Solutionnaire du chapitre 3

1. On a

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ 340\tfrac{m}{s} &= \lambda \cdot 50000 Hz \\ \lambda &= 0,0068m = 6,8mm \end{aligned}$$

2. La vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= 331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{T°}{273,15K}} \\ &= 331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{298,15K}{273,15K}} \\ &= 346,1\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

3. a) On trouve la vitesse de l'onde avec

$$\begin{aligned} v &= \frac{\omega}{k} \\ &= \frac{560\frac{rad}{s}}{1,6\frac{rad}{m}} \\ &= 350\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La température est donc

$$\begin{aligned} v &= 331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{T°}{273,15K}} \\ 350\tfrac{m}{s} &= 331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{T°}{273,15K}} \\ T° &= 304,9K = 31,7°C \end{aligned}$$

b) La vitesse maximale des molécules d'air est

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \omega A \\ &= 560\tfrac{rad}{s} \cdot 0{,}000\,01m \\ &= 0{,}0056\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

4. a) À cette température, la vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= 331{,}3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{T°}{273{,}15K}} \\ &= 331{,}3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{288{,}15K}{273{,}15K}} \\ &= 340{,}3\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

L'impédance de l'air est donc

$$\begin{aligned} Z &= \rho v \\ &= 1{,}3\tfrac{kg}{m^3} \cdot 340{,}3\tfrac{m}{s} \\ &= 442{,}4\tfrac{kg}{m^2 \cdot s} \end{aligned}$$

b) L'impédance de l'eau est

$$\begin{aligned} Z &= \rho v \\ &= 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 1520\tfrac{m}{s} \\ &= 1\,520\,000\tfrac{kg}{m^2 \cdot s} \end{aligned}$$

c) Non, puisque l'impédance de l'eau est trop différente de celle de l'air (3435 fois plus grande).

5. La fréquence de la première harmonique est

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1 \cdot v}{2L} \\ &= \frac{1 \cdot 340\tfrac{m}{s}}{2 \cdot 0{,}25m} \\ &= 680Hz \end{aligned}$$

La fréquence de la deuxième harmonique est

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{1 \cdot v}{2L} \\ &= \frac{2 \cdot 340 \frac{m}{s}}{2 \cdot 0,25m} \\ &= 1360 Hz \end{aligned}$$

La fréquence de la troisième harmonique est

$$\begin{aligned} f_3 &= \frac{1 \cdot v}{2L} \\ &= \frac{3 \cdot 340 \frac{m}{s}}{2 \cdot 0,25m} \\ &= 2040 Hz \end{aligned}$$

6. La fréquence de la première harmonique est

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1 \cdot v}{4L} \\ &= \frac{1 \cdot 340 \frac{m}{s}}{4 \cdot 0,40m} \\ &= 212,5 Hz \end{aligned}$$

La fréquence de la troisième harmonique est

$$\begin{aligned} f_3 &= \frac{3 \cdot v}{4L} \\ &= \frac{3 \cdot 340 \frac{m}{s}}{4 \cdot 0,40m} \\ &= 637,5 Hz \end{aligned}$$

La fréquence de la cinquième harmonique est

$$\begin{aligned} f_5 &= \frac{5 \cdot v}{4L} \\ &= \frac{5 \cdot 340 \frac{m}{s}}{4 \cdot 0,40m} \\ &= 1062,5 Hz \end{aligned}$$

7. À cette température, la vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= 331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{T°}{273,15K}} \\ &= 331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{303,15K}{273,15K}} \\ &= 349,0\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

On doit donc avoir

$$\begin{aligned} f_3 &= \frac{3\cdot v}{4L} \\ 500Hz &= \frac{3\cdot 349,0\tfrac{m}{s}}{4\cdot L} \\ L &= 0,5235m \end{aligned}$$

8. À ces températures, les vitesses du son sont

$$\begin{aligned} v &= 331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{T°}{273,15K}} \\ &= 331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{298,15K}{273,15K}} \\ &= 346,1\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= 331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{T°}{273,15K}} \\ &= 331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{273,15K}{273,15K}} \\ &= 331,3\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

À 25 °C, on a

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1\cdot v}{x\cdot L} \\ 500Hz &= \frac{1\cdot 346,1\tfrac{m}{s}}{x\cdot L} \end{aligned}$$

(On a mis x en dénominateur puisqu'on ne sait pas si le tuyau est ouvert ou fermé. S'il est ouvert, on a $x = 2$ et s'il est fermé, on a $x = 4$.)

