Solutionnaire du chapitre 7

1. La différence de phase entre les oscillations est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 \\ &= -1rad - 4rad \\ &= -5rad\end{aligned}$$

L'amplitude est donc

$$\begin{aligned}A_{tot} &= \left|2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\right| \\ &= \left|2\cdot 0,2m\cos\left(\frac{-5rad}{2}\right)\right| \\ &= 0,3205m\end{aligned}$$

2. La différence de phase entre les oscillations est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 \\ &= -1,5rad - 2rad \\ &= -3,5rad\end{aligned}$$

L'amplitude est donc

$$\begin{aligned}A_{tot} &= \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\phi) + A_2^2} \\ &= \sqrt{(0,5m)^2 + 2\cdot 0,5m\cdot 0,4m\cos(-3,5) + (0,4m)^2} \\ &= 0,1882m\end{aligned}$$

3. a) Si on veut de l'interférence constructive, on doit avoir $\Delta\phi = 2m\pi$. On doit donc avoir

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 \\ 2m\pi &= \phi_2 - 1 \\ \phi_2 &= 2m\pi + 1\end{aligned}$$

Pour avoir une valeur entre 0 et 2π, on doit choisir m = 0. On a donc ϕ_2 = 1. L'oscillation à ajouter est donc

$$y_2 = 0{,}1m\sin\left(100\tfrac{rad}{s}t + 1\right)$$

b) Si on veut de l'interférence destructive, on doit avoir $\Delta\phi = (2m + 1)\pi$. On doit donc avoir

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 \\ (2m+1)\pi &= \phi_2 - 1 \\ \phi_2 &= (2m+1)\pi + 1\end{aligned}$$

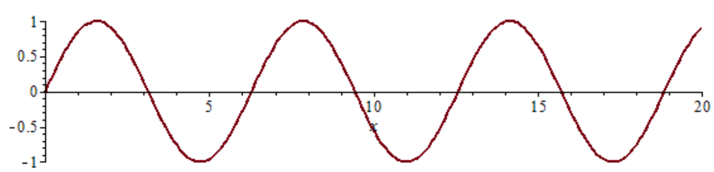
Pour avoir une valeur entre 0 et 2π, on doit choisir m = 0. On a donc $\phi_2 = \pi + 1$. L'oscillation à ajouter est donc

$$y_2 = 0{,}1m\sin\left(100\tfrac{rad}{s}t + 4{,}142\right)$$

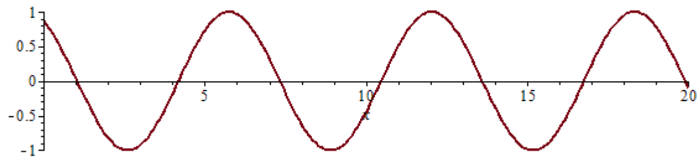
4. Ici, il n'y a que le déphasage dû à la différence de distance $\Delta\phi_T$. Le déphasage est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{r_B - r_A}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{3{,}6m - 5{,}2m}{0{,}5m}2\pi \\ &= \tfrac{32}{5}\pi\end{aligned}$$

5. Ici, il n'y a que le déphasage dû aux sources $\Delta\phi_S$. On va supposer que la source A a une constante de phase nulle.



Si la source B est en avance d'un tiers de cycle sur la source A, alors son graphique doit être de



Dans ce cas, la constante de phase est

$$\phi_{\text{source 2}} = \frac{2\pi}{3}$$

$\Delta\phi_S$ est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_S &= \phi_{source\ 2} - \phi_{source\ 1}\\ &= \frac{2\pi}{3} - 0\\ &= \frac{2\pi}{3}\end{aligned}$$

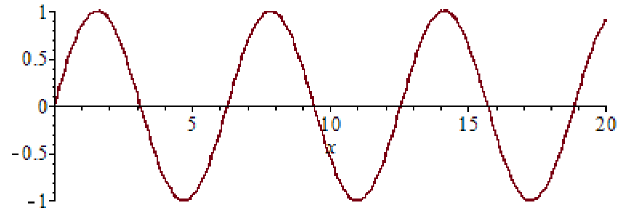
6. Le déphasage total est

$$\Delta\phi = \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R$$

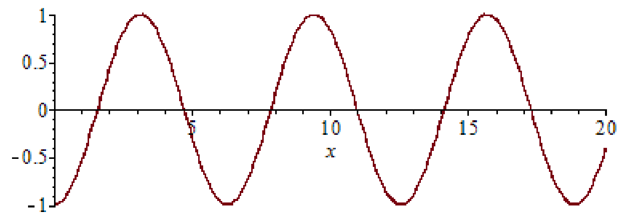
$\Delta\phi_T$ est

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi\\ &= -\frac{r_B - r_A}{\lambda}2\pi\\ &= -\frac{3m-5m}{0,2m}2\pi\\ &= 20\pi\end{aligned}$$

Pour $\Delta\phi_S$, on va supposer que la source A a une constante de phase nulle.



