Solutionnaire du chapitre 6

1. a) Selon la loi de la réfraction, on a

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$n_X \sin(25°) = 1{,}33\sin(48°)$$
$$n_X = 2{,}34$$

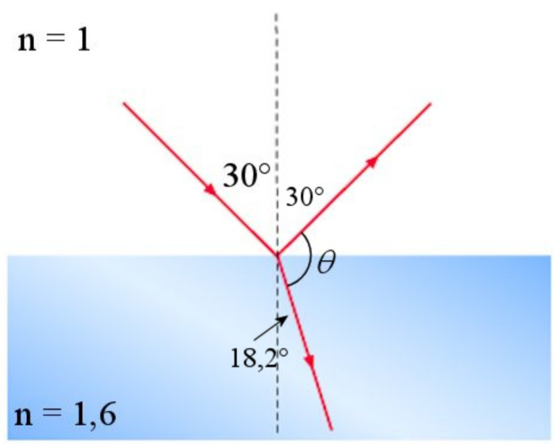
b) La vitesse de la lumière dans la substance X est

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3\times10^8 \frac{m}{s}}{2{,}34} = 1{,}28\times10^8 \frac{m}{s}$$

2. Trouvons premièrement l'angle de réfraction

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1\sin(30°) = 1{,}6\sin\theta_2$$
$$\theta_2 = 18{,}21°$$

On a donc la situation suivante.



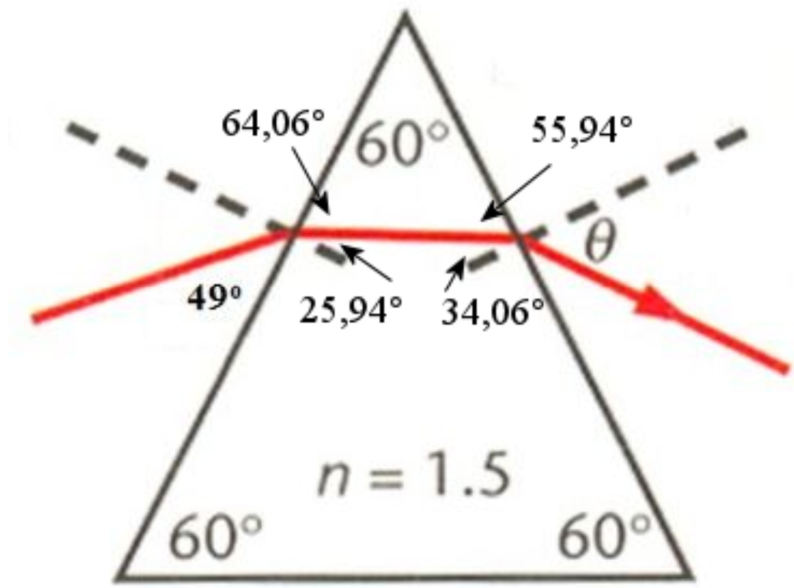
On doit alors avoir que

$$30° + \theta + 18{,}21° = 180°$$
$$\theta = 131{,}79°$$

3. Avec la loi de la réfraction, on a

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1\sin(41°) = 1,5\sin\theta_2$$
$$\theta_2 = 25,94°$$

On a alors



Voici comment on trouve ces angles.

64,06° : on a cet angle parce que 25,94° et 64,06° doivent totaliser 90°.

55,94° : On a cet angle parce que la somme des angles d'un triangle doit donner 180°. On doit donc avoir 64,06°+60°+55,94° = 180°.

34,06° : on a cet angle parce que 55,94° et 34,06° doivent totaliser 90°.

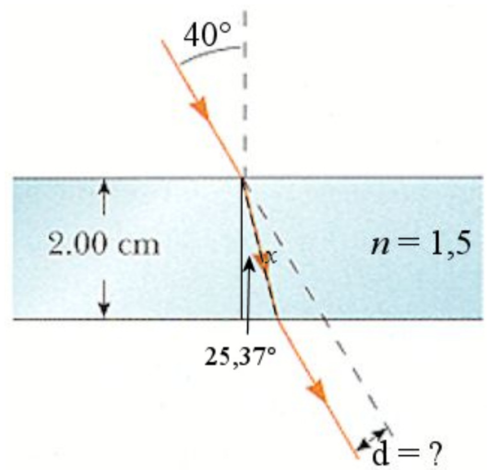
On reprend ensuite la loi de la réfraction pour trouver l'angle θ. On a alors

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1,5\sin(34,06°) = 1\sin\theta$$
$$\theta = 57,16°$$

4. Trouvons premièrement l'angle de réfraction dans le verre.

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1\sin(40°) = 1,5\sin\theta_2$$
$$\theta = 25,37°$$