À 0 °C, on a

$$f_1' = \frac{1 \cdot v}{x \cdot L}$$
$$= \frac{1 \cdot 331{,}3 \frac{m}{s}}{x \cdot L}$$

En divisant cette équation par l'équation à 25 °C, on a

$$\frac{f_1'}{500Hz} = \frac{\left(\frac{1 \cdot 331{,}3 \frac{m}{s}}{x \cdot L}\right)}{\left(\frac{1 \cdot 346{,}1 \frac{m}{s}}{x \cdot L}\right)}$$
$$\frac{f_1'}{500Hz} = \frac{331{,}3 \frac{m}{s}}{346{,}1 \frac{m}{s}}$$
$$f_1' = 478{,}6Hz$$

9. Supposons que le tuyau est ouvert. On aurait alors les deux équations suivantes

$$f_n = \frac{n \cdot v}{2L} \qquad f_{n+1} = \frac{(n+1) \cdot v}{2L}$$
$$630Hz = \frac{n \cdot v}{2L} \qquad 840Hz = \frac{(n+1) \cdot v}{2L}$$

En divisant l'équation de droite par l'équation de gauche, on a

$$\frac{840Hz}{630Hz} = \frac{\left(\frac{(n+1) \cdot v}{2L}\right)}{\left(\frac{n \cdot v}{2L}\right)}$$
$$\frac{840}{630} = \frac{n+1}{n}$$
$$840 \cdot n = 630 \cdot (n+1)$$
$$840 \cdot n = 630 \cdot n + 630$$
$$210 \cdot n = 630$$
$$n = 3$$

Ce qui est une solution acceptable (car n doit être entier).

Supposons que le tuyau est fermé. On aurait alors les deux équations suivantes.

$$f_n = \frac{n \cdot v}{4L} \qquad f_{n+1} = \frac{(n+2) \cdot v}{4L}$$

$$630Hz = \frac{n \cdot v}{4L} \qquad 840Hz = \frac{(n+2) \cdot v}{4L}$$

En divisant l'équation de droite par l'équation de gauche, on a

$$\frac{840Hz}{630Hz} = \frac{\frac{(n+2) \cdot v}{4L}}{\frac{n \cdot v}{4L}}$$

$$\frac{840}{630} = \frac{n+2}{n}$$

$$840 \cdot n = 630 \cdot (n+2)$$

$$840 \cdot n = 630 \cdot n + 1260$$

$$210 \cdot n = 1260$$

$$n = 6$$

Ce qui n'est pas une solution acceptable (car *n* doit être un entier impair si le tuyau est fermé).

Le tuyau est donc ouvert.

b) On a

$$f_3 = \frac{3 \cdot v}{2L}$$

$$630Hz = \frac{3 \cdot 336Hz}{2L}$$

$$L = 0{,}8m$$

10. a) La fréquence du son est

$$f_{son} = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

$$= \frac{500Hz + 508Hz}{2}$$

$$= 504Hz$$

b) La fréquence des battements est

$$\begin{aligned} f_{battements} &= \left| f_1 - f_2 \right| \\ &= 508Hz - 500Hz \\ &= 8Hz \end{aligned}$$

11. On a les équations

$$\begin{aligned} f_{son} &= \frac{f_1 + f_2}{2} \\ 350Hz &= \frac{f_1 + f_2}{2} \\ 700Hz &= f_1 + f_2 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} f_{battements} &= \left| f_1 - f_2 \right| \\ 6Hz &= f_1 - f_2 \end{aligned}$$

(On a enlevé la valeur absolue, car on va supposer que f_1 est plus grand que f_2.)

En additionnant les équations, on a

$$\begin{aligned} 700Hz + 6Hz &= \left(f_1 + f_2 \right) + \left(f_1 - f_2 \right) \\ 706Hz &= 2 f_1 \\ f_1 &= 353Hz \end{aligned}$$

L'autre fréquence est donc

$$\begin{aligned} 6Hz &= f_1 - f_2 \\ 6Hz &= 353Hz - f_2 \\ f_2 &= 347Hz \end{aligned}$$

12. S'il y a des battements de 4,2 Hz, c'est que la fréquence de la corde a un écart de 4,2 Hz avec la fréquence de la machine. Comme la machine a une fréquence de 329,6 Hz, cela veut dire que la corde a une fréquence de 333,8 Hz ou de 325,4 Hz. Comment savoir alors laquelle de ces fréquences est la bonne ?

Pour le savoir, on utilise le fait qu'en augmentant la tension de la corde, la fréquence des battements diminue. Comme la fréquence de la corde est donnée par

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

On peut voir qu'on augmente la fréquence de la corde si on augmente la tension.

Supposons maintenant que la fréquence de la corde est de 333,8 Hz. Si on augmente la tension, on augmentera la fréquence, ce qui fera augmenter l'écart entre la fréquence de la corde et le 329,6 Hz, ce qui fera augmenter la fréquence des battements.

Supposons maintenant que la fréquence de la corde est de 325,4 Hz. Si on augmente la tension, on augmentera la fréquence, ce qui fera diminuer l'écart entre la fréquence de la corde et le 329,6 Hz, ce qui fera diminuer la fréquence des battements.

Comme on dit que la fréquence des battements diminue si on augmente la tension, la fréquence de la corde doit être de 325,4 Hz.

