad a = 0{,}345 \pm 0{,}012 \qquad b = 0{,}872 \pm 0{,}022$

Ce qui est équivalent à l'exemple précédent.

La valeur de θ est

$$\theta = \arcsin\frac{a}{b} = \arcsin\frac{0{,}345}{0{,}872} = 23{,}30603°$$

Pour l'incertitude, on dérive de chaque côté de l'équation

$$\left|\frac{\partial \sin\theta}{\partial\theta}\right|\Delta\theta = \left|\frac{\partial(a/b)}{\partial a}\right|\Delta a + \left|\frac{\partial(a/b)}{\partial b}\right|\Delta b$$

ce qui nous donne

$$\left|\cos\theta\right|\Delta\theta = \left|\frac{1}{b}\right|\Delta a + \left|\frac{a}{b^2}\right|\Delta b$$

Donc

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \frac{\left|\frac{1}{b}\right|\Delta a + \left|\frac{a}{b^2}\right|\Delta b}{\left|\cos\theta\right|}\\ &= \frac{\frac{1}{0{,}872}\cdot 0{,}012 + \frac{0{,}345}{0{,}872^2}\cdot 0{,}022}{\cos 23{,}30603°}\\ &= 0{,}025853 \text{ rad}\end{aligned}$$

Nous avons donc $\theta = 23{,}3° \pm 1{,}5°$.

Cette méthode peut simplifier grandement certains calculs d'incertitude. Par exemple, ici elle nous évitait de dériver un arcsin (dont peu se souviennent) pour nous plutôt amener à dériver un sinus (dont la dérivée est bien connue de tous…).

Quelques règles simples de calcul d'incertitude

Avec cette méthode, on peut montrer que nos règles simples pour l'addition, la soustraction et la multiplication étaient correctes.

Addition $z = x + y$

L'incertitude est

$$\begin{aligned}\Delta z &= \left|\frac{\partial z}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial z}{\partial y}\right|\Delta y \\ &= |1+0|\,\Delta x + |0+1|\,\Delta y \\ &= \Delta x + \Delta y\end{aligned}$$

Soustraction $z = x - y$

L'incertitude est

$$\begin{aligned}\Delta z &= \left|\frac{\partial z}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial z}{\partial y}\right|\Delta y \\ &= |1+0|\,\Delta x + |0-1|\,\Delta y \\ &= \Delta x + \Delta y\end{aligned}$$

Multiplication $z = xy$

L'incertitude est

$$\begin{aligned}\Delta z &= \left|\frac{\partial z}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial z}{\partial y}\right|\Delta y \\ &= |y|\,\Delta x + |x|\,\Delta y \\ &= y\Delta x + x\Delta y\end{aligned}$$

Exercices

Calculez z et Δz si x et y sont

$x = 12{,}70 \pm 0{,}10$ $\qquad$ $y = 6{,}30 \pm 0{,}20$

a) $z = x + y$ $\qquad$ b) $z = x - y$

c) $z = xy$ $\qquad$ d) $z = \dfrac{x}{y}$

e) $z = 4xy$ $\qquad$ f) $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$

g) $z = 2\pi e^{(xy/10)}$ $\qquad$ h) $z = y \ln x$

i) $z = \dfrac{x+y}{x}$ j) $e^z = \sqrt{\dfrac{x}{y}}$

k) $z = x^2y + x^3$ l) $\tan z = \dfrac{x}{y}$

Calculer la valeur et l'incertitude sur z dans les équations suivantes avec les valeurs

$\theta = 34{,}6\ ^{\circ} \pm 1{,}2\ ^{\circ}$ $A = 23{,}47 \pm 0{,}53$

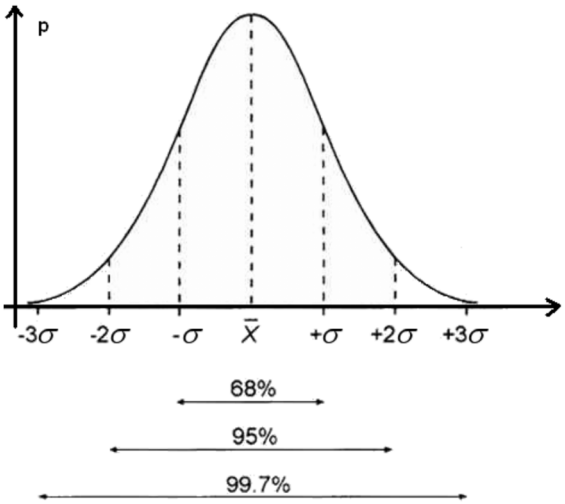
m) $z = A \cos \theta$ n) $z = A \sin^2 \theta + A \cos^2 \theta$

Réponses (avec 2 chiffres significatifs à l'incertitude)

a) $19{,}00 \pm 0{,}30$	b) $6{,}40 \pm 0{,}30$	c) $80{,}0 \pm 3{,}2$
d) $2{,}016 \pm 0{,}080$	e) 320 ± 13	f) $4{,}21 \pm 0{,}10$
g) $18\ 700 \pm 5\ 900$	h) $16{,}01 \pm 0{,}56$	i) $1{,}496 \pm 0{,}020$
j) $0{,}351 \pm 0{,}020$	k) 3065 ± 97	l) $63{,}62 \pm 0{,}90°$
m) $19{,}32 \pm 0{,}72$	n) $23{,}47 \pm 0{,}53$	

Méthodes statistiques

Dans ce qu'on a fait ici, on a dit que le résultat d'une mesure se situe entre $x - \Delta x$ et $x + \Delta x$ en supposant que toutes les valeurs dans cet intervalle sont également probables. Par contre, on peut avoir parfois des raisons de croire que les valeurs au centre de l'intervalle sont plus probables que celles près des bords de l'intervalle. Dans ce cas, on suppose toujours que la probabilité des différentes valeurs sur l'intervalle est donnée par ce graphique (appelée distribution de Gauss).



On décrit cette distribution avec l'écart-type σ. Cette distribution signifie que la valeur a 68 % de chance de se trouver entre $x - \sigma$ et $x + \sigma$, 95 % de chance de se trouver entre $x - 2\sigma$ et $x + 2\sigma$ et 99,7 % de chance de se trouver entre $x - 3\sigma$ et $x + 3\sigma$. L'incertitude utilisée va donc dépendre du niveau de confiance désiré. Très souvent, l'incertitude est égale à 2σ pour avoir un niveau de confiance de 95 %.

Alors, ces probabilités modifient complètement la façon de calculer les incertitudes. Voici alors ce qu'on obtient (sans la preuve qui dépasse le niveau qu'on veut obtenir ici) pour une fonction de deux variables.

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\Delta y\right)^2}$$

Voici ce que cette formule donne pour les opérations de base.

