Solutionnaire du chapitre 2

1. a) La période est

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{400Hz} = 0,0025s$$

b) On a

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ 350\tfrac{m}{s} &= \lambda \cdot 400Hz \\ \lambda &= 0,875m \end{aligned}$$

2. La vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ &= \frac{30m}{4s} \\ &= 7,5\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La période de l'onde est

$$T = \frac{4s}{20 \text{ oscillations}} = 0,2s$$

La fréquence est donc

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2s} = 5Hz$$

On trouve la longueur donc avec

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ 7,5\tfrac{m}{s} &= \lambda \cdot 5Hz \\ \lambda &= 1,5m \end{aligned}$$

3. a) Selon le dessin, la longueur d'onde est de 20 cm. On trouve alors la fréquence avec

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ 40\tfrac{m}{s} &= 0,2m \cdot f \\ f &= 200Hz \end{aligned}$$

b) Comme la corde fait une oscillation harmonique, sa vitesse maximale est

$$v_{\max} = \omega A$$

Avec le dessin de l'onde, on remarque que l'amplitude est de 6 cm. On a donc

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \left(2\pi f\right) A \\ &= \left(2\pi \cdot 200Hz\right) \cdot 0,06m \\ &= 75,4\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

4. a) Comme nous avons un + devant ωt, l'onde va vers les x négatifs.

b) Selon l'équation, nous avons k = 10 rad/m. On a donc

$$\begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ 10\tfrac{rad}{m} &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ \lambda &= 0,6283m \end{aligned}$$

c) La vitesse est

$$\begin{aligned} v &= \frac{\omega}{k} \\ &= \frac{200\tfrac{rad}{s}}{10\tfrac{rad}{m}} \\ &= 20\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

d) On trouve la vitesse de la corde en dérivant la formule de la position. On a

$$\begin{aligned} v_y &= \frac{\partial y}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t}\left(0,2m\sin\left(10\tfrac{rad}{m}\cdot x + 200\tfrac{rad}{s}\cdot t + \frac{\pi}{4}\right)\right) \\ &= 0,2m\cdot 200\tfrac{rad}{s}\cos\left(10\tfrac{rad}{m}\cdot x + 200\tfrac{rad}{s}\cdot t + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= 40\tfrac{m}{s}\cos\left(10\tfrac{rad}{m}\cdot x + 200\tfrac{rad}{s}\cdot t + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

À x = 1 m et t = 1 s, la vitesse est donc

$$\begin{aligned} v_y &= 40\tfrac{m}{s}\cos\left(10\tfrac{rad}{m}\cdot 1m + 200\tfrac{rad}{s}\cdot 1s + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= 40\tfrac{m}{s}\cos\left(210 + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= -38,23\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

5. ω est

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,1s} = 20\pi\tfrac{rad}{s}$$

k est

$$\begin{aligned} v &= \frac{\omega}{k} \\ 50\tfrac{m}{s} &= \frac{20\pi\tfrac{rad}{s}}{k} \\ k &= \frac{2\pi}{5}\tfrac{rad}{m} \end{aligned}$$

L'amplitude est

$$\begin{aligned} A^2 &= y^2 + \left(\frac{v_y}{\omega}\right)^2 \\ &= (0,02m)^2 + \left(\frac{-1\frac{m}{s}}{20\pi\frac{rad}{s}}\right)^2 \\ &= 6,533\times 10^{-4} m^2 \\ A &= 0,02556m \end{aligned}$$

et la constante de phase est

$$\tan(kx - \omega t + \phi) = \frac{\omega y}{-v_y}$$

$$\tan(0 + 0 + \phi) = \frac{20\pi\frac{rad}{s}\cdot 0,02m}{1\frac{m}{s}}$$

$$\phi = 0,8986$$

L'équation est donc

$$y = 0,02556m \cdot \sin\left(\tfrac{2\pi}{5}\tfrac{rad}{m}\cdot x - 20\pi \cdot t + 0,8986\right)$$

6. Comme toutes les ondes vont à la même vitesse sur une corde, la vitesse est aussi de 30 m/s.

7. Si l'onde va d'un bout à l'autre en 0,05 s, sa vitesse est

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2m}{0,05s} = 40\tfrac{m}{s}$$

