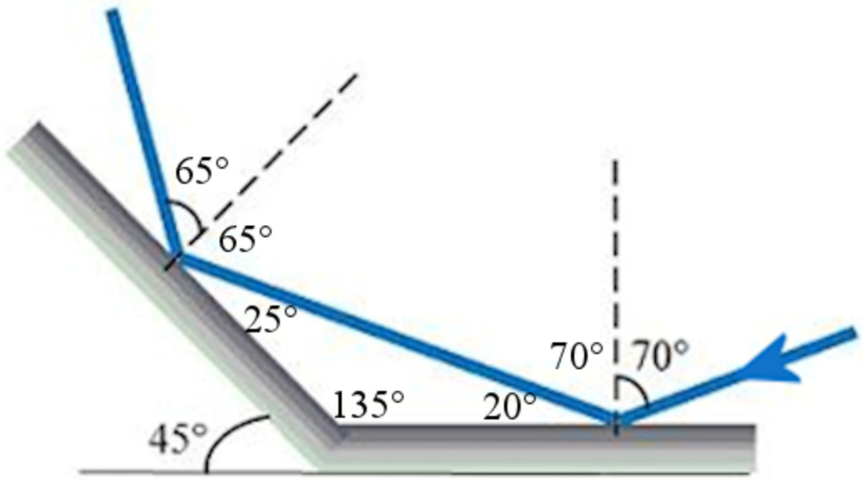
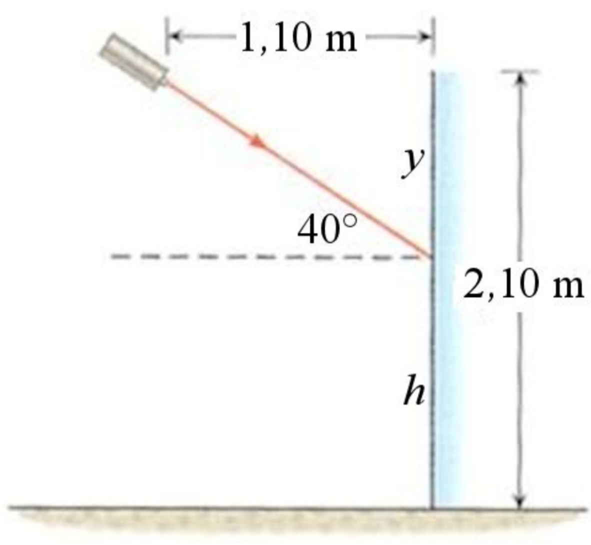
Solutionnaire du chapitre 5

1. On a les angles suivants.



L'angle de 25° vient du fait que la somme des angles d'un triangle doit être de 180°.

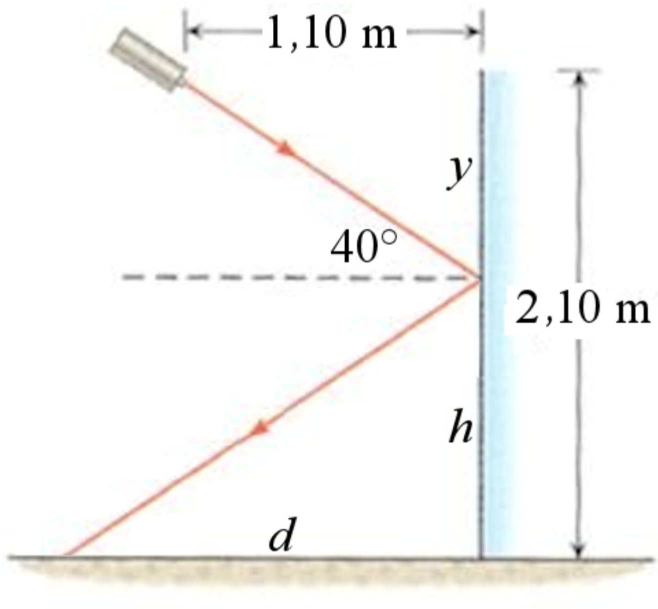
2. On peut trouver à quelle hauteur *h* le laser frappe le miroir.