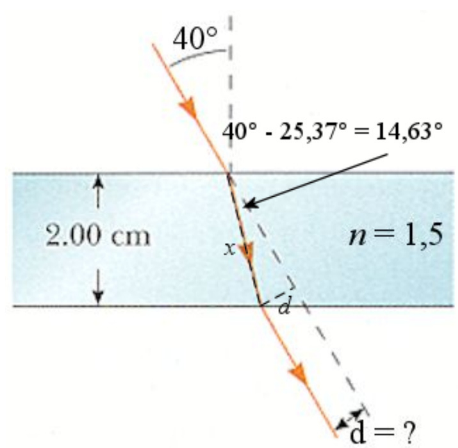
On a alors



On trouve ensuite la longueur du rayon lumineux dans le verre (ligne en pointillée identifiée *x*). On la trouve avec

$$\cos 25,37 = \frac{2cm}{x}$$
$$x = 2,214cm$$

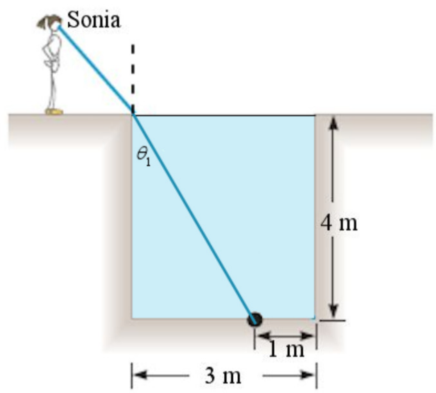
Finalement, on a un autre triangle rectangle. Avec les côtés *x* et *d*



Avec ce triangle, on a

$$\sin(14,63°) = \frac{d}{x}$$
$$\sin(14,63°) = \frac{d}{2,21cm}$$
$$d = 0,559cm$$

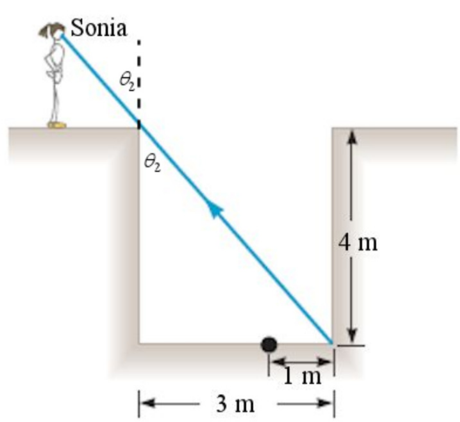
5. Pour voir le point, on doit avoir, au pire, la situation suivante.



L'angle sur cette figure est

$$\tan\theta_1 = \frac{2m}{4m}$$
$$\theta_1 = 26,57°$$

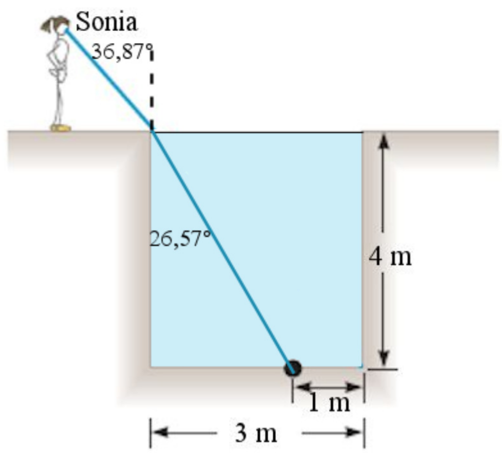
Il nous manque l'angle à l'extérieur du liquide. On trouve cet angle avec la situation initiale.



L'angle sur cette figure est

$$\tan\theta_2 = \frac{3m}{4m}$$
$$\theta_1 = 36,87°$$

On a donc la situation suivante.



L'indice de réfraction doit donc être de

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$n \sin(26,57°) = 1 \sin 36,87°$$
$$n = 1,342$$

6. Si l'angle critique est de 60°, alors on peut trouver l'indice de réfraction avec

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin 60° = \frac{n}{1,33}$$
$$n = 1,152$$

La vitesse de la lumière dans cette substance est donc

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3\times10^8 \frac{m}{s}}{1,152} = 2,60\times10^8 \tfrac{m}{s}$$

7. L'angle critique est

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin\theta_c = \frac{1}{1,5}$$
$$\theta_c = 41,81°$$