Addition $z = x + y$ ou soustraction $z = x - y$

$$\Delta z = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

Multiplication $z = xy$ ou division $z = x/y$

$$\frac{\Delta z}{z} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$$

Vous reconnaissez sûrement les équations d'incertitude utilisées en chimie.

L'analyse graphique des mesures

Parfois, nous allons trouver les paramètres d'une équation linéaire en utilisant un graphique. Par exemple, si nous avons affaire à un mouvement rectiligne uniforme, la formule donnant la position en fonction du temps est

$$y = y_0 + vt$$

où v est la vitesse et y_0 est la position au temps $t = 0$.

Si on veut déterminer la vitesse et la position de départ, on peut mesurer la position de l'objet à différents moments et tracer le graphique de la position en fonction du temps. La pente de ce graphique est alors la vitesse.

Le graphique

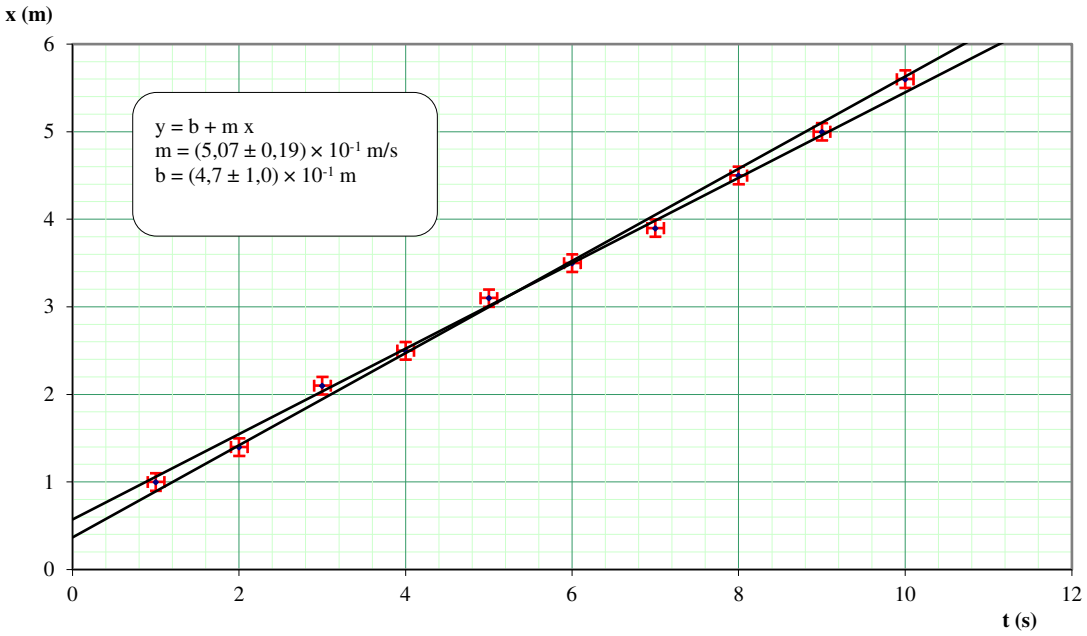
Supposons que nos mesures soient

TABLEAU 1 Position en fonction du temps

Temps (t)	Position (x)
s	m
±0,1	±0,1
1,0	1,0
2,0	1,4
3,0	2,1
4,0	2,5
5,0	3,1
6,0	3,5
7,0	3,9
8,0	4,5
9,0	5,0
10,0	5,6

Voici le graphique représentant ces données (Graphique 1). On verra plus tard comment faire un tel graphique avec Excel.

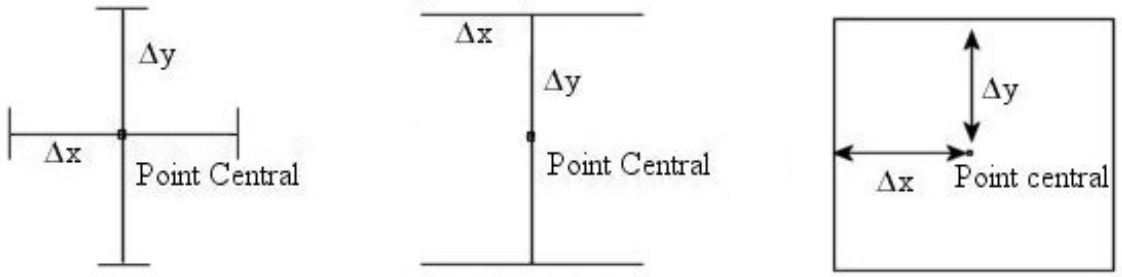
Graphique 1: position en fonction du temps



Ce graphique nécessite quelques explications.

Représentation des points

Puisque les valeurs portées sur le graphique ont incertitudes, il faut pouvoir montrer l'incertitude des données sur le graphique. Il existe trois moyens de représenter ces incertitudes.



Dans les deux premiers cas, les incertitudes sont représentées par des traits, appelés barre d'incertitude, dont la longueur, du point central jusqu'au bout, est égale à l'incertitude. Les barres d'incertitude sont toutefois agencées de façons différentes dans les deux premières figures. Le troisième moyen consiste à tracer un rectangle d'incertitude qui se situe à une distance de Δx du point central dans la direction des x et à une distance de Δy du point central dans la direction des y.

Dans tous cas, les barres d'incertitude et le rectangle d'incertitude délimitent une région rectangulaire dans laquelle la véritable valeur de ce qu'on a mesuré peut se trouver si on tient compte des incertitudes. Dans les deux premières représentations, les limites de la zone rectangulaire sont plus subtiles, mais elles sont tout à fait identiques au rectangle d'incertitude. Il faut juste un peu plus d'imagination pour voir ces limites.

Détermination de l'équation de la droite

Si le phénomène est linéaire, alors il doit y avoir une droite qui touche à tous les points expérimentaux. Mais puisque les données expérimentales ne sont pas simplement des points, mais plutôt des rectangles d'incertitude, il peut y avoir plusieurs droites qui traversent tous les rectangles d'incertitude. Toutes les droites passant par les rectangles d'incertitude sont des droites possibles selon les résultats expérimentaux. Nous n'avons cependant pas besoin de toutes les tracer, deux suffiront. Ces deux droites représentent les deux cas extrêmes : la droite ayant la pente maximum et la droite ayant la pente minimum. Toutes les autres droites ont une pente dont la valeur se situe entre ces deux limites.

Pente maximum	Pour la pente maximum, nous devons tracer la droite la plus grande pente possible, tout en passant dans tous les rectangles d'incertitude.

Pente minimum — Pour la pente minimum, nous devons tracer la droite qui a la plus petite pente possible, tout en passant dans tous les rectangles d'incertitude.

Ces deux droites sont celles tracées sur le graphique.