On a alors

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$40\tfrac{m}{s} = \sqrt{\frac{200N}{\mu}}$$

$$\mu = 0,125\tfrac{kg}{m}$$

La masse est donc de

$$\mu = \frac{masse}{longueur}$$

$$0{,}125\tfrac{kg}{m} = \frac{masse}{2m}$$

$$masse = 0{,}25kg$$

8. On a

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$40\tfrac{m}{s} = \sqrt{\frac{50N}{\mu}}$$

$$\mu = 0{,}03125\tfrac{kg}{m}$$

Si la tension est de 80 N, on aura alors

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$= \sqrt{\frac{80N}{0{,}03125\tfrac{kg}{m}}}$$

$$= 50{,}6\tfrac{m}{s}$$

9. a) La vitesse de l'onde est

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{200\tfrac{rad}{s}}{10\tfrac{rad}{m}} = 20\tfrac{m}{s}$$

On a donc

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$20\tfrac{m}{s} = \sqrt{\frac{50N}{\mu}}$$

$$\mu = 0{,}125\tfrac{kg}{m}$$

b) La vitesse maximale de la corde est

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \omega A \\ &= 200 \tfrac{rad}{s} \cdot 0,2m \\ &= 40 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

10. a) La fréquence de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ 50 \tfrac{m}{s} &= 0,4m \cdot f \\ f &= 125Hz \end{aligned}$$

L'énergie est donc

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \mu D \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} 0,025 \tfrac{kg}{m} \cdot 10m \cdot \left(2\pi \cdot 125Hz\right)^2 \left(0,002m\right)^2 \\ &= 0,3084J \end{aligned}$$

b) la puissance est

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} 0,025 \tfrac{kg}{m} \cdot 50 \tfrac{m}{s} \cdot \left(2\pi \cdot 125Hz\right)^2 \left(0,002m\right)^2 \\ &= 1,542W \end{aligned}$$

11. La vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ &= 0,125m \cdot 200Hz \\ &= 25 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La masse linéique de la corde est

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$25\tfrac{m}{s} = \sqrt{\frac{80N}{\mu}}$$
$$\mu = 0{,}128\tfrac{kg}{m}$$

On trouve alors l'amplitude avec la formule de la puissance.

$$P = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2$$
$$20W = \frac{1}{2} 0{,}128\tfrac{kg}{m} \cdot 25\tfrac{m}{s} \cdot \left(2\pi \cdot 200Hz\right)^2 A^2$$
$$A = 0{,}002813m$$

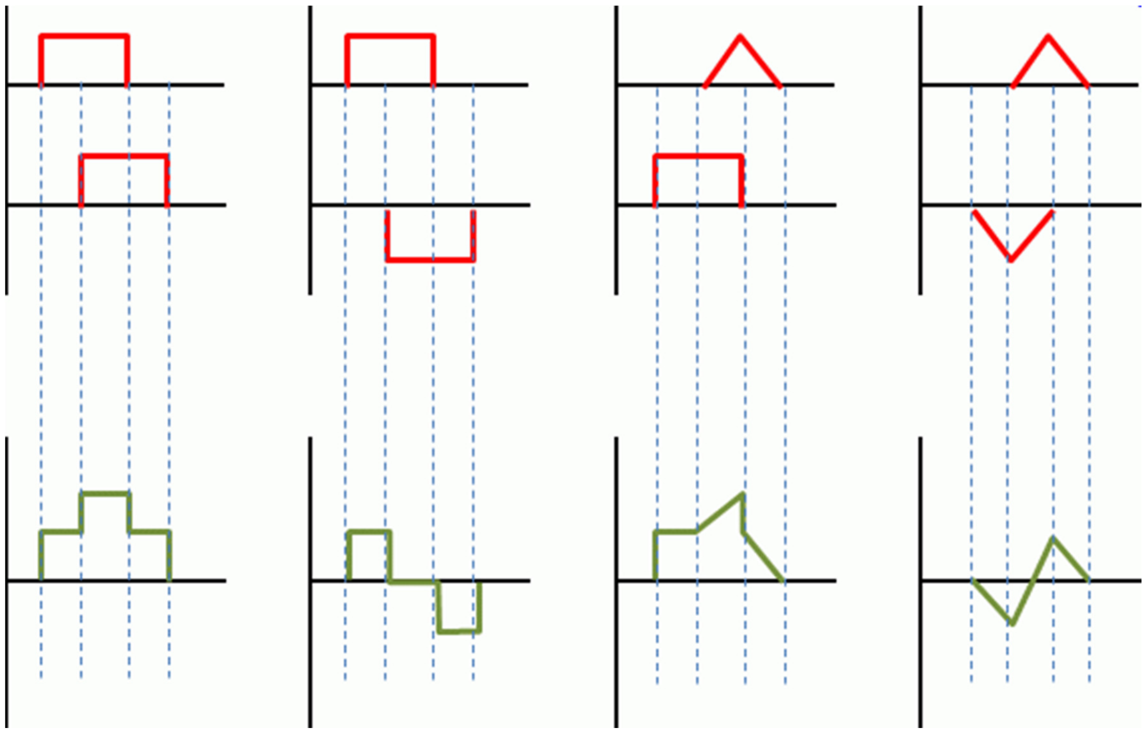
12. La vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= \frac{\omega}{k} \\ &= \frac{50\pi \frac{rad}{s}}{10\pi \frac{rad}{m}} \\ &= 5\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