Avec une tension de 1300 N, on a donc

$$325,4Hz = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{1300N}{\mu}}$$

Si on veut que la corde ait une fréquence de 329,6 Hz, on a

$$329,6Hz = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}$$

En divisant ces deux équations l'une par l'autre, on arrive à

$$\frac{329,6Hz}{325,4Hz} = \frac{\left(\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}\right)}{\left(\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{1300N}{\mu}}\right)}$$

$$\frac{329,6}{325,4} = \sqrt{\frac{F_T'}{1300N}}$$

$$F_T' = 1333,8N$$

13. a) La fréquence est

$$\begin{aligned} f' &= f\,\frac{v-v_0}{v-v_s} \\ &= 350Hz\,\frac{340\,\tfrac{m}{s}-0\,\tfrac{m}{s}}{340\,\tfrac{m}{x}-35\,\tfrac{m}{s}} \\ &= 390{,}1Hz \end{aligned}$$

b) La longueur d'onde est

$$\begin{aligned} \lambda' &= \lambda\left(1-\frac{v_s}{v}\right) \\ &= \frac{v}{f}\left(1-\frac{v_s}{v}\right) \\ &= \frac{340\,\tfrac{m}{s}}{350Hz}\left(1-\frac{35\,\tfrac{m}{s}}{340Hz}\right) \\ &= 0{,}8714m \end{aligned}$$

c) La fréquence est

$$\begin{aligned} f' &= f\,\frac{v-v_0}{v-v_s} \\ &= 350Hz\,\frac{340\,\tfrac{m}{s}-0\,\tfrac{m}{s}}{340\,\tfrac{m}{x}-\left(-35\,\tfrac{m}{s}\right)} \\ &= 317{,}3Hz \end{aligned}$$

d) La longueur d'onde est

$$\begin{aligned} \lambda' &= \lambda\left(1-\frac{v_s}{v}\right) \\ &= \frac{v}{f}\left(1-\frac{v_s}{v}\right) \\ &= \frac{340\,\tfrac{m}{s}}{350Hz}\left(1-\frac{-35\,\tfrac{m}{s}}{340Hz}\right) \\ &= 1{,}0714m \end{aligned}$$

14. a) La fréquence est

$$\begin{aligned} f' &= f\frac{v-v_0}{v-v_s} \\ &= 400Hz\frac{340\frac{m}{s}-10\frac{m}{s}}{340\frac{m}{x}-0\frac{m}{s}} \\ &= 388,2Hz \end{aligned}$$

b) La longueur d'onde est

$$\begin{aligned} \lambda' &= \lambda\left(1-\frac{v_s}{v}\right) \\ &= \frac{v}{f}\left(1-\frac{v_s}{v}\right) \\ &= \frac{340\frac{m}{s}}{400Hz}\left(1-\frac{0\frac{m}{s}}{340Hz}\right) \\ &= 0,85m \end{aligned}$$

c) La fréquence est

$$\begin{aligned} f' &= f\frac{v-v_0}{v-v_s} \\ &= 400Hz\frac{340\frac{m}{s}-\left(-12\frac{m}{s}\right)}{340\frac{m}{x}-0\frac{m}{s}} \\ &= 414,1Hz \end{aligned}$$

d) La longueur d'onde est

$$\begin{aligned} \lambda' &= \lambda\left(1-\frac{v_s}{v}\right) \\ &= \frac{v}{f}\left(1-\frac{v_s}{v}\right) \\ &= \frac{340\frac{m}{s}}{400Hz}\left(1-\frac{0\frac{m}{s}}{340Hz}\right) \\ &= 0,85m \end{aligned}$$

15. La fréquence est

$$\begin{aligned} f' &= f\frac{v-v_0}{v-v_s} \\ &= 400Hz\frac{340\tfrac{m}{s}-\left(-41,67\tfrac{m}{s}\right)}{340\tfrac{m}{x}-22,22\tfrac{m}{s}} \\ &= 480,4Hz \end{aligned}$$

16. En enlevant la vitesse du vent (on ajoute 15 km/h vers la gauche à toutes les vitesses), la vitesse de la voiture rouge est de 135 km/h et la vitesse de la voiture de police est 95 km/h. On a donc

$$\begin{aligned} f' &= f\frac{v-v_0}{v-v_s} \\ &= 400Hz\frac{340\tfrac{m}{s}-\left(-37,5\tfrac{m}{s}\right)}{340\tfrac{m}{x}-26,39\tfrac{m}{s}} \\ &= 481,4Hz \end{aligned}$$

17. a) Quand le train se dirige vers l'observateur immobile, on a

$$\begin{aligned} f' &= f\frac{v-v_0}{v-v_s} \\ 150Hz &= f\frac{335\tfrac{m}{s}-0\tfrac{m}{s}}{335\tfrac{m}{x}-v} \\ 150Hz &= f\frac{335\tfrac{m}{s}}{335\tfrac{m}{x}-v} \end{aligned}$$