Excel va calculer pour vous les valeurs des pentes maximale et minimale. (Si on traçait ce graphique à la main, on prendrait simplement deux points sur chacune de ces droites et on calculerait la pente.) On a obtenu ici

$$\text{pente}_{\max} = 0{,}5258\,\tfrac{m}{s}$$
$$\text{pente}_{\min} = 0{,}4883\,\tfrac{m}{s}$$

Excel donne donc la valeur suivante pour la pente.

$$\text{pente} = 0{,}507 \pm 0{,}019 \text{ m/s}.$$

Excel a également calculé la valeur de l'ordonnée à l'origine maximale et minimale de toutes les pentes possibles. Dans notre exemple ici, nous avons

$$b_{\max} = 0{,}57 \text{ m}$$
$$b_{\min} = 0{,}37 \text{ m}$$

Excel donne donc la valeur suivante pour l'ordonnée à l'origine.

$$b = 0{,}47 \pm 0{,}10 \text{ m}.$$

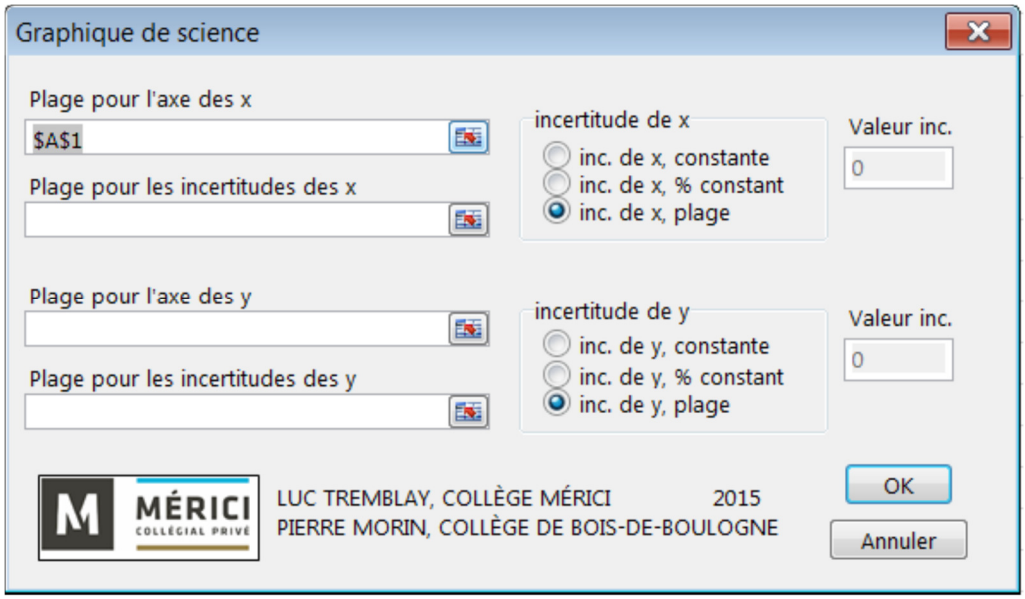
Nous connaissons donc tous les paramètres, avec leurs incertitudes, de l'équation de la droite, soit la pente et l'ordonnée à l'origine.

Traçage du graphique avec Excel

Avec la macro « graphique de science », on peut tracer des graphiques respectant toutes les spécifications précédentes. De plus, la macro calculera pour vous les valeurs de la pente et de l'ordonnée à l'origine avec leurs incertitudes.

Il faut premièrement entrer les données dans Excel. On écrit les données dans deux colonnes différentes et les incertitudes sur ces données dans deux autres colonnes. Si la valeur de l'incertitude est constante, il n'est pas nécessaire de faire la colonne donnant la valeur de l'incertitude. L'ordre des colonnes n'a aucune importance.

Une fois que cela est fait, on doit cliquer sur l'icône « graphique de science ». Bien sûr, la macro doit être installée sur l'ordinateur en question pour que l'icône apparaisse. Quand on clique, la boite de dialogue suivante apparait sur l'écran.



Vous devez maintenant spécifier où sont les données pour chacun des axes. On clique dans l'espace blanc immédiatement sous l'indication « plage pour l'axe des x » et on sélectionne les données de l'axe horizontal. On clique ensuite dans l'espace blanc sous l'indication « Plage pour les incertitudes de x » et on sélectionne les valeurs qui correspondent aux incertitudes des données de l'axe horizontal. On procède de la même façon pour les valeurs et les incertitudes des données de l'axe vertical (axe des y).

Si l'incertitude d'une variable est constante, on peut, au lieu de sélectionner une colonne de chiffre, indiquer tout simplement la valeur de l'incertitude. Supposons que la valeur de l'incertitude de x est constante, alors il faut sélectionner le bouton « inc. de x, constante » dans la boite « incertitude de x ». La zone blanche sous « plage pour les incertitudes de x » deviendra grise et inactive, alors que la zone grise sous « Valeur inc. » deviendra blanche et active. Il suffit alors d'écrire la valeur dans cette zone blanche.

Une fois que les valeurs de toutes les variables sont indiquées, il ne reste qu'à cliquer sur OK. Le graphique apparaitra avec les valeurs de la pente et de l'ordonnée à l'origine et leurs incertitudes.

Que faire s'il n'y a pas de droite passant par tous les rectangles d'incertitude ?

Parfois, il n'y a pas de droites qui passent par tous les rectangles d'incertitude. Dans ce cas, il y a trois possibilités.

Il est premièrement possible qu'une mesure soit erronée. Par exemple, on aurait pu noter $10{,}7$ au lieu de $1{,}07$ pour une mesure. Ainsi, il y aura un point qui ne pourra pas être inclus dans la droite. On pourra quand même tracer la droite en laissant de côté ce point, à condition d'avoir de très bonnes raisons de croire qu'il y a eu erreur de lecture. Ce serait dommage de passer à côté d'une découverte inattendue seulement parce qu'on pense

qu'il y a eu une erreur de lecture. (C'est arrivé à plusieurs grands scientifiques en passant.)

Il est possible aussi que tous les points semblent dirigés selon une droite, mais qu'aucune droite ne coupe tous les rectangles d'incertitudes parce qu'ils sont trop petits. Dans ce cas, le problème est que vous avez peut-être sous-évalué les incertitudes. Il serait peut-être bon de vérifier vos évaluations des incertitudes et de les revoir à la hausse.

Exercices

Avec les données suivantes, déterminez la valeur de la pente et de l'ordonnée à l'origine (avec leurs incertitudes) de la droite.

x	y
3,17 ± 0,15	11,12 ± 0,20
6,02 ± 0,20	12,31 ± 0,40
7,49 ± 0,25	12,47 ± 0,60
10,22 ± 0,30	13,56 ± 0,80
12,07 ± 0,35	14,0 ± 1,0
15,05 ± 0,40	16,5 ± 1,2

Réponses Pente = 0,403 ± 0,083 ordonnée à l'origine = 9,83 ± 0,52

Méthodes statistiques

On peut aussi trouver la meilleure droite qui passe par les points. Excel peut facilement vous trouver cette droite (par la méthode des moindres carrés). Sachez qu'on peut également évaluer l'incertitude de la pente et de l'ordonnée à l'origine. Les formules sont plutôt lourdes et varient selon qu'on considère que les valeurs n'ont pas d'incertitudes, ont une incertitude ou une incertitude statistique (c'est-à-dire plus probable au centre de l'intervalle.) Nous ne donnerons pas ces formules, mais vous pouvez les trouver dans l'excellent livre *Mesures et incertitudes en laboratoire* d'Éric Laflamme.

