Solutionnaire du chapitre 9

1. L'intensité après le premier polariseur est

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} I_0 \\ &= \frac{1}{2} 50 \tfrac{W}{m^2} \\ &= 25 \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

L'intensité après le deuxième polariseur est

$$\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2 \theta \\ &= 25 \tfrac{W}{m^2} \cos^2 25° \\ &= 20,53 \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

2. L'intensité après le premier polariseur est

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} I_0 \\ &= \frac{1}{2} 40 \tfrac{W}{m^2} \\ &= 20 \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

L'intensité après le deuxième polariseur est

$$\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2 \theta \\ &= 20 \tfrac{W}{m^2} \cos^2 75° \\ &= 1,34 \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

L'intensité après le troisième polariseur est

$$\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2 \theta \\ &= 1,34 \tfrac{W}{m^2} \cos^2 15° \\ &= 1,25 \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

3. L'intensité après le premier polariseur est

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} I_0 \\ &= \frac{1}{2} 20 \tfrac{W}{m^2} \\ &= 10 \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

On trouve l'angle avec la formule de l'intensité après le deuxième polariseur.

$$\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2 \theta \\ 4 \tfrac{W}{m^2} &= 10 \tfrac{W}{m^2} \cos^2 \theta \\ 0,4 &= \cos^2 \theta \end{aligned}$$

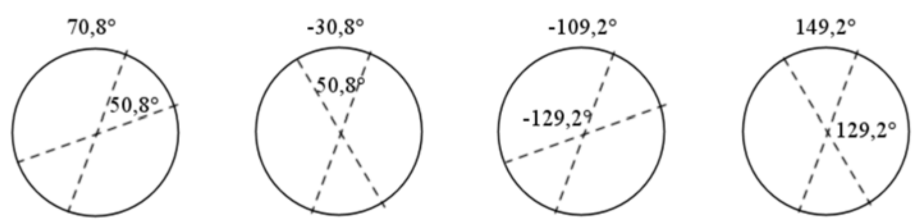
En faisant la racine, on obtient 2 possibilités :

$$\sqrt{0,4} = \cos\theta \qquad \text{et} \qquad -\sqrt{0,4} = \cos\theta$$

Comme il y a deux réponses à un arccos, les réponses sont

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{0,4} = \cos\theta & \text{et} & -\sqrt{0,4} = \cos\theta \\ \theta = \pm 50,8° & \text{et} & \theta = \pm 129,2° \end{array}$$

Ces angles sont les angles par rapport au polariseur précédent. Comme le polariseur précédent fait un angle de 20°, ces solutions sont



La première solution est identique à la troisième et la deuxième solution est identique à la quatrième. Les deux solutions sont donc 70,8° et 149,2°.

4. Après le passage dans le polariseur à un angle θ, on a

$$5\tfrac{W}{m^2} = I_0 \cos^2\theta$$

Puisque l'intensité diminue à 3 W/m² si on tourne le polariseur de 20°, on doit avoir

$$3\tfrac{W}{m^2} = I_0 \cos^2(\theta + 20°)$$

On a donc 2 équations et 2 inconnues. Si on divise la deuxième équation par la première, on a

$$\frac{3}{5} = \frac{I_0 \cos^2(\theta + 20°)}{I_0 \cos^2\theta}$$
$$\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\cos(\theta + 20°)}{\cos\theta}$$

Puisque $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$, on a

$$\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\cos\theta\cos 20° - \sin\theta\sin 20°}{\cos\theta}$$
$$\sqrt{\frac{3}{5}} = \cos 20° - \tan\theta\sin 20°$$
$$\theta = 25{,}767°$$

Ainsi, l'intensité initiale est

$$5\tfrac{W}{m^2} = I_0 \cos^2 25{,}767°$$
$$I_0 = 6{,}165\tfrac{W}{m^2}$$

5. L'angle de polarisation est

$$\tan\theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\tan\theta = \frac{1{,}55}{1}$$
$$\theta_p = 57{,}2°$$