Si la source B est en retard d'un quart de cycle sur la source A, alors son graphique doit être de



Dans ce cas, la constante de phase est

$$\phi_{\text{source 2}} = -\frac{\pi}{2}$$

$\Delta\phi_S$ est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi_S &= \phi_{source\ 2} - \phi_{source\ 1} \\ &= -\frac{\pi}{2} - 0 \\ &= -\frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

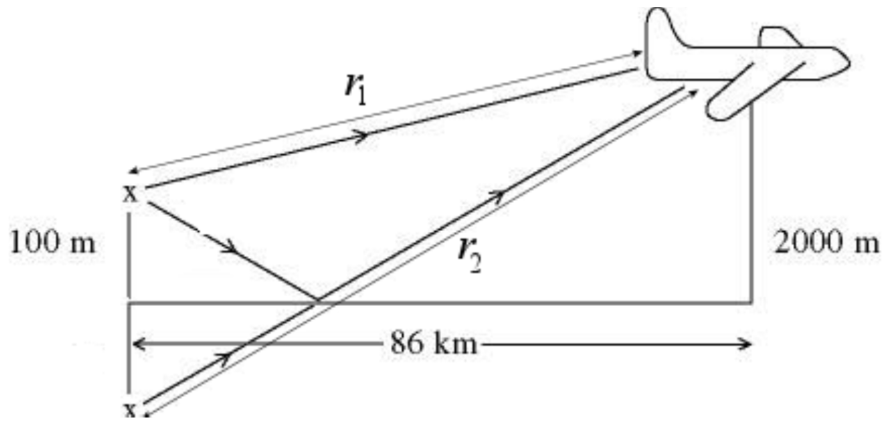
Le déphasage total est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \Delta\phi_T + \Delta\phi_S + \Delta\phi_R \\ &= 20\pi + -\frac{\pi}{2} + 0 \\ &= \frac{39\pi}{2} \\ &= 61,26 rad\end{aligned}$$

7. Trouvons premièrement la longueur d'onde du signal. Cette longueur d'onde est

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8 \frac{m}{s}}{120\times10^6 Hz} = 2,5m$$

Les distances sont (en posant que l'onde 2 est celle qui se réfléchie)



$$r_1 = \sqrt{(86000m)^2 + (1900m)^2}$$
$$r_2 = \sqrt{(86000m)^2 + (2100m)^2}$$

La différence de marche est donc

$$\begin{aligned}\Delta r &= \sqrt{(86000m)^2 + (2100m)^2} - \sqrt{(86000m)^2 + (1900m)^2} \\ &= 4,6499m\end{aligned}$$

$\Delta\phi_T$ est

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{-4,6499m}{2,5m} \\ &= -11,686rad\end{aligned}$$

Puisque l'onde réfléchie est inversée, $\Delta\phi_R$ est

$$\Delta\phi_R = \pi$$

Le déphasage total est donc

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= -11,686rad + \pi \\ &= -8,545rad\end{aligned}$$

8. Puisque la différence de marche est *d*, $\Delta\phi_T$ est

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{d}{0,25m}2\pi\end{aligned}$$

(On choisit la source 2 comme étant le hautparleur le plus éloigné de l'observateur et la source 1 comme étant le hautparleur le plus près de l'observateur. Ainsi, la valeur de *d* sera positive puisque $d = r_2 - r_1$.)

Il n'y a pas d'autres déphasages puisqu'il n'y a pas de réflexion et que les sources sont en phase.

Le déphasage total est donc

$$\Delta\phi = -\frac{d}{0,25m}2\pi$$

Si on veut de l'interférence destructive, on doit avoir

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

On arrive donc à

$$-\frac{d}{0,25m}2\pi = (2m+1)\pi$$

En isolant *d,* on arrive a

$$\begin{aligned}-\frac{d}{0,25m}2\pi &= (2m+1)\pi \\ d &= -\frac{(2m+1)}{2}\cdot 0,25m\end{aligned}$$

Les valeurs de *m* positives et nulle nous donne une distance négative, ce qui est inacceptable. On trouve la plus petite valeur positive de *d* avec *m* = -1. On a alors

$$\begin{aligned} d &= -\frac{\left(2\left(-1\right)+1\right)}{2}\cdot 0,25m \\ &= 12,5cm \end{aligned}$$

9. Les distances sont (en posant que l'onde 2 est celle qui arrive du haut-parleur B)

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{\left(1m\right)^2 + \left(2,4m\right)^2} \\ r_2 &= 2,4m \end{aligned}$$

La différence de marche est donc

$$\begin{aligned} \Delta r &= 2,4m - \sqrt{\left(1m\right)^2 + \left(2,4m\right)^2} \\ &= -0,2m \end{aligned}$$

$\Delta\phi_T$ est

$$\begin{aligned} \Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{-0,2m}{\lambda}2\pi \\ &= \frac{0,2m}{\lambda}2\pi \end{aligned}$$