L'analyse

1re partie : la comparaison entre les valeurs théoriques et expérimentales

Une fois que l'on a obtenu des résultats avec des calculs et des graphiques, on se

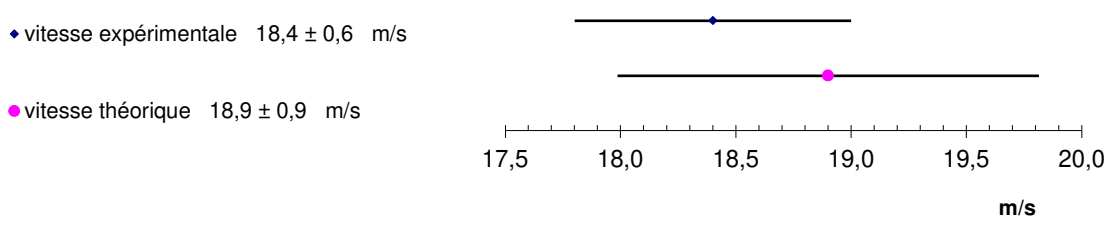
demandera si notre résultat est en accord avec la valeur théorique ou encore si deux résultats que l'on a obtenus de deux façons différentes sont en accord entre eux. Cependant, nos deux valeurs à comparer ont des incertitudes. Comment s'assurer qu'il y a accord tout en tenant compte des incertitudes ? La règle est bien simple. Si les valeurs et leurs incertitudes ont des valeurs communes, alors il y a accord.

Méthode graphique

Une des façons de faire la comparaison consiste à utiliser une représentation graphique pour voir si les valeurs se recoupent. Par exemple, supposons que nos deux valeurs sont :

Vitesse expérimentale : 18,4 m/s ± 0,6 m/s
Vitesse théorique : 18,9 m/s ± 0,9 m/s

On peut représenter ces valeurs ainsi.

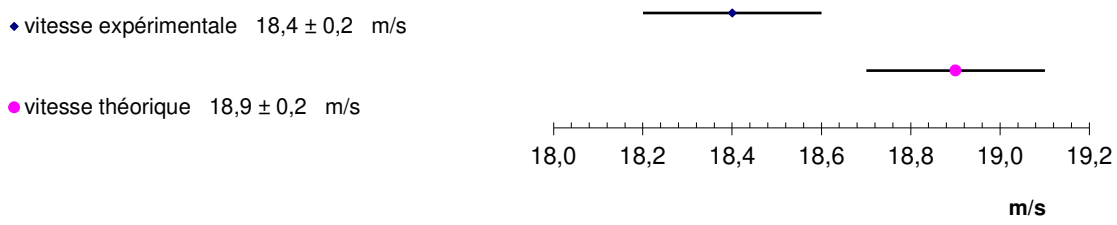


On voit que les deux valeurs ont des valeurs communes se situant entre 18,0 m/s et 19,0 m/s. Dans ce cas, on dira qu'il y a accord entre les deux valeurs.

Supposons maintenant que nos valeurs soient plutôt

Vitesse expérimentale : 18,4 m/s ± 0,2 m/s
Vitesse théorique : 18,9 m/s ± 0,2 m/s

On obtient alors la représentation graphique suivante.



Ici, les valeurs sont en désaccord puisque la valeur maximale de la vitesse expérimentale (18,6 m/s) ne rejoint pas la valeur minimale de la vitesse théorique (18,7 m/s).

Méthode par calcul

On voit avec les exemples précédents qu'il y a accord si les deux barres d'incertitudes se rejoignent et désaccord si elles ne se rejoignent pas. Un calcul simple permet de vérifier si les barres d'incertitudes sont suffisamment grandes pour qu'il y ait accord.

Si l'écart entre les valeurs < somme des incertitudes, alors il y accord.

Si l'écart entre les valeurs > somme des incertitudes, alors il y a désaccord.

Faisons le test avec nos exemples précédents. Dans le premier cas, l'écart entre les valeurs est 18,9 – 18,4 = 0,5 alors que la somme des incertitudes est 0,6 + 0,9 = 1,5. Puisque l'écart est plus petit que la somme des incertitudes, il y a accord. Dans le deuxième cas, l'écart entre les valeurs est toujours de 18,9 – 18,4 = 0,5 alors que la somme des incertitudes est maintenant de 0,2 + 0,2 = 0,4. Puisque l'écart entre les valeurs est plus grand que la somme des incertitudes, il y a désaccord.

Valeurs fortement en désaccord

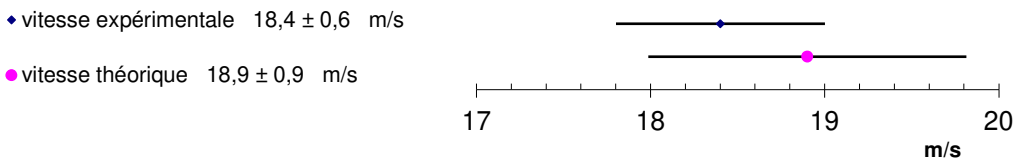
Si un de vos résultats est fortement en désaccord, comme une accélération gravitationnelle expérimentale de 2 m/s² par exemple, vous devriez vous arrêter et réfléchir. Il n'y a pas de laboratoires faits ici qui mènent ainsi à des résultats fortement en désaccord. Vérifiez vos calculs.

Si vous ne trouvez pas d'erreur de calcul, laissez au moins un commentaire pour montrer que vous comprenez que ce résultat est ridicule. Si vous laissez passer un résultat ridicule sans laisser le moindre commentaire, votre note en souffrira grandement.

2e partie ***(seulement si les valeurs sont en accord)*** *: La précision de la méthode*

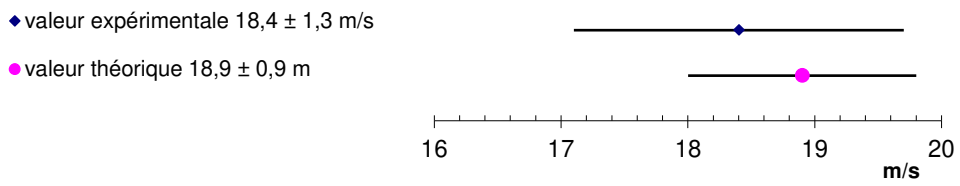
Si les résultats sont en accord, on peut ensuite porter un jugement sur la qualité de cet accord en considérant la précision des résultats. Généralement, cela se fait en comparant l'incertitude de la mesure à la mesure. Si l'incertitude ne représente que 5 % de la mesure, on peut dire que la méthode est précise. Évidemment, la précision recherchée dépend du contexte. Si on était dans un laboratoire de recherche, on exigerait beaucoup de précision.