Sur la figure, on a

$$\tan 50° = \frac{1,10m}{y}$$
$$y = 0,923m$$

La hauteur est donc h = 2,100 m – 0,923 m = 1,177 m. On trouve ensuite la distance au sol avec

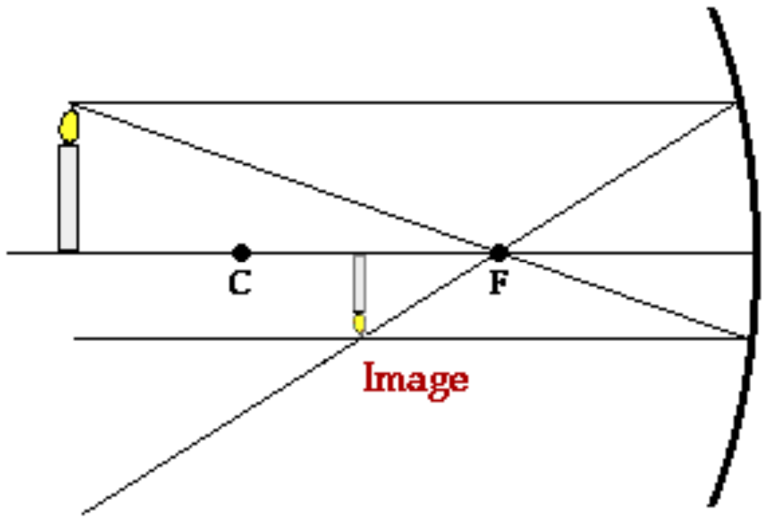


$$\tan 50° = \frac{d}{1,117m}$$
$$d = 1,403m$$

3. L'objet est à la même distance derrière le miroir, donc à 120 cm derrière le miroir. L'image a la même hauteur que l'objet et elle a donc une hauteur de 20 cm.

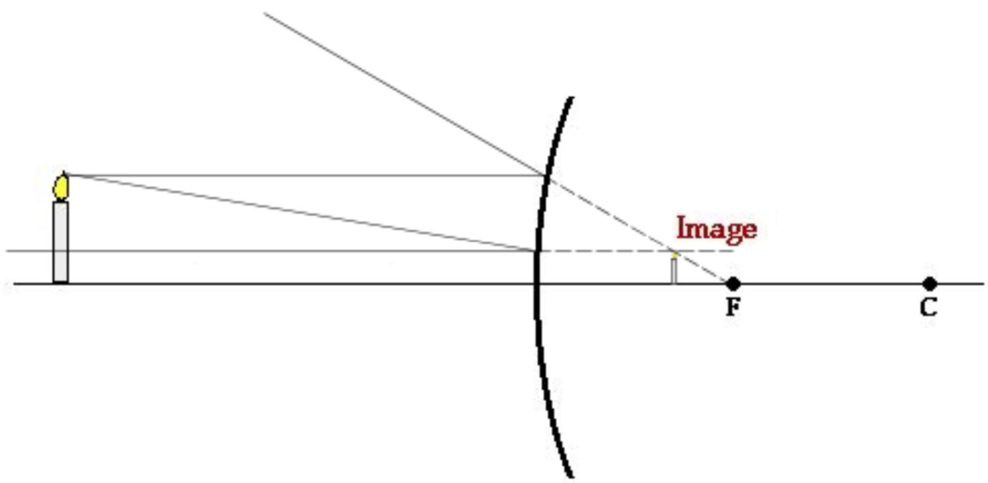
4. L'image de la chandelle est à 1 m derrière le miroir. Elle est donc à 4 m d'Anna.