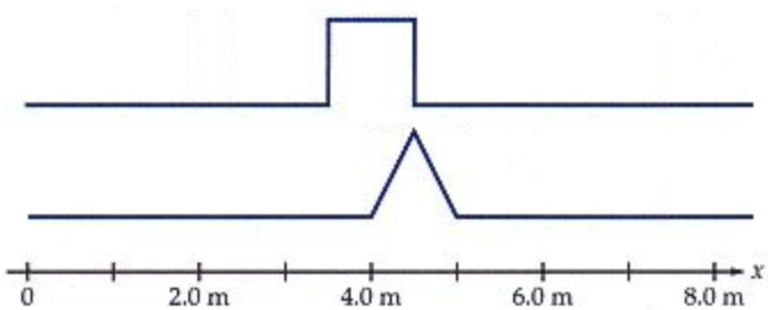
La puissance est donc

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} 0{,}05\tfrac{kg}{m} \cdot 5\tfrac{m}{s} \cdot \left(50\pi \tfrac{rad}{s}\right)^2 \left(0{,}02m\right)^2 \\ &= 1{,}234W \end{aligned}$$

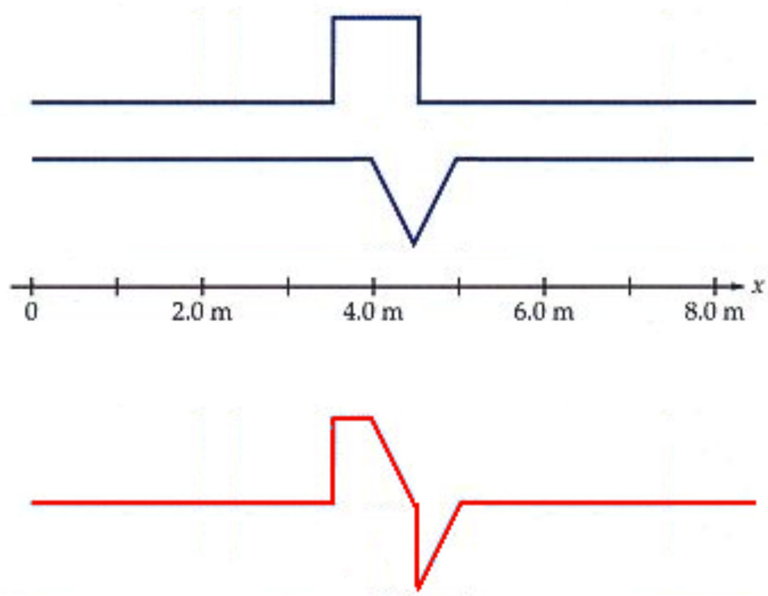
13.



14.



15.



16. a) La tension dans la corde correspond au poids du bloc. Ce poids est

$$F_T = mg = 2kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} = 19,6N$$

La vitesse dans le fil d'aluminium est donc

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \\ &= \sqrt{\frac{19,6N}{0,01\frac{kg}{m}}} \\ &= 44,27\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) La fréquence est

$$\begin{gathered} v = \lambda f \\ 44,27\tfrac{m}{s} = 0,2m \cdot f \\ f = 221,4Hz \end{gathered}$$

c) La vitesse dans le fil d'acier est donc

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \\ &= \sqrt{\frac{19,6N}{0,025\frac{kg}{m}}} \\ &= 28\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

d) Comme la fréquence ne change pas en passant d'un milieu à un autre, elle est toujours de 221,4 Hz.

