

Solutionnaire du chapitre 6

1. a) Selon la loi de la réfraction, on a

$$\begin{aligned}n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2 \\n_x \sin(25^\circ) &= 1,33 \sin(48^\circ) \\n_x &= 2,34\end{aligned}$$

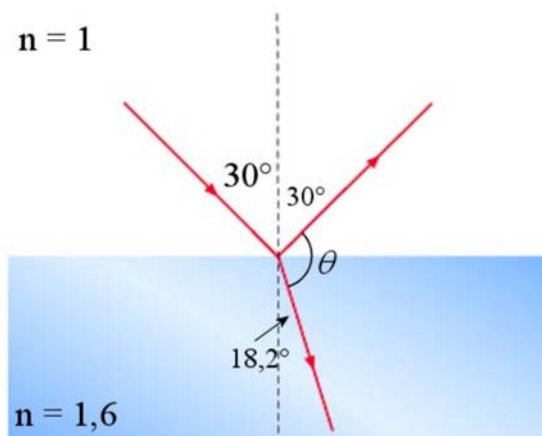
b) La vitesse de la lumière dans la substance X est

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{2,34} = 1,28 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

2. Trouvons premièrement l'angle de réfraction

$$\begin{aligned}n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2 \\1 \sin(30^\circ) &= 1,6 \sin \theta_2 \\ \theta_2 &= 18,21^\circ\end{aligned}$$

On a donc la situation suivante.



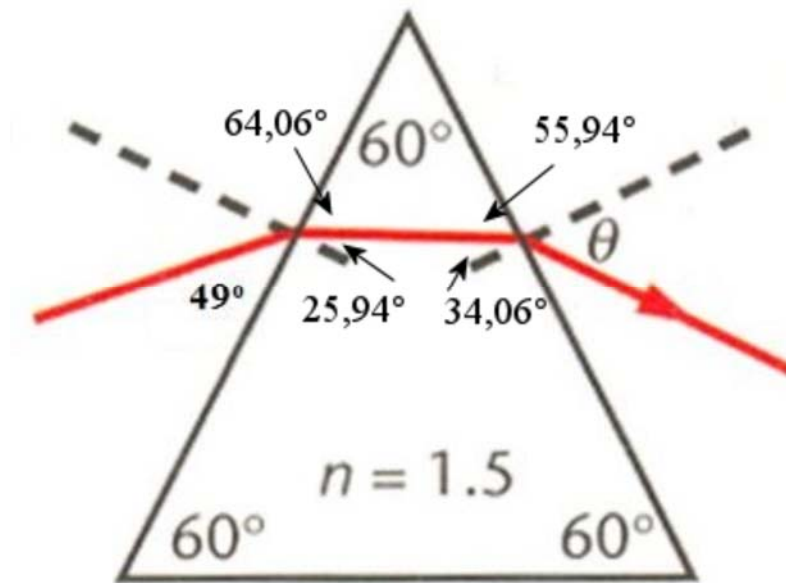
On doit alors avoir que

$$\begin{aligned}30^\circ + \theta + 18,21^\circ &= 180^\circ \\ \theta &= 131,79^\circ\end{aligned}$$

3. Avec la loi de la réfraction, on a

$$\begin{aligned}n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2 \\1 \sin(41^\circ) &= 1,5 \sin \theta_2 \\ \theta_2 &= 25,94^\circ\end{aligned}$$

On a alors



Voici comment on trouve ces angles.

$64,06^\circ$: on a cet angle parce que $25,94^\circ$ et $64,06^\circ$ doivent totaliser 90° .

$55,94^\circ$: On a cet angle parce que la somme des angles d'un triangle doit donner 180° . On doit donc avoir $64,06^\circ + 60^\circ + 55,94^\circ = 180^\circ$.

$34,06^\circ$: on a cet angle parce que $55,94^\circ$ et $34,06^\circ$ doivent totaliser 90° .

On reprend ensuite la loi de la réfraction pour trouver l'angle θ . On a alors

$$\begin{aligned}n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2 \\1,5 \sin(34,06^\circ) &= 1 \sin \theta \\ \theta &= 57,16^\circ\end{aligned}$$