Prenons deux exemples pour illustrer. Supposons que nos résultats soient les suivants.



L'incertitude relative sur la valeur expérimentale est 3,2 % et l'incertitude sur la valeur théorique est 4,7 %. Comme les deux pourcentages sont inférieurs à 5 %, on dira que la vérification est précise.

Supposons maintenant que nos deux résultats soient les suivants.



L'incertitude relative sur la valeur expérimentale est 7,1 % et l'incertitude sur la valeur théorique est 4,7 %. Comme un des pourcentages est supérieur à 5 %, on dira que la vérification est peu précise.

3e partie : regard critique sur l'expérience

Dans cette section, listez tout ce qui aurait pu faire que votre expérience ne donne pas les bons résultats. On y retrouve généralement :

1- Des éléments qui ont été négligés (la friction par exemple).
2- Des explications des contraintes concernant l'application d'une loi (la loi est une approximation).
3- Un élément de l'expérience qui semble mal conçu.

Ce dernier élément concerne souvent une mesure qui fut difficile à effectuer.

Si possible, on détermine si cet élément fera augmenter ou diminuer la valeur expérimentale. Par exemple, si on mesure l'accélération gravitationnelle d'un objet en chute libre, on peut affirmer que la friction ferait en sorte qu'on devrait obtenir une accélération plus petite que prévu.

*4e partie **(seulement si les valeurs sont en désaccord)** : La cause du désaccord*

Dans cette section, on doit expliquer tout désaccord entre les valeurs. Si toutes nos valeurs sont en accord, il n'est bien sûr pas nécessaire d'expliquer pourquoi il y a un désaccord !

Bien sûr, vous pouvez reprendre les causes mentionnées dans la section « regard critique », mais faites attention alors à la façon dont la cause invoquée change la valeur mesurée. Par exemple, supposons qu'on obtient une vitesse plus grande que prévu dans une expérience de mécanique, il sera alors étrange d'accuser la friction d'être responsable du désaccord puisque celle-ci aurait plutôt tendance à faire baisser la vitesse.

Les éléments qui influencent l'expérience peuvent varier énormément selon les expériences et il est donc difficile de donner des règles à suivre qui vont permettre de déterminer le problème.

Il ne faut pas mentionner les incertitudes des mesures. Par exemple, il ne faut pas dire que le désaccord est dû au fait qu'on a mesuré les distances avec une règle et que la règle avait une incertitude de 1 mm. Comme on a fait un calcul d'incertitude sur le résultat final, on tient déjà compte de ce manque de précision. Si nos résultats sont en désaccord, c'est qu'ils sont en désaccord même si on tient compte de ces incertitudes sur les mesures. Il faut donc trouver d'autres causes de désaccord.

La plupart des désaccords vont provenir d'erreurs de calcul, mais on ne doit jamais mentionner d'erreurs de calcul comme cause du désaccord. Si vous pensez qu'une erreur de calcul est à l'origine de votre désaccord, alors vérifiez vos calculs et corrigez les erreurs ! Si vous n'en trouvez pas, alors vous ne pouvez pas dire que c'est une erreur de calcul qui cause votre désaccord puisque rien ne vous laisse croire qu'il y a une erreur. Mentionner une erreur de calcul comme cause du désaccord aura des répercussions catastrophiques sur la note de l'analyse. Si le correcteur lit « il y a désaccord parce qu'il y a eu une erreur de calcul », il lit en fait « Je suis tellement lâche que ça ne me tente pas de vérifier mes calculs, donc, s'il vous plaît, correcteur massacrez ma note de laboratoire. »

On peut invoquer une erreur de manipulations, mais il ne suffit pas de dire qu'il y a eu erreur de manipulation. Vous devez dire quelle est l'erreur de manipulation qui a été faite et pourquoi elle a entrainé des résultats erronés. Si vous ne trouvez pas d'erreur, ne parlez pas d'erreur de manipulation puisque vous n'avez aucune raison de penser qu'il y a eu une erreur. En fait, il faut éviter d'accuser les expérimentateurs inutilement puisque cela détruit votre crédibilité. Si on lit un article scientifique et que l'auteur nous dit qu'il est poche, qu'il a probablement fait une erreur, mais qu'il ne sait pas trop où, allez-vous lire le prochain article de cet auteur ? Vous devez faire comme si vous étiez infaillible, même si on sait que ce n'est pas toujours le cas. Si le correcteur lit « il y a désaccord parce qu'il y a eu une erreur de manipulation » ou une « erreur humaine », il lit en fait « Je me fous complètement de cette expérience et ça ne me tente pas vraiment de réfléchir à ce qui se passe, donc, s'il vous plaît, correcteur massacrez ma note de laboratoire. »

5e partie : améliorations proposées

On doit toujours proposer des façons d'améliorer l'expérience. Si les résultats étaient en désaccord, il suffit de proposer une méthode pour refaire l'expérience en tentant de corriger le problème en modifiant le montage ou en modifiant la formule théorique pour prendre en compte certains autres facteurs. De plus, qu'il y ait désaccord ou non, on doit proposer des façons d'améliorer la précision de l'expérience en trouvant des moyens de prendre les mesures pour obtenir des incertitudes plus petites. Bien sûr, on doit tenter d'améliorer en premier les données responsables de la plus grande partie de l'incertitude du résultat final. Par exemple, au début de cette introduction il y avait un exemple dans

lequel on mesurait la hauteur d'une falaise en mesurant le temps que prenait un objet pour arriver au bas de la falaise. Dans cet exemple, l'incertitude sur la hauteur provenait de l'incertitude sur le temps et de l'incertitude sur g. On se rappelle que presque toute l'incertitude sur la hauteur provenait de l'incertitude sur le temps. On devrait donc proposer une façon d'améliorer la mesure du temps dans ce cas. On n'améliorerait presque pas le résultat si on augmentait la précision sur la valeur de g.

La conclusion du rapport de laboratoire

La conclusion est habituellement très courte. On mentionne le but du laboratoire et on dit si le but a été atteint ou non. Selon l'accord et la précision, elle est formulée différemment. Voici des exemples de conclusion d'un rapport dont le but était de mesurer la vitesse du son.

1) En accord et précis
   (Disons vitesse théorique = 330 ± 5 m/s et vitesse expérimentale = 334 ± 10 m/s)

   Dans cette expérience, la formule de la vitesse du son a été vérifiée. La vitesse obtenue expérimentalement est en accord avec la vitesse théorique et les résultats sont précis. Les résultats confirment donc la validité de la formule.