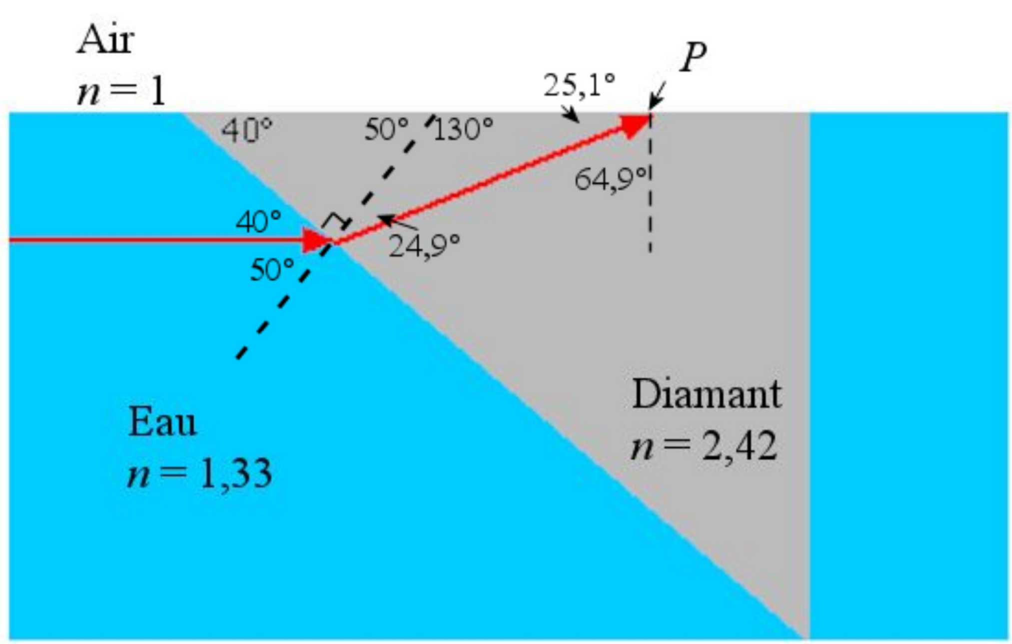
Comme l'angle d'incidente est de 52° (90° - 38°), il y a réflexion totale puisque l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique.

8. L'angle critique est

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin\theta_c = \frac{1,5}{1}$$
$$\theta_c \text{ n'existe pas}$$

Comme il n'y a pas d'angle critique, il ne peut pas y avoir de réflexion totale.

9. On a les angles suivants.



Voici comment on trouve ces angles.

40° entre le rayon rouge et l'interface entre l'eau et le diamant.
Angle alterne-interne avec le 40° du morceau de diamant.

Angle d'incidence de 50° pour le rayon à l'interface eau-diamant.
40° et 50° doivent totaliser 90°.

Angle de réfraction de 24,9°.
Vient de

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$1,33\sin(50°) = 2,42\sin\theta_2$$
$$\theta_2 = 24,9°$$

Angle de 50° (au bout de la ligne pointillée, près de l'interface entre l'air et le diamant).
La somme des angles d'un triangle doit être de 180°.
On doit donc avoir 40° + 90° + 50° = 180°.

Angle de 130°
La somme de l'angle de 50° et de l'angle de 130° doit donner 180° (angles supplémentaires.

Angle de 25,1°

La somme des angles d'un triangle doit être de 180°.
On doit donc avoir 130° + 24,9° + 25,1° = 180°.

Angle de 64,9°
25,1° et 64,9° doivent totaliser 90°.

L'angle d'incidence du rayon est donc de 64,9°. Est-il plus grand que l'angle critique ? L'angle critique est

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin\theta_c = \frac{1}{2,42}$$
$$\theta_c = 24,4°$$

Comme l'angle d'incidence est plus grand que l'angle critique, il y a réflexion totale au point P.

10. L'angle de réfraction du rouge est

$$
\begin{aligned}
n_1 \sin\theta_1 &= n_2 \sin\theta_2 \\
1\sin(80°) &= 1{,}62\sin\theta_2 \\
\theta_2 &= 37{,}44°
\end{aligned}
$$

L'angle de réfraction du mauve est

$$
\begin{aligned}
n_1 \sin\theta_1 &= n_2 \sin\theta_2 \\
1\sin(80°) &= 1{,}66\sin\theta_2 \\
\theta_2 &= 36{,}39°
\end{aligned}
$$

L'écart entre les deux est donc 37,44° - 36,39° = 1,05°.

11. On trouve la position de l'image avec

$$
\begin{aligned}
\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\
\frac{1{,}33}{10cm} + \frac{1}{q} &= \frac{1-1{,}33}{-20cm} \\
q &= -8{,}58cm
\end{aligned}
$$

L'image du poisson est donc à 8,58 cm derrière la paroi de l'aquarium.