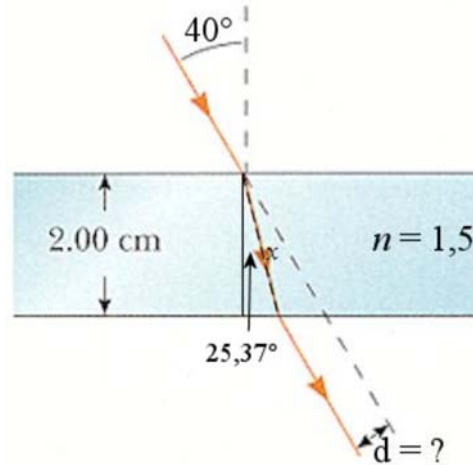
4. Trouvons premièrement l'angle de réfraction dans le verre.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$1 \sin(40^\circ) = 1,5 \sin \theta_2$$

$$\theta = 25,37^\circ$$

On a alors

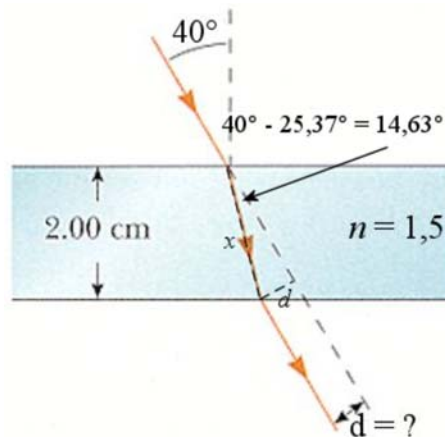


On trouve ensuite la longueur du rayon lumineux dans le verre (ligne en pointillée identifiée x). On la trouve avec

$$\cos 25,37 = \frac{2\text{cm}}{x}$$

$$x = 2,214\text{cm}$$

Finalement, on a un autre triangle rectangle. Avec les côtés x et d



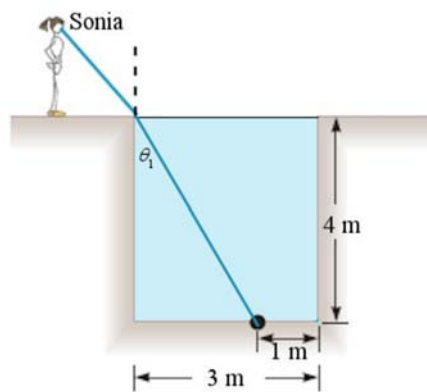
Avec ce triangle, on a

$$\sin(14,63^\circ) = \frac{d}{x}$$

$$\sin(14,63^\circ) = \frac{d}{2,21\text{cm}}$$

$$d = 0,559\text{cm}$$

5. Pour voir le point, on doit avoir, au pire, la situation suivante.

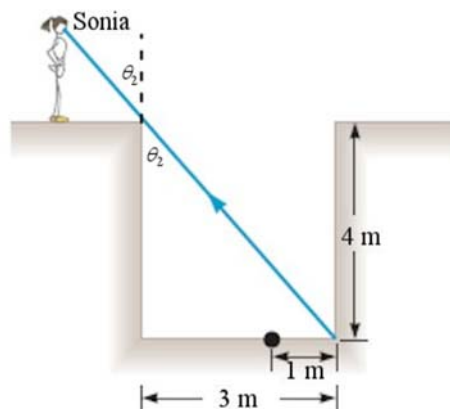


L'angle sur cette figure est

$$\tan \theta_1 = \frac{2\text{m}}{4\text{m}}$$

$$\theta_1 = 26,57^\circ$$

Il nous manque l'angle à l'extérieur du liquide. On trouve cet angle avec la situation initiale.

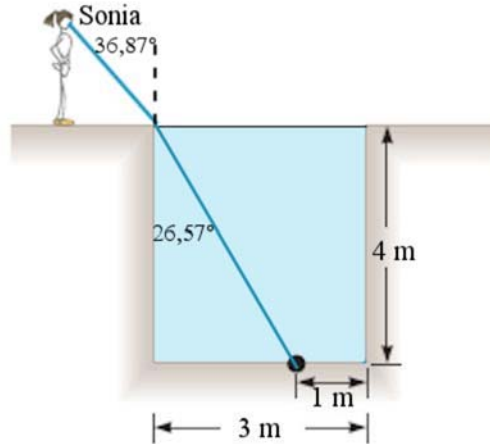


L'angle sur cette figure est

$$\tan \theta_2 = \frac{3m}{4m}$$

$$\theta_1 = 36,87^\circ$$

On a donc la situation suivante.



L'indice de réfraction doit donc être de

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n \sin(26,57^\circ) = 1 \sin 36,87^\circ$$

$$n = 1,342$$

6. Si l'angle critique est de 60° , alors on peut trouver l'indice de réfraction avec

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{n}{1,33}$$

$$n = 1,152$$

La vitesse de la lumière dans cette substance est donc

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{1,152} = 2,60 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

7. L'angle critique est

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin \theta_c = \frac{1}{1,5}$$

$$\theta_c = 41,81^\circ$$

Comme l'angle d'incidente est de 52° ($90^\circ - 38^\circ$), il y a réflexion totale puisque l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique.