Comme il n'y a pas de déphasage entre les sources ni de réflexion, ce déphasage est le déphasage total

$$\Delta\phi = \frac{0,2m}{\lambda}2\pi$$

Si on veut de l'interférence destructive, on doit avoir

$$\Delta\phi = \left(2m+1\right)\pi$$

On arrive donc à

$$\frac{0,2m}{\lambda}2\pi = \left(2m+1\right)\pi$$

En isolant λ, on arrive a

$$\frac{0,2m}{\lambda}2=(2m+1)$$
$$\lambda=\frac{0,4m}{2m+1}$$

Pour avoir la fréquence minimale, il faut la longueur d'onde maximale. Il faut avoir le plus petit diviseur positif, qu'on obtient avec $m = 0$. On a donc

$$\lambda_{\max}=\frac{0,4m}{2\cdot 0+1}=0,4m$$

La fréquence minimale est donc

$$f_{\min}=\frac{v}{\lambda_{\max}}=\frac{340\frac{m}{s}}{0,4m}=850Hz$$

10. Trouvons premièrement la longueur d'onde du signal. Cette longueur d'onde est

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{343\frac{m}{s}}{490Hz}=0,7m$$

Les distances sont (en posant que l'onde 1 est celle qui se réfléchie sur le mur)

$$r_1=2\sqrt{(3m)^2+d^2}$$
$$r_2=6m$$

La différence de marche est donc

$$\Delta r=6m-2\sqrt{(3m)^2+d^2}$$

$\Delta\phi_T$ est

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{6m - 2\sqrt{(3m)^2 + d^2}}{0,7m}2\pi \\ &= \frac{2\sqrt{(3m)^2 + d^2} - 6m}{0,7m}2\pi\end{aligned}$$

Le son réfléchi sur un mur étant inversé, $\Delta\phi_R$ est

$$\Delta\phi_R = \pi$$

Comme il n'y a pas de déphasage entre les sources, le déphasage total est

$$\Delta\phi = \frac{2\sqrt{(3m)^2 + d^2} - 6m}{0,7m}2\pi + \pi$$

Si on veut de l'interférence constructive, on doit avoir

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

On arrive donc à

$$\frac{2\sqrt{(3\mathrm{m})^2 + d^2} - 6\mathrm{m}}{0,7\mathrm{m}}2\pi + \pi = 2m\pi$$

Remarquons ici que puisque les deux termes de gauche sont positifs, le terme de droite doit aussi être positif, ce qui élimine toutes les valeurs de *m* négatives.

En isolant *d,* on arrive a

$$\frac{2\sqrt{(3\text{m})^2+d^2}-6\text{m}}{0{,}7\text{m}}2+1=2m$$

$$\frac{2\sqrt{(3\text{m})^2+d^2}-6\text{m}}{0{,}7\text{m}}2=2m-1$$

$$2\sqrt{(3\text{m})^2+d^2}-6\text{m}=\frac{2m-1}{2}0{,}7\text{m}$$

$$2\sqrt{(3\text{m})^2+d^2}=\frac{2m-1}{2}0{,}7\text{m}+6\text{m}$$

$$\sqrt{(3\text{m})^2+d^2}=\frac{2m-1}{4}0{,}7\text{m}+3\text{m}$$

$$(3\text{m})^2+d^2=\left(\frac{2m-1}{4}0{,}7\text{m}+3\text{m}\right)^2$$

$$d^2=\left(\frac{2m-1}{4}0{,}7\text{m}+3\text{m}\right)^2-(3\text{m})^2$$

Voici ce qu'on obtient selon la valeur de *m.*

$m = 0$	d^2 est négatif, ce qui est inacceptable
$m = 1$	$d^2 = 1{,}080625\ \text{m}^2$
$m = 2$ et plus	d^2 est plus grand que $1{,}080625\ \text{m}^2$

La valeur minimale se trouve donc avec $m = 1$. La distance est alors

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{1{,}080625m^2} \\ &= 1{,}0395m \end{aligned}$$

11. Prenons le haut-parleur B comme source 2. $\Delta\phi_T$ est alors

$$\begin{aligned} \Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{\Delta r}{0{,}32m}2\pi \end{aligned}$$

$\Delta\phi_S$ est

$$\Delta\phi_S = \frac{\pi}{4}$$

La valeur est positive puisque la source 2 est en avance sur la source 1.

Comme il n'y a pas de réflexion, le déphasage total est

$$\Delta\phi = -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi + \frac{\pi}{4}$$

Avec de l'interférence destructive, on doit avoir

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

On a donc

$$-\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi + \frac{\pi}{4} = (2m+1)\pi$$

Si on isole la différence de marche, on arrive à

$$-\frac{\Delta r}{\lambda} 2 + \frac{1}{4} = 2m+1$$

$$-\frac{\Delta r}{\lambda} 2 = 2m + \frac{3}{4}$$

$$-\frac{\Delta r}{\lambda} = m + \frac{3}{8}$$

$$\Delta r = -\left(m + \frac{3}{8}\right)\lambda$$

Si $m = 0$, on a $\Delta r = -3\lambda/8$.
Si $m = 1$, on a $\Delta r = -11\lambda/8$.
Plus m augmente à partir de $m = 1$, plus la différence de marche augmente (en valeur absolue).
Si $m = -1$, on a $\Delta r = 5\lambda/8$.
Plus m diminue à partir de $m = -1$, plus la différence de marche augmente.