12. On trouve la position de l'image avec

$$
\begin{aligned}
\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\
\frac{1{,}33}{10cm} + \frac{1}{q} &= \frac{1-1{,}33}{40cm} \\
q &= -7{,}08cm
\end{aligned}
$$

L'image du poisson est donc à 7,08 cm derrière la paroi de l'aquarium.

13. a) On trouve la position de l'image avec

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$\frac{1,5}{25cm}+\frac{1}{q}=\frac{1-1,5}{-40cm}$$
$$q=-21,05cm$$

L'image de la tache rouge est donc à 21,05 cm sous le dessus du dôme de verre. La distance entre l'image et l'observateur est donc de 45 cm + 21,05 cm = 66,05 cm.

b) Le grandissement est

$$\begin{aligned} m &= -\frac{n_1 q}{n_2 p} \\ &= -\frac{1,5\cdot(-21,05cm)}{1\cdot 25cm} \\ &= 1,263 \end{aligned}$$

Le rayon de l'image est donc 1,263 fois plus grand que celui de l'objet. Il vaut donc

$$\begin{aligned} r &= 1,263\cdot 2cm \\ &= 2,53cm \end{aligned}$$

14. Il y a deux surfaces.

Première surface (surface courbe)

La position de l'image se trouve avec

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$\frac{1}{5cm}+\frac{1,5}{q}=\frac{1,5-1}{4cm}$$
$$q=-20cm$$

Le grandissement est

$$\begin{aligned} m &= -\frac{n_1 q}{n_2 p} \\ &= -\frac{1 \cdot (-20cm)}{1,5 \cdot 5cm} \\ &= 2,667 \end{aligned}$$

<u>Deuxième surface (surface plane)</u>

On se sert de l'image de la première surface comme objet pour la deuxième surface. Comme l'image est à 20 cm à gauche de la surface courbe, elle est à 36 cm de la surface plane. On a donc p = 36 cm. La position de l'image finale est donc

$$\begin{gathered} \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \\ \frac{1,5}{36cm} + \frac{1}{q} = \frac{1-1,5}{\infty} \\ q = -24cm \end{gathered}$$

L'image est donc à 24 cm à gauche de la surface plane. Pour l'observateur, l'image est donc à 24 cm derrière la surface plane.

Le grandissement sur cette surface plane est

$$\begin{aligned} m &= -\frac{n_1 q}{n_2 p} \\ &= -\frac{1,5 \cdot (-24cm)}{1 \cdot 36cm} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Le grandissement total est donc

$$m_{tot} = m_1 \cdot m_2 = 2,667 \cdot 1 = 2,667$$

L'image finale est donc 2,667 fois plus grande que l'objet. Son diamètre est donc

$$y_i = 2,667 \text{ x } 1 \text{ cm} = 2,667 \text{ cm}$$

15. Il y a deux surfaces.

<u>Première surface (interface eau-verre)</u>

La position de l'image se trouve avec

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$\frac{1,33}{4m}+\frac{1,5}{q}=\frac{1,5-1,33}{\infty}$$
$$q=-4,511m$$

<u>Deuxième surface (interface verre-air)</u>

On se sert de l'image de la première surface comme objet pour la deuxième surface. Comme l'image est à 4,511 m sous l'interface verre-eau, elle est à 7,511 m de l'interface verre-air. On a donc p = 7,511 m. La position de l'image finale est donc

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$
$$\frac{1,5}{7,511m}+\frac{1}{q}=\frac{1-1,5}{\infty}$$
$$q=-5,01m$$

L'image est donc à 5,01 m sous l'interface verre-air. Pour l'observateur, l'image est donc à 5,01 m sous le dessus de la surface de verre.

16. a) On a

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{4m}+\frac{1}{q}=\frac{1}{0,5m}$$
$$q=57,1cm$$

b) Le grandissement est

$$\begin{aligned} m &= \frac{-q}{p} \\ &= -\frac{0,571m}{4m} \\ &= -0,143 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned} y_i &= m \cdot y_0 \\ &= -0,143 \cdot 1cm \\ &= -0,143cm \end{aligned}$$

Il s'agit donc d'une image inversée de 0,143 cm de haut.