Quand le train s'éloigne de l'observateur immobile, on a

$$\begin{aligned} f' &= f\frac{v-v_0}{v-v_s} \\ 125Hz &= f\frac{335\tfrac{m}{s}-0\tfrac{m}{s}}{335\tfrac{m}{x}--v} \\ 125Hz &= f\frac{335\tfrac{m}{s}}{335\tfrac{m}{x}+v} \end{aligned}$$

On a donc 2 équations et deux inconnus. En divisant les équations l'une par l'autre, on a

$$\begin{aligned}
\frac{150Hz}{125Hz} &= \frac{f\,\dfrac{335\frac{m}{s}}{335\frac{m}{x}-v}}{f\,\dfrac{335\frac{m}{s}}{335\frac{m}{x}+v}} \\
1,2 &= \frac{335\frac{m}{x}+v}{335\frac{m}{x}-v} \\
1,2\cdot\left(335\tfrac{m}{x}-v\right) &= 335\tfrac{m}{x}+v \\
402\tfrac{m}{x}-1,2\cdot v &= 335\tfrac{m}{x}+v \\
67\tfrac{m}{x} &= 2,2\cdot v \\
v &= 30,45\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

b) Avec la vitesse, on trouve facilement la fréquence

$$\begin{aligned}
125Hz &= f\,\frac{335\frac{m}{s}}{335\frac{m}{x}+v} \\
125Hz &= f\,\frac{335\frac{m}{s}}{335\frac{m}{x}+30,45\frac{m}{s}} \\
f &= 136,4Hz
\end{aligned}$$

18. On a

$$\begin{aligned}
f' &= f\,\frac{v-v_0}{v-v_s} \\
420Hz &= 400Hz\,\frac{345\frac{m}{s}-v}{345\frac{m}{x}-\left(v+15\frac{m}{s}\right)}
\end{aligned}$$

La solution est

$$\frac{420Hz}{400Hz}=\frac{345\frac{m}{s}-v}{345\frac{m}{s}-\left(v+15\frac{m}{s}\right)}$$

$$1,05=\frac{345\frac{m}{s}-v}{330\frac{m}{s}-v}$$

$$1,05\cdot\left(330\frac{m}{s}-v\right)=345\frac{m}{s}-v$$

$$346,5\frac{m}{s}-1,05\cdot v=345\frac{m}{s}-v$$

$$1,5\frac{m}{s}=0,05\cdot v$$

$$v=30\frac{m}{s}$$

La vitesse de la voiture rouge est donc de 30 m/s (108 km/h) et la vitesse de la voiture de police est de 45 m/s (162 km/h).

19. À cette température, la vitesse du son est

$$\begin{aligned}v&=331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{T°}{273,15K}}\\&=331,3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{298,15K}{273,15K}}\\&=346,13\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

Le son qui arrive directement à la voiture a une fréquence de

$$\begin{aligned}f'&=f\frac{v-v_0}{v-v_s}\\&=400Hz\frac{346,13\frac{m}{s}-5\frac{m}{s}}{346,13\frac{m}{x}-25\frac{m}{s}}\\&=424,91Hz\end{aligned}$$

Trouvons maintenant la fréquence du son qui arrive sur le mur. Cette fréquence est

$$\begin{aligned}f'&=f\frac{v-v_0}{v-v_s}\\&=400Hz\frac{346,13\frac{m}{s}-0\frac{m}{s}}{346,13\frac{m}{x}-25\frac{m}{s}}\\&=431,14Hz\end{aligned}$$

Le mur devient alors une source émettant à cette fréquence. Le son reçu par la personne dans la voiture a alors la fréquence suivante

$$\begin{aligned} f' &= f\frac{v-v_0}{v-v_s} \\ &= 431{,}14Hz\frac{346{,}13\frac{m}{s}-\left(-5\frac{m}{s}\right)}{346{,}13\frac{m}{x}-0\frac{m}{s}} \\ &= 437{,}37Hz \end{aligned}$$

La personne dans l'auto entend donc un son à 424,91 Hz et un son à 437,37 Hz. La fréquence des battements est donc

$$\begin{aligned} f_{battements} &= 437{,}37Hz - 424{,}91Hz \\ &= 12{,}46Hz \end{aligned}$$

20. À cette température, la vitesse du son est

$$\begin{aligned} v &= 331{,}3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{T°}{273{,}15K}} \\ &= 331{,}3\tfrac{m}{s}\sqrt{\frac{293{,}15K}{273{,}15K}} \\ &= 343{,}21\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Le son qui arrive directement de la voiture a une fréquence de 400 Hz.