La plus petite différence de marche (en valeur absolue) est donc de

$$\Delta r = -\frac{3}{8}\lambda = -\frac{3}{8} 32cm = -12cm$$

On a donc

$$r_2 - r_1 = -12cm$$

La source 2 doit donc être 12 cm plus près que la source 1.

12. L'angle est

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan\theta = \frac{1cm}{200cm}$$
$$\theta = 0,2865°$$

On trouve ensuite la distance avec

$$d\sin\theta = m\lambda$$
$$d\sin\left(0,2865°\right) = 4\cdot 600nm$$
$$d = 4,8\times 10^{-4}m = 0,48mm$$

13. L'angle est donné par

$$d\sin\theta = m\lambda$$
$$0,1\times 10^{-3}m\sin\theta = 5\cdot 500nm$$
$$\theta = 1,4325°$$

La position du maximum est donc

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan 1,4325° = \frac{y}{160cm}$$
$$y = 4,001cm$$

14. Avec la longueur d'onde de 550 nm, on a

$$d\sin\theta = m\lambda$$
$$d\sin\theta = 5\cdot 550nm$$
$$d\sin\theta = 2750nm$$

Avec l'autre longueur d'onde, on a

$$d \sin\theta = m\lambda$$
$$d \sin\theta = 4\lambda$$

Comme ces maximums sont à la même position, donc au même angle, les deux $d \sin\theta$ de ces deux équations sont égaux. On a donc

$$2750nm = 4\lambda$$
$$\lambda = 687,5nm$$

15. La figure nous montre que le troisième minimum (m =2) est à 11,5 mm du centre du maximum central. L'angle est

$$d \sin\theta = \left(m + \tfrac{1}{2}\right)\lambda$$
$$0,2\times10^{-3} m \sin\theta = \left(2 + \tfrac{1}{2}\right) 632\times10^{-9} m$$
$$\theta = 0,4526°$$

On a donc

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan 0,4526° = \frac{1,15cm}{L}$$
$$L = 145,6cm$$

16. Dans l'expérience de Young, on peut trouver la différence de marche avec le déphasage avec

$$\Delta\phi = -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi$$
$$2 = \left| -\frac{\Delta r}{450\times10^{-9} m} 2\pi \right|$$
$$\Delta r = 143,24nm$$

Comme la différence de marche est

$$\Delta r = d \sin\theta$$

on a

$$143,24\times10^{-9}m = 0,2\times10^{-3}m\sin\theta$$
$$\theta = 0,041°$$

La position se trouve alors avec

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan 0,041° = \frac{y}{240cm}$$
$$y = 0,1719cm$$

17. L'angle à 2 cm du maximum central est

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan\theta = \frac{2cm}{200cm}$$
$$\theta = 0,5729°$$

La différence de marche est alors

$$\begin{aligned}\Delta r &= d\sin\theta\\ &= 0,2\times10^{-3}m\sin 0,5729°\\ &= 1,9999\times10^{-6}m\end{aligned}$$

Le déphasage est alors

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi\\ &= -\frac{1,9999\times10^{-6}m}{600\times10^{-9}m}2\pi\\ &= -20,9429rad\end{aligned}$$

L'intensité est donc

$$\begin{aligned}I_{tot} &= 4I\cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\\ &= 1,0018I\end{aligned}$$

18. Si l'intensité est de 50% de l'intensité maximale, c'est qu'elle vaut

$$I_{tot} = 0{,}5 I_{\max} = 0{,}5 \times 4I = 2I$$

Le déphasage est donc

$$\begin{aligned} I_{tot} &= 4I \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \\ 2I &= 4I \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \\ \frac{1}{2} &= \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \\ \pm\frac{1}{\sqrt{2}} &= \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \\ \pm\frac{\pi}{4} &= \frac{\Delta\phi}{2} \end{aligned}$$

(En fait, il y a beaucoup d'autres réponses à un arccos, mais elles sont toutes plus grandes (en valeur absolue)). Comme on veut la plus petite distance du maximum central, on garde la plus petite valeur du déphasage. On a donc

$$\Delta\phi = \pm\frac{\pi}{2}$$

On a donc

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= -\frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi \\ \pm\frac{\pi}{2} &= -\frac{\Delta r}{500 \times 10^{-9} m} 2\pi \\ \Delta r &= \pm 125 nm \end{aligned}$$

L'angle est donc

$$\begin{aligned} \Delta r &= d \sin\theta \\ 125 \times 10^{-9} m &= 0{,}15 \times 10^{-3} m \sin\theta \\ \theta &= 0{,}04775° \end{aligned}$$

La position sur l'écran est donc

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$

$$\tan 0{,}04775° = \frac{y}{300cm}$$

$$y = 0{,}25cm$$

19. Trouvons premièrement la longueur d'onde du signal. Cette longueur d'onde est

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343\frac{m}{s}}{245Hz} = 1{,}4m$$

Les distances sont (en posant que l'onde 2 est celle qui se réfléchie sur le mur

$$r_1 = 6m$$

$$r_2 = 2\sqrt{(3m)^2 + (2m)^2}$$

La différence de marche est donc

$$\begin{aligned}\Delta r &= 2\sqrt{(3m)^2 + (2m)^2} - 6m \\ &= 1{,}211m\end{aligned}$$

et $\Delta\phi_T$ est

$$\begin{aligned}\Delta\phi_T &= -\frac{\Delta r}{\lambda}2\pi \\ &= -\frac{1{,}211m}{1{,}4m}2\pi \\ &= -5{,}435rad\end{aligned}$$