2) En accord et imprécis
   (Disons vitesse théorique = 330 ± 5 m/s et vitesse expérimentale = 334 ± 55 m/s)

   Dans cette expérience, la formule de la vitesse du son a été vérifiée. La vitesse obtenue expérimentalement est en accord avec la vitesse théorique, mais la valeur de la vitesse expérimentale n'est pas très précise. Les résultats confirment donc la validité de la formule, mais il faudrait améliorer la précision pour obtenir une meilleure vérification.

3) En désaccord
   (Disons vitesse théorique = 330 ± 5 m/s et vitesse expérimentale = 360 ± 15 m/s)

   Dans cette expérience, la formule de la vitesse du son a été vérifiée. La vitesse obtenue expérimentalement est en désaccord avec la vitesse théorique. Les résultats ne confirment donc pas la validité de la formule. Cet écart est probablement dû à…

Voici maintenant un exemple de rapport.

Laboratoire 0
Le pendule

But

Vérifier la formule donnant la période d'un pendule.

Théorie

La période d'oscillation d'un pendule est donnée par

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\,\ell^{1/2}$$

Notez que cette période est indépendante de la masse du pendule.

Méthode utilisée

Pour vérifier cette loi, nous allons utiliser un pendule et mesurer sa période d'oscillation pour différentes longueurs de corde. Avec un graphique, il sera relativement facile de voir si nos résultats sont en accord avec l'équation théorique. Nous allons mesurer la période de 50 oscillations, car ceci diminuera de beaucoup notre incertitude sur le temps.

Appareils

- Corde
- Masse (± 1 %)
- Chronomètre
- Règle

Manipulations

- Accrochez une masse 100 g à une corde.

- Mesurez le temps qu'il faut pour faire 50 oscillations pour toutes les longueurs du tableau suivant.

LONGUEUR	PÉRIODE
cm	s
±	±
25	
30	
35	
40	
45	
50	
55	
60	
65	
70	

Mesures

Dans le rapport de laboratoire, donnez les valeurs de :

- La longueur et du temps (sous forme de tableau)

Calculs

- Calculez la période de chaque oscillation et présentez les résultats sous forme de tableau.

On doit ensuite tracer un graphique. Comme l'équation de la période d'un pendule n'est pas linéaire, il faut faire un changement de variable pour obtenir une droite. Voici ce changement de variable.

$$T = \ell^{1/2} \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

$$\ln T = \ln \ell^{1/2} + \ln \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

$$\ln T = \frac{1}{2} \ln \ell + \ln \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

En fait, on va faire un peu mieux pour éviter des problèmes d'unités.

$$T = \ell^{1/2} \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

$$\frac{T}{1s} = \frac{\ell^{1/2}}{1s} \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

$$\frac{T}{1s} = \frac{\ell^{1/2}}{1m^{1/2}} \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \frac{1m^{1/2}}{1s}$$

$$\ln\left(\frac{T}{1s}\right) = \ln\left(\frac{\ell^{1/2}}{1m^{1/2}}\right) + \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}} \frac{1m^{1/2}}{1s}\right)$$

$$\ln\left(\frac{T}{1s}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\ell}{1m}\right) + \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}} \frac{1m^{1/2}}{1s}\right)$$

en posant $u = \ln(\ell / 1m)$ et $v = \ln(\mathrm{T}/1s)$. On obtient

$$v = \frac{1}{2} u + \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}} \frac{1m^{1/2}}{1s}\right)$$

ce qui correspond à l'équation d'une droite ayant les caractéristiques suivantes.

Pente = ½ Ordonnée à l'origine = $\ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}} \frac{1m^{1/2}}{1s}\right)$

- Calculez les valeurs de u et v avec $u = \ln(\ell / 1m)$ et $v = \ln(\mathrm{T}/1s)$. Présentez les résultats sous forme de tableau.
- Tracez le graphique de v en fonction de u.

- Calculer la valeur théorique de l'ordonnée à l'origine

$$\ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\frac{1m^{1/2}}{1s}\right)$$

en utilisant $g = 9{,}81$ m/s² ± 0,01 m/s².

Analyse des résultats

- Comparez la valeur de la pente théorique (½) à la valeur de la pente du graphique.

- Comparez la valeur de l'ordonnée à l'origine théorique ($\ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\frac{1m^{1/2}}{1s}\right)$) à la valeur obtenue sur le graphique.

Vérification de la loi du pendule

Luc Tremblay, Isaac Newton, Leonhard Euler

Collège Mérici, Québec, Canada

17 novembre 1722

Résumé

Dans ce rapport de laboratoire, nous allons vérifier la formule donnant la période d'un pendule. La vérification se fait en mesurant la période d'oscillation pour différentes longueurs de pendule. Avec un graphique, on pourra voir si la loi est valide. Nous avons observé un désaccord entre les valeurs théoriques et les valeurs expérimentales. Ce désaccord semble venir d'une erreur dans la façon de mesurer la longueur de la corde, de la friction agissant sur le pendule et du fait que la formule de la période du pendule est obtenue en faisant quelques hypothèses qui ne correspondent pas à notre montage expérimental.

Mesures

Temps en fonction de la longueur de la corde

LONGUEUR	TEMPS POUR 50 OSCILLATIONS
m	s
± 0,002	± 0,3
0,250	49,9
0,300	54,7
0,350	59,2
0,400	62,8
0,450	67,5
0,500	70,8
0,550	74,7
0,600	78,2
0,650	81,2
0,700	84,4

Calculs et graphiques

Période d'une oscillation

Exemple de calcul (avec les données de la première ligne du tableau)

$$\begin{aligned} T_{1\text{ oscillation}} &= \frac{T_{50\text{ oscillations}}}{50} \\ &= \frac{49,9s}{50} \\ &= 0,998s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta T_{1\text{ oscillation}} &= \frac{1}{50}\Delta T_{50\text{ oscillations}} \\ &= \frac{1}{50}\cdot 0,3s \\ &= 0,006s \end{aligned}$$

$$T_{1\text{ oscillation}} = 0,998s \pm 0,006s$$

Période en fonction de la longueur de la corde

LONGUEUR	PÉRIODE
m	*s*
± 0,002	± 0,006
0,250	0,988
0,300	1,094
0,350	1,184
0,400	1,256
0,450	1,350
0,500	1,416
0,550	1,494
0,600	1,564
0,650	1,624
0,700	1,688