e) la longueur d'onde est

$$\begin{aligned} v &= \lambda f \\ 28\tfrac{m}{s} &= \lambda \cdot 221,4Hz \\ \lambda &= 0,1265m \end{aligned}$$

f) L'impédance est

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sqrt{F_T \mu} \\ &= \sqrt{19,6N \cdot 0,01\tfrac{kg}{m}} \\ &= 0,4427\tfrac{kg}{s} \end{aligned}$$

g) L'impédance est

$$\begin{aligned} Z_2 &= \sqrt{F_T \mu} \\ &= \sqrt{19,6N \cdot 0,025\tfrac{kg}{m}} \\ &= 0,7\tfrac{kg}{s} \end{aligned}$$

h) L'amplitude de l'onde réfléchie est

$$\begin{aligned} A_R &= \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} A \\ &= \frac{0,4427\frac{kg}{s} - 0,7\frac{kg}{s}}{0,4427\frac{kg}{s} + 0,7\frac{kg}{s}} 5mm \\ &= -1,126mm \end{aligned}$$

Il s'agit donc d'une onde inversée ayant une amplitude de 1,126 mm.

i) L'amplitude de l'onde transmise est

$$\begin{aligned}A_T &= \frac{2Z_1}{Z_1+Z_2}A \\ &= \frac{2\cdot 0,4427\,\frac{kg}{s}}{0,4427\,\frac{kg}{s}+0,7\,\frac{kg}{s}}5mm \\ &= 3,874mm\end{aligned}$$

j) La puissance de l'onde incidente est

$$\begin{aligned}P &= \frac{1}{2}\mu v\omega^2A^2 \\ &= \frac{1}{2}Z_1\omega^2A^2\end{aligned}$$

La puissance de l'onde transmise est

$$\begin{aligned}P_T &= \frac{1}{2}\mu v\omega^2A^2 \\ &= \frac{1}{2}Z_2\omega^2A^2\end{aligned}$$

Le rapport de la puissance transmise par rapport à la puissance incidente est

$$\begin{aligned}\frac{P_T}{P} &= \frac{\frac{1}{2}Z_1\omega^2A_T^2}{\frac{1}{2}Z_2\omega^2A^2} \\ &= \frac{Z_2A_T^2}{Z_1A^2} \\ &= \frac{0,7\,\frac{kg}{s}\left(0,003874m\right)^2}{0,4427\,\frac{kg}{s}\left(0,005m\right)^2} \\ &= 0,949\end{aligned}$$

94,9% de la puissance est donc transmise.

17. a) L'onde transmise est toujours dans le même sens que l'onde originale. Elle sera donc vers le haut.

b) Puisque la densité de la corde de droite est plus grande, l'onde réfléchie sera inversée, donc vers le bas.

c) Puisque la vitesse est de 20 m/s sur la corde de gauche, la tension est

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$20\tfrac{m}{s} = \sqrt{\frac{F_T}{0,02\tfrac{kg}{m}}}$$
$$F_T = 8N$$

La vitesse sur la corde de droite est donc

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{8N}{0,05\tfrac{kg}{m}}} = 12,65\tfrac{m}{s}$$

d) L'onde réfléchie étant sur la corde de gauche, sa vitesse est la même que celle de l'onde de départ, soit 20 m/s.

18. La puissance d'une onde est donnée par

$$P = \frac{1}{2}\mu v\omega^2 A^2$$

On sait que la puissance de l'onde réfléchie est égale à 50% de la puissance de l'onde initiale. On a donc

$$\begin{aligned} 0,5 &= \frac{P_R}{P} \\ &= \frac{\frac{1}{2}\mu v\omega^2 A_R^2}{\frac{1}{2}\mu v\omega^2 A^2} \\ &= \left(\frac{A_R}{A}\right)^2 \end{aligned}$$

Or, l'amplitude de l'onde réfléchie est

$$A_R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} A$$

On a donc que

$$\begin{aligned} 0,5 &= \left(\frac{A_R}{A}\right)^2 \\ &= \left(\frac{\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} A}{A}\right)^2 \\ &= \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{1 - \frac{Z_2}{Z_1}}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}}\right)^2 \end{aligned}$$