5.



www.physicsclassroom.com/mmedia/optics/rdcma.cfm

6.



www.physicsclassroom.com/mmedia/optics/rdcma.cfm

7. a) La distance focale du miroir est

$$f = \frac{R}{2} = 20cm$$

La position de l'image est donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{10cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{20cm}$$
$$q=-20cm$$

L'image est donc à 20 cm derrière le miroir.

b) La position de l'image est

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{50cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{20cm}$$
$$q=33,3cm$$

L'image est donc à 33,3 cm devant le miroir.

8. a) La distance focale du miroir est

$$f=\frac{R}{2}=\frac{-40cm}{2}=-20cm$$

La position de l'image est donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{10cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{-20cm}$$
$$q=-6,67cm$$

L'image est donc à 6,67 cm derrière le miroir.

b) La position de l'image est

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{50cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{-20cm}$$
$$q=-14,29cm$$

L'image est donc à 14,29 cm derrière le miroir.

9. La distance focale du miroir est

$$f=\frac{R}{2}=\frac{28cm}{2}=14cm$$

La position de l'image est donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{16cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{14cm}$$
$$q=112cm$$

L'image est donc à 112 cm devant le miroir.

Le grandissement est

$$\begin{aligned} m &= -\frac{q}{p} \\ &= -\frac{112cm}{16cm} \\ &= -7 \end{aligned}$$

La grandeur de l'image est donc

$$m=\frac{y_i}{y_o}$$
$$-7=\frac{y_i}{3cm}$$
$$y_i=-21cm$$

L'image est donc inversée et a une hauteur de 21 cm.

10. Avec la formule du grandissement, on trouve que

$$\frac{y_i}{y_o} = -\frac{q}{p}$$
$$-0,3 = -\frac{q}{p}$$
$$q = 0,3p$$
$$q = 0,3 \cdot 30cm$$
$$q = 9cm$$

On a donc

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{30cm} + \frac{1}{9cm} = \frac{1}{f}$$
$$f = 6,923cm$$

Comme la valeur est positive, il s'agit d'un miroir concave. Son rayon de courbure est

$$f = \frac{R}{2}$$
$$6,923cm = \frac{R}{2}$$
$$R = 13,85cm$$

11. Si l'objet est à 60 cm du miroir et que l'image est à 20 cm devant le miroir, la distance focale du miroir est

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{60cm} + \frac{1}{20cm} = \frac{1}{f}$$
$$f = 15cm$$

Maintenant, si l'objet est à 10 cm, on trouve la position de l'image avec

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{10cm}+\frac{1}{q}=\frac{1}{15cm}$$
$$q=-30cm$$

L'image est donc à 30 cm derrière le miroir.

12. a) Avec la formule du grandissement, on trouve que

$$\frac{y_i}{y_o}=-\frac{q}{p}$$
$$0,25=-\frac{q}{p}$$
$$q=-0,25p$$

La distance focale est

$$\begin{aligned} f&=\frac{R}{2}\\ &=\frac{-40cm}{2}\\ &=-20cm \end{aligned}$$

On a donc

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{-0,25p}=\frac{1}{-20cm}$$
$$\frac{1}{p}\left(1+\frac{1}{-0,25}\right)=\frac{1}{-20cm}$$
$$\frac{1}{p}(-3)=\frac{1}{-20cm}$$
$$p=60cm$$

b) La position de l'image est donc

$$
\begin{aligned}
q &= -0,25p \\
&= -0,25 \cdot 60cm \\
&= -15cm
\end{aligned}
$$

L'image est donc à 15 cm derrière le miroir.