8. L'angle critique est

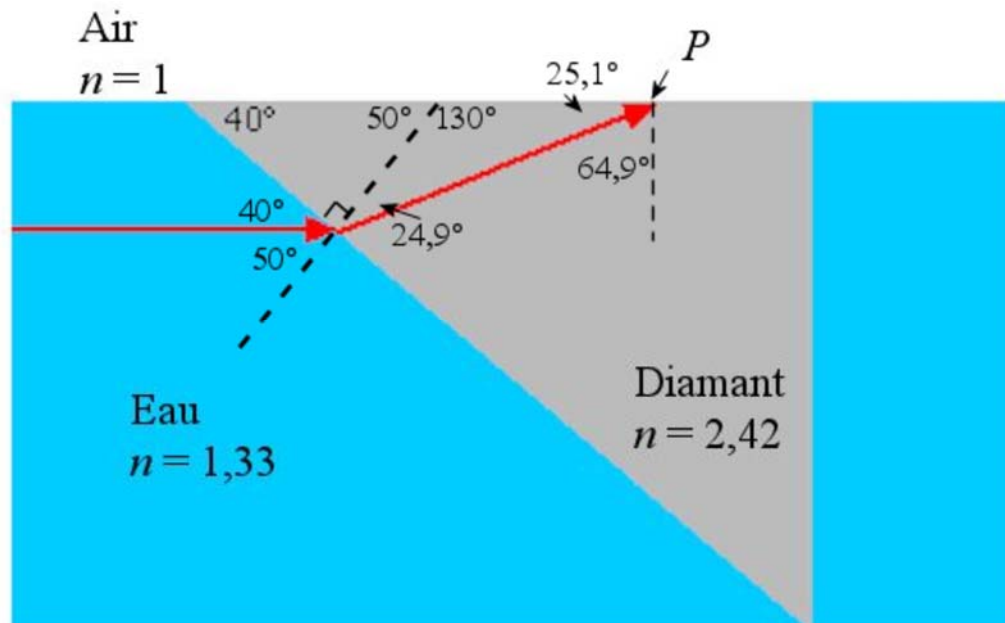
$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin \theta_c = \frac{1,5}{1}$$

θ_c n'existe pas

Comme il n'y a pas d'angle critique, il ne peut pas y avoir de réflexion totale.

9. On a les angles suivants.



Voici comment on trouve ces angles.

40° entre le rayon rouge et l'interface entre l'eau et le diamant.

Angle alterne-interne avec le 40° du morceau de diamant.

Angle d'incidence de 50° pour le rayon à l'interface eau-diamant.

40° et 50° doivent totaliser 90°.

Angle de réfraction de 24,9°.

Vient de

$$\begin{aligned}n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2 \\1,33 \sin(50^\circ) &= 2,42 \sin \theta_2 \\ \theta_2 &= 24,9^\circ\end{aligned}$$

Angle de 50° (au bout de la ligne pointillée, près de l'interface entre l'air et le diamant).

La somme des angles d'un triangle doit être de 180°.

On doit donc avoir $40^\circ + 90^\circ + 50^\circ = 180^\circ$.

Angle de 130°

La somme de l'angle de 50° et de l'angle de 130° doit donner 180° (angles supplémentaires).

Angle de 25,1°

La somme des angles d'un triangle doit être de 180°.

On doit donc avoir $130^\circ + 24,9^\circ + 25,1^\circ = 180^\circ$.

Angle de 64,9°

25,1° et 64,9° doivent totaliser 90°.

L'angle d'incidence du rayon est donc de 64,9°. Est-il plus grand que l'angle critique ? L'angle critique est

$$\begin{aligned}\sin \theta_c &= \frac{n_2}{n_1} \\ \sin \theta_c &= \frac{1}{2,42} \\ \theta_c &= 24,4^\circ\end{aligned}$$

Comme l'angle d'incidence est plus grand que l'angle critique, il y a réflexion totale au point P.

10. L'angle de réfraction du rouge est

$$\begin{aligned}n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2 \\1 \sin(80^\circ) &= 1,62 \sin \theta_2 \\ \theta_2 &= 37,44^\circ\end{aligned}$$

L'angle de réfraction du mauve est

$$\begin{aligned}n_1 \sin \theta_1 &= n_2 \sin \theta_2 \\1 \sin(80^\circ) &= 1,66 \sin \theta_2 \\ \theta_2 &= 36,39^\circ\end{aligned}$$

L'écart entre les deux est donc $37,44^\circ - 36,39^\circ = 1,05^\circ$.