Le son réfléchi sur un mur étant inversé, $\Delta\phi_R$ est

$$\Delta\phi_R = \pi$$

Comme il n'y a pas de déphasage entre les sources, le déphasage total est

$$\Delta\phi = -5{,}435 + \pi = -2{,}294rad$$

Puisque A_2 = 0,7 A_1, l'intensité est

$$\begin{aligned}
I_{tot} &= I_1\left(1+2\tfrac{A_2}{A_1}\cos\left(\Delta\phi\right)+\tfrac{A_2^2}{A_1^2}\right)\\
&= I_1\left(1+2\tfrac{0,7A_1}{A_1}\cos\left(-2,294rad\right)+\tfrac{\left(0,7A_1\right)^2}{A_1^2}\right)\\
&= I_1\left(1+1,4\cos\left(-2,294rad\right)+0,49\right)\\
&= 0,5637I_1
\end{aligned}$$

L'intensité est donc 56,37% de l'intensité qu'il y aurait s'il y avait seulement l'onde qui arrive directement de la source.

20. On sait que l'intensité est donnée par

$$I_{tot} = I_A\left(1+2\tfrac{A_B}{A_A}\cos\left(\Delta\phi\right)+\tfrac{A_B^2}{A_A^2}\right)$$

Pour connaitre l'intensité totale, on doit donc connaitre le rapport des amplitudes et le déphasage.

Comme l'intensité est proportionnelle au carrée de l'amplitude, on a

$$\begin{aligned}
\frac{I_B}{I_A} &= \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2\\
\frac{\frac{P}{4\pi r_B^2}}{\frac{P}{4\pi r_A^2}} &= \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2\\
\frac{r_A^2}{r_B^2} &= \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2\\
\frac{r_A}{r_B} &= \frac{A_B}{A_A}
\end{aligned}$$

Le rapport des amplitudes est donc égal au rapport des distances. Ce rapport est

$$\frac{A_B}{A_A}=\frac{r_A}{r_B}$$
$$=\frac{300m}{\sqrt{(300m)^2+(200m)^2}}$$
$$=\frac{3}{\sqrt{13}}$$

Reste à trouver le déphasage. Comme il n'y a que le déphasage dû à la différence de distance, le déphasage est

$$\Delta\phi=-\frac{r_B-r_A}{\lambda}2\pi$$
$$=\frac{\sqrt{(300m)^2+(200m)^2}-300m}{3\times10^8\,\frac{m}{s}/100\,\text{MHz}}2\pi$$
$$=\frac{60,555m}{3m}2\pi$$
$$=126,826rad$$

Ainsi, l'intensité est

$$I_{tot}=I_A\left(1+2\tfrac{A_B}{A_A}\cos(\Delta\phi)+\tfrac{A_B^2}{A_A^2}\right)$$
$$=0,001\tfrac{W}{m^2}\left(1+2\cdot\tfrac{3}{\sqrt{13}}\cos(126,826rad)+\tfrac{9}{13}\right)$$
$$=0,002353\tfrac{W}{m^2}$$

21. Le déphasage entre les ondes est

$$\Delta\phi=\frac{4\pi e n_p}{\lambda}$$
$$=\frac{4\pi\cdot450nm\cdot1,3}{\lambda}$$
$$=\frac{2340nm\cdot\pi}{\lambda}$$

Avec de l'interférence destructive, on doit avoir

$$\Delta\phi=(2m+1)\pi$$

On a donc

$$\frac{2340nm\cdot\pi}{\lambda}=(2m+1)\pi$$
$$\lambda=\frac{2340nm}{2m+1}$$

Ce qui donne les valeurs suivantes.

m= 0	λ = 2340 nm
m= 1	λ = 780 nm
m= 2	λ = 468 nm
m= 3	λ = 334,3 nm

Dans le visible, seule la longueur d'onde de 468 nm est absente.

22. Le déphasage entre les ondes est

$$\begin{aligned}\Delta\phi&=\frac{4\pi en_p}{\lambda}\\&=\frac{4\pi\cdot 450nm\cdot 1,3}{\lambda}\\&=\frac{2340nm\cdot\pi}{\lambda}\end{aligned}$$

Avec de l'interférence constructive, on doit avoir

$$\Delta\phi=2m\pi$$

On a donc

$$\frac{2340nm\cdot\pi}{\lambda}=2m\pi$$
$$\lambda=\frac{1170nm}{m}$$

Ce qui donne les valeurs suivantes.

m= 1	λ = 1170 nm
m= 2	λ = 585 nm

$m = 3 \qquad \lambda = 390$ nm

Dans le visible, seule la longueur d'onde de 585 nm est fortement réfléchie.