13. On a $p = x$ et $q = x + 1$ m. L'équation des lentilles donne alors

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1m} = \frac{1}{1,2m}$$

Cette équation donne

$$
\begin{gathered}
\frac{x+1m}{x(x+1m)} + \frac{x}{x(x+1m)} = \frac{1}{1,2m} \\
\frac{2x+1m}{x(x+1m)} = \frac{1}{1,2m} \\
1,2m \cdot (2x+1m) = x(x+1m) \\
2,4m \cdot x + 1,2m^2 = x^2 + 1m \cdot x \\
x^2 - 1,4m \cdot x - 1,2m^2 = 0
\end{gathered}
$$

La solution de cette équation est

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{1,4m \pm \sqrt{(1,4m)^2 + 4 \cdot 1,2m^2}}{2} \\
&= \frac{1,4m \pm 2,6m}{2}
\end{aligned}
$$

La seule réponse positive est $x = 2$ m.

14. On va supposer que le point de l'image le plus près du miroir est à la distance p_1 du miroir. Ce côté de l'image est à la distance q_1 du miroir. On a donc

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f}$$

Le côté de l'objet plus éloigné du miroir est à la distance $p_1 + l$ du miroir. Comme il est plus loin du miroir que l'autre côté, l'image de ce point est plus près du miroir. Il est donc à la distance $q_1 - l'$ du miroir. On a donc

$$\frac{1}{p_1+l}+\frac{1}{q_1-l'}=\frac{1}{f}$$

En combinant les deux équations, on a

$$\frac{1}{p_1+l}+\frac{1}{q_1-l'}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}$$

Puisque l est beaucoup plus petit que p_1 et que l' est beaucoup plus petit que q_1, on peut utiliser des séries de Taylor. De plus, comme l et l' sont petits, on peut dire que $p_1 = p$ et $q_1 = q$. On a donc

$$\frac{1}{p+l}=\frac{1}{p}\left(\frac{1}{1+\frac{l}{p}}\right)=\frac{1}{p}\left(1-\frac{l}{p}+\ldots\right)$$

$$\frac{1}{q-l'}=\frac{1}{q}\left(\frac{1}{1-\frac{l'}{q}}\right)=\frac{1}{q}\left(1+\frac{l'}{q}+\ldots\right)$$

On arrive donc à

$$\frac{1}{p+l}+\frac{1}{q-l'}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}$$

$$\frac{1}{p}\left(1-\frac{l}{p}\right)+\frac{1}{q}\left(1+\frac{l'}{q}\right)=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}$$

$$\frac{1}{p}-\frac{l}{p^2}+\frac{1}{q}+\frac{l'}{q^2}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}$$

$$-\frac{l}{p^2}+\frac{l'}{q^2}=0$$

$$\frac{l'}{q^2}=\frac{l}{p^2}$$

$$\frac{l'}{l}=\frac{q^2}{p^2}$$

Voilà.

15. La première distance de l'objet qui donne une image réelle est p_1 et la deuxième distance de l'objet qui donne une image virtuelle est p_2. On sait que

$$p_1 - p_2 = 1,2m$$

Si l'objet forme une image réelle 3 fois plus grande, on a

$$-3 = -\frac{q_1}{p_1}$$
$$q_1 = 3p_1$$

(Le grandissement est négatif pour une image réelle.) L'équation des lentilles donne alors

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{3p_1} = \frac{1}{f}$$

Si on isole p_1, on a

$$\frac{1}{p_1}\left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p_1}\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{1}{f}$$
$$p_1 = \frac{4f}{3}$$

Si l'objet forme une image virtuelle 3 fois plus grande, on a

$$3 = -\frac{q_2}{p_2}$$
$$q_2 = -3p_2$$

(Le grandissement est positif pour une image virtuelle.) L'équation des lentilles donne alors

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{-3p_2} = \frac{1}{f}$$

Si on isole p_2, on a

$$\frac{1}{p_2}\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{p_1}\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{f}$$
$$p_1=\frac{2f}{3}$$

On a donc

$$p_1-p_2=1,2m$$
$$\frac{4f}{3}-\frac{2f}{3}=1,2m$$
$$\frac{2f}{3}=1,2m$$
$$f=1,8m$$