Calcul des valeurs de u et de v

Exemple de calcul de u (avec les données de la première ligne du tableau)

$$\begin{aligned} u &= \ln\left(\frac{\ell}{1m}\right) \\ &= \ln\left(\frac{0,25m}{1m}\right) \\ &= -1,3863 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta u &= \frac{\partial u}{\partial \ell}\Delta\ell \\ &= \frac{1}{\ell}\Delta\ell \\ &= \frac{1}{0,25m}\cdot 0,002m \\ &= 0,0080 \end{aligned}$$

$$u = -1,3863 \pm 0,0080$$

Exemple de calcul de v (avec les données de la première ligne du tableau)

$$\begin{aligned} v &= \ln\left(\frac{T}{1s}\right) \\ &= \ln\left(\frac{0,988s}{1s}\right) \\ &= -0,0121 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta v &= \frac{\partial v}{\partial T}\Delta T \\ &= \frac{1}{T}\Delta T \\ &= \frac{1}{0,988s}\cdot 0,006s \\ &= 0,0061 \end{aligned}$$

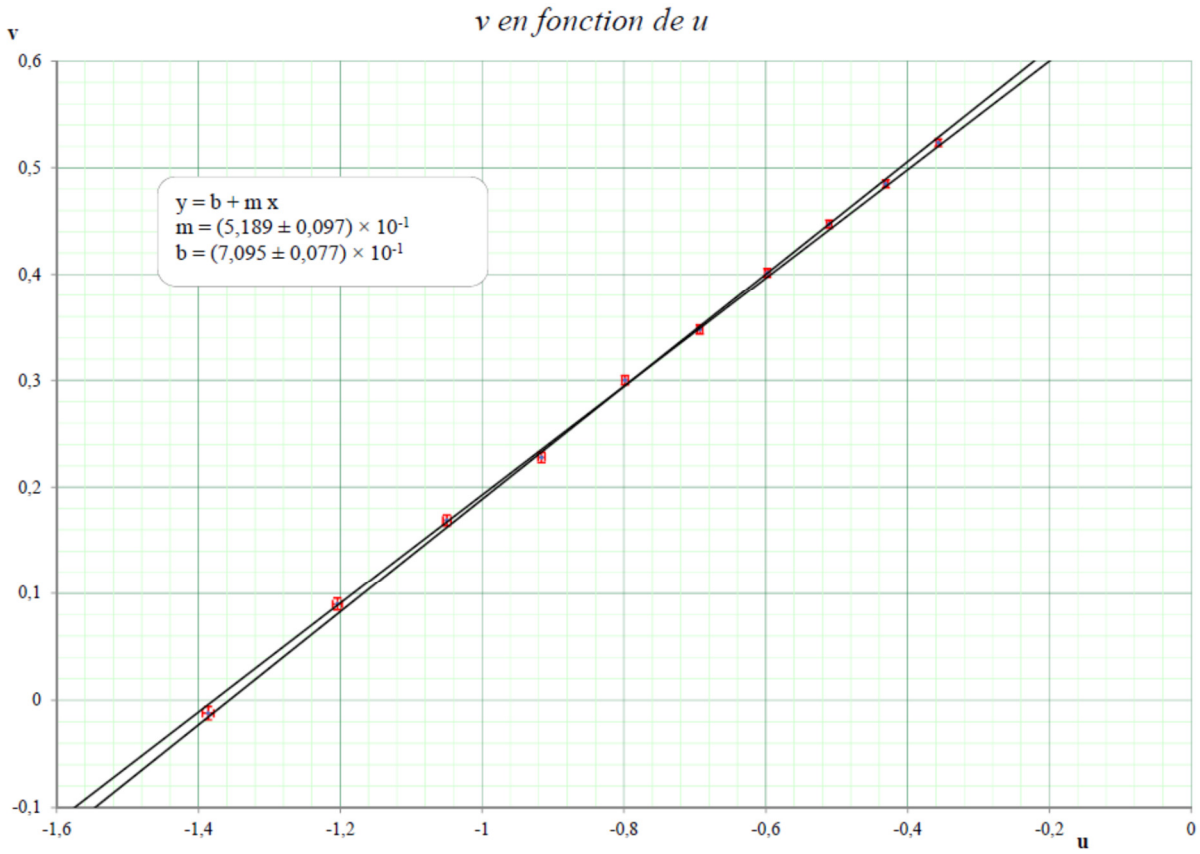
$$v = -0,0121 \pm 0,0061$$

On obtient alors les résultats suivants pour u et v.

v en fonction de u

u	*v*
-1,3863 ± 0,0080	-0,0121 ± 0.0061
-1,2040 ± 0,0067	0,0898 ± 0,0055
-1,0498 ± 0,0057	0,1689 ± 0,0051
-0,9163 ± 0,0050	0,2279 ± 0,0048
-0,7985 ± 0,0044	0,3001 ± 0,0044
-0,6931 ± 0,0040	0,3478 ± 0,0042
-0,5978 ± 0,0036	0.4015 ± 0,0040
-0,5108 ± 0,0033	0,4472 ± 0,0038
-0,4308 ± 0,0031	0,4849 ± 0,0037
-0,3567 ± 0,0029	0,5235 ± 0,0036

Voici le graphique de *v* en fonction de *u*.



La valeur de la pente est

$$\text{Pente} = 0{,}5189 \pm 0{,}0097$$

et la valeur de l'ordonnée à l'origine est

$$b_{\text{exp}} = 0{,}7095 \pm 0{,}0077$$

La valeur théorique de l'ordonnée à l'origine est

$$b = \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\frac{1m^{1/2}}{1s}\right) = \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{9{,}81\frac{m}{s^2}}}\frac{1m^{1/2}}{1s}\right) = 0{,}69618$$

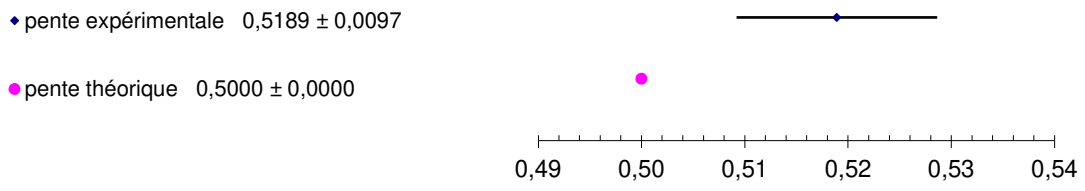
$$\Delta b = \left|\frac{\partial b}{\partial g}\right|\Delta g = \frac{\pi\, g^{-3/2}}{2\pi g^{-1/2}}\Delta g = \frac{\Delta g}{2g} = \frac{0{,}01\frac{m}{s^2}}{2\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}} = 0{,}00051$$

$$b_{\text{théo}} = 0{,}69618 \pm 0{,}00051$$

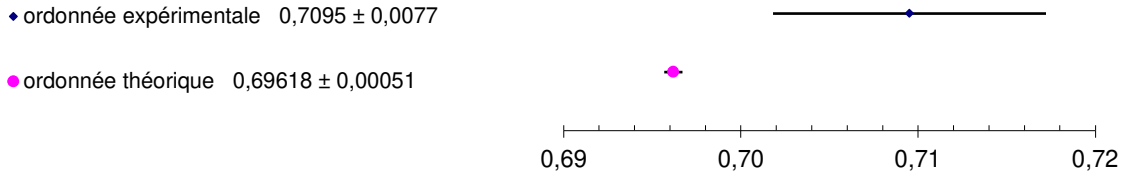
ANALYSE

Comparaison des valeurs théoriques et expérimentales

La pente théorique (0,5) est en désaccord avec la pente expérimentale (0,5189 ± 0,0097) puisque l'écart entre les valeurs (0,0189) est plus grand que la somme des incertitudes (0,0097). Graphiquement, on a