11. On trouve la position de l'image avec

$$\begin{aligned}\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\ \frac{1,33}{10\text{cm}} + \frac{1}{q} &= \frac{1 - 1,33}{-20\text{cm}} \\ q &= -8,58\text{cm}\end{aligned}$$

L'image du poisson est donc à 8,58 cm derrière la paroi de l'aquarium.

12. On trouve la position de l'image avec

$$\begin{aligned}\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\ \frac{1,33}{10\text{cm}} + \frac{1}{q} &= \frac{1 - 1,33}{40\text{cm}} \\ q &= -7,08\text{cm}\end{aligned}$$

L'image du poisson est donc à 7,08 cm derrière la paroi de l'aquarium.

13. a) On trouve la position de l'image avec

$$\begin{aligned}\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\ \frac{1,5}{25\text{cm}} + \frac{1}{q} &= \frac{1 - 1,5}{-40\text{cm}} \\ q &= -21,05\text{cm}\end{aligned}$$

L'image de la tache rouge est donc à 21,05 cm sous le dessus du dôme de verre. La distance entre l'image et l'observateur est donc de 45 cm + 21,05 cm = 66,05 cm.

b) Le grandissement est

$$\begin{aligned}m &= -\frac{n_1 q}{n_2 p} \\ &= -\frac{1,5 \cdot (-21,05\text{cm})}{1 \cdot 25\text{cm}} \\ &= 1,263\end{aligned}$$

Le rayon de l'image est donc 1,263 fois plus grand que celui de l'objet. Il vaut donc

$$\begin{aligned}r &= 1,263 \cdot 2\text{cm} \\ &= 2,53\text{cm}\end{aligned}$$

14. Il y a deux surfaces.

Première surface (surface courbe)

La position de l'image se trouve avec

$$\begin{aligned}\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\ \frac{1}{5\text{cm}} + \frac{1,5}{q} &= \frac{1,5 - 1}{4\text{cm}} \\ q &= -20\text{cm}\end{aligned}$$

Le grandissement est

$$\begin{aligned}
 m &= -\frac{n_1 q}{n_2 p} \\
 &= -\frac{1 \cdot (-20 \text{ cm})}{1,5 \cdot 5 \text{ cm}} \\
 &= 2,667
 \end{aligned}$$

Deuxième surface (surface plane)

On se sert de l'image de la première surface comme objet pour la deuxième surface. Comme l'image est à 20 cm à gauche de la surface courbe, elle est à 36 cm de la surface plane. On a donc $p = 36 \text{ cm}$. La position de l'image finale est donc

$$\begin{aligned}
 \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\
 \frac{1,5}{36 \text{ cm}} + \frac{1}{q} &= \frac{1 - 1,5}{\infty} \\
 q &= -24 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

L'image est donc à 24 cm à gauche de la surface plane. Pour l'observateur, l'image est donc à 24 cm derrière la surface plane.

Le grandissement sur cette surface plane est

$$\begin{aligned}
 m &= -\frac{n_1 q}{n_2 p} \\
 &= -\frac{1,5 \cdot (-24 \text{ cm})}{1 \cdot 36 \text{ cm}} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Le grandissement total est donc

$$m_{\text{tot}} = m_1 \cdot m_2 = 2,667 \cdot 1 = 2,667$$

L'image finale est donc 2,667 fois plus grande que l'objet. Son diamètre est donc

$$y_i = 2,667 \times 1 \text{ cm} = 2,667 \text{ cm}$$

15. Il y a deux surfaces.Première surface (interface eau-verre)

La position de l'image se trouve avec

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{1,33}{4m} + \frac{1,5}{q} = \frac{1,5 - 1,33}{\infty}$$

$$q = -4,511m$$

Deuxième surface (interface verre-air)

On se sert de l'image de la première surface comme objet pour la deuxième surface. Comme l'image est à 4,511 m sous l'interface verre-eau, elle est à 7,511 m de l'interface verre-air. On a donc $p = 7,511$ m. La position de l'image finale est donc

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{1,5}{7,511m} + \frac{1}{q} = \frac{1 - 1,5}{\infty}$$

$$q = -5,01m$$

L'image est donc à 5,01 m sous l'interface verre-air. Pour l'observateur, l'image est donc à 5,01 m sous le dessus de la surface de verre.

16. a) La distance focale est (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1,6 - 1}{1} \left(\frac{1}{0,1m} - \frac{1}{-0,15m} \right)$$

$$f = 10cm$$

C'est donc une lentille convergente ayant une distance focale de 10 cm.

b) La distance focale est (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1,6 - 1}{1} \left(\frac{1}{0,1m} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$f = 16,7cm$$

C'est donc une lentille convergente ayant une distance focale de 16,7 cm.

c) La distance focale est (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1,6 - 1}{1} \left(\frac{1}{-0,1m} - \frac{1}{0,15m} \right)$$

$$f = -10cm$$

C'est donc une lentille divergente ayant une distance focale de 10 cm.

d) La distance focale est (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1,6 - 1}{1} \left(\frac{1}{-0,1m} - \frac{1}{-0,15m} \right)$$

$$f = -50cm$$

C'est donc une lentille divergente ayant une distance focale de 50 cm.