Trouvons maintenant la fréquence du son qui arrive sur le mur. Dans ce cas, l'observateur (le mur) est immobile et la voiture a une vitesse positive. La fréquence reçue est donc

$$\begin{aligned} f' &= 400Hz\frac{v-v_0}{v-v_s} \\ &= 400Hz\frac{v}{v-v_{voiture}} \end{aligned}$$

Le mur devient ensuite une source émettant à cette fréquence. On a alors une source immobile (le mur) et un observateur qui a une vitesse négative (la voiture). Le son reçu par la personne dans la voiture a alors la fréquence suivante

$$\begin{aligned} f'' &= f' \frac{v - v_0}{v - v_s} \\ &= f' \frac{v - -v_{voiture}}{v} \\ &= f' \frac{v + v_{voiture}}{v} \end{aligned}$$

En remplaçant *f* ' par la valeur trouvée précédemment, on a

$$\begin{aligned} f'' &= 400Hz \frac{v}{v - v_{voiture}} \frac{v + v_{voiture}}{v} \\ &= 400Hz \frac{v + v_{voiture}}{v - v_{voiture}} \end{aligned}$$

La personne dans l'auto entend donc un son avec une fréquence de 400 Hz et un son ayant une fréquence *f* ''. La fréquence des battements est donc

$$f_{battements} = 400Hz \frac{v + v_{voiture}}{v - v_{voiture}} - 400Hz$$

Comme cette fréquence des battements est égale à 15 Hz, on a

$$\begin{aligned} 15Hz &= 400Hz \frac{v + v_{voiture}}{v - v_{voiture}} - 400Hz \\ 415Hz &= 400Hz \frac{v + v_{voiture}}{v - v_{voiture}} \\ 1,0375 &= \frac{v + v_{voiture}}{v - v_{voiture}} \\ 1,0375v - 1,0375v_{voiture} &= v + v_{voiture} \\ 0,0375v &= 2,0375v_{voiture} \\ v_{voiture} &= \frac{0,0375}{2,0375} v \end{aligned}$$

Puisque la vitesse du son est 343,21 m/s, la vitesse est

$$\begin{aligned} v_{voiture} &= \frac{0,0375}{2,0375} 343,21\tfrac{m}{s} \\ &= 6,317\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

21. L'intensité du son à cette distance est

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{4\pi r^2} \\ &= \frac{50W}{4\pi(30m)^2} \\ &= 4,42\times10^{-3} \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

La puissance en décibel est donc

$$\begin{aligned} \beta &= 10dB\log\left(\frac{I}{10^{-12}\tfrac{W}{m^2}}\right) \\ &= 10dB\log\left(\frac{4,42\times10^{-3}\tfrac{W}{m^2}}{10^{-12}\tfrac{W}{m^2}}\right) \\ &= 96,5dB \end{aligned}$$

22. L'intensité est

$$\begin{aligned} \beta &= 10dB\log\left(\frac{I}{10^{-12}\tfrac{W}{m^2}}\right) \\ 110dB &= 10dB\log\left(\frac{I}{10^{-12}\tfrac{W}{m^2}}\right) \\ I &= 0,1\tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

La puissance captée est donc

$$\begin{aligned} P_{captée} &= IA_{capteur} \\ &= 0,1\tfrac{W}{m^2}\cdot 0,001m^2 \\ &= 0,0001W \end{aligned}$$

L'énergie captée en 2 minutes est donc

$$\begin{aligned} E &= Pt \\ &= 0,0001\tfrac{W}{m^2}\cdot 120s = 0,012J \end{aligned}$$

23. Avec une intensité de 90 dB, l'intensité est

$$\beta = 10dB\log\left(\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right)$$

$$90dB = 10dB\log\left(\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right)$$

$$I = 0,001\tfrac{W}{m^2}$$

La puissance de la source est donc

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$0,001\tfrac{W}{m^2} = \frac{P}{4\pi(10m)^2}$$

$$P = 1,2566W$$

Si on veut que l'intensité soit de 70 dB, on veut que l'intensité de l'onde soit

$$\beta = 10dB\log\left(\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right)$$

$$70dB = 10dB\log\left(\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right)$$

$$I = 10^{-5}\tfrac{W}{m^2}$$

On trouve donc la distance avec

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$10^{-5}\tfrac{W}{m^2} = \frac{1,2566W}{4\pi r^2}$$

$$r = 100m$$

24. Avec une intensité de 40 dB, l'intensité est

$$\beta = 10dB \log\left(\frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}\right)$$
$$40dB = 10dB \log\left(\frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}\right)$$
$$I = 10^{-8} \frac{W}{m^2}$$

La puissance de la source est donc

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$
$$10^{-8} \frac{W}{m^2} = \frac{P}{4\pi (50m)^2}$$
$$P = 3,142 \times 10^{-4} W$$

La puissance de 1000 pétards est donc de

$$\begin{aligned} P' &= 1000 \cdot 3,142 \times 10^{-4} W \\ &= 0,3142W \end{aligned}$$

L'intensité de l'onde à 200 m est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{4\pi r^2} \\ &= \frac{0,3142W}{4\pi (200m)^2} \\ &= 6,25 \times 10^{-7} W \end{aligned}$$

Cette intensité en décibel est

$$\begin{aligned} \beta &= 10dB \log\left(\frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}\right) \\ &= 10dB \log\left(\frac{6,25 \times 10^{-7} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}\right) \\ &= 57,96dB \end{aligned}$$