6. L'angle de polarisation est

$$\tan\theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\tan\theta = \frac{1,2}{1,6}$$
$$\theta_p = 36,9°$$

7. Si le rayon réfléchi est polarisé, c'est que l'angle d'incidence est égal à l'angle de polarisation. Cet angle est

$$\tan\theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\tan\theta = \frac{1,7}{1}$$
$$\theta_p = 59,53°$$

L'angle de réfraction est alors

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1 \sin 59,53° = 1,7 \sin\theta_2$$
$$\theta_2 = 30,46°$$

8. a) Avec un angle critique de 48°, on a

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin 48° = \frac{n_2}{n_1}$$

On ne peut pas trouver les valeurs des indices de réfraction, mais on peut trouver la valeur de n_2/n_1 On a alors

$$\sin 48° = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = 0,743$$

L'angle de polarisation est donc

$$\tan\theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\tan\theta = 0,743$$

$$\theta_p = 36,6°$$

b) Non, car l'angle de polarisation est à 36,6° alors que la réflexion totale commence à 48°.

9. On va séparer ce faisceau en deux. On a premièrement un faisceau ayant une intensité I_{max} après avoir passé à travers le polariseur. Pour avoir cette intensité, l'axe du polariseur est aligné avec la direction de la polarisation la plus intense. Si on tourne le polariseur d'un angle θ, alors l'intensité qui passe pour cette onde la plus intense est

$$I_{max} = I_{max}\cos^2\theta$$

On a ensuite un faisceau ayant une intensité I_{min} après avoir passé à travers le polariseur. Cette composante est perpendiculaire à la composante la plus intense. Ainsi, l'angle entre cette composante et l'axe de polarisation est 90° – θ. L'intensité de la lumière de cette composante est donc

$$I_{min} = I_{min}\cos^2(90-\theta)$$

L'intensité totale est la somme de ces deux intensités.

$$I = I_{max}\cos^2\theta + I_{min}\cos^2(90-\theta)$$

Mais puisque

$$p = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

on a

$$\begin{aligned}
\left(I_{max}+I_{min}\right)p &= I_{max}-I_{min}\\
I_{max}\,p+I_{min}\,p &= I_{max}-I_{min}\\
I_{min}\,p+I_{min} &= I_{max}-I_{max}\,p\\
I_{min}\left(p+1\right) &= \left(1-p\right)I_{max}\\
I_{min} &= \frac{1-p}{1+p}I_{max}
\end{aligned}$$

Ainsi, l'intensité qui traverse est

$$\begin{aligned}
I &= I_{max}\cos^2\theta+I_{min}\cos^2\left(90-\theta\right)\\
&= I_{max}\left(\cos^2\theta+\frac{1-p}{1+p}\cos^2\left(90-\theta\right)\right)\\
&= \frac{I_{max}}{1+p}\left(\left(1+p\right)\cos^2\theta+\left(1-p\right)\cos^2\left(90-\theta\right)\right)
\end{aligned}$$

Mais puisque $\cos\left(90-\theta\right)=\sin\theta$, on peut écrire

$$\begin{aligned}
I &= \frac{I_{max}}{1+p}\left(\left(1+p\right)\cos^2\theta+\left(1-p\right)\sin^2\theta\right)\\
&= \frac{I_{max}}{1+p}\left(\cos^2\theta+p\cos^2\theta+\sin^2\theta-p\sin^2\theta\right)\\
&= \frac{I_{max}}{1+p}\left(\cos^2\theta+\sin^2\theta+p\left(\cos^2\theta-\sin^2\theta\right)\right)\\
&= \frac{I_{max}}{1+p}\left(1+p\left(\cos^2\theta-\sin^2\theta\right)\right)
\end{aligned}$$

Finalement, puisque $\cos^2\theta-\sin^2\theta=\cos 2\theta$, on arrive à

$$\begin{aligned}
I &= \frac{I_{max}}{1+p}\left(1+p\cos 2\theta\right)\\
&= \frac{1+p\cos 2\theta}{1+p}I_{max}
\end{aligned}$$

C'est ce qu'on devait démontrer.