17. On a (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{-30cm} = \frac{1,62 - 1,33}{1,33} \left(\frac{1}{-10cm} - \frac{1}{R} \right)$$

$$R = 18,9cm$$

18. Pour le rouge, on a (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1,62 - 1}{1} \left(\frac{1}{30\text{cm}} - \frac{1}{-20\text{cm}} \right)$$

$$f = 19,35\text{cm}$$

Pour le mauve, on a (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1,67 - 1}{1} \left(\frac{1}{30\text{cm}} - \frac{1}{-20\text{cm}} \right)$$

$$f = 17,91\text{cm}$$

La distance entre les foyers est donc de 1,44 cm.

19. Dans l'air, on a

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{15\text{cm}} = \frac{1,6 - 1}{1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{9} \text{cm}^{-1}$$

Dans l'eau, on a donc

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1,6 - 1,33}{1,33} \cdot \frac{1}{9} \text{cm}^{-1}$$

$$f = 44,33\text{cm}$$

20. a) On a

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{4m} + \frac{1}{q} = \frac{1}{0,5m}$$

$$q = 57,1cm$$

b) Le grandissement est

$$m = \frac{-q}{p}$$

$$= -\frac{0,571m}{4m}$$

$$= -0,143$$

La grandeur de l'image est donc

$$y_i = m \cdot y_o$$

$$= -0,143 \cdot 1cm$$

$$= -0,143cm$$

Il s'agit donc d'une image inversée de 0,143 cm de haut.

21. a) On a

$$m = \frac{y_i}{y_o}$$

$$= \frac{-0,5cm}{1cm}$$

$$= -0,5$$

On a donc

$$m = \frac{-q}{p}$$

$$-0,5 = -\frac{q}{2m}$$

$$q = 1m$$

b) La distance focale est

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{2m} + \frac{1}{1m} = \frac{1}{f}$$

$$f = 66,6\text{cm}$$

22. a) Notons premièrement qu'on ne sait pas si l'image est virtuelle ou réelle. Il faudra essayer les deux possibilités. Puisque le grandissement est de +4, on a (avec une image réelle)

$$m = \frac{-q}{p}$$

$$4 = -\frac{20\text{cm}}{p}$$

$$p = -5\text{cm}$$

Cette réponse n'est pas possible puisque p ne peut pas être négatif dans cette situation. Avec une image virtuelle, on a

$$m = \frac{-q}{p}$$

$$4 = -\frac{-20\text{cm}}{p}$$

$$p = 5\text{cm}$$

Ce qui est une réponse acceptable. L'objet est donc à 5 cm de la lentille.

b) La distance focale est

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{5\text{cm}} + \frac{1}{-20\text{cm}} = \frac{1}{f}$$

$$f = 6,66\text{cm}$$

23. La distance focale de la lentille est

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1,5 - 1}{1} \left(\frac{1}{30\text{cm}} - \frac{1}{-25\text{cm}} \right)$$

$$f = 27,3\text{cm}$$

On trouve alors la position de l'image avec

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{40\text{cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{27,3\text{cm}}$$

$$q = 85,7\text{cm}$$

24. a) Avec un grandissement de -3, on a

$$m = \frac{-q}{p}$$

$$-3 = -\frac{q}{p}$$

$$q = 3p$$

On a donc

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{3p} = \frac{1}{25\text{cm}}$$

$$\frac{1}{p} \left(1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{25\text{cm}}$$

$$p = 33,3\text{cm}$$

b) Avec un grandissement de +3, on a

$$m = \frac{-q}{p}$$

$$3 = -\frac{q}{p}$$

$$q = -3p$$

On a donc

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{-3p} = \frac{1}{25\text{cm}}$$

$$\frac{1}{p} \left(1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{25\text{cm}}$$

$$p = 16,7\text{cm}$$

25. a) Avec un grandissement de -0,4, on a

$$m = \frac{-q}{p}$$

$$-0,4 = -\frac{q}{p}$$

$$q = 0,4p$$

On a donc

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{0,4p} = \frac{1}{-25\text{cm}}$$

$$\frac{1}{p} \left(1 + \frac{1}{0,4} \right) = \frac{1}{-25\text{cm}}$$

$$p = -87,5\text{cm}$$

C'est donc impossible.

