

# Solutionnaire du chapitre 4

1. Le temps est

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} \\ &= \frac{1,496 \times 10^{11} \text{ m}}{299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\ &= 499 \text{ s} \\ &= 8 \text{ min } 19 \text{ s}\end{aligned}$$

2. La distance est

$$\begin{aligned}\Delta x &= v \Delta t \\ &= 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}) \\ &= 9,46 \times 10^{15} \text{ m}\end{aligned}$$

3. La longueur d'onde est

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{substance}} &= \frac{\lambda_{\text{vide}}}{n} \\ &= \frac{500 \text{ nm}}{1,33} \\ &= 375,9 \text{ nm}\end{aligned}$$

4. On trouve l'indice de réfraction avec

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{substance}} &= \frac{\lambda_{\text{vide}}}{n} \\ 480 \text{ nm} &= \frac{600 \text{ nm}}{n} \\ n &= 1,25\end{aligned}$$

La vitesse de la lumière est donc

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{c}{n} \\
 &= \frac{299\,792\,458 \frac{m}{s}}{1,25} \\
 &= 2,4 \times 10^8 \frac{m}{s}
 \end{aligned}$$

**5.** On trouve l'amplitude de l'onde incidente avec la formule suivante.

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{cn\epsilon_0 E_0^2}{2} \\
 5 \frac{W}{m^2} &= \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s} \cdot 1,8,854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} E_0^2}{2} \\
 E_0 &= 61,36 \frac{N}{C}
 \end{aligned}$$

Ainsi, les amplitudes des ondes réfléchi et transmise sont

$$\begin{aligned}
 E_{0R} &= \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_0 \\
 &= \frac{1 - 1,33}{1 + 1,33} \cdot 61,36 \frac{N}{C} \\
 &= -8,690 \frac{N}{C}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{0T} &= \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_0 \\
 &= \frac{2 \cdot 1}{1 + 1,33} \cdot 61,36 \frac{N}{C} \\
 &= 52,67 \frac{N}{C}
 \end{aligned}$$

Cela signifie que les intensités des ondes transmise et réfléchi sont

$$\begin{aligned}
 I_R &= \frac{cn\epsilon_0 E_{0R}^2}{2} \\
 &= \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s} \cdot 1,8,854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \cdot (-8,690 \frac{N}{C})^2}{2} \\
 &= 0,100 \frac{W}{m^2} \\
 \\ 
 I_T &= \frac{cn\epsilon_0 E_{0T}^2}{2} \\
 &= \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s} \cdot 1,33 \cdot 8,854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \cdot (52,67 \frac{N}{C})^2}{2} \\
 &= 4,900 \frac{W}{m^2}
 \end{aligned}$$

Donc 98% de l'énergie est transmise.

**6.** La longueur d'onde est

$$\begin{aligned}
 c &= \lambda f \\
 3 \times 10^8 \frac{m}{s} &= \lambda \cdot 10^{15} Hz \\
 \lambda &= 3 \times 10^{-7} m = 300 nm
 \end{aligned}$$

Ce qui est une longueur d'onde correspondant aux ultraviolets.

**7.** a) La fréquence de l'onde est

$$\begin{aligned}
 c &= \lambda f \\
 3 \times 10^8 \frac{m}{s} &= (585 \times 10^{-9} m) f \\
 f &= 5,128 \times 10^{14} Hz
 \end{aligned}$$

La fréquence reçue par l'observateur est

$$\begin{aligned}
 f' &= f \frac{c - v_0}{c - v_s} \\
 &= (5,128 \times 10^{14} Hz) \cdot \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{3 \times 10^8 \frac{m}{s} - 3 \times 10^7 \frac{m}{s}} \\
 &= 5,698 \times 10^{14} Hz
 \end{aligned}$$

Cette fréquence correspond normalement à la longueur d'onde

$$c = \lambda f$$

$$3 \times 10^8 \frac{m}{s} = \lambda \cdot (5,698 \times 10^{14} \text{ Hz})$$

$$\lambda = 526,5 \text{ nm}$$

Ce qui correspond à de la lumière verte bleutée.

b) la fréquence reçue par l'observateur est

$$f' = f \frac{c - v_0}{c - v_s}$$

$$= (5,128 \times 10^{14} \text{ Hz}) \cdot \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{3 \times 10^8 \frac{m}{s} + 3 \times 10^7 \frac{m}{s}}$$

$$= 4,662 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Cette fréquence correspond normalement à la longueur d'onde

$$c = \lambda f$$

$$3 \times 10^8 \frac{m}{s} = \lambda \cdot (4,662 \times 10^{14} \text{ Hz})$$

$$\lambda = 643,5 \text{ nm}$$

Ce qui correspond à de la lumière rouge.