25. L'intensité du son à 90 dB est

$$\beta = 10dB \log\left(\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right)$$
$$90dB = 10dB \log\left(\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right)$$
$$I = 10^{-3}\frac{W}{m^2}$$

L'intensité du son à 95 dB est

$$\beta = 10dB \log\left(\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right)$$
$$95dB = 10dB \log\left(\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right)$$
$$I = 3{,}162\times 10^{-3}\frac{W}{m^2}$$

L'intensité totale est donc

$$\begin{aligned} I_{tot} &= 10^{-3}\tfrac{W}{m^2} + 3{,}162\times 10^{-3}\tfrac{W}{m^2} \\ &= 4{,}162\times 10^{-3}\tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

En décibel, cette intensité est

$$\begin{aligned} \beta &= 10dB \log\left(\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right) \\ &= 10dB \log\left(\frac{4{,}162\times 10^{-3}\frac{W}{m^2}}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right) \\ &= 96{,}2dB \end{aligned}$$

26. À 25 m de distance, l'intensité est

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{4\pi r^2} \\ &= \frac{50W}{4\pi\left(25m\right)^2} \\ &= 6,366\times 10^{-3}W \end{aligned}$$

On trouve alors l'amplitude avec

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2}\rho v\omega^2 A^2 \\ 6,366\times 10^{-3}\tfrac{W}{m^2} &= \frac{1}{2}\cdot 1,3\tfrac{kg}{m^3}\cdot 340\tfrac{m}{s}\cdot\left(2\pi\cdot 200Hz\right)^2 A^2 \\ A &= 4,271\mu m \end{aligned}$$

27. a) À 5 km de distance, l'intensité est

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{4\pi r^2} \\ &= \frac{20\,000W}{4\pi\left(5000m\right)^2} \\ &= 6,366\times 10^{-5}W \end{aligned}$$

L'intensité est donc

$$\begin{aligned} \beta &= 10dB\log\left(\frac{I}{10^{-12}\tfrac{W}{m^2}}\right) \\ &= 10dB\log\left(\frac{6,366\times 10^{-5}\tfrac{W}{m^2}}{10^{-12}\tfrac{W}{m^2}}\right) \\ &= 78,04dB \end{aligned}$$

b) Si on perd 7 dB par km, on aura 35 dB de moins si on tient compte de l'absorption de l'air. On a donc une intensité de 43,04 dB.

28. Avec une intensité de 60 dB, l'intensité de l'onde est de

$$\beta = 10dB \log \frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}$$
$$60dB = 10dB \log \frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}$$
$$I = 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

L'amplitude de l'onde est donc de

$$I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 A^2$$
$$10^{-6} \frac{W}{m^2} = \frac{1}{2}\left(1,3\frac{kg}{m^3}\right)\left(330\frac{m}{s}\right)\left(2\pi \times 200Hz\right)^2 A^2$$
$$A = 5,433 \times 10^{-8} m$$

Pour trouver l'amplitude de l'onde transmise dans l'eau, on doit trouver les impédances de l'eau et de l'air. Ces impédances sont

$$Z_1 = \rho v = 1,3\frac{kg}{m^3} \cdot 330\frac{m}{s} = 429\frac{kg}{m^2 s}$$
$$Z_2 = \rho v = 1000\frac{kg}{m^3} \cdot 1450\frac{m}{s} = 1\,450\,000\frac{kg}{m^2 s}$$

L'amplitude de l'onde transmise est donc

$$\begin{aligned} A_T &= \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} A \\ &= \frac{2 \cdot 429\frac{kg}{m^2 s}}{429\frac{kg}{m^2 s} + 1\,450\,000\frac{kg}{m^2 s}} 5,4335 \times 10^{-8} m \\ &= 3,214 \times 10^{-11} m \end{aligned}$$

L'intensité de cette onde dans l'eau est donc de

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2}\rho v \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2}\left(1000\frac{kg}{m^3}\right)\left(1450\frac{m}{s}\right)\left(2\pi \times 200Hz\right)^2 \left(3,214 \times 10^{-11} m\right)^2 \\ &= 1,183 \times 10^{-9} \frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

En décibel, cette intensité est de

$$\begin{aligned}\beta &= 10dB\log\frac{I}{10^{-12}\,\frac{W}{m^2}}\\ &= 10dB\log\frac{1{,}183\times10^{-9}\,\frac{W}{m^2}}{10^{-12}\,\frac{W}{m^2}}\\ &= 30{,}7dB\end{aligned}$$

L'amplitude de l'onde réfléchie est donc

$$\begin{aligned}A_R &= \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}A\\ &= \frac{429\,\frac{kg}{m^2s} - 1\,450\,000\,\frac{kg}{m^2s}}{429\,\frac{kg}{m^2s} + 1\,450\,000\,\frac{kg}{m^2s}}\cdot 5{,}4335\times10^{-8}m\\ &= -5{,}4302\times10^{-8}m\end{aligned}$$