b) Avec un grandissement de +0,4, on a

$$m = \frac{-q}{p}$$

$$0,4 = -\frac{q}{p}$$

$$q = -0,4p$$

On a donc

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{-0,4p} = \frac{1}{-25\text{cm}}$$

$$\frac{1}{p} \left(1 - \frac{1}{0,4} \right) = \frac{1}{-25\text{cm}}$$

$$p = 37,5\text{cm}$$

26. L'équation des lentilles minces donne

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2m-x} = \frac{1}{0,4m}$$

La solution de cette équation se trouve avec

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2m-x} = \frac{1}{0,4m}$$

$$\frac{2m-x}{x(2m-x)} + \frac{x}{x(2m-x)} = \frac{1}{0,4m}$$

$$\frac{2m-x+x}{x(2m-x)} = \frac{1}{0,4m}$$

$$\frac{2m}{x(2m-x)} = \frac{1}{0,4m}$$

$$2m \cdot 0,4m = x(2m-x)$$

$$0,8m^2 = 2m \cdot x - x^2$$

$$x^2 - 2m \cdot x + 0,8m^2 = 0$$

Les solutions de cette équation quadratique sont $x = 1,4472 \text{ m}$ et $x = 0,5528 \text{ m}$.

27. On va traiter une lentille à la fois.

Première lentille

Position de l'image

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{10\text{cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{12\text{cm}}$$

$$q = -60\text{cm}$$

Grandissement

$$m = -\frac{q}{p}$$

$$= -\frac{-60\text{cm}}{10\text{cm}}$$

$$= 6$$

Deuxième lentille

On utilise l'image de la première lentille comme objet pour la deuxième lentille. Avec une image à 60 cm à gauche de la première lentille, la distance entre cette image et la deuxième lentille est de 90 cm. On a donc $p = 90$ cm.

Position de l'image

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{90\text{cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{20\text{cm}}$$

$$q = 25,7\text{cm}$$

L'image finale est donc à 25,7 cm à droite de la lentille de droite.

Grandissement

$$m = -\frac{q}{p}$$

$$= -\frac{-25,7\text{cm}}{90\text{cm}}$$

$$= -0,286$$

Le grandissement total est donc

$$\begin{aligned}
 m_{tot} &= m_1 \cdot m_2 \\
 &= 6 \cdot -0,286 \\
 &= -1,714
 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned}
 y_i &= my_0 \\
 &= -1,714 \cdot 1cm \\
 &= -1,714cm
 \end{aligned}$$

L'image finale est donc inversée et a une grandeur de 1,714 cm.

28. On va traiter une lentille à la fois.

Première lentille

Position de l'image

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\
 \frac{1}{24cm} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{14cm} \\
 q &= 33,6cm
 \end{aligned}$$

Grandissement

$$\begin{aligned}
 m &= -\frac{q}{p} \\
 &= -\frac{33,6cm}{24cm} \\
 &= -1,4
 \end{aligned}$$

Deuxième lentille

On utilise l'image de la première lentille comme objet pour la deuxième lentille. Avec une image à 33,6 cm à gauche de la première lentille, la distance entre cette image et la deuxième lentille est de 8,6 cm. Comme l'objet est du côté où la lumière va, la valeur de p est négative. On a donc $p = -8,6$ cm.

Position de l'image

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{-8,6\text{cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{-7\text{cm}}$$

$$q = -37,625\text{cm}$$

L'image finale est donc à 37,625 cm à gauche de la lentille de droite.

Grandissement

$$m = -\frac{q}{p}$$

$$= -\frac{-37,625\text{cm}}{-8,6\text{cm}}$$

$$= -4,375$$

Le grandissement total est donc

$$m_{\text{tot}} = m_1 \cdot m_2$$

$$= -1,4 \cdot -4,375$$

$$= 6,125$$

La grandeur de l'image est donc

$$y_i = my_0$$

$$= 6,125 \cdot 2\text{cm}$$

$$= 12,25\text{cm}$$

L'image finale n'est donc pas inversée et a une grandeur de 12,25 cm.

29. On va traiter un objet (lentille ou miroir) à la fois

Premier passage dans la lentille (lumière va vers la droite)

Position de l'image

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{20\text{cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{15\text{cm}}$$

$$q = 60\text{cm}$$

Grandissement

$$m = -\frac{q}{p}$$

$$= -\frac{60\text{cm}}{20\text{cm}}$$

$$= -3$$

Miroir

On utilise l'image de la première lentille comme objet pour le miroir. Avec une image à 60 cm à droite de la lentille, la distance entre cette image et le miroir est de 15 cm. Comme l'objet se retrouve derrière le miroir, la valeur de p est négative. On a donc $p = -15$ cm.

