

Solutionnaire du chapitre 9

1. L'intensité après le premier polariseur est

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} I_0 \\ &= \frac{1}{2} 50 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\ &= 25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

L'intensité après le deuxième polariseur est

$$\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2 \theta \\ &= 25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cos^2 25^\circ \\ &= 20,53 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

2. L'intensité après le premier polariseur est

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} I_0 \\ &= \frac{1}{2} 40 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\ &= 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

L'intensité après le deuxième polariseur est

$$\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2 \theta \\ &= 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cos^2 75^\circ \\ &= 1,34 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

L'intensité après le troisième polariseur est

$$\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2 \theta \\ &= 1,34 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cos^2 15^\circ \\ &= 1,25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

3. L'intensité après le premier polariseur est

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} I_0 \\ &= \frac{1}{2} 20 \frac{W}{m^2} \\ &= 10 \frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

On trouve l'angle avec la formule de l'intensité après le deuxième polariseur.

$$\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2 \theta \\ 4 \frac{W}{m^2} &= 10 \frac{W}{m^2} \cos^2 \theta \\ 0,4 &= \cos^2 \theta \end{aligned}$$

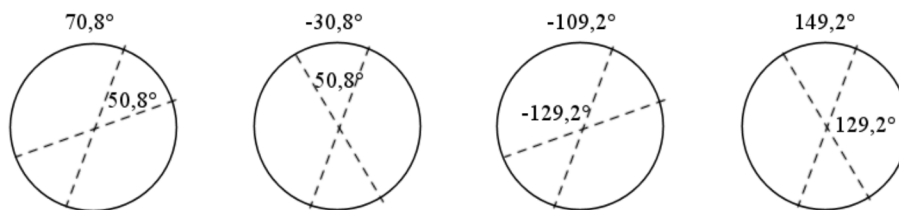
En faisant la racine, on obtient 2 possibilités :

$$\sqrt{0,4} = \cos \theta \quad \text{et} \quad -\sqrt{0,4} = \cos \theta$$

Comme il y a deux réponses à un arccos, les réponses sont

$$\begin{aligned} \sqrt{0,4} = \cos \theta & \quad \text{et} \quad -\sqrt{0,4} = \cos \theta \\ \theta = \pm 50,8^\circ & \quad \text{et} \quad \theta = \pm 129,2^\circ \end{aligned}$$

Ces angles sont les angles par rapport au polariseur précédent. Comme le polariseur précédent fait un angle de 20° , ces solutions sont



La première solution est identique à la troisième et la deuxième solution est identique à la quatrième. Les deux solutions sont donc $70,8^\circ$ et $149,2^\circ$.

4. Après le passage dans le polariseur à un angle θ , on a

$$5 \frac{W}{m^2} = I_0 \cos^2 \theta$$

Puisque l'intensité diminue à 3 W/m^2 si on tourne le polariseur de 20° , on doit avoir

$$3 \frac{W}{m^2} = I_0 \cos^2 (\theta + 20^\circ)$$

On a donc 2 équations et 2 inconnues. Si on divise la deuxième équation par la première, on a

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} &= \frac{I_0 \cos^2 (\theta + 20^\circ)}{I_0 \cos^2 \theta} \\ \sqrt{\frac{3}{5}} &= \frac{\cos (\theta + 20^\circ)}{\cos \theta} \end{aligned}$$

Puisque $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$, on a

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{5}} &= \frac{\cos \theta \cos 20^\circ - \sin \theta \sin 20^\circ}{\cos \theta} \\ \sqrt{\frac{3}{5}} &= \cos 20^\circ - \tan \theta \sin 20^\circ \\ \theta &= 25,767^\circ \end{aligned}$$

Ainsi, l'intensité initiale est

$$\begin{aligned} 5 \frac{W}{m^2} &= I_0 \cos^2 25,767^\circ \\ I_0 &= 6,165 \frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

5. L'angle de polarisation est

$$\begin{aligned} \tan \theta_p &= \frac{n_2}{n_1} \\ \tan \theta &= \frac{1,55}{1} \\ \theta_p &= 57,2^\circ \end{aligned}$$