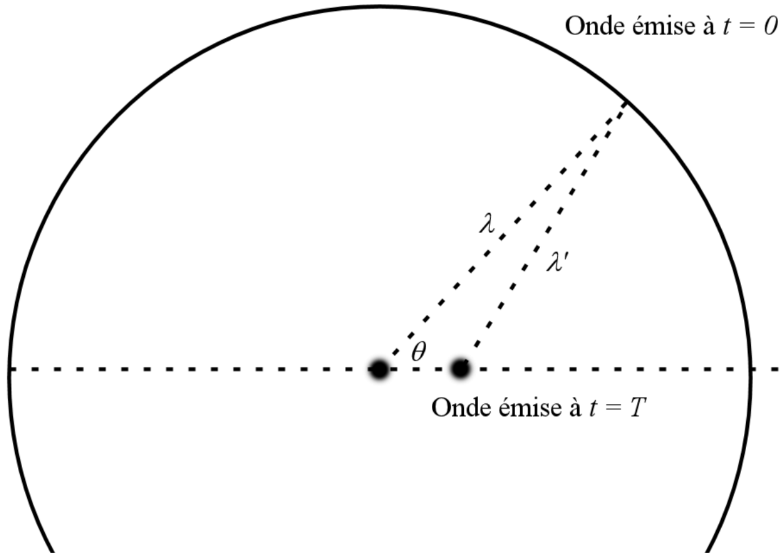
L'intensité de cette onde dans l'air est donc de

$$\begin{aligned}I &= \frac{1}{2}\rho v\omega^2 A^2\\ &= \frac{1}{2}\left(1{,}3\,\tfrac{kg}{m^3}\right)\left(330\,\tfrac{m}{s}\right)\left(2\pi\times200Hz\right)^2\left(5{,}4302\times10^{-8}m\right)^2\\ &= 9{,}988\times10^{-7}\,\tfrac{W}{m^2}\end{aligned}$$

En décibel, cette intensité est de

$$\begin{aligned}\beta &= 10dB\log\frac{I}{10^{-12}\,\frac{W}{m^2}}\\ &= 10dB\log\frac{9{,}988\times10^{-7}\,\frac{W}{m^2}}{10^{-12}\,\frac{W}{m^2}}\\ &= 59{,}99dB\end{aligned}$$

29. Pour trouver la fréquence, nous allons trouver la longueur d'onde. Prenons la situation suivante : la source a émis une crête à $t = 0$. Au temps T plus tard, la source émet de nouveau une crête puisqu'elle émet une crête à toutes les périodes. Pour connaitre la longueur d'onde λ', il faut connaitre la distance entre les crêtes, donc la distance entre la crête émise à $t = 0$ et la source quand elle émet la crête suivante au temps T.

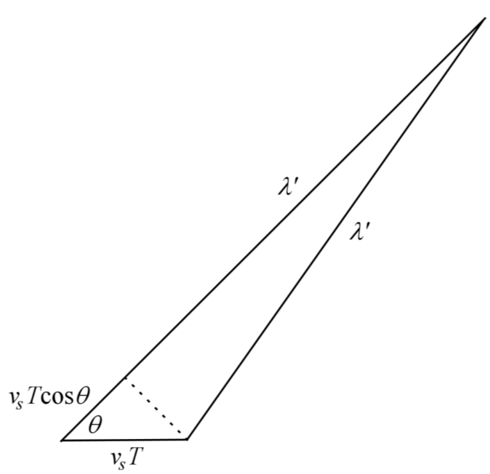


La longueur d'onde sans effet doppler correspond au rayon du cercle, qui est la distance parcourue par l'onde à partir de la position de la source à t = 0. Cette distance est

$$\lambda = vT$$

Entre t = 0 et t = T, la source, qui va à vitesse v_s, s'est déplacée de

$$D_{source} = v_s T$$



Pour trouver la nouvelle longueur d'onde, on va séparer la ligne λ en deux parties avec une ligne pointillée arrivant perpendiculairement, comme sur la figure de gauche. Puisque la vitesse de la source est beaucoup plus petite que la vitesse de l'onde, la distance v_sT est beaucoup plus petite que λ. On peut donc approximer que la partie entre la ligne pointillée et l'observateur est pratiquement égale à λ'. Pour l'autre partie, on trouve que sa longueur est

$$v_s T \cos\theta$$

avec un peu de trigonométrie. On a donc que

$$\lambda' = \lambda - v_s T\cos\theta$$
$$\lambda' = vt - v_s T\cos\theta$$
$$\lambda' = vT\left(1 - \frac{v_s\cos\theta}{v}\right)$$
$$\lambda' = \lambda\left(1 - \frac{v_s\cos\theta}{v}\right)$$