23. a) Le déphasage entre les ondes est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{4\pi e n_p}{\lambda} + \pi \\ &= \frac{4\pi \cdot 250nm \cdot 1,6}{450nm} + \pi \\ &= 14,31 rad\end{aligned}$$

b) L'intensité est donc

$$\begin{aligned}I_{tot} &= 4I\cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \\ &= 4I\cos^2\left(\frac{14,31}{2}\right) \\ &= 1,65I\end{aligned}$$

La lumière est donc 1,65 fois plus forte par rapport à celle qu'il y aurait sans couche mince.

24. Le déphasage entre les ondes est

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{4\pi e n_p}{\lambda} + \pi \\ &= \frac{4\pi \cdot e \cdot 1,8}{550nm} + \pi \\ &= \frac{7,2 \cdot \pi \cdot e}{550nm} + \pi\end{aligned}$$

Avec de l'interférence constructive, on doit avoir

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

On a donc

$$\frac{7,2\cdot\pi\cdot e}{550nm}+\pi=2m\pi$$
$$\frac{7,2\cdot e}{550nm}+1=2m$$
$$e=\frac{550nm\left(2m-1\right)}{7,2}$$

On trouve l'épaisseur minimale avec m = 1. On a alors

$$e=\frac{550nm}{7,2}=76,39nm$$

25. Le déphasage entre les ondes est

$$\Delta\phi=\frac{4\pi en}{\lambda}+\pi$$

Pour la longueur d'onde renforcée (λ_1), il y a interférence constructive. La condition pour l'interférence constructive est

$$\Delta\phi=2m\pi$$

On a donc

$$\frac{4\pi en}{\lambda_1}+\pi=2m_1\pi$$

Si on isole l'épaisseur, on obtient

$$e=\frac{\left(2m_1-1\right)\lambda_1}{4n}=\frac{\left(2m_1-1\right)\cdot 638,4nm}{4\cdot 1,33}=\left(2m_1-1\right)120nm$$

En donnant des valeurs de 1, 2, 3, 4, 5…. à m_1, on a les épaisseurs possibles suivantes : 120 nm, 360 nm, 600 nm, 840 nm, 1080 nm.

Pour la longueur d'onde atténuée (λ_2), il y a interférence destructive. La condition pour l'interférence destructive est

$$\Delta\phi=\left(2m+1\right)\pi$$

On a donc

$$\frac{4\pi en}{\lambda_2}+\pi=(2m_2+1)\pi$$

Ce qui se simplifie à

$$\frac{4\pi en}{\lambda_2}=2m_2\pi$$

Si on isole l'épaisseur, on obtient

$$e=\frac{2m_2\lambda_1}{4n}=\frac{2m_2\cdot 478,8nm}{4\cdot 1,33}=m_2\times 180nm$$

En donnant des valeurs de 1, 2, 3, 4, 5…. à m_2, on a les épaisseurs possibles suivantes : 180 nm, 360 nm, 540 nm, 720 nm, 900 nm.

La plus petite épaisseur commune est donc 360 nm.

26. a) La valeur maximale de *m* est

$$m<\frac{d}{\lambda}=\frac{\frac{1}{300}\times 10^{-3}m}{650\times 10^{-9}m}=5,13$$

La valeur maximale de *m* est donc de 5. Il y a donc 11 maximums au total (les maximums *m* = 1 à *m* = 5 à droite, les maximums *m* = 1 à *m* = 5 à gauche et le maximum central).

b) L'angle du premier maximum est

$$d\sin\theta=m\lambda$$
$$\tfrac{1}{300}\times 10^{-3}m\sin\theta=1\cdot 650\times 10^{-9}m$$
$$\theta=11,24^\circ$$

La position est alors

$$\tan\theta=\frac{y}{L}$$
$$\tan 11,24^\circ=\frac{y}{240cm}$$
$$y=47,7cm$$

27. a) L'angle du premier maximum est

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$

$$\tan\theta = \frac{43,6cm}{100cm}$$

$$\theta = 23,56°$$

On a donc

$$d\sin\theta = m\lambda$$

$$\tfrac{1}{800}\times 10^{-3}m\cdot\sin 23,55° = 1\cdot\lambda$$

$$\lambda = 499,6nm$$

b) l'angle de deuxième maximum est

$$d\sin\theta = m\lambda$$

$$\tfrac{1}{800}\times 10^{-3}m\cdot\sin\theta = 2\cdot 499,6nm$$

$$\theta = 53,07°$$

La position est donc

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$

$$\tan 53,07° = \frac{y}{100cm}$$

$$y = 133,02cm$$

La distance entre le maximum d'ordre 2 et le maximum d'ordre 1 est donc

$$x = 133,02cm - 43,6cm = 89,42cm$$

c) La valeur maximale de *m* est

$$m < \frac{d}{\lambda} = \frac{\tfrac{1}{800}\times 10^{-3}m}{499,6\times 10^{-9}m} = 2,50$$

La valeur maximale de *m* est donc de 2. Il y a donc 5 maximums au total (les maximums m = 1 et m = 2 à droite, les maximums m = 1 et m = 2 à gauche et le maximum central).