17. a) On a

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_i}{y_o} \\ &= \frac{-0,5cm}{1cm} \\ &= -0,5 \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} m &= \frac{-q}{p} \\ -0,5 &= -\frac{q}{2m} \\ q &= 1m \end{aligned}$$

b) La distance focale est

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{2m} + \frac{1}{1m} &= \frac{1}{f} \\ f &= 66,6cm \end{aligned}$$

18. a) Notons premièrement qu'on ne sait pas si l'image est virtuelle ou réelle. Il faudra essayer les deux possibilités. Puisque le grandissement est de +4, on a (avec une image réelle)

$$m = \frac{-q}{p}$$
$$4 = -\frac{20cm}{p}$$
$$p = -5cm$$

Cette réponse n'est pas possible puisque p ne peut pas être négatif dans cette situation. Avec une image virtuelle, on a

$$m = \frac{-q}{p}$$
$$4 = -\frac{-20cm}{p}$$
$$p = 5cm$$

Ce qui est une réponse acceptable. L'objet est donc à 5 cm de la lentille.

b) La distance focale est

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{5cm} + \frac{1}{-20cm} = \frac{1}{f}$$
$$f = 6,66cm$$

19. a) Avec un grandissement de -3, on a

$$m = \frac{-q}{p}$$
$$-3 = -\frac{q}{p}$$
$$q = 3p$$

On a donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{3p}=\frac{1}{25cm}$$
$$\frac{1}{p}\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{25cm}$$
$$p=33,3cm$$

b) Avec un grandissement de +3, on a

$$m=\frac{-q}{p}$$
$$3=-\frac{q}{p}$$
$$q=-3p$$

On a donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{-3p}=\frac{1}{25cm}$$
$$\frac{1}{p}\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{25cm}$$
$$p=16,7cm$$

20. a) Avec un grandissement de -0,4, on a

$$m=\frac{-q}{p}$$
$$-0,4=-\frac{q}{p}$$
$$q=0,4p$$

On a donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{0,4p}=\frac{1}{-25cm}$$
$$\frac{1}{p}\left(1+\frac{1}{0,4}\right)=\frac{1}{-25cm}$$
$$p=-87,5cm$$

C'est donc impossible.

b) Avec un grandissement de +0,4, on a

$$m=\frac{-q}{p}$$
$$0,4=-\frac{q}{p}$$
$$q=-0,4p$$

On a donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{-0,4p}=\frac{1}{-25cm}$$
$$\frac{1}{p}\left(1-\frac{1}{0,4}\right)=\frac{1}{-25cm}$$
$$p=37,5cm$$

21. L'équation des lentilles minces donne

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{2m-x}=\frac{1}{0,4m}$$

La solution de cette équation se trouve avec

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{2m-x}=\frac{1}{0,4m}$$
$$\frac{2m-x}{x(2m-x)}+\frac{x}{x(2m-x)}=\frac{1}{0,4m}$$
$$\frac{2m-x+x}{x(2m-x)}=\frac{1}{0,4m}$$
$$\frac{2m}{x(2m-x)}=\frac{1}{0,4m}$$
$$2m\cdot 0,4m=x(2m-x)$$
$$0,8m^2=2m\cdot x-x^2$$
$$x^2-2m\cdot x+0,8m^2=0$$

Les solutions de cette équation quadratique sont x = 1,4472 m et x = 0,5528 m.

22. On va traiter une lentille à la fois.

Première lentille

Position de l'image

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{10cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{12cm}$$
$$q=-60cm$$

Grandissement

$$\begin{aligned} m&=-\frac{q}{p}\\ &=-\frac{-60cm}{10cm}\\ &=6 \end{aligned}$$

Deuxième lentille

On utilise l'image de la première lentille comme objet pour la deuxième lentille. Avec une image à 60 cm à gauche de la première lentille, la distance entre cette image et la deuxième lentille est de 90 cm. On a donc p = 90 cm.

Position de l'image

$$\begin{aligned} \frac{1}{p}+\frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{90cm}+\frac{1}{q} &= \frac{1}{20cm} \\ q &= 25,7cm \end{aligned}$$

L'image finale est donc à 25,7 cm à droite de la lentille de droite.

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{-25,7cm}{90cm} \\ &= -0,286 \end{aligned}$$

Le grandissement total est donc

$$\begin{aligned} m_{tot} &= m_1 \cdot m_2 \\ &= 6 \cdot -0,286 \\ &= -1,714 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned} y_i &= my_0 \\ &= -1,714 \cdot 1cm \\ &= -1,714cm \end{aligned}$$

L'image finale est donc inversée et a une grandeur de 1,714 cm.

23. On va traiter une lentille à la fois.

Première lentille

Position de l'image

$$\begin{aligned} \frac{1}{p}+\frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{24cm}+\frac{1}{q} &= \frac{1}{14cm} \\ q &= 33,6cm \end{aligned}$$

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{-33,6cm}{24cm} \\ &= -1,4 \end{aligned}$$

<u>*Deuxième lentille*</u>

On utilise l'image de la première lentille comme objet pour la deuxième lentille. Avec une image à 33,6 cm à gauche de la première lentille, la distance entre cette image et la deuxième lentille est de 8,6 cm. Comme l'objet est du côté où la lumière va, la valeur de p est négative. On a donc p = -8,6 cm.