La fréquence reçue est donc

$$f' = \frac{v}{\lambda'}$$
$$f' = \frac{v}{vT\left(1 - \frac{v_s\cos\theta}{v}\right)}$$
$$f' = \frac{1}{T\left(1 - \frac{v_s\cos\theta}{v}\right)}$$
$$f' = \frac{f}{1 - \frac{v_s\cos\theta}{v}}$$
$$f' = f\,\frac{v}{v - v_s\cos\theta}$$

La fréquence est donc

$$\begin{aligned} f' &= 500Hz\frac{340\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s}\cos 50°} \\ &= 509,6Hz \end{aligned}$$

30. a) Avec une intensité de 10 dB, l'intensité de l'onde est de

$$\beta = 10dB\log\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}$$
$$10dB = 10dB\log\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}$$
$$I = 10^{-11}\frac{W}{m^2}$$

La distance est donc

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$
$$10^{-11}\,\tfrac{W}{m^2} = \frac{20\,000W}{4\pi r^2}$$
$$r = 12\,616km$$

Cette réponse semble beaucoup trop élevée…on entendrait le bruit sur près de la moitié de la surface de la Terre. Pourtant c'est une source sonore 10 fois moins puissante qu'un avion à réaction au décollage. C'est normal qu'on obtienne une si grande distance si on ne tient pas compte du fait que l'air absorbe le son.

b) Si l'air absorbe le son au rythme de 7 dB/km, alors le nombre de décibels sera de

$$\beta' = \beta - 0,007\,\tfrac{dB}{m}\,r$$

où β est l'intensité qu'on aurait sans absorption. Avec une source à une distance r, on a

$$\beta = 10dB\log\frac{\frac{P}{4\pi r^2}}{10^{-12}\,\frac{W}{m^2}}$$
$$\beta = 10dB\log\frac{P}{4\pi\times 10^{-12}\,\frac{W}{m^2}\,r^2}$$
$$\beta = 10dB\log\frac{P}{4\pi\times 10^{-12}\,\frac{W}{m^2}\,(1m)^2} - 10dB\log\left(\frac{r}{1m}\right)^2$$
$$\beta = 10dB\log\frac{20\,000W}{4\pi\times 10^{-12}\,\frac{W}{m^2}} - 20dB\log r$$
$$\beta = 152,02dB - 20dB\log\left(\frac{r}{1m}\right)$$

On a donc

$$\beta' = 152,02dB - 20dB\log\left(\frac{r}{1m}\right) - 0,007\,\tfrac{dB}{m}\cdot r$$

Si on veut que l'intensité soit de 10 dB, on a

$$10dB = 152,02dB - 20dB\log\left(\frac{r}{1m}\right) - 0,007\,\tfrac{dB}{m}\cdot r$$

$$1 = 15,202 - 2\log\left(\frac{r}{1m}\right) - 0,0007m^{-1}\cdot r$$

$$0,0007m^{-1}\cdot r = 15,202 - 1 - 2\log\left(\frac{r}{1m}\right)$$

$$0,0007m^{-1}\cdot r = 14,202 - 2\log\left(\frac{r}{1m}\right)$$

$$r = 20\,288m - \tfrac{2m}{0,0007}\log\left(\frac{r}{1m}\right)$$

Il reste à isoler *r*, mais ce n'est pas facile. On peut bien sûr prendre Maple pour résoudre. On peut aussi prendre une méthode appelée méthode par itération qui consiste à prendre une valeur de *r* un peu au hasard et de calculer *r* avec la formule. On prend ensuite la valeur obtenue pour calculer *r* avec la formule. On utilise ensuite cette nouvelle valeur pour calculer *r* et ainsi de suite jusqu'à ce que la valeur obtenue ne change plus. Si cela se produit, on a la réponse. Essayons ici en prenant 20 km comme valeur de départ (l'équation indique que *r* est plus petit que 20 288 m). On a alors

1re itération

$$\begin{aligned} r &= 20\,288m - \tfrac{2m}{0,0007}\log(20\,000) \\ &= 8000m \end{aligned}$$

2e itération

$$\begin{aligned} r &= 20\,288m - \tfrac{2m}{0,0007}\log(8000) \\ &= 9137m \end{aligned}$$

3e itération

$$\begin{aligned} r &= 20\,288m - \tfrac{2m}{0,0007}\log(9137) \\ &= 8972m \end{aligned}$$

4e itération

$$\begin{aligned} r &= 20\,288m - \tfrac{2m}{0,0007}\log(8972) \\ &= 8994m \end{aligned}$$

5^e itération

$$\begin{aligned} r &= 20\,288m - \tfrac{2m}{0{,}0007}\log\left(8994\right) \\ &= 8991m \end{aligned}$$

6^e itération

$$\begin{aligned} r &= 20\,288m - \tfrac{2m}{0{,}0007}\log\left(8991\right) \\ &= 8992m \end{aligned}$$

7^e itération

$$\begin{aligned} r &= 20\,288m - \tfrac{2m}{0{,}0007}\log\left(8992\right) \\ &= 8992m \end{aligned}$$

Et voilà! La distance est 8992 m.