28. Pour la première longueur d’onde, l’angle de premier maximum est

$$d\sin\theta = m\lambda$$
$$\tfrac{1}{300}\times 10^{-3}m\cdot\sin\theta = 1\cdot 589,0nm$$
$$\theta = 10,1776°$$

La position est donc

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan 10,1776° = \frac{y}{200cm}$$
$$y = 35,9050cm$$

Pour la deuxième longueur d’onde, l’angle de premier maximum est

$$d\sin\theta = m\lambda$$
$$\tfrac{1}{300}\times 10^{-3}m\cdot\sin\theta = 1\cdot 589,6nm$$
$$\theta = 10,1881°$$

La position est donc

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan 10,1881° = \frac{y}{200cm}$$
$$y = 35,9427cm$$

La distance entre ces maximums est donc

$$x = 35,9427cm - 35,9050cm = 0,0377cm$$

29. L’angle du premier maximum est

$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan\theta = \frac{35cm}{100cm}$$
$$\theta = 19,29°$$

On a donc

$$d\sin\theta = m\lambda$$
$$d\sin 19,29° = 1\cdot\lambda$$
$$\frac{\lambda}{d} = 0,3304$$

L'angle de deuxième maximum est

$$d\sin\theta = m\lambda$$
$$d\sin\theta = 2\lambda$$
$$\sin\theta = 2\frac{\lambda}{d}$$
$$\sin\theta = 0,6607$$
$$\theta = 41,35°$$

La position est donc

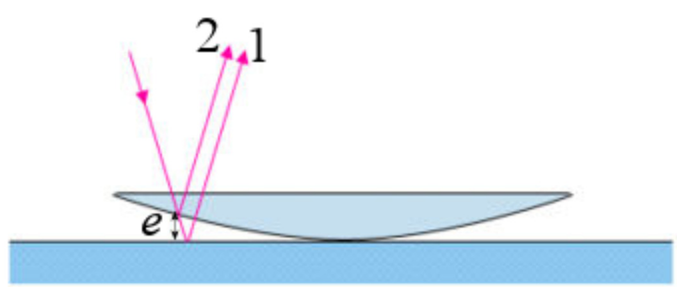
$$\tan\theta = \frac{y}{L}$$
$$\tan 41,35° = \frac{y}{100cm}$$
$$y = 88,02cm$$

30. Quand on a un anneau sombre, on a de l'interférence destructive. On a donc

$$\Delta\phi = (2m+1)\pi$$

Comme c'est une couche mince, le déphasage est

$$\Delta\phi = \frac{4\pi e n_p}{\lambda} + \Delta\phi_R$$



Comme l'onde 1 (celle qui fait le trajet le plus long) se propage dans l'air et se reflète sur un milieu d'indice plus grand (le verre), l'onde est inversée et elle subit un déphasage ($\phi_{R1} = \pi$). Comme l'onde 2 (celle qui fait le trajet le plus court) se propage dans le verre et se reflète sur un milieu d'indice plus petit (l'air), elle n'est pas inversée et ne subit pas de déphasage ($\phi_{R2} = 0$). $\Delta\phi_R$ est l'écart entre ces deux déphasages.

$$\begin{aligned}\Delta\phi_R &= 0-\pi \\ &= -\pi\end{aligned}$$

Le déphasage total est donc

$$\Delta\phi = \frac{4\pi e n_p}{\lambda} - \pi$$

Si on veut de l'interférence destructive, on a donc

$$\frac{4\pi e n_p}{\lambda} - \pi = (2m+1)\pi$$

Ce qui donne

$$\begin{aligned}\frac{4en_p}{\lambda} - 1 &= 2m+1 \\ \frac{4en_p}{\lambda} &= 2m+2 \\ e &= \frac{(2m+2)\lambda}{4n_p}\end{aligned}$$

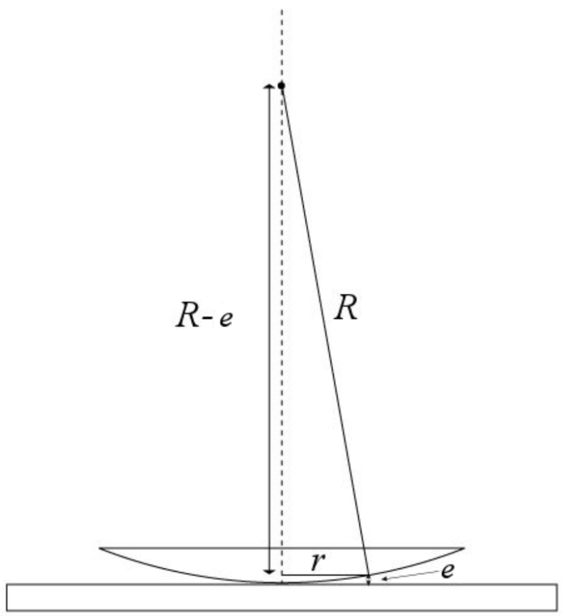
Comme l'indice de la couche est 1, on arrive à

$$\begin{aligned}e &= \frac{(2m+2)\lambda}{4} \\ &= \frac{(m+1)\lambda}{2}\end{aligned}$$