Position de l'image

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{-15\text{cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{10\text{cm}}$$

$$q = 6\text{cm}$$

L'image est donc à 6 cm devant le miroir.

Grandissement

$$m = -\frac{q}{p}$$

$$= -\frac{6\text{cm}}{-15\text{cm}}$$

$$= 0,4$$

Deuxième passage dans la lentille (lumière va vers la gauche)

On utilise l'image du miroir comme objet pour la lentille. Avec une image à 6 cm devant le miroir, la distance entre cette image et le miroir est de 39 cm. On a donc $p = 39 \text{ cm}$

Position de l'image

$$\begin{aligned}\frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{39\text{cm}} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{15\text{cm}} \\ q &= 24,375\text{cm}\end{aligned}$$

L'image finale est donc à 24,375 cm à gauche de la lentille.

Grandissement

$$\begin{aligned}m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{24,375\text{cm}}{39\text{cm}} \\ &= -0,625\end{aligned}$$

Le grandissement total est donc

$$\begin{aligned}m_{\text{tot}} &= m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \\ &= -3 \cdot 0,4 \cdot -0,625 \\ &= 0,75\end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned}y_i &= my_0 \\ &= 0,75 \cdot 2\text{cm} \\ &= 1,5\text{cm}\end{aligned}$$

L'image finale n'est donc pas inversée et a une grandeur de 1,5 cm.

30. La distance focale équivalente des deux lentilles est

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{10cm} + \frac{1}{15cm}$$

$$f_{eq} = 6cm$$

On trouve donc la position de l'image avec

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{40cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{6cm}$$

$$q = 7,06cm$$

Le grandissement est

$$m = -\frac{q}{p}$$

$$= -\frac{7,06cm}{40cm}$$

$$= -0,176$$

La grandeur de l'image est donc

$$y_i = my_0$$

$$= -0,176 \cdot 3cm$$

$$= -0,529cm$$

L'image est donc inversée et a une grandeur de 0,529 cm.

31. a) La distance est

$$p = f$$

$$= 3cm$$

b) Le grossissement minimal est

$$\begin{aligned}
 G_{\min} &= \frac{d_{pp}}{f} \\
 &= \frac{20\text{cm}}{3\text{cm}} \\
 &= 6,67
 \end{aligned}$$

c) La distance est

$$\begin{aligned}
 p &= \frac{d_{pp}f}{d_{pp} + f} \\
 &= \frac{20\text{cm} \cdot 3\text{cm}}{20\text{cm} + 3\text{cm}} \\
 &= 2,61\text{cm}
 \end{aligned}$$

d) Le grossissement maximal est

$$\begin{aligned}
 G_{\max} &= 1 + \frac{d_{pp}}{f} \\
 &= 1 + \frac{20\text{cm}}{3\text{cm}} \\
 &= 7,67
 \end{aligned}$$

32. La puissance des lunettes est

$$\begin{aligned}
 P_v &= -\frac{1}{d_{pr}} \\
 &= -\frac{1}{5\text{m}} \\
 &= -0,2D
 \end{aligned}$$

33. La puissance des lunettes est

$$\begin{aligned}
 P_v &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}} \\
 &= \frac{1}{0,2\text{m}} - \frac{1}{0,45\text{m}} \\
 &= 2,78D
 \end{aligned}$$

34. a) Cette personne étant myope, la puissance des lunettes est

$$\begin{aligned} P_v &= -\frac{1}{d_{pr}} \\ &= -\frac{1}{2,4m} \\ &= -0,417D \end{aligned}$$

b) Sans lunettes, la puissance d'accommodation est

$$\begin{aligned} P_{acc} &= \frac{1}{d_{pp}} - \frac{1}{d_{pr}} \\ &= \frac{1}{0,18m} - \frac{1}{2,4m} \\ &= 5,139D \end{aligned}$$

Cette puissance reste la même avec des lunettes. On a donc

$$\begin{aligned} P_{acc} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d'_{pr}} \\ 5,139D &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{\infty} \\ d'_{pp} &= 0,1946m = 19,46cm \end{aligned}$$

Avec ses lunettes, cette personne voit donc bien de 19,46 cm jusqu'à l'infini.

35. a) Cette personne ne voyant pas de près, la puissance des lunettes est

$$\begin{aligned} P_v &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}} \\ &= \frac{1}{0,25m} - \frac{1}{0,5m} \\ &= 2D \end{aligned}$$

b) Comme la puissance d'accommodation est de 3 D, on a

$$P_{acc} = \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d'_{pr}}$$

$$3D = \frac{1}{0,25m} - \frac{1}{d'_{pr}}$$

$$d'_{pr} = 1m$$

Avec ses lunettes, cette personne voit donc bien de 25 cm jusqu'à 1 m.