**8.** La fréquence émise est

$$c = \lambda f$$

$$3 \times 10^8 \frac{m}{s} = (600 \times 10^{-9} \text{ m}) f$$

$$f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

La fréquence reçue est

$$c = \lambda f'$$

$$3 \times 10^8 \frac{m}{s} = (470 \times 10^{-9} \text{ m}) f'$$

$$f' = 6,383 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

On a donc

$$f' = f \frac{c - v_0}{c - v_s}$$

$$6,383 \times 10^{14} \text{ Hz} = (5 \times 10^{14} \text{ Hz}) \cdot \frac{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - v_0}{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$v_0 = -8,3 \times 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Le signe négatif indique qu'on doit se diriger vers la source. La vitesse d'approche est de  $8,3 \times 10^7 \text{ m/s}$ .

**9.** On trouve la vitesse avec

$$v_{\text{auto}} = \frac{c \Delta f}{2f}$$

$$= \frac{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 6000 \text{ Hz}}{2 \times 25 \times 10^9 \text{ Hz}}$$

$$= 36 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$= 129,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

**10.** On va commencer par trouver les pourcentages réfléchi et transmis à chaque surface.

Quand la lumière arrive de l'air au verre, les amplitudes transmise et réfléchi sont

$$E_{0R} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_0$$

$$= \frac{1 - 1,5}{1 + 1,5} \cdot E_0$$

$$= -0,2E_0$$

$$E_{0T} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_0$$

$$= \frac{2 \cdot 1}{1 + 1,5} \cdot E_0$$

$$= 0,8E_0$$

Cela signifie que les intensités des ondes transmise et réfléchié par rapport à l'intensité de l'onde initiale sont

$$\begin{aligned}
 \frac{I_R}{I_0} &= \frac{\left( \frac{cn_1 \epsilon_0 E_{0R}^2}{2} \right)}{\left( \frac{cn_1 \epsilon_0 E_0^2}{2} \right)} \\
 &= \frac{E_{0R}^2}{E_0^2} \\
 &= \frac{(0,2E_0)^2}{E_0^2} \\
 &= (0,2)^2 \\
 &= 0,04
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_T &= \frac{\left( \frac{cn_2 \epsilon_0 E_{0T}^2}{2} \right)}{\left( \frac{cn_1 \epsilon_0 E_0^2}{2} \right)} \\
 &= \frac{n_2 E_{0T}^2}{n_1 E_0^2} \\
 &= \frac{n_2 (0,8E_0)^2}{n_1 E_0^2} \\
 &= \frac{n_2 (0,8)^2}{n_1} \\
 &= \frac{1,5(0,8)^2}{1} \\
 &= 0,96
 \end{aligned}$$

Donc 96% de l'énergie entre dans le verre.

Une fois à l'intérieur, la lumière arrive à l'interface verre air. À cet interface, les amplitudes des ondes réfléchié et transmise sont

$$\begin{aligned}
 E_{0R} &= \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_0 \\
 &= \frac{1,5 - 1}{1 + 1,5} \cdot E_0 \\
 &= 0,2E_0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{0T} &= \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_0 \\
 &= \frac{2 \cdot 1,5}{1 + 1,5} \cdot E_0 \\
 &= 1,2E_0
 \end{aligned}$$

Cela signifie que les intensités des ondes transmise et réfléchi par rapport à l'intensité de l'onde initiale sont

$$\begin{aligned}
 \frac{I_R}{I_0} &= \frac{\left( \frac{cn_2 \epsilon_0 E_{0R}^2}{2} \right)}{\left( \frac{cn_2 \epsilon_0 E_0^2}{2} \right)} \\
 &= \frac{E_{0R}^2}{E_0^2} \\
 &= \frac{(0,2E_0)^2}{E_0^2} \\
 &= (0,2)^2 \\
 &= 0,04
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_T &= \frac{\left( \frac{cn_1 \epsilon_0 E_{0T}^2}{2} \right)}{\left( \frac{cn_2 \epsilon_0 E_0^2}{2} \right)} \\
 &= \frac{n_1 E_{0T}^2}{n_2 E_0^2} \\
 &= \frac{n_1 (1,2 E_0)^2}{n_2 E_0^2} \\
 &= \frac{n_1 (1,2)^2}{n_2} \\
 &= \frac{1(1,2)^2}{1,5} \\
 &= 0,96
 \end{aligned}$$

On peut maintenant trouver l'intensité de la lumière transmise.