Position de l'image

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{-8,6cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{-7cm}$$

$$q=-37,625cm$$

L'image finale est donc à 37,625 cm à gauche de la lentille de droite.

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{-37,625cm}{-8,6cm} \\ &= -4,375 \end{aligned}$$

Le grandissement total est donc

$$\begin{aligned} m_{tot} &= m_1 \cdot m_2 \\ &= -1,4 \cdot -4,375 \\ &= 6,125 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned} y_i &= my_0 \\ &= 6{,}125 \cdot 2cm \\ &= 12{,}25cm \end{aligned}$$

L'image finale n'est donc pas inversée et a une grandeur de 12,25 cm.

24. On va traiter un objet (lentille ou miroir) à la fois

Premier passage dans la lentille (lumière va vers la droite)

Position de l'image

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{20cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{15cm}$$
$$q=60cm$$

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{60cm}{20cm} \\ &= -3 \end{aligned}$$

Miroir

On utilise l'image de la première lentille comme objet pour le miroir. Avec une image à 60 cm à droite de la lentille, la distance entre cette image et le miroir est de 15 cm. Comme l'objet se retrouve derrière le miroir, la valeur de p est négative. On a donc p = -15 cm.

Position de l'image

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{-15cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{10cm}$$
$$q=6cm$$

L'image est donc à 6 cm devant le miroir.

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{6cm}{-15cm} \\ &= 0,4 \end{aligned}$$

Deuxième passage dans la lentille (lumière va vers la gauche)

On utilise l'image du miroir comme objet pour la lentille. Avec une image à 6 cm devant le miroir, la distance entre cette image et le miroir est de 39 cm. On a donc p = 39 cm

Position de l'image

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \\ \frac{1}{39cm} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{15cm} \\ q &= 24,375cm \end{aligned}$$

L'image finale est donc à 24,375 cm à gauche de la lentille.

Grandissement

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{24,375cm}{39cm} \\ &= -0,625 \end{aligned}$$

Le grandissement total est donc

$$\begin{aligned} m_{tot} &= m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \\ &= -3 \cdot 0,4 \cdot -0,625 \\ &= 0,75 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned} y_i &= m y_0 \\ &= 0,75 \cdot 2cm \\ &= 1,5cm \end{aligned}$$

L'image finale n'est donc pas inversée et a une grandeur de 1,5 cm.

25. a) La distance focale est (en supposant que la lumière passe de gauche à droite à travers la lentille)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1,6-1}{1}\left(\frac{1}{0,1m} - \frac{1}{-0,15m}\right)$$
$$f = 10cm$$

C'est donc une lentille convergente ayant une distance focale de 10 cm.

b) La distance focale est (en supposant que la lumière passe de gauche à droite à travers la lentille)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1,6-1}{1}\left(\frac{1}{0,1m} - \frac{1}{\infty}\right)$$
$$f = 16,7cm$$

C'est donc une lentille convergente ayant une distance focale de 16,7 cm.

c) La distance focale est (en supposant que la lumière passe de gauche à droite à travers la lentille)

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1,6-1}{1}\left(\frac{1}{-0,1m} - \frac{1}{0,15m}\right)$$
$$f = -10cm$$

C'est donc une lentille divergente ayant une distance focale de 10 cm.

d) La distance focale est (en supposant que la lumière passe de gauche à droite à travers la lentille)

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f}=\frac{1,6-1}{1}\left(\frac{1}{-0,1m}-\frac{1}{-0,15m}\right)$$
$$f=-50cm$$

C'est donc une lentille divergente ayant une distance focale de 50 cm.

26. On a (en supposant que la lumière passe de gauche à droite à travers la lentille)

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{-30cm}=\frac{1,62-1,33}{1,33}\left(\frac{1}{-10cm}-\frac{1}{R}\right)$$
$$R=18,9cm$$

27. Pour le rouge, on a (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f}=\frac{1,62-1}{1}\left(\frac{1}{30cm}-\frac{1}{-20cm}\right)$$
$$f=19,35cm$$

Pour le mauve, on a (en supposant que les rayons vont de gauche à droite)

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f}=\frac{1,67-1}{1}\left(\frac{1}{30cm}-\frac{1}{-20cm}\right)$$
$$f=17,91cm$$

La distance entre les foyers est donc de 1,44 cm.