- 36.** Avec ses lunettes de 2 D, le punctum proximum est à 45 cm. Trouvons où est le punctum proximum sans lunettes.

$$P_v = \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}}$$

$$2D = \frac{1}{0,45m} - \frac{1}{d_{pp}}$$

$$d_{pp} = 4,5m$$

Si on veut ramener le d_{pp} à 25 cm, on doit donc avoir

$$P_v = \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}}$$

$$= \frac{1}{0,25m} - \frac{1}{4,5m}$$

$$= 3,78D$$

- 37.** Si x est la distance entre l'objet et le foyer, alors la distance entre l'objet et la lentille est

$$p = f + x$$

(Si l'objet est entre le foyer et la lentille, x est négatif.)

Si x' est la distance entre l'image et l'autre foyer, alors la distance entre la lentille et l'image est

$$q = f + x'$$

(Si l'objet est entre le foyer et la lentille, x' est négatif.)

On a donc

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{f+x} + \frac{1}{f+x'} &= \frac{1}{f} \\ \frac{f+x'}{(f+x)(f+x')} + \frac{f+x}{(f+x)(f+x')} &= \frac{1}{f} \\ \frac{2f+x+x'}{(f+x)(f+x')} &= \frac{1}{f} \\ f(2f+x+x') &= (f+x)(f+x') \\ 2f^2 + fx + fx' &= f^2 + fx + fx' + x \cdot x' \\ 2f^2 &= f^2 + x \cdot x' \\ f^2 &= x \cdot x' \end{aligned}$$

Et voilà.

- 38.** Si x est la distance entre l'objet et la lentille, alors la distance entre l'image et la lentille est

$$q = L - x$$

L'équation des lentilles est donc

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x} = \frac{1}{f}$$

Trouvons la valeur de x .

$$\begin{aligned} \frac{L-x}{x(L-x)} + \frac{x}{x(L-x)} &= \frac{1}{f} \\ \frac{L}{x(L-x)} &= \frac{1}{f} \\ Lf &= x(L-x) \\ Lf &= xL - x^2 \\ x^2 - xL + Lf &= 0 \end{aligned}$$

La solution de cette équation est

$$x = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4Lf}}{2}$$

Pour qu'il y ait une solution, il faut que l'expression qu'il y a dans la racine soit positive. On doit donc avoir

$$\begin{aligned} L^2 - 4Lf &\geq 0 \\ L^2 &\geq 4Lf \\ L &\geq 4f \end{aligned}$$

Et voilà.

39. Quand $p = 36,8$ cm, l'image est à la distance q . On a alors

$$\frac{1}{36,8\text{cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Quand $p = 36$ cm, l'image est à la distance à $q + 3$ cm. On a alors

$$\frac{1}{36\text{cm}} + \frac{1}{q+3\text{cm}} = \frac{1}{f}$$

On a deux équations et deux inconnus. On trouve q avec

$$\frac{1}{36,8\text{cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{36\text{cm}} + \frac{1}{q+3\text{cm}}$$

Si on isole q , on a

$$\begin{aligned} \frac{1}{q} - \frac{1}{q+3cm} &= \frac{1}{36cm} - \frac{1}{36,8cm} \\ \frac{1}{q} - \frac{1}{q+3cm} &= \frac{1}{1656cm} \\ \frac{q+3cm}{q(q+3cm)} - \frac{q}{q(q+3cm)} &= \frac{1}{1656cm} \\ \frac{3cm}{q(q+3cm)} &= \frac{1}{1656cm} \\ 4968cm^2 &= q(q+3cm) \\ 4968cm^2 &= q^2 + q \cdot 3cm \\ q^2 + q \cdot 3cm - 4968cm^2 &= 0 \end{aligned}$$

Les solutions de cette équation sont

$$\begin{aligned} q &= \frac{-3cm \pm \sqrt{(3cm)^2 + 4 \cdot 4968cm^2}}{2} \\ q &= \frac{-3cm \pm \sqrt{19\,881cm^2}}{2} \\ q &= \frac{-3cm \pm 141cm}{2} \end{aligned}$$

Puisque l'image est réelle, q doit être positif. La seule solution positive est

$$\begin{aligned} q &= \frac{-3cm + 141cm}{2} \\ &= 69cm \end{aligned}$$

Ainsi, la distance focale est

$$\begin{aligned} \frac{1}{36,8cm} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{36,8cm} + \frac{1}{69cm} &= \frac{1}{f} \\ f &= 24cm \end{aligned}$$