Si on pose que $Z_2/Z_1 = x$ (qui est ce qu'on cherche), on arrive a

$$0,5 = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2$$

Il ne reste qu'à isoler x.

$$\pm\sqrt{0,5} = \frac{1-x}{1+x}$$

Pour simplifier, posons que $C = \pm\sqrt{0,5}$. On a alors

$$\begin{gathered} C = \frac{1-x}{1+x} \\ C(1+x) = 1-x \\ C + Cx = 1-x \\ x + Cx = 1-C \\ x(1+C) = 1-C \\ x = \frac{1-C}{1+C} \end{gathered}$$

Si $C = \sqrt{0,5}$, on a

$$x = \frac{1-\sqrt{0,5}}{1+\sqrt{0,5}} = 0,1716$$

Ça ne peut pas être la bonne réponse, car l'impédance de la deuxième corde est plus grande que celle de la première corde (ce qui signifie que $Z_2/Z_1 > 1$)

Si $C = -\sqrt{0,5}$, on a

$$x = \frac{1--\sqrt{0,5}}{1+-\sqrt{0,5}} = 5,828$$

C'est la bonne réponse.

19. a) Puisque $\omega = 200\pi$ rad/s, la fréquence est

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{200\pi \frac{rad}{s}}{2\pi} = 100Hz$$

b) Puisque $k = 40\pi$ rad/m, la longueur d'onde est

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$40\pi \tfrac{rad}{m} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = 0,05m$$

c) La vitesse est

$$v = \lambda f = 0,05m \cdot 100Hz = 5\tfrac{m}{s}$$

d) On trouve la formule de la vitesse de la corde en dérivant la formule de la position par rapport au temps

$$\begin{aligned} v_y &= \frac{\partial y}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t}\left(6cm \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\cos\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)\right) \\ &= -6cm \cdot 200\pi \tfrac{rad}{s} \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= -12\pi \tfrac{m}{s} \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \end{aligned}$$

La vitesse à x = 0,02 m et t = 0,022 s est donc

$$\begin{aligned} v_y &= -12\pi \tfrac{m}{s} \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot 0{,}02m\right)\sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 0{,}022s\right) \\ &= -12\pi \tfrac{m}{s} \cdot \sin\left(\tfrac{4\pi}{5}\right)\sin\left(\tfrac{22\pi}{5}\right) \\ &= -21{,}07 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

e) L'amplitude est

$$\begin{aligned} A_{tot} &= \left|2A\sin kx\right| \\ &= \left|6cm \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\right| \end{aligned}$$

À x = 5 cm, on a

$$\begin{aligned} A_{tot} &= \left|6cm \cdot \sin\left(40\pi \tfrac{rad}{m} \cdot 0{,}005m\right)\right| \\ &= 3{,}527cm \end{aligned}$$

20. L'équation est

$$y_{tot} = 4cm \cdot \sin\left(10\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\cos\left(50\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

21. a) Avec une longueur d'onde de 20 cm, k est

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}2m} = 10\pi \tfrac{rad}{m}$$

Avec une période de 0,05 s, ω est

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}05s} = 40\pi \tfrac{rad}{s}$$

L'équation est donc

$$y_{tot} = 0,1m \cdot \sin\left(10\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\cos\left(40\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

b) La distance entre les nœuds est égale à la moitié de la longueur d'onde. Elle est donc de 10 cm.

c) Puisqu'il y a un nœud à $x = 0$, l'amplitude à 1 cm des nœuds peut se trouver avec l'amplitude à $x = 1$ cm. Cette amplitude est

$$\begin{aligned} A_{tot} &= \left|2A\sin kx\right| \\ &= \left|0,1m \cdot \sin\left(10\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\right| \\ &= \left|0,1m \cdot \sin\left(10\pi \tfrac{rad}{m} \cdot 0,01m\right)\right| \\ &= 0,03090m \end{aligned}$$

22. Puisque la distance entre les nœuds est de 20 cm, la longueur d'onde est de 40 cm. Avec une longueur d'onde de 40 cm, k est

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,4m} = 5\pi \tfrac{rad}{m}$$

La vitesse de l'onde est

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{12N}{0,03\tfrac{kg}{m}}} = 20\tfrac{m}{s}$$

ω est donc

$$\begin{aligned} v &= \frac{\omega}{k} \\ 20\tfrac{m}{s} &= \frac{\omega}{5\pi \tfrac{rad}{m}} \\ \omega &= 100\pi \tfrac{rad}{s} \end{aligned}$$