28. Dans l'air, on a

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{15cm}=\frac{1,6-1}{1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{9}cm^{-1}$$

Dans l'eau, on a donc

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f}=\frac{1,6-1,33}{1,33}\cdot\frac{1}{9}cm^{-1}$$
$$f=44,33cm$$

29. La distance focale de la lentille est

$$\frac{1}{f}=\frac{n_l-n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f}=\frac{1,5-1}{1}\left(\frac{1}{30cm}-\frac{1}{-25cm}\right)$$
$$f=27,3cm$$

On trouve alors la position de l'image avec

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{40cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{27,3cm}$$
$$q=85,7cm$$

30. La distance focale équivalente des deux lentilles est

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$
$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{10cm} + \frac{1}{15cm}$$
$$f_{eq} = 6cm$$

On trouve donc la position de l'image avec

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{40cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{6cm}$$
$$q = 7,06cm$$

Le grandissement est

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{7,06cm}{40cm} \\ &= -0,176 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$\begin{aligned} y_i &= my_0 \\ &= -0,176 \cdot 3cm \\ &= -0,529cm \end{aligned}$$

L'image est donc inversée et a une grandeur de 0,529 cm.

31. a) La distance est

$$\begin{aligned} p &= f \\ &= 3cm \end{aligned}$$

b) Le grossissement minimal est

$$\begin{aligned} G_{\min} &= \frac{d_{pp}}{f} \\ &= \frac{20cm}{3cm} \\ &= 6,67 \end{aligned}$$

c) La distance est

$$\begin{aligned} p &= \frac{d_{pp} f}{d_{pp} + f} \\ &= \frac{20cm \cdot 3cm}{20cm + 3cm} \\ &= 2,61cm \end{aligned}$$

d) Le grossissement maximal est

$$\begin{aligned} G_{\max} &= 1 + \frac{d_{pp}}{f} \\ &= 1 + \frac{20cm}{3cm} \\ &= 7,67 \end{aligned}$$

32. Trouvons la position de l'image et sa grandeur si l'objet est à p = 1,9 cm. La position de l'image est

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{1,9cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{2cm}$$
$$q = -38cm$$

La grandeur de l'image est

$$m = -\frac{q}{p}$$
$$m = -\frac{-38cm}{1,9cm}$$
$$m = 20$$

Subrahmanyan voit donc une image 20 fois plus grande à 38 cm de son œil.

Sans lentille, l'angle est

$$\alpha = \frac{y_0}{d_{pp}}$$

$$\alpha = \frac{y_0}{20cm}$$

Avec la loupe, l'angle est

$$\beta = \frac{y_i}{38cm}$$

Le grossissement est donc

$$\begin{aligned} G &= \frac{\beta}{\alpha} \\ &= \frac{\frac{y_i}{38cm}}{\frac{y_0}{20cm}} \\ &= \frac{y_i}{y_o}\frac{20cm}{38cm} \end{aligned}$$

Comme y_i / y_0 est le grandissement, on obtient

$$\begin{aligned} G &= m\frac{20}{38} \\ &= 20\frac{20}{38} \\ &= 10,53 \end{aligned}$$

33. La puissance des lunettes est

$$\begin{aligned} P_{lun} &= -\frac{1}{d_{pr}} \\ &= -\frac{1}{5m} \\ &= -0,2D \end{aligned}$$

34. La puissance des lunettes est

$$\begin{aligned} P_{lun} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}} \\ &= \frac{1}{0,2m} - \frac{1}{0,45m} \\ &= 2,78D \end{aligned}$$

35. a) Cette personne étant myope, la puissance des lunettes est

$$\begin{aligned} P_{lun} &= -\frac{1}{d_{pr}} \\ &= -\frac{1}{2,4m} \\ &= -0,417D \end{aligned}$$

b) Sans lunettes, la puissance d'accommodation est

$$\begin{aligned} P_{acc} &= \frac{1}{d_{pp}} - \frac{1}{d_{pr}} \\ &= \frac{1}{0,18m} - \frac{1}{2,4m} \\ &= 5,139D \end{aligned}$$

Cette puissance reste la même avec des lunettes. On a donc

$$\begin{aligned} P_{acc} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d'_{pr}} \\ 5,139D &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{\infty} \\ d'_{pp} &= 0,1946m = 19,46cm \end{aligned}$$

Avec ses lunettes, cette personne voit donc bien de 19,46 cm jusqu'à l'infini.