Les m inférieurs à -2 donne des épaisseurs négatives. m = -1 donne e = 0. C'est la tache sombre au milieu. La première frange sombre a m = 0, la deuxième frange sombre a m = 1 et la troisième frange sombre a m = 2. Ainsi, au troisième minimum, l'épaisseur est

$$\begin{aligned} e &= \frac{(2+1)\lambda}{2} \\ &= \frac{3\lambda}{2} \\ &= \frac{3 \cdot 600nm}{2} \\ &= 900nm \end{aligned}$$

Reste à trouver le rayon de cet anneau. On a alors



$$\begin{gathered} (R-e)^2 + r^2 = R^2 \\ \left(0,60m - 900\times10^{-9}m\right)^2 + r^2 = (0,60m)^2 \\ r^2 = (0,60m)^2 - \left(0,60m - 900\times10^{-9}m\right)^2 \\ r = 1,039mm \end{gathered}$$

tr.wikipedia.org/wiki/Newton_halkalar%C4%B1

31. a) L'intensité de la lumière avec *N* fentes est

$$I_N = I_1 \frac{\sin^2\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

Le maximum commence et se termine quand l'intensité est nulle. On a une intensité nulle quand le sinus au numérateur est nul (mais sans que le dénominateur soit nulle, car alors on a 0/0 qui ne fait pas 0). On a donc

$$\sin\left(\tfrac{N\Delta\phi}{2}\right)=0$$
$$\frac{N\Delta\phi}{2}=M\pi$$
$$\frac{\Delta\phi}{2}=\frac{M}{N}\pi$$

où M est un entier (mais qui ne peut pas être un nombre entier de N, car le dénominateur est alors nul et cela correspond au déphasage des grands maximums).

Le grand maximum d'ordre 1 est à

$$\frac{\Delta\phi}{2}=\pi$$

Cela signifie que le maximum au premier ordre se produit quand $M = N$. Le minimum qui précède est donc à $M = N - 1$ et celui qui suit est donc à $M = N + 1$. L'écart de différence de phase entre les deux minimums (qui est la largeur du maximum central) est donc

$$\frac{\Delta\phi_{\text{min après}}}{2}-\frac{\Delta\phi_{\text{min avant}}}{2}=\frac{N+1}{N}\pi-\frac{N-1}{N}\pi$$
$$\frac{\Delta\phi_{\text{min après}}}{2}-\frac{\Delta\phi_{\text{min avant}}}{2}=\frac{2\pi}{N}$$
$$\Delta\phi_{\text{min après}}-\Delta\phi_{\text{min avant}}=\frac{4\pi}{N}$$

Avec des fentes, le déphasage est

$$\Delta\phi=\frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi$$

On a donc

$$\frac{d\sin\theta_{\text{min après}}}{\lambda}2\pi-\frac{d\sin\theta_{\text{min avant}}}{\lambda}2\pi=\frac{4\pi}{N}$$
$$\sin\theta_{\text{min après}}-\sin\theta_{\text{min avant}}=\frac{2\lambda}{Nd}$$
$$\Delta(\sin\theta)=\frac{2\lambda}{Nd}$$

Puisque l'écart entre les angles est petit, on peut écrire

$$\begin{aligned}\Delta(\sin\theta) &= \frac{d\sin\theta}{d\theta}\Delta\theta \\ &= \cos\theta\Delta\theta\end{aligned}$$

L'angle est donc

$$\begin{aligned}\cos\theta\Delta\theta &= \frac{2\lambda}{Nd} \\ \Delta\theta &= \frac{2\lambda}{Nd\cos\theta}\end{aligned}$$

On voit bien que la largeur des maximums diminue avec *N*.

Note: On pourrait simplifier davantage puisque

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$$

Ainsi, on aurait pu écrire

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \frac{2\lambda}{Nd\cos\theta} \\ &= \frac{2\sin\theta}{N\cos\theta} \\ &= \frac{2\tan\theta}{N}\end{aligned}$$

b) Trouvons de combien change l'angle du maximum d'ordre 1 quand on change un peu la longueur d'onde. On cherche donc $\Delta\theta$ quand $\Delta\lambda$ est petit. On le trouve avec

$$\Delta\theta = \frac{d\theta}{d\lambda}\Delta\lambda$$

Puisque l'angle d'un maximum au premier ordre est donné par

$$d\sin\theta = \lambda$$

on a

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$$
$$\frac{d\sin\theta}{d\theta} = \frac{1}{d}\frac{d\lambda}{d\theta}$$
$$\cos\theta = \frac{1}{d}\frac{d\lambda}{d\theta}$$
$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{d\cos\theta}$$

On a donc

$$\Delta\theta = \frac{d\theta}{d\lambda}\Delta\lambda$$
$$\Delta\theta = \frac{1}{d\cos\theta}\Delta\lambda$$

Or, cet écart d'angle doit être (approximativement) supérieur ou égal à la moitié de la largeur du maximum central. On a donc

$$\frac{1}{d\cos\theta}\Delta\lambda \geq \frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$$

En simplifiant, on arrive à

$$\Delta\lambda \geq \frac{\lambda}{N}$$

Le nombre de fentes est donc

$$0,59nm \geq \frac{589,00nm}{N}$$
$$N \geq 998,3\,fentes$$

Approximativement, il faut 1000 fentes pour voir les maximums séparément.