Pas de réflexion

Dans ce cas, la lumière traverse directement les deux surfaces. Le pourcentage transmis est

$$0,96 \times 0,96 = 0,9216 = 92,16\%$$

1 aller-retour

Dans ce cas, la lumière entre dans le verre, se réfléchit 2 fois et sort du verre. Le pourcentage de lumière pour ce trajet est

$$0,96 \times 0,04 \times 0,04 \times 0,96 = 0,96^2 \times 0,04^2$$

2 aller-retours

Dans ce cas, la lumière entre dans le verre, se réfléchit 4 fois et sort du verre. Le pourcentage de lumière pour ce trajet est

$$0,96 \times 0,04 \times 0,04 \times 0,04 \times 0,04 \times 0,96 = 0,96^2 \times 0,04^4$$

3 aller-retours

Dans ce cas, la lumière entre dans le verre, se réfléchit 6 fois puis sort du verre. Le pourcentage de lumière pour ce trajet est



$$0,96^2 \times 0,04^6$$

Et ainsi de suite...

Si on fait la somme de toutes ces intensités, on trouve

$$\begin{aligned} I_{tot} &= (0,96)^2 + (0,96)^2 (0,04)^2 + (0,96)^2 (0,04)^4 + (0,96)^2 (0,04)^6 + \dots \\ &= (0,96)^2 (1 + 0,0016 + 0,0016^2 + 0,0016^3 + \dots) \end{aligned}$$

Ce genre de somme est une série géométrique. On peut la calculer directement ou on peut prendre une formule qui donne la somme. Trouvons cette formule. Si on a une série géométrique

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$$

On peut écrire

$$Sr = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots$$

$$Sr = S - a$$

$$S - Sr = a$$

$$S(1 - r) = a$$

$$S = \frac{a}{1 - r}$$

Donc, notre somme ici est

$$\begin{aligned} I_{tot} &= (0,96)^2 \frac{1}{1 - 0,0016} \\ &= 0,9231 \end{aligned}$$

92,31 % de la lumière est donc transmise. Il y a donc 7,69% de la lumière qui est réfléchi. Voyons si c'est ce qu'on a.

Lumière directement réfléchi

Dans ce cas, la lumière se réfléchit sur la 1<sup>re</sup> surface. Le pourcentage réfléchi est

$$0,04$$

1 aller-retour

Dans ce cas, la lumière entre dans le verre, se réfléchit et sort du verre. Le pourcentage de lumière pour ce trajet est

$$0,96 \times 0,04 \times 0,96 = 0,96^2 \times 0,04$$

2 aller-retours

Dans ce cas, la lumière entre dans le verre, se réfléchit 3 fois sort du verre. Le pourcentage de lumière pour ce trajet est

$$0,96 \times 0,04 \times 0,04 \times 0,04 \times 0,96 = 0,96^2 \times 0,04^3$$

3 aller-retours

Dans ce cas, la lumière entre dans le verre, se réfléchit 5 fois et sort du verre. Le pourcentage de lumière pour ce trajet est

$$0,96^2 \times 0,04^5$$

Et ainsi de suite.

Si on fait la somme de toutes ces intensités, on trouve

$$\begin{aligned} I_{tot} &= 0,04 + (0,96)^2 (0,04)^1 + (0,96)^2 (0,04)^3 + (0,96)^2 (0,04)^5 + \dots \\ &= 0,04 + (0,96)^2 (0,04) (1 + 0,0016 + 0,0016^2 + 0,0016^3 + \dots) \end{aligned}$$

La somme de la suite géométrique est

$$\begin{aligned} S &= (0,96)^2 \cdot 0,04 \frac{1}{1 - 0,0016} \\ &= 0,03692 \end{aligned}$$

Ce qui donne

$$\begin{aligned} I_{tot} &= 0,04 + 0,0369 \\ &= 0,07692 \end{aligned}$$

qui est le résultat prévu.