L'ordonnée à l'origine expérimentale (0,7095 ± 0,0077) est en désaccord avec l'ordonnée à l'origine théorique (0,69618 ± 0,00051) puisque l'écart entre les valeurs (0,01332) est plus grand que la somme des incertitudes (0,00821). Graphiquement, on a



Regard critique sur l'expérience

On peut noter les problèmes suivants avec cette expérience :

1) L'équation théorique est l'équation d'un pendule idéalisé, c'est-à-dire une masse ponctuelle attachée au bout d'une corde sans masse. De toute évidence, ce n'était pas le cas ici. Notre masse n'était pas ponctuelle et la corde avait une masse. La formule utilisée n'est qu'une approximation pour le pendule utilisé dans ce laboratoire. Il faudrait plutôt utiliser une formule de la période d'un pendule qui correspond exactement au pendule utilisé dans cette expérience. Comme on n'a pas cette formule, c'est difficile de dire comment cette approximation influence la valeur de la pente.

2) La formule de la période est aussi une approximation qu'on obtient quand on suppose que l'amplitude angulaire est petite. Dans ce cas, on peut approximer que l'oscillation est harmonique et obtenir une formule de la période à partir de cette approximation. En réalité, les oscillations d'un pendule ne sont pas des oscillations harmoniques et il aurait été préférable de trouver la formule qui donne la période d'oscillation exacte. L'approximation est assez bonne quand l'amplitude angulaire est petite, mais ça reste une approximation. Comme on n'a pas cette formule, c'est difficile de dire comment cette approximation influence la valeur de la pente.

3) La friction de l'air agit sur le pendule et on n'a pas tenu compte de cette friction qui fait légèrement augmenter la période. La force de friction fait augmenter la période, ce qui augmente les valeurs de T et de v. Cette augmentation devrait normalement être plus grande sur les grandes valeurs de v puisque la vitesse est plus grande avec des cordes plus longues (si on a gardé l'amplitude angulaire constante…). La friction devrait donc faire augmenter la pente et l'ordonnée à l'origine.

4) Notre masse n'était pas ponctuelle ce qui fait que la véritable longueur de la corde, qui correspond à la distance entre le pivot et le centre de masse de l'objet servant de pendule, n'est pas tout à fait celle que nous avons mesurée puisqu'il nous manque la distance entre le point d'attache de la corde sur l'objet servant de pendule et le centre de masse de l'objet. Comme nos valeurs de ℓ étaient trop petites, nous avons des valeurs de u trop petites. Cela décale toutes nos valeurs de u, mais l'effet est plus important pour les petites valeurs de u. Les petites valeurs de u sont davantage décalées vers le bas que les grandes valeurs, ce qui a pour effet de faire augmenter la pente et l'ordonnée à l'origine.

Causes du désaccord

Nous avons obtenu une pente et une ordonnée à l'origine plus grandes que prévu. Tel que mentionné précédemment, cette différence pourrait s'expliquer par notre mauvaise façon de mesurer ℓ et par la friction.

Elle pourrait aussi s'expliquer par le fait que les formules sont approximatives, mais on ne sait pas si cela fait que la pente et l'ordonnée soient plus grandes ou plus petites que prévu.

Tous ces effets n'étant pas vraiment grands, les déviations avec les valeurs théoriques ne devraient pas être très importantes, ce qui est le cas ici. Si ces effets avaient été importants, on n'aurait même pas obtenu de droite sur le graphique.

Ces causes pourraient donc expliquer le léger désaccord que nous avons obtenu.

Améliorations proposées

Ainsi, pour améliorer cette expérience, il serait bon de connaitre de façon plus précise la position du centre de masse de l'objet qui sert de pendule. En utilisant un objet symétrique, la position de centre de masse serait facile à trouver. Il suffira donc de faire plus attention à la mesure de la longueur de la corde lors d'une future expérience.

On pourrait également utiliser des matériaux plus denses pour notre pendule de façon à avoir une masse la plus petite possible et ainsi s'approcher de la situation idéalisée dans laquelle la masse est ponctuelle. L'or et l'osmium, qui sont des éléments plus denses, permettraient de faire une masse plus compacte, mais pas tellement puisque les densités de ces éléments ne sont pas tellement plus élevées que celles de nos masses déjà utilisées. De plus, l'augmentation prodigieuse des couts que cela entrainerait ne permet pas ce genre d'amélioration.

Finalement, comme la situation idéalisée correspondant à la formule utilisée fait référence à une corde sans masse, il faudrait utiliser la corde la moins massive possible.

CONCLUSION

Dans cette expérience, la formule de la période d'un pendule a été vérifiée. Les résultats obtenus expérimentalement sont en désaccord avec les valeurs théoriques. Les résultats ne confirment donc pas la validité de la formule. Ce désaccord semble provenir d'une erreur dans la façon de mesurer la longueur de la corde, de la friction agissant sur le pendule et du fait que la formule de la période du pendule est obtenue en faisant quelques hypothèses qui ne correspondent pas à notre montage expérimental.

Commentaires sur le rapport

Il n'y a pas d'introduction (théorie, méthode, matériel, manipulations) à faire

Résumé

Le résumé est un petit paragraphe donnant :

1- Le but du laboratoire
2- Une très brève description de la méthode
3- La conclusion

Mesures

Vous devez écrire toutes les mesures faites au laboratoire ainsi que leurs incertitudes. Il ne doit y avoir aucun calcul effectué sur ces mesures.

Si vous avez remis une feuille de résultats à la fin de la période de laboratoire, les résultats indiqués dans le laboratoire doivent être identiques à ceux inscrits sur la feuille remise au lab. Si les résultats sont différents, vous perdrez tous les points de cette section (souvent 15 %).

Calculs

Vous devez faire tous les calculs et tous les calculs d'incertitude. Si un même calcul se répète plusieurs fois, comme pour faire un tableau, ne faire que le calcul de la première ligne du tableau. Ensuite, écrire les résultats sous forme de tableau immédiatement après l'exemple de calcul.

Analyse

La section « Analyse » se compose de 5 parties soit :

1. La comparaison des valeurs théoriques et expérimentales
2. Une évaluation de la précision de la méthode (s'il y a accord)
3. Un regard critique de l'expérience.
4. Les raisons probables pour lesquelles il y a un désaccord (s'il y a désaccord).
5. Les façons d'améliorer l'expérience.