36. a) Cette personne ne voyant pas de près, la puissance des lunettes est

$$\begin{aligned}P_{lun} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}} \\ &= \frac{1}{0,25m} - \frac{1}{0,5m} \\ &= 2D\end{aligned}$$

b) Comme la puissance d'accommodation est de 3 D, on a

$$\begin{aligned}P_{acc} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d'_{pr}} \\ 3D &= \frac{1}{0,25m} - \frac{1}{d'_{pr}} \\ d'_{pr} &= 1m\end{aligned}$$

Avec ses lunettes, cette personne voit donc bien de 25 cm jusqu'à 1 m.

37. Avec ses lunettes de 2 D, le punctum proximum est à 45 cm. Trouvons où est le punctum proximum sans lunettes.

$$\begin{aligned}P_{lun} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}} \\ 2D &= \frac{1}{0,45m} - \frac{1}{d_{pp}} \\ d_{pp} &= 4,5m\end{aligned}$$

Si on veut ramener le d_{pp} à 25 cm, on doit donc avoir

$$\begin{aligned}P_{lun} &= \frac{1}{d'_{pp}} - \frac{1}{d_{pp}} \\ &= \frac{1}{0,25m} - \frac{1}{4,5m} \\ &= 3,78D\end{aligned}$$

38. Si x est la distance entre l'objet et le foyer, alors la distance entre l'objet et la lentille est

$$p = f + x$$

(Si l'objet est entre le foyer et la lentille, x est négatif.)

Si x' est la distance entre l'image et l'autre foyer, alors la distance entre la lentille et l'image est

$$q = f + x'$$

(Si l'objet est entre le foyer et la lentille, x' est négatif.)

On a donc

$$\begin{gathered}
\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \\
\frac{1}{f+x} + \frac{1}{f+x'} = \frac{1}{f} \\
\frac{f+x'}{(f+x)(f+x')} + \frac{f+x}{(f+x)(f+x')} = \frac{1}{f} \\
\frac{2f+x+x'}{(f+x)(f+x')} = \frac{1}{f} \\
f(2f+x+x') = (f+x)(f+x') \\
2f^2 + fx + fx' = f^2 + fx + fx' + x \cdot x' \\
2f^2 = f^2 + x \cdot x' \\
f^2 = x \cdot x'
\end{gathered}$$

Et voilà.

39. Si x est la distance entre l'objet et la lentille, alors la distance entre l'image et la lentille est

$$q = L - x$$

L'équation des lentilles est donc

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{L-x}=\frac{1}{f}$$

Trouvons la valeur de x.

$$\frac{L-x}{x(L-x)}+\frac{x}{x(L-x)}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{L}{x(L-x)}=\frac{1}{f}$$

$$Lf=x(L-x)$$

$$Lf=xL-x^2$$

$$x^2-xL+Lf=0$$

La solution de cette équation est

$$x=\frac{L\pm\sqrt{L^2-4Lf}}{2}$$

Pour qu'il y ait une solution, il faut que l'expression qu'il y a dans la racine soit positive. On doit donc avoir

$$L^2-4Lf\geq 0$$

$$L^2\geq 4Lf$$

$$L\geq 4f$$

Et voilà.

40. Quand p = 36,8 cm, l'image est à la distance q. On a alors

$$\frac{1}{36,8cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

Quand p = 36 cm, l'image est à la distance à q + 3 cm. On a alors

$$\frac{1}{36cm}+\frac{1}{q+3cm}=\frac{1}{f}$$

On a deux équations et deux inconnus. On trouve q avec

$$\frac{1}{36,8cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{36cm}+\frac{1}{q+3cm}$$

Si on isole q, on a

$$\frac{1}{q}-\frac{1}{q+3cm}=\frac{1}{36cm}-\frac{1}{36,8cm}$$
$$\frac{1}{q}-\frac{1}{q+3cm}=\frac{1}{1656cm}$$
$$\frac{q+3cm}{q(q+3cm)}-\frac{q}{q(q+3cm)}=\frac{1}{1656cm}$$
$$\frac{3cm}{q(q+3cm)}=\frac{1}{1656cm}$$
$$4968cm^2=q(q+3cm)$$
$$4968cm^2=q^2+q\cdot 3cm$$
$$q^2+q\cdot 3cm-4968cm^2=0$$

Les solutions de cette équation sont

$$q=\frac{-3cm\pm\sqrt{(3cm)^2+4\cdot 4968cm^2}}{2}$$
$$q=\frac{-3cm\pm\sqrt{19\,881cm^2}}{2}$$
$$q=\frac{-3cm\pm 141cm}{2}$$

Puisque l'image est réelle, q doit être positif. La seule solution positive est

$$q=\frac{-3cm+141cm}{2}$$
$$=69cm$$

Ainsi, la distance focale est

$$\frac{1}{36,8cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{36,8cm}+\frac{1}{69cm}=\frac{1}{f}$$
$$f=24cm$$