Ce qui donne

$$y_{tot} = 0,005m \cdot \sin\left(5\pi \tfrac{rad}{m} \cdot x\right)\cos\left(100\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right)$$

23. On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$400Hz = \frac{4}{2 \cdot 0,6m}\sqrt{\frac{F_T}{0,02\,\frac{kg}{m}}}$$
$$F_T = 288N$$

24. On a

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$
$$400Hz = \frac{2v}{2 \cdot 2m}$$
$$v = 800\,\tfrac{m}{s}$$

25. Puisque $k = 20\pi$ rad/m, la longueur d'onde est

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$
$$20\pi\,\tfrac{rad}{m} = \frac{2\pi}{\lambda}$$
$$\lambda = 0,1m$$

À la troisième harmonique, on a

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$
$$0,1m = \frac{2L}{3}$$
$$L = 0,15m$$

26. On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$50Hz = \frac{1}{2\cdot 0,5m}\sqrt{\frac{350N}{\mu}}$$
$$\mu = 0,14\tfrac{kg}{m}$$

27. On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$200Hz = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{100N}{\mu}}$$

et

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$500Hz = \frac{5}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}$$

En divisant la deuxième équation par la première équation, on a

$$\frac{500Hz}{200Hz} = \frac{\frac{5}{2L}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}}{\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{100N}{\mu}}}$$
$$2,5 = \frac{5\sqrt{F_T'}}{\sqrt{100N}}$$
$$F_T' = 25N$$

28. On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$160Hz = \frac{4}{2\cdot 1,2m}\sqrt{\frac{F_T}{0,036\frac{kg}{m}}}$$
$$F_T = 331,8N$$

La masse est donc

$$F_T = mg$$
$$331,8N = m\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}$$
$$m = 33,85kg$$

29. On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$50Hz = \frac{1}{2\cdot 1m}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

et

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$
$$400Hz = \frac{2}{2L'}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

En divisant la deuxième équation par la première équation, on a

$$\frac{400Hz}{50Hz} = \frac{\frac{2}{2L'}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}{\frac{1}{2\cdot 1m}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}$$

$$8 = \frac{\frac{2}{L'}}{\frac{1}{1m}}$$

$$8 = \frac{2}{L'}\cdot\frac{1m}{1}$$

$$L' = 0,25m$$

30. On a

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$f_{1A} = \frac{1}{2\cdot 1m}\sqrt{\frac{100N}{\mu}}$$

et

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$f_{1B} = \frac{1}{2\cdot 0,25m}\sqrt{\frac{25N}{\mu}}$$

Le rapport des fréquences est

$$\frac{f_{1A}}{f_{1B}}=\frac{\frac{1}{2\cdot 1m}\sqrt{\frac{100N}{\mu}}}{\frac{1}{2\cdot 0,25m}\sqrt{\frac{25N}{\mu}}}$$

$$\frac{f_{1A}}{f_{1B}}=\frac{\frac{1}{1m}\sqrt{100N}}{\frac{1}{0,25m}\sqrt{25N}}$$

$$\frac{f_{1A}}{f_{1B}}=\frac{0,25m\cdot\sqrt{100N}}{1m\cdot\sqrt{25N}}$$

$$\frac{f_{1A}}{f_{1B}}=0,5$$

31. On a

$$f_n=\frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$360Hz=\frac{1}{2\cdot L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

et

$$f_n=\frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$f_{1B}=\frac{1}{2\cdot(0,4L)}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

En divisant la deuxième équation par la première, on a

$$\frac{f_{1B}}{360Hz}=\frac{\frac{1}{2\cdot(0,4L)}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}{\frac{1}{2\cdot L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}$$

$$\frac{f_{1B}}{360Hz}=\frac{1}{0,4}$$

$$f_{1B}=900Hz$$

32. On a

$$f_n = 520Hz$$
$$nf_1 = 520Hz$$

À l'harmonique suivante, l'entier devant f_1 est n + 1. On a alors

$$(n+1) f_1 = 650Hz$$

En utilisant la première équation, on a alors

$$\begin{aligned}(n+1) f_1 &= 650Hz \\ nf_1 + f_1 &= 650Hz \\ 520Hz + f_1 &= 650Hz \\ f_1 &= 130Hz\end{aligned}$$