6. L'angle de polarisation est

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\tan \theta = \frac{1,2}{1,6}$$

$$\theta_p = 36,9^\circ$$

7. Si le rayon réfléchi est polarisé, c'est que l'angle d'incidence est égal à l'angle de polarisation. Cet angle est

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\tan \theta = \frac{1,7}{1}$$

$$\theta_p = 59,53^\circ$$

L'angle de réfraction est alors

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$1 \sin 59,53^\circ = 1,7 \sin \theta_2$$

$$\theta_2 = 30,46^\circ$$

8. a) Avec un angle critique de 48° , on a

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin 48^\circ = \frac{n_2}{n_1}$$

On ne peut pas trouver les valeurs des indices de réfraction, mais on peut trouver la valeur de n_2/n_1 . On a alors

$$\sin 48^\circ = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = 0,743$$

L'angle de polarisation est donc

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\tan \theta = 0,743$$

$$\theta_p = 36,6^\circ$$

b) Non, car l'angle de polarisation est à $36,6^\circ$ alors que la réflexion totale commence à 48° .

9. On va séparer ce faisceau en deux. On a premièrement un faisceau ayant une intensité I_{\max} après avoir passé à travers le polariseur. Pour avoir cette intensité, l'axe du polariseur est aligné avec la direction de la polarisation la plus intense. Si on tourne le polariseur d'un angle θ , alors l'intensité qui passe pour cette onde la plus intense est

$$I_{\max} = I_{\max} \cos^2 \theta$$

On a ensuite un faisceau ayant une intensité I_{\min} après avoir passé à travers le polariseur. Cette composante est perpendiculaire à la composante la plus intense. Ainsi, l'angle entre cette composante et l'axe de polarisation est $90^\circ - \theta$. L'intensité de la lumière de cette composante est donc

$$I_{\min} = I_{\min} \cos^2 (90 - \theta)$$

L'intensité totale est la somme de ces deux intensités.

$$I = I_{\max} \cos^2 \theta + I_{\min} \cos^2 (90 - \theta)$$

Mais puisque

$$p = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

on a

$$\begin{aligned}
 (I_{\max} + I_{\min})p &= I_{\max} - I_{\min} \\
 I_{\max}p + I_{\min}p &= I_{\max} - I_{\min} \\
 I_{\min}p + I_{\min} &= I_{\max} - I_{\max}p \\
 I_{\min}(p+1) &= (1-p)I_{\max} \\
 I_{\min} &= \frac{1-p}{1+p}I_{\max}
 \end{aligned}$$

Ainsi, l'intensité qui traverse est

$$\begin{aligned}
 I &= I_{\max} \cos^2 \theta + I_{\min} \cos^2 (90 - \theta) \\
 &= I_{\max} \left(\cos^2 \theta + \frac{1-p}{1+p} \cos^2 (90 - \theta) \right) \\
 &= \frac{I_{\max}}{1+p} \left((1+p) \cos^2 \theta + (1-p) \cos^2 (90 - \theta) \right)
 \end{aligned}$$

Mais puisque $\cos(90 - \theta) = \sin \theta$, on peut écrire

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{I_{\max}}{1+p} \left((1+p) \cos^2 \theta + (1-p) \sin^2 \theta \right) \\
 &= \frac{I_{\max}}{1+p} \left(\cos^2 \theta + p \cos^2 \theta + \sin^2 \theta - p \sin^2 \theta \right) \\
 &= \frac{I_{\max}}{1+p} \left(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + p(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \right) \\
 &= \frac{I_{\max}}{1+p} \left(1 + p(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \right)
 \end{aligned}$$

Finalement, puisque $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos 2\theta$, on arrive à

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{I_{\max}}{1+p} (1 + p \cos 2\theta) \\
 &= \frac{1 + p \cos 2\theta}{1+p} I_{\max}
 \end{aligned}$$

C'est ce qu'on devait démontrer.