33. La vitesse de l'onde dépend de la tension. Trouvons la tension en fonction de la position sur la corde. Pour qu'il y ait équilibre des forces, cette tension doit être égale au poids de la corde sous le point considéré. On va utiliser un axe des y dirigé vers le bas avec un $y = 0$ situé au haut de la corde. À la position y, la longueur de la corde sous cette position est

$$l = L - y$$

où L est la longueur totale de la corde. La masse de cette partie de corde est

$$m = \mu (L - y)$$

Cela veut dire que la tension de la corde à la position y est

$$F_T = \mu g (L - y)$$

La vitesse de l'onde à la position y est alors

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{g(L-y)}$$

Pour parcourir une petite distance dy, le temps est donc

$$dt = \frac{dy}{v} = \frac{dy}{\sqrt{g\left(L - y\right)}}$$

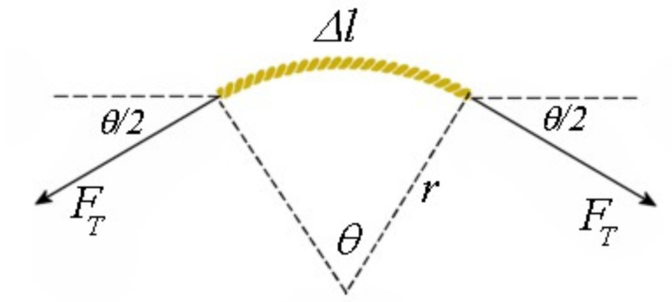
Si on additionne maintenant tous les temps, on arrive à

$$\begin{aligned} t &= \int_0^L \frac{dy}{\sqrt{g\left(L-y\right)}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{g}} \int_0^L \frac{dy}{\sqrt{\left(L-y\right)}} \end{aligned}$$

En posant $u = L - y$, on arrive à

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{\sqrt{g}} \int_L^0 \frac{-du}{\sqrt{u}} \\ &= \frac{-1}{\sqrt{g}} \int_L^0 u^{-1/2} du \\ &= \frac{-1}{\sqrt{g}} \left[\frac{u^{1/2}}{1/2} \right]_L^0 \\ &= \frac{-2}{\sqrt{g}} \left[0^{1/2} - L^{1/2} \right] \\ &= 2\sqrt{\frac{L}{g}} \\ &= 2\sqrt{\frac{2m}{9{,}8 \frac{m}{s^2}}} \\ &= 0{,}9035s \end{aligned}$$

34. La vitesse de l'onde dépend de la tension. Il faut donc trouver la tension dans cet anneau. Prenons un petit morceau de la corde et examinons les forces sur ce morceau. (L'angle θ est petit sur la figure.)



Puisque ce morceau fait un mouvement circulaire, la somme des forces en *y* sur ce morceau est (en utilisant un axe des *y* vers le haut)

$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow F_T \sin\left(-\frac{\theta}{2}\right) + F_T \sin\left(180° + \frac{\theta}{2}\right) = -m\omega^2 r$$

Puisque sin -*x* = -sin *x* et sin (180°+*x*) = -sin *x*, on a

$$-F_T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - F_T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = -m\omega^2 r$$
$$2F_T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = m\omega^2 r$$

Puisque l'angle est petit, on a sin *x* = *x*. (Cela signifie qu'on travaille maintenant avec des angles en radians.)

$$2F_T \frac{\theta}{2} = m\omega^2 r$$
$$F_T\theta = m\omega^2 r$$

La masse du petit morceau dépend de l'angle. Puisque la densité est μ, la masse du petit morceau est

$$m = \mu\Delta l$$
$$= \mu r\theta$$

L'équation des forces devient alors

$$F_T\theta = m\omega^2 r$$
$$F_T\theta = \mu r\theta\omega^2 r$$
$$F_T = \mu r^2\omega^2$$

Ainsi, la vitesse de l'onde est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \\ &= \sqrt{\frac{\mu r^2 \omega^2}{\mu}} \\ &= r\omega \end{aligned}$$

Avec les valeurs, on arrive à

$$\begin{aligned} v &= 0,25m \cdot 2 \tfrac{rad}{s} \\ &= 0,5 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Notez que cette vitesse ($r\omega$) est aussi la vitesse de la corde. Ainsi, l'onde, si elle va dans la direction opposée à la corde, reste toujours à la même place !